

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки,

кандидат педагогічних наук, доцент

_____ Тарас ВІЙЧУК

« ____ » _____ 2025 р.

**Шляхи використання сучасних інформаційно-
комунікаційних технологій під час навчання
математики в закладах загальної середньої
освіти**

Спеціальність: 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)

Предметна спеціальність: 014.04 Середня освіта (Математика)

Додаткова предметна спеціальність: 014.09 Середня освіта (Інформатика)

Магістерська робота

на здобуття кваліфікації:

«Магістр середньої освіти.»

Вчитель математики, вчитель інформатики»

Автор роботи: Вишатицька Адріана Андріївна _____

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук, доцент

Війчук Тарас Іванович _____

Дрогобич, 2025

Анотація

Вишатицька А.А. Шляхи використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій під час навчання математики в закладах загальної середньої освіти. – Рукопис

Магістерська робота зі спеціальності 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями). Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка. Дрогобич, 2025.

Магістерська робота присвячена дослідженню шляхів використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема засобів штучного інтелекту, у процесі навчання математики в закладах загальної середньої освіти. У роботі проаналізовано теоретичні, психолого-педагогічні та дидактичні основи впровадження ІКТ, обґрунтовано їхній вплив на мотивацію, пізнавальну активність і формування математичних компетентностей учнів. Особливу увагу приділено методичним підходам використання інтелектуальних цифрових інструментів для персоналізації навчання, організації дослідницької діяльності та створення інноваційних математичних задач.

Abstract

Vyshatytska A.A. Ways of Using Modern Information and Communication Technologies in Teaching Mathematics in General Secondary Education Institutions. – Manuscript.

Master's thesis in the specialty 014 Secondary education (by subject specialization). Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, 2025.

The master's thesis is devoted to the study of ways to use modern information and communication technologies, in particular artificial intelligence tools, in the process of teaching mathematics in general secondary education institutions. The paper analyzes the theoretical, psychological-pedagogical, and didactic foundations of ICT implementation and substantiates their impact on students' motivation, cognitive activity, and the formation of mathematical competencies. Special attention is paid to methodological approaches to the use of intelligent digital tools for personalizing learning, organizing research-based activities, and designing innovative mathematical tasks.

Зміст

Вступ	5
РОЗДІЛ I. Теоретичні засади використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики	7
1.1. Поняття та класифікація інформаційно-комунікаційних технологій в освіті.....	7
1.2. Психолого-педагогічні основи застосування ІКТ у навчальному процесі	11
1.3. Дидактичні принципи та педагогічні умови використання ІКТ у навчанні математики.....	15
РОЗДІЛ II. Методичні аспекти використання ікт під час навчання математики	18
2.1. Використання цифрових освітніх ресурсів на уроках математики.....	18
2.2. Дидактичні можливості електронних навчальних видань у шкільному курсі математики	20
2.3. Аналіз сучасних цифрових інструментів та інформаційних систем для навчання математики	28
2.4. Методичні підходи до використання штучного інтелекту в навчанні математики в закладах загальної середньої освіти	35
Висновки.....	46
Список використаних джерел	47

Вступ

Сучасний етап розвитку освіти характеризується активною цифровою трансформацією, зумовленою стрімким розвитком інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) та їх проникненням у всі сфери суспільного життя. Особливої актуальності ці процеси набувають у закладах загальної середньої освіти, де формуються базові предметні та ключові компетентності учнів, зокрема математична, інформаційно-цифрова та навчання впродовж життя. У цьому контексті навчання математики потребує оновлення методичних підходів, спрямованих на підвищення якості засвоєння знань, розвитку логічного мислення, дослідницьких умінь і мотивації учнів.

Математика як навчальна дисципліна характеризується високим рівнем абстракції, що часто ускладнює її сприйняття учнями та зумовлює зниження навчальної мотивації й підвищення тривожності. Саме тому використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій – динамічних математичних середовищ, інтерактивних платформ, хмарних сервісів, а також інструментів штучного інтелекту – відкриває нові можливості для візуалізації абстрактних понять, індивідуалізації навчання та переходу від репродуктивної до діяльнісно-дослідницької моделі навчального процесу.

Проблеми впровадження ІКТ у навчання математики розглядалися у працях вітчизняних і зарубіжних науковців, зокрема В. Ю. Бикова, М. І. Жалдака, Н. В. Морзе, О. М. Спіріна, Р. Майєра, Дж. Свеллера, А. Бандури та інших. У дослідженнях висвітлено дидактичний потенціал цифрових засобів, психолого-педагогічні аспекти їх використання, вплив на когнітивні процеси та навчальну мотивацію. Водночас швидкий розвиток технологій, зокрема генеративного штучного інтелекту, зумовлює потребу подальшого осмислення методичних підходів до їх доцільного та педагогічно обґрунтованого застосування в навчанні математики.

Актуальність дослідження зумовлена необхідністю систематизації сучасних підходів до використання ІКТ у навчанні математики, визначення дидактичних принципів і педагогічних умов їх ефективного впровадження, а також розроблення методичних рекомендацій щодо інтеграції інструментів

штучного інтелекту в освітній процес без зниження рівня самостійної пізнавальної діяльності учнів.

Мета магістерської роботи полягає в теоретичному обґрунтуванні та методичному аналізі шляхів використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема засобів штучного інтелекту, у процесі навчання математики в закладах загальної середньої освіти.

Для досягнення поставленої мети в роботі передбачено розв'язання таких **завдань**:

- проаналізувати сутність і класифікацію інформаційно-комунікаційних технологій у сучасній освіті;
- розкрити психолого-педагогічні основи застосування ІКТ у навчальному процесі з математики;
- визначити дидактичні принципи та педагогічні умови використання ІКТ у навчанні математики;
- запропонувати ефективні шляхи використання ІКТ в освітньому процесі з математики
- розробити методичні рекомендації використання засобів штучного інтелекту в навчанні математики.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики в закладах загальної середньої освіти.

Предметом дослідження є шляхи та методичні підходи використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій і засобів штучного інтелекту в процесі навчання математики.

Теоретичне значення роботи полягає в узагальненні психолого-педагогічних і дидактичних засад застосування ІКТ у навчанні математики. Практичне значення дослідження полягає в можливості використання його результатів у професійній діяльності вчителів математики, під час розроблення навчально-методичних матеріалів та впровадження цифрових освітніх технологій у шкільну практику.

Результати дослідження доповідались на XII-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів та викладачів ФФМЕІТ та засіданні кафедри математики та економіки ДДПУ ім.Івана Франка.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Поняття та класифікація інформаційно-комунікаційних технологій в освіті

У сучасних науково-педагогічних дослідженнях сутність поняття інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) розглядається як складне й багатогранне явище, що інтегрує в собі технічні засоби, програмне забезпечення, цифрові ресурси та сукупність методичних підходів до організації, опрацювання й подання інформації в освітньому процесі [1]. Такий інтегративний характер ІКТ зумовлює їх важливе місце в системі сучасної освіти та визначає провідну роль у процесах її цифровізації й модернізації. Застосування ІКТ сприяє підвищенню ефективності навчання, оновленню змісту та форм організації освітнього процесу, а також створює умови для активізації пізнавальної діяльності учнів [3]. Особливо значущим є використання інформаційно-комунікаційних технологій під час вивчення математики в закладах загальної середньої освіти, де поєднання абстрактного змісту навчального матеріалу з наочними та інтерактивними цифровими засобами дозволяє досягти глибшого розуміння математичних понять і закономірностей [4].

У широкому дидактичному контексті будь-яку педагогічну технологію можна вважати інформаційною, оскільки навчання як цілеспрямований процес неможливе без обміну, передавання, сприйняття та засвоєння інформації між учасниками освітнього процесу [5]. Водночас у сучасному науковому трактуванні інформаційно-комунікаційні технології мають більш вузьке й конкретизоване значення. ІКТ розглядаються як педагогічна технологія, що базується на використанні спеціальних програмних, технічних і мережевих

засобів для збирання, оброблення, зберігання, передавання та представлення навчальної інформації відповідно до поставлених освітніх цілей [1, 19].

Основним технічним засобом реалізації інформаційно-комунікаційних технологій є комп'ютер, який у сучасних умовах функціонує не ізольовано, а в тісному поєднанні з мережевими технологіями, мультимедійними пристроями, мобільними засобами та цифровими освітніми ресурсами [2, 20]. Саме таке поєднання забезпечує можливість використання різноманітних форм подання навчального матеріалу — текстових, графічних, аудіо- та відеоформатів, а також інтерактивних моделей і симуляцій. При цьому сутність ІКТ не зводиться лише до технічного оснащення освітнього середовища або механічного застосування цифрових інструментів. Вона полягає насамперед у цілеспрямованому процесі підготовки, структурування, подання й передачі навчальної інформації суб'єктам навчання з урахуванням психолого-педагогічних закономірностей, дидактичних принципів та індивідуальних особливостей учнів [3, 21].

Таким чином, інформаційно-комунікаційні технології в освіті доцільно розглядати не лише як сукупність технічних і програмних засобів, а як цілісну педагогічну систему, орієнтовану на підвищення якості навчання, оптимізацію освітнього процесу та створення умов для розвитку пізнавальної самостійності й навчальної мотивації учнів [4, 19].

У межах сучасної освітньої парадигми інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) поступово перестають виконувати роль допоміжного або другорядного інструменту й набувають статусу стратегічного ресурсу оновлення та розвитку навчального процесу [1, 4]. Їх інтеграція в освітнє середовище зумовлена процесами цифровізації суспільства, зміною освітніх цілей та орієнтацією на формування ключових і предметних компетентностей учнів. Використання ІКТ дозволяє суттєво трансформувати традиційні підходи до організації навчання, забезпечуючи перехід від інформаційно-репродуктивної моделі до компетентнісно орієнтованої [5].

Застосування інформаційно-комунікаційних технологій сприяє виникненню нових форм педагогічної взаємодії між учителем і учнем, які ґрунтуються на співпраці, партнерстві та активному діалозі [3]. Учитель у таких умовах дедалі частіше виконує роль організатора, консультанта та фасилітатора навчальної діяльності, тоді як учень залучається до самостійного пошуку, аналізу та інтерпретації навчальної інформації. Завдяки інтерактивним можливостям цифрових засобів зростає рівень зворотного зв'язку, що позитивно впливає на усвідомленість навчальних дій і результативність засвоєння знань [2].

