

Ольга Овчар, вчитель математики  
вищої категорії СЗШ №67  
м. Львів

## ЗАСТОСУВАННЯ ПРОПОРЦІЙ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

*Стаття написана з досвіду роботи. У ній дані рекомендації щодо вивчення теми "Пропорції" в школі. Особливу увагу звернено на прикладну спрямованість теми, яка розкривається перед учнями, звертаючись до задач із навколишнього життя. Потрапляючи в різні життєві ситуації, учні привчаються логічно мислити, глибше вивчати теоретичний матеріал з математики.*

**Постановка проблеми.** Проблема формування прикладної спрямованості матеріалу є на сьогодні одним з головних завдань освіти. Тому цілком зрозуміло, що вивчення даної теми має на меті навчити учнів розв'язувати вправи і задачі.

Часто трапляється, що кожна окремо дібрана учителем задача або вправа багата за математичним змістом та викликає в учнів великий інтерес. Проте у своїй сукупності добірка не є системою задач, об'єднаних одним методом, прийомом розв'язання, не дає учням достатньої кількості вмінь і навичок.

Задачі за змістом і характером треба добирати так, щоб у процесі їх розв'язання учні дізналися про новий метод, прийом, які можуть бути застосовані до кожної із задач даної сукупності. Такий підхід надзвичайно сприяє активізації роботи на уроці.

У даній статті пропонуються задачі, об'єднані в певні групи за способами їх розв'язування, окремі з яких не ввійшли до змісту програмного навчання і можуть бути використані для індивідуальної роботи зі здібними учнями як на уроці, так і в позаурочний час.

**Мета статті.** Показати, як практично використовувати дану тему при розв'язанні задач практичного характеру з хімії, фізики, географії, трудового навчання, економіки.

**Виклад основного матеріалу.** З задачами, розв'язування яких зводиться до складання пропорцій, ми зустрічаємося дуже часто. Дана тема є основною для розв'язування задач практичного характеру, зокрема з фізики, хімії, географії, трудового навчання. Широту прикладної ролі математики слід розкривати перед учнями, розв'язуючи задачі з навколишнього життя.

Основне завдання вчителя – навчити учнів володіти уміньми, необхідними для їх

розв'язання, вміти знаходити зв'язки між різними величинами, домагатися єдиного запису умови і розв'язку задачі на уроках з різних предметів.

**Задача 1.** 15 м тканини коштує 120 грн. Обчислити вартість 8 м цієї тканини.

Маємо

Кількість (м)	8	15
Вартість (грн.)	x	120

Складаємо пропорцію:

$$120:15=x:8, \text{ звідки } x = \frac{120 \cdot 8}{15} = 64. \text{ Відповідь.}$$

64 грн.

Про такі величини говорять також, що вони зв'язані між собою прямо пропорційною залежністю. Наведемо приклади.

**1. Час роботи** (день, два дні і т.д.) і **заробіток**, одержаний за цей час роботи.

**2. Об'єм** якого-небудь предмета, зробленого з однорідного матеріалу, і **вага** цього предмета.

**3. Час і відстань**, якщо тіло рухається рівномірно.

**Задача 2.** П'ять мулярів можуть укласти цегляні стіни будинку за 168 днів. Визначити, за скільки днів могли б виконати таку саму роботу 10 мулярів

Маємо співвідношення

Число робітників	5	10
Робочий час (дн.)	168	x

Дані величини підпорядковуються такому закону: значення числа робітників збільшується у стільки разів ускільки разів зменшується значення витраченого робочого часу (при однаковій продуктивності праці). Складаємо пропорцію:

$$10:5=168:x, x = \frac{5 \cdot 168}{10} = 84. \text{ Відповідь. } 84 \text{ дні.}$$

## ЗАСТОСУВАННЯ ПРОПОРЦІЙ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Задачі на пропорційні величини можна розв'язувати іншими способами, що сприяє розвитку логічного мислення учнів, вибору простіших способів розв'язування.