ІКТ також істотно впливають на активізацію пізнавальної діяльності учнів, оскільки поєднання візуальних, аудіальних та інтерактивних компонентів навчального матеріалу стимулює інтерес до навчання й підвищує внутрішню мотивацію [21]. Це створює умови для переходу від традиційної репродуктивної моделі навчання, зорієнтованої на відтворення готових знань, до діяльній та дослідницької моделей, у межах яких учні залучаються до розв'язування проблемних завдань, виконання навчальних проєктів та елементів наукового дослідження [19].

У такій освітній моделі учень виступає не пасивним споживачем інформації, а активним суб'єктом освітнього процесу, здатним самостійно ставити навчальні цілі, планувати власну діяльність, оцінювати результати та здійснювати рефлексію [5, 20]. Таким чином, використання інформаційно-комунікаційних технологій сприяє формуванню навчальної автономії, розвитку критичного мислення та готовності учнів до безперервного навчання впродовж життя.

Функціональні можливості інформаційно-комунікаційних технологій в освіті реалізуються через низку взаємопов'язаних напрямів, які суттєво впливають на зміст, форми та методи організації навчального процесу. Одним із ключових напрямів використання ІКТ є візуалізація та динамічне моделювання навчального матеріалу, що має особливе значення для природничо-математичних дисциплін, зокрема математики. Як зазначають

М. Жалдак та В. Биков, застосування комп'ютерно орієнтованих середовищ навчання дозволяє подолати труднощі, пов'язані зі сприйняттям абстрактних понять, і сприяє формуванню цілісного уявлення про математичні об'єкти та їхні властивості [1, 2].

Використання програм динамічної математики, таких як GeoGebra та Desmos, створює можливості для перетворення формалізованих математичних конструкцій на наочні інтерактивні моделі, з якими учні можуть експериментувати в режимі реального часу. За спостереженнями Н. Морзе та О. Спіріна, маніпулювання параметрами функцій, геометричних фігур або графіків сприяє розвитку дослідницького мислення, формуванню навичок аналізу й узагальнення, а також підвищує рівень усвідомленого засвоєння навчального матеріалу [3, 4]. Така форма роботи переводить учнів від пасивного сприйняття інформації до активної пізнавальної діяльності, орієнтованої на відкриття закономірностей і встановлення причинно-наслідкових зв'язків.

Іншим важливим напрямом реалізації функціональних можливостей ІКТ є персоналізація навчання, яка передбачає врахування індивідуальних освітніх потреб, рівня підготовки та темпу навчальної діяльності кожного учня. Як підкреслює О. Пометун, використання цифрових освітніх ресурсів і навчальних платформ дає змогу будувати індивідуальні освітні траєкторії, адаптуючи зміст і складність завдань відповідно до навчальних можливостей учнів. ІКТ дозволяють реалізувати диференційований підхід у навчанні, забезпечуючи варіативність завдань, гнучкість організації навчального процесу та можливість самоконтролю результатів навчальної діяльності.

Таким чином, поєднання можливостей візуалізації, динамічного моделювання та персоналізації навчання засобами інформаційно-комунікаційних технологій створює сприятливі умови для підвищення якості математичної освіти, розвитку пізнавальної самостійності учнів і формування стійкого інтересу до вивчення математики, що узгоджується з сучасними підходами до цифровізації освіти [1, 2, 4]

Таким чином, інформаційно-комунікаційні технології в освіті доцільно розглядати як цілісну систему, що поєднує технічні засоби, програмні інструменти та методичні рішення. Їх дидактичні переваги полягають у підвищенні наочності навчального матеріалу, інтенсифікації навчального процесу, розвитку критичного, логічного та креативного мислення учнів. Використання ІКТ можна образно порівняти з переходом від статичної паперової карти до сучасного GPS-навігатора, який не лише показує шлях, а й адаптується до індивідуального темпу та потреб користувача, забезпечуючи оптимальний маршрут навчання.

1.2. Психолого-педагогічні основи застосування ІКТ у навчальному процесі

У контексті психолого-педагогічних основ застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі важливим є врахування специфіки сприйняття математичного навчального матеріалу, що істотно відрізняється від сприйняття гуманітарних дисциплін. Математика оперує абстрактними об'єктами – числами, змінними, функціями, геометричними фігурами та відношеннями, які не мають безпосереднього чуттєвого аналога. Саме тому використання ІКТ виступає потужним засобом опосередкованої конкретизації абстракцій, переводячи їх у форму доступних для сприйняття динамічних образів [1, 2].

Застосування цифрових технологій у навчанні алгебри, геометрії та початків математичного аналізу сприяє переходу від репродуктивного засвоєння знань до дослідницько-діяльної моделі навчання, у якій учень активно взаємодіє з математичними об'єктами, перевіряє гіпотези та встановлює закономірності [4].

Однією з ключових психолого-педагогічних переваг використання ІКТ у навчанні математики є багатосенсорний характер сприйняття. Під час роботи з

програмами динамічної математики (GeoGebra, Desmos) одночасно активізуються зорові, слухові та кінестетичні канали, що підвищує міцність засвоєння матеріалу [10, 11].

У геометрії особливо важливу роль відіграє залучення моторної пам'яті: побудова точок, відрізків, кутів, переміщення вершин багатокутників або зміна параметрів фігур сприяють глибшому розумінню властивостей і взаємозв'язків між елементами. Така діяльність дозволяє учням не лише бачити результат, а й усвідомлювати процес формування геометричного об'єкта [2].

В алгебрі та при вивченні функцій візуалізація графіків, параметричних залежностей і таблиць значень сприяє формуванню стійких когнітивних образів, що значно полегшує перехід від формульного запису до змістового розуміння математичних моделей [3].

Психолого-педагогічні дослідження свідчать, що увага учнів під час уроків математики характеризується високим рівнем когнітивного навантаження та обмеженою тривалістю стійкої концентрації [16]. У цьому контексті інтерактивні цифрові ресурси дозволяють структурувати навчальний матеріал відповідно до природних циклів уваги, чергуючи пояснення, візуалізацію та практичну діяльність [10].

Використання коротких інтерактивних фрагментів — наприклад, демонстрації динамічної зміни графіка функції або миттєвої перевірки гіпотези — сприяє «перезапуску» уваги та підвищенню залученості учнів до навчальної діяльності. Водночас надмірне використання анімацій або швидка зміна візуальних елементів може призводити до когнітивного перевантаження, що вимагає від учителя ретельного педагогічного проектування цифрового контенту [7].

У традиційному навчанні математики переважає лінійний нарратив — послідовне пояснення означень, теорем і прикладів. Використання ІКТ трансформує цей підхід, зміщуючи акцент у бік інфографічного та інтерактивного подання інформації [13].

Динамічні моделі функцій, геометричних перетворень або статистичних даних дозволяють учням одночасно сприймати кілька аспектів математичного об'єкта, що сприяє розвитку системного та варіативного мислення. Особливо ефективним є такий підхід під час вивчення функціональних залежностей, де учень може простежити зв'язок між аналітичним записом функції та її графічною інтерпретацією в реальному часі [2, 10].

Математика традиційно вважається дисципліною з високим рівнем навчальної тривожності. Використання цифрових засобів, зокрема інтерактивних тренажерів і адаптивних навчальних середовищ, сприяє формуванню психологічно безпечного освітнього простору, у якому помилка сприймається як елемент навчального процесу, а не як причина негативної оцінки [6, 8].

Гейміфіковані елементи, поступове ускладнення завдань і миттєвий зворотний зв'язок сприяють підвищенню навчальної мотивації та зниженню емоційного напруження, особливо під час вивчення складних тем алгебри та аналізу функцій [9].

Поряд із дидактичними аспектами, методичні підходи застосування ІКТ у навчанні математики повинна врахувати вікові особливості учнів. Наприклад, для молодших школярів надмірна екранна діяльність може негативно впливати на формування просторових уявлень, що є критично важливими для геометрії [15]. Крім того, інтенсивна робота з цифровими середовищами без дотримання часових обмежень може призводити до перевантаження емоційної сфери дитини [9].

Використання цифрових інструментів в освіті має глибокий психолого-педагогічний вплив на учнів, оскільки увага сучасного учня не є лінійною і зберігається короткими проміжками (10–18 хвилин), інтерактивні ресурси допомагають «розігріти» увагу та залучити дітей до процесу набагато ефективніше, ніж традиційні підручники. Навіть ті учні, які неохоче йдуть на урок, миттєво включаються в роботу, оскільки цифрові засоби є для них природним середовищем існування.

Елементи змагання (наприклад, у Kahoot! або Quizizz) роблять процес засвоєння складних тем, як-от алгебра чи геометрія, менш виснажливим і захопливим. Навчання сприймається як гра або експеримент, що знижує рівень стресу та посилює відчуття успіху.

Завдяки ІКТ учні переходять від репродуктивного відтворення знань до дослідницького підходу. Використання динамічних моделей дозволяє учням самостійно перевіряти гіпотези, що розвиває критичне мислення та формує «цифрову автономію» – здатність самостійно керувати своїм навчанням.

Залучення візуальної, слухової та кінестетичної систем одночасно покращує розуміння абстрактних концепцій і дозволяє довести навички до автоматизму завдяки моторній пам'яті.

В умовах цифрової трансформації роль педагога зазнає концептуальних змін. Учитель перестає бути єдиним джерелом інформації. Тепер він виступає як наставник, навігатор та модератор, який не дає готових відповідей, а вказує напрямки дослідження та ставить проблемні запитання [2].

Основне завдання вчителя, у контексті використання ІКТ – не просто точково використовувати цифрові засоби, а цілеспрямовано проєктувати віртуальний освітній простір, який системно організовує навчання. Це включає добір якісного контенту, налаштування зворотного зв'язку та управління «вікнами уваги» учнів.

У цифровому середовищі вчитель часто працює в позиції «пліч-о-пліч» з учнем, разом аналізуючи результати комп'ютерного моделювання чи проєктної діяльності. Це потребує від педагога «зняття настанови на безпомилковість» та готовності до постійного професійного зростання.

Учитель математики має володіти методикою інтеграції таких складних систем, як GeoGebra чи Desmos, адаптуючи цифрові інструменти до вікових особливостей та індивідуальних освітніх траєкторій учнів.

1.3. Дидактичні принципи та педагогічні умови використання ІКТ у навчанні математики

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики має ґрунтуватися на системі дидактичних принципів і реалізовуватися за умови дотримання педагогічних вимог, які забезпечують ефективне засвоєння навчального матеріалу, розвиток пізнавальної активності учнів та збереження їх фізичного і психічного здоров'я [1, 4].

Сучасна цифрова дидактика математики виокремлює низку принципів, дотримання яких визначає педагогічну доцільність та ефективність використання ІКТ.

Принцип педагогічної доцільності передбачає застосування цифрових засобів лише у тих випадках, коли вони забезпечують вищу якість засвоєння знань порівняно з традиційними методами навчання. ІКТ не повинні підміняти собою зміст навчання або використовуватися формально, з міркувань технологічної моди. Учитель має чітко усвідомлювати дидактичну мету використання кожного цифрового інструменту та прогнозувати його вплив на результати навчальної діяльності учнів [2, 13].

Принцип адаптивності полягає у можливості пристосування цифрових освітніх ресурсів до індивідуальних особливостей учнів, їхнього рівня підготовки, темпу засвоєння матеріалу та навчальних потреб. Адаптивні електронні середовища дають змогу реалізувати індивідуалізований підхід до навчання, формувати персоналізовані освітні траєкторії та забезпечувати диференціацію навчальних завдань [1, 10].

Принцип інтерактивності відображає діалоговий характер взаємодії учня з цифровим навчальним середовищем. ІКТ забезпечують оперативний зворотний зв'язок, можливість експериментування з математичними об'єктами, перевірки гіпотез і корекції помилок у процесі діяльності. Це сприяє переходу учнів від пасивного сприйняття інформації до активної пізнавальної діяльності,

що узгоджується з психолого-педагогічними положеннями, розглянутими у параграфі 1.2 [10, 17]

Принцип наочності та мультимодальності реалізується через використання динамічних графіків, анімацій, 3D-моделей і віртуальних експериментів. Поєднання візуальних, слухових і кінестетичних каналів сприйняття створює умови для глибокого осмислення абстрактних математичних понять, формування стійких когнітивних образів і розвитку просторового мислення [11, 14].

Принцип системності та послідовності передбачає органічну інтеграцію ІКТ у структуру уроку математики на всіх його етапах: актуалізації опорних знань, пояснення нового матеріалу, закріплення, контролю та рефлексії. Цифрові засоби мають доповнювати традиційні методи навчання, а не фрагментарно замінювати окремі елементи освітнього процесу [1, 4].

Реалізація дидактичного потенціалу інформаційно-комунікаційних технологій можлива лише за умови створення відповідних педагогічних умов.

Важливою умовою є професійна готовність і цифрова компетентність учителя математики. Педагог повинен володіти методикою використання спеціалізованого програмного забезпечення (GeoGebra, Desmos), а також бути готовим до трансформації власної ролі — від транслятора готових знань до фасилітатора, консультанта та наставника в навчально-дослідницькій діяльності учнів [3, 4].

Не менш значущим є дотримання здоров'язбережувальних норм. Використання цифрових технологій має відповідати віковим особливостям учнів і санітарно-гігієнічним вимогам. Недотримання цих норм може призводити до перевантаження робочої пам'яті, зниження працездатності та погіршення самопочуття учнів [15].

Важливу роль відіграє цілеспрямоване проєктування віртуального освітнього простору. Ефективність навчання з використанням ІКТ значно знижується у разі механічного перенесення традиційних форм роботи в цифровий формат. Натомість необхідно створювати інтегроване освітнє

середовище з використанням хмарних сервісів, LMS-платформ і цифрових інструментів комунікації [1, 13].

Суттєвою педагогічною умовою є забезпечення психологічного комфорту та емоційної безпеки учнів. Цифрове навчальне середовище має сприяти формуванню позитивної навчальної мотивації, зниженню рівня тривожності та підтримці впевненості учнів у власних силах. Ефективними у цьому контексті є гейміфіковані елементи навчання та адаптивні тренажери [6, 8, 9].

Необхідною умовою є також доступність цифрових ресурсів і формування суб'єктної позиції учнів. Навчальний процес має стимулювати розвиток цифрової автономії — здатності учнів самостійно планувати навчальну діяльність, здійснювати пошук і критичний аналіз інформації та оцінювати

Отже, використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики є педагогічно ефективним лише за умови дотримання системи дидактичних принципів і створення відповідних педагогічних умов. Це забезпечує теоретично й методично обґрунтований перехід до розроблення практичної методики використання ІКТ, що стане предметом розгляду у наступному розділі магістерської роботи.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ІКТ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

2.1. Використання цифрових освітніх ресурсів на уроках математики

У сучасних умовах цифровізації освіти цифрові освітні ресурси стають одним із ключових інструментів підвищення якості математичної освіти в закладах загальної середньої освіти. Їх використання на уроках математики зумовлене потребою адаптації навчального процесу до особливостей сприйняття сучасних учнів, розвитку їхньої пізнавальної активності та формування здатності застосовувати математичні знання в реальних і навчально-дослідницьких ситуаціях [1, 4].

Цифрові освітні ресурси у навчанні математики охоплюють широкий спектр засобів: електронні підручники, інтерактивні навчальні платформи, віртуальні лабораторії, програмні середовища динамічної математики, відеоматеріали, онлайн-тренажери та системи автоматизованого оцінювання. Їх застосування дозволяє урізноманітнити форми подання навчального матеріалу, поєднувати теоретичні відомості з практичною діяльністю та забезпечувати безперервний зворотний зв'язок між учителем і учнем [2].

Особливе значення в навчанні алгебри та геометрії мають цифрові ресурси, що забезпечують динамічну візуалізацію математичних об'єктів і процесів. За допомогою програм GeoGebra, Desmos, Cabri учні отримують можливість досліджувати властивості функцій, змінювати параметри рівнянь, виконувати геометричні побудови та аналізувати результати в режимі реального часу. Такий підхід сприяє формуванню глибшого розуміння математичних закономірностей і переходу від формального засвоєння знань до усвідомленого оперування ними [2, 10].

Використання цифрових освітніх ресурсів також створює умови для персоналізації навчання математики. Адаптивні навчальні платформи та

онлайн-тренажери дозволяють добирати завдання різного рівня складності, враховувати індивідуальний темп роботи учнів і забезпечувати диференційований підхід до навчання. Це особливо важливо під час формування обчислювальних навичок, опанування алгебраїчних перетворень та розвитку вмінь розв'язувати задачі прикладного характеру.

Важливим аспектом використання цифрових ресурсів на уроках математики є організація самостійної та позаурочної діяльності учнів. Відеоуроки, інтерактивні конспекти, системи дистанційного навчання та хмарні сервіси дозволяють учням повторювати матеріал у зручний час, здійснювати самоконтроль і готуватися до контрольних робіт або зовнішнього оцінювання. Така організація навчання сприяє розвитку навчальної автономії, відповідальності та навичок саморегуляції.

Разом із тим ефективність використання цифрових освітніх ресурсів на уроках математики значною мірою залежить від методичної компетентності вчителя. Недостатньо лише залучити цифровий інструмент — необхідно педагогічно обґрунтовано інтегрувати його в структуру уроку, поєднуючи з традиційними методами навчання. Невиправдане перенасичення уроку цифровими ресурсами може призводити до зниження концентрації уваги та когнітивного перевантаження учнів, що підкреслює важливість дидактично виваженого підходу до їх використання [7].

Отже, використання цифрових освітніх ресурсів на уроках математики є ефективним засобом підвищення якості математичної освіти за умови їх цілеспрямованого, методично обґрунтованого та психолого-педагогічно доцільного впровадження. Вони розширюють дидактичний інструментарій учителя, сприяють розвитку пізнавальної активності учнів і створюють передумови для формування ключових та предметних математичних компетентностей.

2.2. Дидактичні можливості електронних навчальних видань у шкільному курсі математики

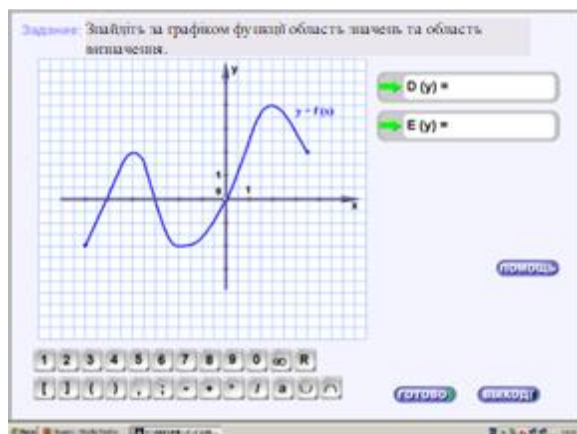
Зростання інтелектуального навантаження на учнів під час вивчення математики загостило проблему формування стійкої навчальної мотивації та підтримання пізнавальної активності школярів упродовж усього уроку. За цих умов особливої актуальності набуває пошук ефективних засобів зацікавлення учнів навчальним матеріалом і забезпечення належного рівня якості освітнього процесу. Одним із результативних шляхів розв'язання зазначеної проблеми є впровадження сучасних інформаційних технологій, зокрема використання електронних навчальних видань різного дидактичного спрямування.

На сьогодні функціонує широкий спектр програмних засобів і мережевих ресурсів, що застосовуються на етапах підготовки та проведення уроків математики, зокрема [13]:

- навчальні відеоуроки та окремі відеофрагменти;
- інтерактивні модулі та flash-анімації;
- електронні колекції мультимедійних презентацій;
- цифрові підручники та навчальні посібники;
- матеріали авторських курсів дистанційного навчання;
- тестові завдання та тренажери, у тому числі онлайн-формату тощо.

Математика належить до тих навчальних дисциплін, у межах яких використання інформаційних технологій створює сприятливі умови для активізації всіх видів навчальної діяльності: засвоєння нового навчального матеріалу, організації та перевірки домашніх завдань, виконання самостійних і контрольних робіт, реалізації позаурочної та творчої діяльності учнів.

Електронні навчальні ресурси з математики доцільно залучати як під час опрацювання окремих навчальних тем і змістових модулів, так і для реалізації конкретних дидактичних цілей на різних етапах уроку. Зокрема, перевірку домашніх завдань з теми «Тригонометрія» можна ефективно здійснювати з використанням програмного середовища Stratum2000 (рис. 2.1).



б)



в)

Рис. 2.1. Електронне навчальне видання Stratium2000.