**Задача 3.** Болванка об'ємом  $8 \text{ см}^3$  важить  $62,4 \text{ г}$ . Скільки важитиме болванка об'ємом  $64 \text{ см}^3$ ? [1].

1. Спосіб зведення до одиниці.

Вага заліза пропорційна його об'єму. Якщо  $8 \text{ см}^3$  важать  $62,4 \text{ г}$ ,  $1 \text{ см}^3$  важитиме у 8 разів менше, тобто

$$62,4:8=7,8(\text{г}).$$

Болванка об'ємом  $64 \text{ см}^3$  важитиме в 64 рази більше, ніж болванка в  $1 \text{ см}^3$ , тобто

$$7,8 \cdot 64=499,2(\text{г}).$$

Смисл цієї назви виправдовується тим, що для розв'язання задачі нам довелося у першому запитанні знайти вагу одиниці об'єму.

**2. Спосіб пропорції.** Розв'яжемо цю саму задачу.

Оскільки вага заліза і його об'єм – величини прямо пропорційні, то відношення двох значень однієї величини (об'єму) дорівнює відношенню двох відповідних значень другої величини (ваги), тобто

$$\frac{64}{8} = \frac{P}{62,4} \quad (P - \text{невідомо вага болванки}).$$

Звідси:

$$P = \frac{64 \cdot 62,4}{8} = 499,2(\text{г}).$$

Відповідь.  $499,2 \text{ г}$ .

**Задача 4.** 5 токарів можуть виконати деяку роботу за 16 днів. За скільки днів можуть виконати цю роботу 8 токарів? [1].

1. Спосіб зведення до одиниці. Між числом токарів і робочим часом існує обернено пропорційна залежність. Якщо 5 токарів виконують роботу за 16 днів, то 1 токар її виконує за

$$16 \cdot 5 = 80 \text{ (днів)}.$$

8 токарів справляться з роботою у 8 разів швидше, ніж 1 токар, тобто за

$$80:8=10 \text{ (днів)}.$$

Це і є розв'язання задачі способом зведення до одиниці. Тут довелося насамперед визначити час виконання роботи одним робітником.

**2. Спосіб пропорції.** Розв'яжемо ту саму задачу.

Через те, що між числом робітників і робочим часом існує обернено пропорційна залежність, то можна написати:

$$\frac{\text{тривалість роботи 5 токарів}}{\text{тривалість роботи 8 токарів}} =$$

нове число токарів(8)

попереднє число токарів(5)

Позначимо шукану тривалість роботи буквою  $x$  і підставимо в пропорцію, виражену словами, необхідні числа:

$$\frac{16}{x} = \frac{8}{5}. \text{ Звідси, } x=10 \text{ (днів)}. \text{ Відповідь. } 10 \text{ днів}.$$

**Задача 5.** Робітник за 2 години заробив 40 гривень. Скільки заробить грошей за 6 годин?

**Задача 6.** Для приготування повидла із смородини треба взяти 6 кг цукру на кожні 3 кг свіжої смородини. Скільки цукру потрібно, щоби зварити повидло із 10 кг свіжої смородини?

**Задача 7.** Фермерське господарство зобов'язалося продати державі 4600 т винограду, а продало 5000 т. Визначити процент виконання плану.

**Задача 8.** Загальна площа залізних листів становить 20 кв.м, а їх маса 20 кг. При виготовленні із них виробів одержано відходів загальною масою 3 кг. Скільки квадратних метрів цих листів пішло на відходи?

Застосування пропорції спрощує хід розв'язування багатьох задач. Так, учні при розв'язуванні задач на знаходження дробу від числа або числа за його дробом часто роблять помилки при виборі дії. Якщо навчити їх при розв'язуванні таких задач застосовувати пропорцію, то подібні помилки вже не появляються.

Наприклад:

**Задача 9.** Покупець в магазині витратив 600 грн. із своєї зарплати, що становить  $\frac{2}{7}$  його місячного заробітку. Скільки грошей він одержав за місяць? [4]

Маємо співвідношення:

Число частин	Кількість грошей (в грн)
2	600
7	x

$$2:600=7:x, \text{ звідки } x = \frac{600 \cdot 7}{2} \text{ і } x=2100.$$

Відповідь. 2100 грн.