Візуальні засоби проектування навчального середовища Stratium2000 забезпечують можливість конструювання навчальних систем із окремих об'єктів, пов'язаних між собою за допомогою інформаційних зв'язків. Для відображення таких зв'язків використовуються елементи статичної та динамічної графіки, що сприяє кращому сприйняттю навчального матеріалу. Логіка функціонування об'єктів описується за допомогою доступної математичної мови, зрозумілої як для вчителя, так і для учнів. Програмний засіб містить розширений набір математичних функцій, інструменти для розв'язування лінійних і нелінійних систем рівнянь, а також підтримує ієрархічну організацію навчальних об'єктів із можливістю їх збереження у спеціалізованих бібліотеках. Це надає користувачам змогу обирати оптимальний спосіб формалізованого подання навчального матеріалу залежно від поставлених освітніх завдань.

У процесі навчання математики електронні навчальні видання можуть застосовуватися в різноманітних організаційних формах та на різних етапах освітнього процесу [13]. Їх використання сприяє урізноманітненню методів і прийомів навчання, підвищенню рівня наочності та забезпеченню активної взаємодії між учителем і учнями. Зокрема, електронні ресурси ефективно реалізуються у таких формах:

- створення та використання мультимедійних сценаріїв навчальних занять (електронних презентацій, інтерактивних уроків);

- застосування навчальних і демонстраційних програмних засобів;
- організація навчальної діяльності з використанням інтерактивної дошки;
- реалізація проєктної діяльності учнів;
- проведення навчально-дослідницької роботи;
- забезпечення позанавчальної та індивідуальної освітньої діяльності школярів.

Навчальні мультимедійні презентації з математики можуть бути створені не лише у традиційному середовищі PowerPoint, але й за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення SMART Notebook, яке орієнтоване на інтеграцію з інтерактивними дошками та сенсорними екранами (рис. 2.2).

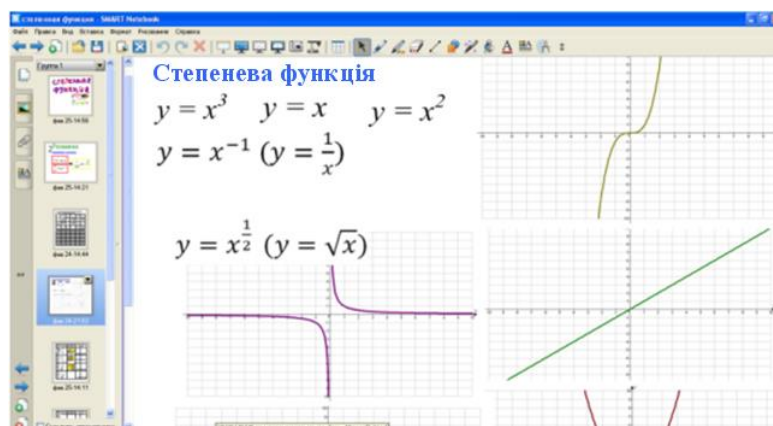


Рис. 2.2. Електронне навчальне видання SMART Notebook, що містить мультимедійну презентацію з теми «Степеневі функції»

Кожен файл програми SMART Notebook (*.notebook) складається з послідовності сторінок, кожна з яких має власний набір об'єктів, параметрів і налаштувань. Користувачі (вчителі та учні) мають можливість розмішувати на сторінках рукописні нотатки, геометричні фігури, прямі та криві лінії, текстові блоки, графічні зображення, таблиці, а також мультимедійні об'єкти, сумісні з Adobe Flash Player. Усі елементи є інтерактивними та можуть редагуватися, трансформуватися і змінювати свої властивості в режимі реального часу.

Програмне середовище SMART Notebook надає широкі можливості для розроблення як нових інтерактивних, анімованих уроків, так і для інтеграції вже наявних навчальних матеріалів, створених у поширених офісних програмах

(Word, Excel, PowerPoint). Крім того, воно дозволяє включати до структури уроку різноманітні цифрові освітні ресурси з відкритих інформаційних джерел, зокрема з мережі Інтернет, анімаційні флеш-матеріали та відеофайли [3]. Така інтеграція сприяє комплексному поданню навчального матеріалу та формуванню цілісного уявлення про математичні поняття і закономірності.

Важливе місце у навчанні математики посідає організація роботи учнів з інтерактивною дошкою, яка створює умови для активного коментування навчального матеріалу, виділення ключових положень теми, уточнення складних моментів та доповнення пояснень за допомогою електронних маркерів, схем і динамічних зображень (рис. 2.3).

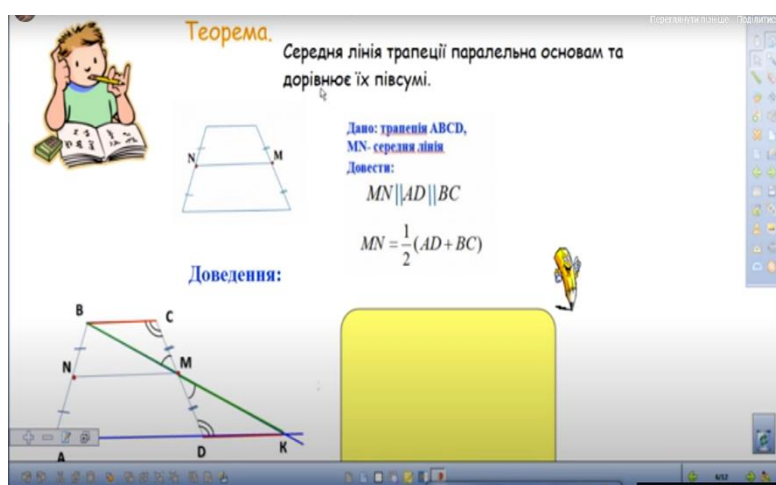


Рис. 2.3. Демонстрація фрагмента уроку з використанням інтерактивної дошки на тему «Середня лінія трапеції»

Залежно від функціонального призначення електронні засоби навчання, що використовуються у процесі викладання математики, можна класифікувати за такими основними видами [13]:

– інформаційно-ілюстративні та інформаційно-довідкові програмні засоби, які виконують роль цифрових наочних посібників, забезпечують доступ до структурованої навчальної інформації та сприяють формуванню в учнів умінь аналізу, узагальнення й систематизації математичних відомостей;

– розвивальні програмні засоби та тренажери, спрямовані на розвиток пізнавальних процесів учнів, зокрема пам'яті, уваги, логічного та просторового

мислення; вони доцільні для повторення, закріплення й автоматизації раніше засвоєного матеріалу;

– навчальні програми, які визначають логіку, послідовність і темп опанування навчального матеріалу, пропонують систему вправ і завдань, здійснюють перевірку правильності відповідей та надають учням пояснення щодо допущених помилок;

– контролювальні програмні засоби, що забезпечують об'єктивний контроль і оцінювання рівня засвоєння навчального матеріалу, організовують індивідуальне або групове опитування та дозволяють відстежувати навчальні досягнення кожного учня.

Таким чином, використання електронних навчальних видань у процесі навчання математики створює передумови для підвищення якості освітнього процесу, активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів та реалізації сучасних дидактичних підходів у шкільній математичній освіті.

У межах одного уроку математики можливе використання кількох програмних засобів, що доповнюють один одного відповідно до їхнього функціонального призначення. Так, під час вивчення тем «Функції», «Логарифмічна функція», «Тригонометрична функція» доцільним є застосування електронного навчального ресурсу «Універсальний навчальний графопобудувач» (рис. 2.4).

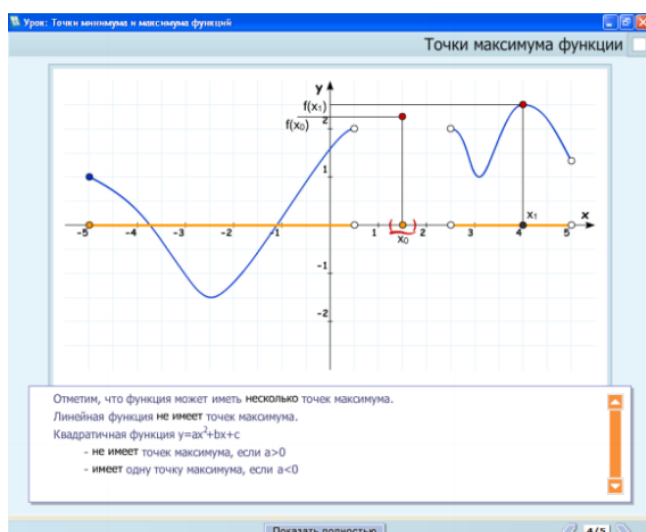


Рис. 2.4. Вікно програмного засобу «Універсальний навчальний графопобудувач», що демонструє знаходження точок мінімуму й максимуму функції

Даний програмний засіб можна використовувати на різних етапах навчальної діяльності учнів, зокрема для підготовки до уроку, фронтального пояснення нового матеріалу, організації індивідуальної пізнавальної діяльності школярів, закріплення і повторення вивченого матеріалу, проведення педагогічного контролю з можливістю відстеження результатів кожного учня.

З допомогою електронного навчального видання «Універсальний навчальний графопобудовувач» учень має змогу будувати графіки всіх базових функцій, передбачених в шкільному курсі математики; розв'язувати графічним способом рівняння, нерівності, системи рівнянь і нерівностей; перетворювати графіки функцій (стискати, розтягувати, змішувати та ін.).

Застосування електронних навчальних видань у процесі навчання математики створює передумови для істотної оптимізації навчального часу, насамперед за рахунок підвищення рівня наочності навчального матеріалу, автоматизації виконання обчислювальних операцій та організації оперативної перевірки знань учнів в інтерактивному режимі. Використання цифрових засобів дозволяє зменшити частку рутинної діяльності та зосередити увагу школярів на аналізі, узагальненні й осмисленні математичних понять і закономірностей. З цією метою на уроках математики доцільно застосовувати навчально-методичний комплекс «Жива математика» (рис. 2.5).

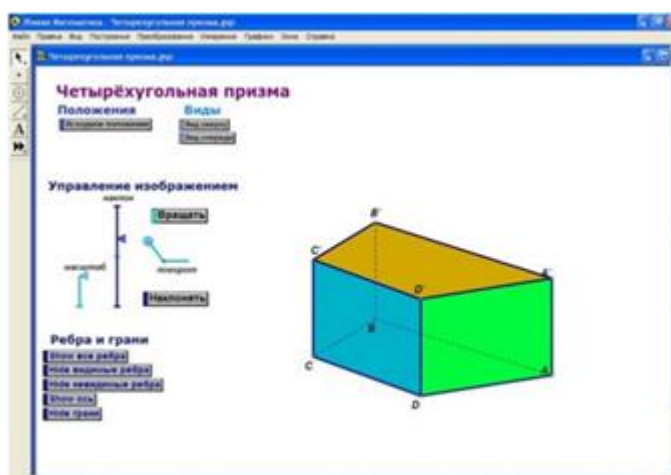


Рис. 2.5. Рабочая область программного засобу «Жива математика»

Електронне навчальне видання «Жива математика» належить до класу програм динамічної геометрії та часто розглядається як віртуальна математична

лабораторія. Її функціональні можливості забезпечують як формулювання гіпотез і теорем з подальшим їх доведенням, так і експериментальне підтвердження вже відомих тверджень, що сприяє більш глибокому та усвідомленому засвоєнню навчального матеріалу. Робота з програмою дає змогу учням виявляти закономірності у спостережуваних геометричних об'єктах і процесах, формує навички дослідницької діяльності та розвиває просторове мислення.

За допомогою програмного засобу «Жива математика» можна створювати інтерактивні математичні моделі, які забезпечують наочне уявлення про форму, розміри та взаємне розташування геометричних фігур і тіл, а також дозволяють спостерігати динамічні ілюстрації складних систем. Програма надає можливість виконувати креслення, «оживляти» їх шляхом зміни параметрів, здійснювати вимірювання геометричних величин, що робить процес навчання більш науково обґрунтованим і наближеним до реального математичного експерименту [9].

Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів з математики можуть ефективно здійснюватися за допомогою спеціалізованих контролюючих програмних засобів, зокрема КТС Net, VeralTest, TestMan та інших. Їх використання дозволяє оперативно отримувати результати тестування, забезпечує об'єктивність оцінювання та зменшує навантаження на вчителя.

Контролююча система КТС Net [27] є програмним засобом для організації тестування як у локальній комп'ютерній мережі, так і через мережу Internet. Вона надає можливість розробляти педагогічні тести різного рівня складності та спрямування, адаптовані до конкретних дидактичних цілей. Суттєвою перевагою КТС Net є можливість конструювання тестових завдань з довільною кількістю запитань і варіантів відповідей, форматування тексту (зміна кольору, стилю та розміру шрифту), а також інтеграції таблиць, математичних формул, графічних об'єктів, відео- та аудіофайлів.

Програмний засіб VeralTest [30] належить до контролюючих систем і може бути використаний для автоматизованої перевірки знань учнів з

математики у фронтальному режимі. Він дозволяє інсталювати сервер тестування на будь-який комп'ютер у мережі та забезпечувати доступ учнів до тестових завдань через веб-браузер, у тому числі з використанням Internet. Тести створюються за допомогою вбудованого візуального редактора, інструментарій якого є інтуїтивно зрозумілим і дозволяє розробляти завдання різного рівня складності. На рис. 2.6 подано приклад тестового завдання з тригонометрії, створеного у середовищі VeralTest.

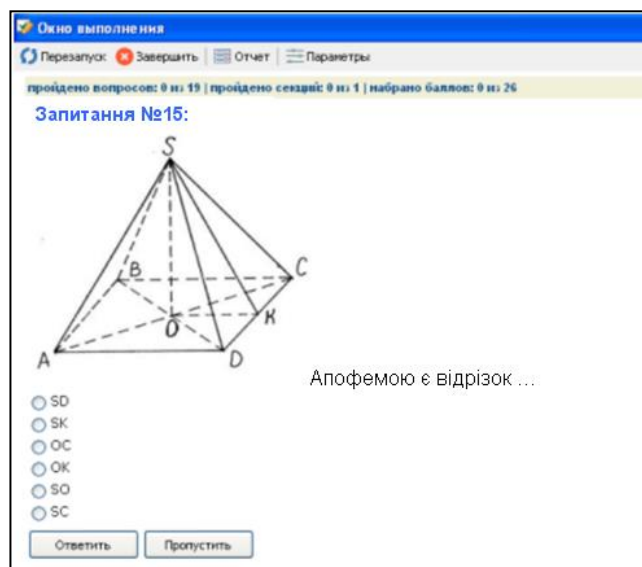


Рис. 2.6. Робоча область програми VeralTest із тестовим завданням з тригонометрії

Програмний продукт TestMan [29] призначений для створення педагогічних тестів і організації тестування як в індивідуальному, так і у фронтальному режимах. Його перевагою є простота використання та зручність редагування тестових завдань з використанням можливостей текстових файлів формату RTF. До складу тестів можна включати графічні зображення, математичні формули, спеціальні символи та інші елементи, що є важливим для адекватної перевірки математичних знань.

2.3. Аналіз сучасних цифрових інструментів та інформаційних систем для навчання математики

Цифровізація освітнього простору зумовлює суттєві якісні зміни у процесі навчання математики, радикально переосмислюючи традиційні підходи до організації освітньої діяльності. Використання сучасних цифрових технологій відкриває широкі можливості для створення інтерактивних, адаптивних і персоналізованих освітніх середовищ, орієнтованих на індивідуальні потреби, навчальні можливості та темп засвоєння матеріалу кожного учня. У таких умовах математичне навчання набуває більшої гнучкості, наочності та практичної спрямованості.

Сучасні цифрові інструменти, електронні платформи й інформаційно-освітні системи забезпечують учням постійний доступ до різноманітних навчальних ресурсів – від електронних підручників і відеоматеріалів до інтерактивних симуляторів і програм динамічної математики. Це створює умови для формування математичної компетентності не лише шляхом репродуктивного відтворення знань, а й через дослідницьку діяльність, математичне моделювання, візуалізацію абстрактних понять і закономірностей, а також використання автоматизованого зворотного зв'язку та елементів гейміфікації, що підвищують мотивацію до навчання (Григорова, Григоров, 2023).

Використання цифрових технологій істотно підвищує результативність самостійної навчальної діяльності учнів з математики. Завдяки можливості оперативної перевірки результатів, поетапного контролю успішності та отримання індивідуалізованих рекомендацій школярі можуть більш усвідомлено планувати власну навчальну діяльність, аналізувати допущені помилки й коригувати стратегії розв'язування математичних задач. У такому контексті роль учителя трансформується від основного джерела інформації до консультанта, тьютора й наставника, який супроводжує освітній процес, сприяє

формуванню індивідуальних освітніх траєкторій і підтримує розвиток пізнавальної самостійності учнів.

У зв'язку з цим особливої актуальності набуває аналіз і систематизація сучасних цифрових інструментів, що використовуються для організації самостійного вивчення математики. Доцільним є розгляд їх дидактичного потенціалу, функціональних можливостей і методичних особливостей застосування в умовах шкільної математичної освіти, що й зумовлює подальший напрям дослідження.

1. Платформи управління навчанням (LMS) та специфіка їх використання в навчанні математики

Системи управління навчанням (Learning Management Systems, LMS) посідають провідне місце в цифровій освітній інфраструктурі закладів загальної середньої освіти, оскільки забезпечують організацію, подання, супровід і моніторинг освітнього процесу в умовах очного, дистанційного та змішаного навчання. Вони виступають універсальним середовищем для зберігання навчального контенту, комунікації між учасниками освітнього процесу та контролю результатів навчальної діяльності учнів.

До найпоширеніших LMS-платформ, що активно використовуються в шкільній практиці, належать Moodle, Google Classroom, Canvas та інші. Їх функціональні можливості охоплюють структурування навчального матеріалу за темами і модулями, розміщення мультимедійних ресурсів, організацію базового тестування, збір статистичних і аналітичних даних щодо успішності учнів, а також реалізацію різних форм педагогічної взаємодії через форуми, чати й коментарі (Васильченко, Шацька, 2022).

Водночас, попри універсальність і зручність використання, LMS-платформи мають низку обмежень у контексті навчання математики, що зумовлено специфікою цього навчального предмета, орієнтованого на поетапне розв'язування задач, обґрунтування міркувань і оперування формальними математичними записами. Аналіз функціональних можливостей LMS у зіставленні з потребами математичної освіти подано в таблиці 1.1.

LMS-функціонал	Переваги	Обмеження в контексті навчання математики
Тестування	Забезпечує автоматизовану перевірку результатів і швидкий зворотний зв'язок.	Обмежені можливості оцінювання розгорнутих відповідей, поетапних математичних доведень, міркувань і графічних побудов.
Навчальний контент	Дає змогу швидко завантажувати та систематизувати текстові, графічні й мультимедійні матеріали.	Потребує інтеграції спеціалізованих математичних інструментів для динамічної візуалізації, оскільки LMS не є математично орієнтованими середовищами.
Адаптивність	Реалізує елементарну логіку навчальних сценаріїв (перехід між модулями після виконання завдань).	Низький рівень персоналізації: відсутність інтелектуальних механізмів формування індивідуальних освітніх траєкторій з урахуванням когнітивних особливостей учнів.

Таким чином, LMS-платформи доцільно розглядати як базовий організаційний інструмент управління навчальним процесом з математики, що потребує доповнення спеціалізованими цифровими засобами — середовищами динамічної математики, онлайн-тренажерами, інтелектуальними системами підтримки навчання. Лише комплексне використання LMS у поєднанні з такими інструментами дозволяє забезпечити повноцінну реалізацію діяльнісного, дослідницького та персоналізованого підходів у математичній освіті.

2. Інтерактивні інструменти для візуалізації та математичного моделювання

Спеціалізовані цифрові інструменти, орієнтовані на візуалізацію та моделювання математичних понять, відіграють ключову роль у формуванні глибокого розуміння абстрактних математичних залежностей і закономірностей. Їх використання дає змогу перейти від статичного подання навчального матеріалу до динамічного дослідження математичних об'єктів, що істотно підвищує рівень осмислення знань і сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів. Завдяки наочному поданню складних алгебраїчних, геометричних і функціональних залежностей такі інструменти полегшують

процес засвоєння матеріалу та забезпечують тісний зв'язок між теорією і практикою.

Серед найбільш поширених і методично значущих інтерактивних інструментів, що використовуються в навчанні математики, доцільно виокремити такі:

GeoGebra — універсальне середовище динамічної математики, яке поєднує інструменти алгебри, геометрії, тригонометрії, статистики та математичного аналізу. GeoGebra надає можливість створювати інтерактивні математичні моделі, будувати графіки функцій, виконувати геометричні побудови, досліджувати параметричні залежності й здійснювати моделювання процесів у режимі реального часу. Використання цього середовища сприяє формуванню в учнів дослідницьких умінь, розвитку логічного мислення та усвідомленому оперуванню математичними поняттями.

Desmos — онлайн-платформа для побудови графіків і моделювання функціональних залежностей, що вирізняється простим і інтуїтивно зрозумілим інтерфейсом. Desmos широко застосовується у шкільному курсі математики під час вивчення тем, пов'язаних із функціями, нерівностями, системами рівнянь, параметричними кривими та елементами статистики. Інтерактивні можливості середовища дозволяють оперативно змінювати параметри математичних моделей і безпосередньо спостерігати вплив цих змін на графічне представлення, що підсилює наочність і сприяє кращому розумінню матеріалу.

WolframAlpha — інтелектуальна обчислювальна платформа, призначена для автоматизованого розв'язування широкого спектра математичних задач: від елементарних арифметичних обчислень і алгебраїчних перетворень до диференціальних рівнянь, математичного аналізу та статистики. Особливою перевагою цього ресурсу є надання покрокових розв'язань, графічних ілюстрацій та результатів символічних обчислень, що робить WolframAlpha ефективним засобом підтримки самостійного навчання, повторення матеріалу й перевірки правильності міркувань.

Для прикладу, розглянемо структуру уроку для 9 класу акцентом на використання GeoGebra.

Тема уроку: Квадратична функція $y=ax^2+bx+c$. (Алгебра, 9 клас)

Тип уроку: урок вивчення нового матеріалу з елементами дослідницької діяльності.

Форма роботи: фронтальна робота з елементами проблемного навчання, візуалізований дослід.

Засоби навчання: комп'ютер, мультимедійний проєктор або інтерактивна дошка, програмний засіб GeoGebra.

Мета уроку

Навчальна: сформувати в учнів уявлення про вплив коефіцієнтів a, b, c на форму та положення графіка квадратичної функції; продемонструвати зв'язок між аналітичним записом функції та її графіком.

Розвивальна: розвивати логічне та просторове мислення, уміння аналізувати, порівнювати й узагальнювати; формувати навички дослідницької діяльності та роботи з динамічними математичними моделями.

Виховна: виховувати пізнавальний інтерес до вивчення математики; формувати інформаційно-цифрову компетентність та культуру роботи з цифровими освітніми ресурсами.

Етапи уроку:

1. *Організаційний етап. (1-2 хв).*

Привітання, перевірка готовності учнів до уроку. Коротке налаштування на дослідницький формат роботи:

«Сьогодні ми не просто будемо слухати пояснення, а досліджувати, як змінюється графік функції залежно від її параметрів».

2. *Актуалізація опорних знань (5 хв)*

Фронтальне опитування:

- Яка функція називається квадратичною?
- Який вигляд має її загальна формула?
- Який графік має квадратична функція?

- Що таке вершина параболи?

Учитель фіксує ключові поняття на дошці.

3. Вивчення нового матеріалу

(Етап пояснення з використанням GeoGebra – ключовий етап уроку)
(15–18 хв)

На цьому етапі використовується інтерактивна дошка із завантаженим графічним середовищем GeoGebra.

3.1. Побудова базового графіка

Учитель демонструє в GeoGebra графік функції $y=x^2-2x+1$

Запитання до учнів:

- Яку форму має графік?
- У якому напрямі спрямовані вітки параболи?
- Де приблизно розташована вершина?

Учні роблять висновок, що графік квадратичної функції є параболою.

3.2. Дослідження впливу параметра a :

Учитель змінює на екрані значення параметра a за допомогою повзунка.

Організація спостереження:

- при $a>0$ – вітки параболи напрямлені вгору;
- при $a<0$ – вітки напрямлені вниз;
- зі збільшенням $|a|$ парабола стає вужчою;
- зі зменшенням $|a|$ – ширшою.

Проблемне запитання:

«Чи змінюється положення вершини при зміні лише параметра a ?»

Формулюються висновки разом з учнями.

3.3. Аналіз впливу параметра b :

Учитель демонструє на екрані зміну коефіцієнта b .

Учні спостерігають, що:

- вершина параболи переміщується вздовж осі Ox ;
- форма графіка не змінюється, але змінюється його розташування.

Евристичне запитання:

«Чому при зміні параметра b парабола ніби «ковзає» вліво або вправо?»

3.4. Дослідження ролі параметра c :

На екрані вчитель змінює значення параметр c .

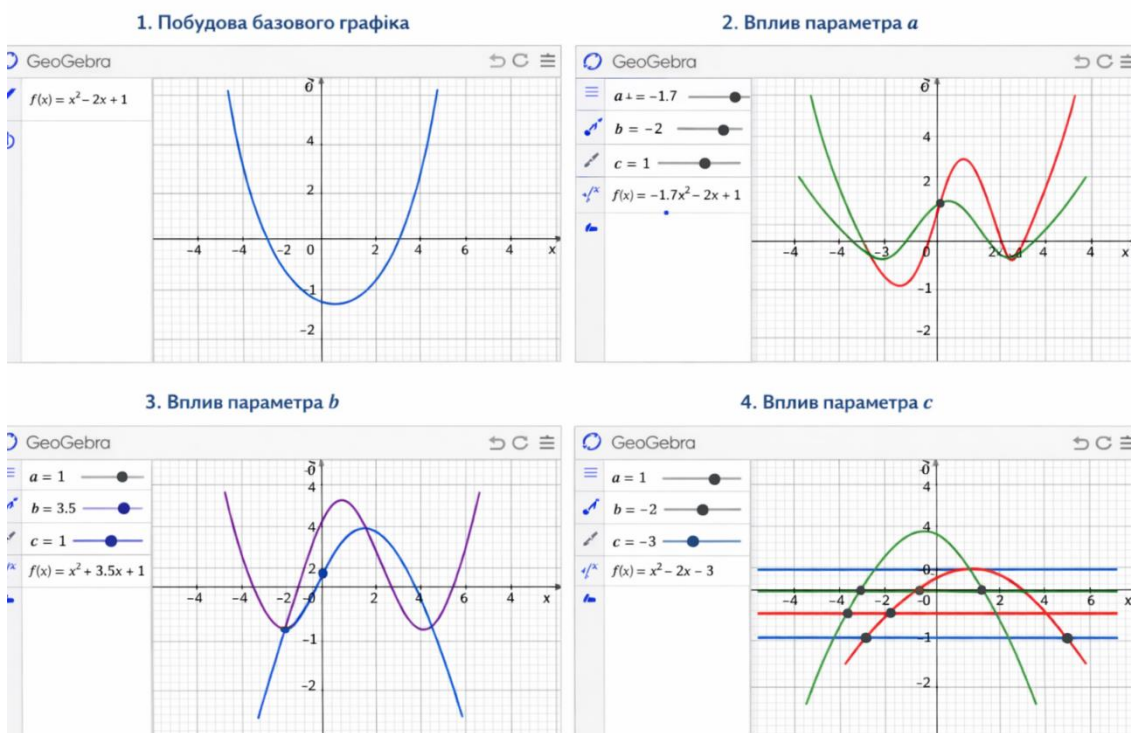
Учні встановлюють, що:

- графік параболи переміщується вгору або вниз;
- точка перетину з віссю Oy має координати $(0;c)$.

Проміжний узагальнюючий висновок (записується в зошити):

- a відповідає за напрям і «крутість» параболи;
- b впливає на положення вершини по осі Ox ;
- c визначає вертикальне зміщення графіка.

У ході роботи на екрані отримуємо зображення:



4. Закріплення вивченого матеріалу (8–10 хв)

Завдання усно або в парах:

1. Передбачити, як зміниться графік, якщо:
 - $a = -2, b = 0, c = 3$;
 - $a = 1, b = -4, c = 0$.

Перевірити свої припущення за допомогою GeoGebra.

5. Рефлексія (3 хв)

Метод «Закінчи речення»:

- Сьогодні на уроці я зрозумів(ла), що...
- Найцікавішим для мене було...
- Тепер я можу передбачити...

6. Домашнє завдання (2 хв)

Обов'язкове: побудувати графіки заданих квадратичних функцій і описати вплив параметрів.

Творче (за бажанням): створити власну модель квадратичної функції в GeoGebra з повзунками та коротким поясненням.

Таке використання GeoGebra на уроці в 9 класі забезпечує перехід від формального засвоєння формул до глибокого розуміння функціональних залежностей. Динамічна візуалізація сприяє формуванню дослідницького стилю мислення, активізує пізнавальну діяльність учнів і створює умови для реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики.

2.4. Методичні підходи до використання штучного інтелекту в навчанні математики в закладах загальної середньої освіти

Стрімкий розвиток технологій штучного інтелекту зумовлює трансформацію традиційних методик навчання математики та формує нові дидактичні підходи до організації освітнього процесу. На відміну від класичних інформаційно-комунікаційних технологій, інструменти на основі ШІ не лише передають інформацію, а й аналізують навчальні дії учнів, адаптують зміст і темп навчання, прогнозують труднощі та забезпечують індивідуалізований зворотний зв'язок [1].

Методично обґрунтоване використання ШІ у навчанні математики передбачає інтеграцію інтелектуальних цифрових інструментів у структуру

уроку відповідно до його дидактичних цілей, вікових особливостей учнів та рівня сформованості математичних компетентностей.

Одним із провідних методичних підходів є персоналізація навчання. Інтелектуальні навчальні системи здатні аналізувати типові помилки учнів, рівень засвоєння матеріалу та стиль мислення, пропонуючи індивідуальні маршрути навчання. Такий підхід особливо ефективний під час вивчення алгебраїчних тем, рівнянь, нерівностей і функцій, де необхідне поступове нарощування складності завдань.

Застосування адаптивних платформ дозволяє:

- регулювати темп навчання без зниження загального рівня класу;
- надавати диференційовані завдання;
- забезпечувати оперативний і коректний зворотний зв'язок.

Це відповідає концепції індивідуальної освітньої траєкторії та принципам компетентнісного навчання [1, 4].

У методичному аспекті ШІ може виконувати функції цифрового репетитора або асистента вчителя. Інструменти на основі великих мовних моделей (наприклад, ChatGPT, та подібні системи) здатні пояснювати алгоритми розв'язування задач, коментувати типові помилки, пропонувати альтернативні способи міркування та формулювати підказки різного рівня складності.

Використання GPT як репетитора з математики може стати ефективним способом підвищити рівень знань учнів. Наприклад:

- *Індивідуальні заняття в режимі реального часу.* Учень може взаємодіяти з GPT, ставлячи питання з приводу конкретних тем чи задач. Асистент надає поетапні пояснення, допомагаючи зрозуміти, як вирішувати різні типи математичних завдань.

- *Автоматизовані тести та вправи.* GPT може генерувати персоналізовані вправи і тести на основі рівня знань учня. Це допомагає учневі регулярно тренуватися та закріплювати вивчене, отримуючи автоматичний зворотний зв'язок з поясненнями.

- *Підтримка під час домашніх завдань.* GPT може допомагати учням у виконанні домашніх завдань, не просто надаючи відповіді, а пояснюючи процес розв'язання і надаючи додаткові ресурси для самостійного навчання.

- *Інтерактивні математичні ігри та головоломки.* GPT здатен створювати математичні ігри та головоломки, які можуть стимулювати учня до активного вивчення предмета. Це робить навчання більш захопливим і мотивує учня до самостійної роботи.

- *Підготовка до контрольних робіт.* GPT можна використовувати для підготовки до ЗНО чи інших екзаменів, генеруючи типові задачі та пропонуючи симуляції іспитів. Учень зможе самостійно перевірити свої знання та потренуватися перед важливими тестами.

- *Адаптивне навчання.* GPT може адаптувати складність завдань та пояснень відповідно до рівня учня. Це дозволяє створювати індивідуальний підхід, враховуючи прогрес і слабкі місця кожного учня, що робить навчання більш ефективним.

- *Групові онлайн-заняття.* GPT може стати координатором групових занять, де кілька учнів одночасно розв'язують задачі або проходять інтерактивні тренінги. Це особливо корисно для розвитку навичок командної роботи і співпраці.

Важливою методичною умовою є використання таких інструментів не як «генераторів готових відповідей», а як засобів підтримки пізнавальної діяльності учнів. Учитель має навчати школярів ставити коректні запитання, аналізувати отримані відповіді та критично оцінювати результати, що сприяє розвитку математичного мислення й цифрової грамотності [7].

Розглянемо приклади такого використання:

- I. Розв'язування задач у режимі реального часу. Учитель може використовувати GPT для демонстрації розв'язання складних математичних задач під час уроку. Це може бути зручно для перевірки обчислень або пояснення різних способів розв'язання.

Наприклад. Припустимо, що вчитель хоче пояснити, як розв'язати нерівність: $(x-2)(x+3)(x-5)>0$

Учитель вводить в GPT запит: «Продемонструй, як розв'язати нерівність $(x-2)(x+3)(x-5)>0$ методом інтервалів, із поясненням кожного кроку.»

GPT надає розв'язання з поясненням, яке вчитель може показати учням на екрані або через проектор. Ось як виглядає покроковий розв'язок:

Крок 1: Знайти нулі нерівності, які є критичними точками. Нулі – це значення x , при яких права частина нерівності дорівнює нулю:

$$x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \qquad x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \qquad x-5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

Крок 2: Розташувати знайдені точки на числовій прямій і розбити її на інтервали. У цьому випадку числова пряма ділиться на такі інтервали:

$$(-\infty, -3), (-3, 2), (2, 5), (5, \infty).$$

Крок 3: Вибрати тестові точки в кожному з інтервалів і визначити знак нерівності на кожному з них.

- Для $(-\infty, -3)$: Вибираємо точку $x=-4$:

$$(-4-2)(-4+3)(-4-5) = (-)(-)(-) = -$$

- Для $(-3, 2)$: Вибираємо точку $x=0$:

$$(0-2)(0+3)(0-5) = (-)(+)(-) = +$$

- Для $(2, 5)$: Вибираємо точку $x=3$:

$$(3-2)(3+3)(3-5) = (+)(+)(-) = -$$

- Для $(5, \infty)$: Вибираємо точку $x=6$:

$$(6-2)(6+3)(6-5) = (+)(+)(+) = +$$

Крок 4: Визначити знаки на інтервалах і записати розв'язок для нерівності $(x-2)(x+3)(x-5)>0$. Оскільки нас цікавить, коли нерівність більше нуля, розв'язком є інтервали, де результат додатний: $x \in (-3, 2) \cup (5, \infty)$

2. Генерація інтерактивних вправ і тестів. GPT може швидко створювати завдання різного рівня складності на певну тему. Учитель має можливість використовувати його для генерування додаткових вправ або тестів, які учні можуть виконувати на самостійних роботах.

Інтерактивні математичні ігри – чудовий спосіб залучити учнів до вивчення властивостей чотирикутників. Вони допомагають учням краще засвоїти матеріал через практику, інтерактивність і співпрацю. Ось кілька ідей таких ігор:

"Чотирикутниковий пазл"

- **Опис:** Учні мають зібрати чотирикутник, вибираючи з різних варіантів його сторін, кутів і діагоналей. Пазл складається лише тоді, коли всі елементи відповідають певному типу чотирикутника (наприклад, квадрату, прямокутнику, ромбу тощо).

- **Мета:** Вчить учнів розрізняти різні види чотирикутників і розуміти їх властивості, такі як рівність сторін, кути та перетин діагоналей.

"Вгадай чотирикутник"

- **Опис:** Учитель або програма показує учням набір властивостей (наприклад, "всі сторони рівні" або "діагоналі перетинаються під прямим кутом"). Учні повинні обрати правильний тип чотирикутника (квадрат, ромб, паралелограм, трапеція тощо) за цими характеристиками.

- **Мета:** Розвиває вміння розпізнавати та класифікувати чотирикутники на основі їх властивостей.

"Полювання на чотирикутники"

- **Опис:** На інтерактивному полі (може бути у вигляді карти або лабіринту) учні шукають різні чотирикутники, натискаючи на них. Після натискання на фігуру, програма запитує про її властивості. Якщо учень відповідає правильно, він отримує бали або відкриває наступний рівень.

- **Мета:** Учні тренують свої навички ідентифікації чотирикутників та запам'ятовування їх властивостей у форматі гри.

"Чотирикутниковий конструктор"

- **Опис:** Учнім надається набір інструментів (наприклад, лінійка, кутомір), щоб створити чотирикутник із заданими властивостями (рівні сторони, певні кути або діагоналі). Вони мають конструювати фігуру і потім перевіряти, чи відповідає вона заданим умовам.

- Мета: Формує навички побудови фігур за властивостями, розвиває уяву та просторове мислення.

"Властивості у дії"

- Опис: Учні працюють у парах або групах. Один з учнів описує властивості чотирикутника (наприклад, "всі сторони рівні і кути прямі"), а інші повинні за допомогою програми створити цей чотирикутник. Після цього перевіряється, чи правильно побудована фігура.

- Мета: Розвиває навички комунікації, розуміння властивостей та вміння застосовувати теоретичні знання на практиці.

«Вікторина про чотирикутники»

- Опис: Учням пропонується серія питань про властивості чотирикутників з варіантами відповідей. Наприклад: «У якого чотирикутника діагоналі рівні та перетинаються під прямим кутом?». Учні повинні вибрати правильну відповідь протягом обмеженого часу, щоб набрати максимальну кількість балів.

- Мета: Закріплення знань про чотирикутники та розвиток навичок швидкого прийняття рішень.

3. Пояснення складних тем простою мовою. Вчитель може звертатися до GPT для отримання пояснень складних математичних понять або формул у простішій і зрозумілішій формі. Це допомагає адаптувати уроки під рівень розуміння учнів.

Приклад звернення до GPT для пояснення

1. Учитель формулює запит: «Поясни поняття парної та непарної функції простими словами з прикладами.»

2. GPT надає пояснення з прикладами, яке вчитель може використати під час уроку. Ось приклад того, що GPT може відповісти:

Пояснення парності та непарності функції:

Парна функція — це функція, графік якої симетричний відносно осі y . Це означає, що якщо ми відобразимо графік функції ліворуч або праворуч від осі Oy , він залишиться незмінним.

Умовою парності є: $f(x) = f(-x)$ для будь-якого x з області визначення функції.

Приклад парної функції: $f(x) = x^2$. Якщо підставити $x=2$, отримаємо $f(2) = 4$, а для $x = -2$ теж $f(-2) = 4$. Отже, $f(x) = x^2$ є парною функцією.

Непарна функція — це функція, графік якої симетричний відносно початку координат, точки $(0; 0)$. Іншими словами, якщо ми змінимо знак аргументу x , значення функції також зміниться на протилежне.

Умовою непарності є: $f(-x) = -f(x)$ для будь-якого x з області визначення функції.

Приклад непарної функції: $f(x) = x^3$. Для $x=2$ отримаємо $f(2) = 8$, а для $x = -2$ отримаємо $f(-2) = -8$. Це означає, що $f(x) = x^3$ є непарною функцією.

Важливі моменти:

Деякі функції не є ні парними, ні непарними. Наприклад, функція $f(x) = x + 1$ не задовольняє жодній із умов.

Графічний підхід: якщо потрібно визначити парність або непарність функції, можна побудувати її графік і подивитися, чи є симетрія щодо осі Oy або початку координат.

Також ІІІ створює сприятливі умови для реалізації дослідницького підходу в навчанні математики. Учні можуть формулювати гіпотези, змінювати параметри моделей, аналізувати результати та перевіряти припущення в режимі реального часу.

Такий підхід дозволяє перейти від репродуктивного засвоєння знань до конструктивного навчання, у якому учень виступає активним суб'єктом пізнання.

Разом із високим дидактичним потенціалом використання ІІІ потребує чітких методичних обмежень. Надмірна автоматизація розв'язування задач може призводити до зниження рівня самостійного мислення та формального засвоєння математичних дій. Тому ключовою методичною умовою є збереження балансу між використанням інтелектуальних інструментів і

традиційними формами математичної діяльності – письмовими доведеннями, усними міркуваннями та колективним обговоренням [7].

Штучний інтелект (ШІ) трансформує традиційні підходи до розв’язання задач, особливо в контексті інновацій. Поєднання теорії розв’язання інноваційних задач і штучного інтелекту відкриває нові можливості для підвищення ефективності та креативності в процесі розроблення інноваційних рішень.

Інноваційна задача на уроці математики розглядається як навчальне завдання проблемного або дослідницького характеру, що виходить за межі стандартних алгоритмічних вправ і потребує від учнів застосування математичних знань у нових, часто наближених до реального життя ситуаціях. Такі задачі можуть реалізовуватися у формі проєктів, квестів, ігрових або міждисциплінарних завдань, а також із використанням сучасних цифрових технологій і програмних засобів, зокрема GeoGebra, Desmos, WolframAlpha, електронних таблиць, систем комп’ютерної алгебри та інструментів штучного інтелекту.

Інноваційна задача на уроці математики – це завдання, яке виходить за рамки стандартних вправ і вимагає від учнів застосування математичних методів для вирішення проблемних ситуацій, використовує інтерактивні методи (ігри, проєкти, квести) та сучасні технології (планшети, онлайн-платформи). Така задача підвищує інтерес учнів до предмету, стимулює їхнє активне залучення до навчання та сприяє розвитку критичного мислення.

Використання інноваційних задач сприяє підвищенню мотивації до навчання математики, активізації пізнавального інтересу, розвитку критичного та логічного мислення, вміння аналізувати дані, будувати математичні моделі та аргументовано обґрунтовувати власні рішення. У поєднанні з цифровими інструментами такі задачі створюють умови для реалізації особистісно орієнтованого та компетентнісного підходів, а також для організації ефективної самостійної та групової роботи учнів.

Для ефективної інтеграції інноваційних задач у навчальний процес математики педагог має дотримуватися низки принципів проектування:

- *Науковість та доступність*: зміст має бути коректним і відповідати рівню підготовки учнів.
- *Мотиваційність та диференціація*: задача повинна викликати інтерес і передбачати можливість адаптації до різного рівня знань.

Алгоритм дидактичного проектування включає п'ять послідовних кроків:

1. *Визначення мети* – чітке розуміння, які навички або типи мислення має розвинути учень.
2. *Аналіз змісту* – вибір відповідних математичних формул та пошук зв'язків із реальним життям.
3. *Формулювання умови* – створення логічної та зрозумілої структури проблеми.
4. *Розробка методики* – передбачення алгоритмів розв'язання або альтернативних підходів.
5. *Критерії оцінювання* – розробка показників, що враховують не лише результат, а й креативність та логіку.

Ефективність навчання залежить від різноманітності типів задач. На сучасному уроці математики доцільно поєднувати *закриті* (з єдиним рішенням) та *відкриті* задачі (з кількома варіантами результатів), а також *міждисциплінарні* та *практично орієнтовані* завдання.

Приклади задач:

1. *Міждисциплінарна задача: "Моделювання екологічної проблеми"*

Ситуація: У місцевому озері спостерігається зростання рівня забруднення.

Завдання учням: спрогнозувати, як зміниться концентрація забруднювачів у воді протягом 10 років.

Дані:

- Початковий рівень забруднення.

- Темпи приросту забруднювачів (лише 5% фільтрується щороку).
- Параметри, що враховують вплив промисловості та населення.

Інструменти: Використання Excel для моделювання або GeoGebra для побудови графіків.

2. Ігрова задача: "Оптимальний шлях"

Ситуація: Учень отримує карту вигаданого міста, де йому потрібно знайти найкоротший маршрут для доставки продуктів, враховуючи вартість бензину та кількість часу.

Задача: Побудувати оптимальний маршрут на основі даних про відстань між точками та затори на дорогах.

Гейміфікація:

- Бали за швидкість розв'язання.
- Бонуси за оптимальні рішення.

Інструменти: Використання алгоритму Дейкстри або інших методів пошуку шляхів у реальному часі.

3. Задача з відкритими відповідями: "Планування бюджету"

Ситуація: Сім'я планує ремонт. Учням дають обмежений бюджет і список можливих витрат (матеріали, робота, доставка).

Задача: Розробити оптимальний план витрат, який відповідає бюджету, та обґрунтувати вибір.

Можливі рішення: Є кілька правильних відповідей залежно від пріоритетів (якість матеріалів, швидкість ремонту тощо).

4. Проблемно-орієнтована задача: "Виробництво продукції"

Ситуація: Завод виробляє три види продукції. Відомо, що виробництво кожного продукту вимагає різних ресурсів і часу.

Задача: Максимізувати прибуток, враховуючи обмеження ресурсів.

Інструменти: Метод лінійного програмування (напр., Simplex-метод).

5. Математика й мистецтво: "Фрактали у дизайні"

Ситуація: Створення дизайну для логотипу компанії за допомогою фракталів.

Задача: Використовуючи математичні властивості фракталів (наприклад, множина Мандельброта), створити зображення логотипа.

Інструменти: Програми для візуалізації (GeoGebra, Python).

б. Завдання з реальними даними: "Вплив реклами на продажі"

Ситуація: Надано дані про продажі та рекламні витрати компанії.

Задача: Побудувати модель залежності продажів від рекламних витрат, використовуючи метод найменших квадратів.

Додаткове завдання: Прогнозувати, як зміняться продажі за певного збільшення рекламного бюджету.

Впровадження інноваційних задач потребує чіткої структуризації уроку:

1. *Підготовчий етап* – визначення цілей, адаптація матеріалу та підготовка цифрових ресурсів.
2. *Організаційний етап* – створення мотивації через реальні сценарії (наприклад, оптимізація бюджету чи побудова маршруту).
3. *Робочий етап* – використання групової співпраці та інтерактивних інструментів для аналізу даних і генерації рішень.
4. *Етап рефлексії та оцінювання* – презентація ідей, обговорення різних підходів та оцінка оригінальності розв'язання.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі досліджено теоретико-методичні засади та практичні шляхи використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання математики в закладах загальної середньої освіти. Проведений аналіз дозволяє сформулювати такі узагальнені висновки.

1. ІКТ забезпечують візуалізацію абстрактних математичних понять, інтерактивну взаємодію з навчальним матеріалом, індивідуалізацію та диференціацію навчання, що особливо важливо для засвоєння алгебраїчних, геометричних і функціональних залежностей.

2. Значним дидактичним потенціалом для формування математичних понять володіють динамічні математичні середовища (GeoGebra, Desmos), хмарні сервіси, системи управління навчанням (LMS), а також цифрові платформи для оцінювання та зворотного зв'язку.

3. Цифрові технології сприяють формуванню стійких когнітивних образів, розвитку дослідницького стилю мислення, зниженню навчальної тривожності та підвищенню мотивації учнів до вивчення математики. Водночас встановлено, що ефективність використання ІКТ залежить від дотримання принципів когнітивної доцільності, вікової відповідності та здоров'язбереження.

4. Основними дидактичними принципами ефективного впровадження ІКТ у навчанні математики є: принципи педагогічної доцільності, адаптивності, інтерактивності, мультимодальності та системності. Порушення цих принципів може призводити до когнітивного перевантаження учнів і зниження навчальної результативності.

5. Використання штучного інтелекту в навчанні математики та інструментів на основі ШІ (зокрема GPT-моделі) мають значний потенціал як цифрові навчальні асистенти, репетитори та координатора навчального процесу. Вони забезпечують адаптивне навчання, поетапні пояснення,

автоматизований зворотний зв'язок, підтримку під час виконання домашніх завдань і підготовки до контрольних та іспитів.

6. Використання ІІІ є педагогічно доцільним лише за умови його інтеграції як допоміжного інструменту, а не заміни самостійної навчальної діяльності учнів. Особливого значення набуває формування в учнів критичного ставлення до результатів, згенерованих ІІІ, вміння аналізувати, перевіряти та обґрунтовувати математичні розв'язання.

7. Системне, використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій і штучного інтелекту є ефективним шляхом модернізації навчання математики, підвищення якості знань учнів та формування їхньої готовності до навчання й професійної діяльності в умовах цифрового суспільства.

Список використаних джерел

1. Биков В. Ю. Цифрова трансформація освіти і науки: теоретико-методологічні засади. Київ : ІТЗН НАПН України, 2019. 312 с.
2. Жалдак М. І. Комп'ютерно орієнтовані системи навчання математики : монографія. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2017. 256 с.
3. Спірін О. М. Теоретико-методичні засади використання ІКТ у підготовці вчителя математики. Житомир : ЖДУ, 2016. 280 с.
4. Морзе Н. В. Інформаційно-комунікаційні технології в освіті: методологія, теорія, практика. Київ : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2018. 300 с.
5. Пометун О. І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. Київ: А.С.К., 2016.
6. Bandura A. Self-Efficacy: The Exercise of Control. New York : W. H. Freeman, 1997. 604 p.
7. Carr N. The Shallows: What the Internet Is Doing to Our Brains. New York : W. W. Norton, 2010. 276 p.
8. Deci E. L., Ryan R. M. Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior. – New York : Plenum Press, 1985. 371 p.
9. Deterding S. Gamification in Education and Learning. – New York : ACM Press, 2012. 45 p.
10. Mayer R. E. Multimedia Learning. 2nd ed. Cambridge : Cambridge University Press, 2009. 304 p.
11. Moreno R., Mayer R. Interactive Multimodal Learning Environments. – Educational Psychology Review, 2007. Vol. 19. P. 309–326.
12. Hegedus S., Kaput J. An Introduction to the Profound Potential of Connected Algebra Activities // International Journal of Computers for Mathematical Learning. 2004. Vol. 9, № 2. P. 125–151.
13. Knaflic N. Storytelling with Data: A Data Visualization Guide for Business Professionals. – Hoboken : Wiley, 2015. 288 p.

- 14.Laborde C. The Hidden Role of Diagrams in Students' Construction of Meaning in Geometry // Mathematical Thinking and Learning. 2005. Vol. 7, № 2. P. 159–179.
- 15.Piaget J. The Psychology of the Child. New York : Basic Books, 1969. 160 p.
- 16.Sweller J. Cognitive Load Theory. New York : Springer, 2011. 254 p.
- 17.Knaflic N. N. Storytelling with Data. Hoboken : Wiley, 2015. 280 p.
- 18.Tall D. Thinking through Three Worlds of Mathematics // Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, 2004. Vol. 4. P. 281–288.
- 19.UNESCO. ICT in Education: A Critical Literature Review and Its Implications. – Paris: UNESCO, 2019.
- 20.European Commission. Digital Education Action Plan 2021–2027. Brussels, 2020.
- 21.OECD. Students, Computers and Learning: Making the Connection. Paris: OECD Publishing, 2015.

Авторська публікація:

22. Війчук Т., Вишатицька А., Гірняк Д.-Ю. Переваги та недоліки цифровізації освітнього процесу. Актуальні проблеми сучасної науки: матеріали XII-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів та викладачів факультету фізики, математики, економіки та інноваційних технологій. Дрогобич, 2025. С. 292-293.