Таким чином, можна навести багато прикладів задач, при розв'язанні яких використовуються пропорції. Це задачі на суміші, сплави, розчини, спільну роботу, витрати зарплати і інші. Головне не тільки в умінні розв'язувати задачі за готовим текстом, але й в умінні відповідати на практичні

## ЗАСТОСУВАННЯ ПРОПОРЦІЙ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

питання у вигляді задач, у яких є не всі дані. Такі задачі розвивають в учнів логічне мислення, привчають їх користуватися додатковими матеріалами, глибше вивчати теоретичний матеріал, вміння його практично застосовувати. При розв'язуванні задач на пропорцію бажано розглянути і такі задачі, для розв'язування яких потрібно знайти додаткові дані.

**Задача 10.** Чи долетить літак, швидкість якого 800 км/год, зі Львова до Києва за 45 хв?

Думаючи над питанням, учні виявляють, що в умові не дано відстані від Львова до Києва. Але це число (600 км – повітряна траса) можна знайти в довіднику або користуючись економічною картою.

Складаємо таблицю:

Вид товару	Ціна 1кг (грн.)	Ціна 1кг суміші (грн.)	Прибуток, збиток	Кількість товару (кг)
Кава	56	52	-4	$x_1$
Цикорій	20		+32	$x_2$

Час польоту (в хв.)	Відстань (в км)
1	800
x	600

Одержуємо:  $1:800=x:600$ ,  $x=45$ хв.

Відповідь. 45 хвилин

**Задача 11.** Три робітники виконують роботу за 6 год. За скільки годин виконують цю ж роботу два робітники?

Розв'яжемо цю задачу двома способами.

**I спосіб.** Якщо три робітники виконують роботу за 6 год., то за

1 год. вони виконують  $\frac{1}{6}$  частину роботи.

Отже, один робітник виконає за 1 год.  $\frac{1}{6} : 3 = \frac{1}{18}$

(частину роботи). Тоді два робітники виконують

за 1 год.  $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$  (частину роботи) і, отже, всю

роботу вони виконують за 9 год.

**II спосіб.** Число робітників і час для виконання цієї роботи обернено пропорційні величини. Отже, якщо кількість робітників зменшиться в 1,5 рази, то час виконання роботи збільшиться у стільки ж разів. Отже, дістанемо  $6 \cdot 1,5 = 9$  (год)

Кількість робітників	Час виконання (в год.)
↑ 3	6 ↓
2	x ↓

Розв'язування:

$$3:2=x:6, \text{ звідки } x = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9 \text{ (год).}$$

Відповідь. 9 год.

**Задача 12.** Скільки потрібно взяти кілограмів кави ціною 56 грн. за 1 кг і цикорію по 20 грн. за 1 кг, щоб отримати 36 кг суміші ціною 52 грн за кілограм.

1 кг кави коштує 56 грн. Якби магазин продав його за ціною суміші 52 грн за кілограм, то мав би збитки  $56-52=4$  (грн.).

Якби магазин продав цикорій за ціною суміші, то мав би прибуток  $52-20=32$  (грн.)

Щоб не мати ні збитків, ні прибутків, потрібно взяти кількості змішуваних речовин обернено пропорційно числам, що виражають збиток і прибуток:

$$x_1 : x_2 = 32 : 4 = 8 : 1.$$

$$\text{Звідси, } x_1 = \frac{36}{8+1} \cdot 8 = 32, \quad x_2 = \frac{36}{8+1} \cdot 1 = 4.$$

Відповідь. Кави потрібно взяти 32 кг, цикорію – 4 кг.

**Задача 13.** З двох сортів горіхів ціною по 8,7 грн. і 7,75 грн. за 1 кг складена суміш ціною по 8,4 грн. за кілограм. Скільки потрібно горіхів кожного сорту, якщо горіхів першого сорту до суміші увійде на 1 кг 400 г більше, ніж горіхів другого сорту?

1 кг горіхів першого сорту коштує 8,7 грн. Якщо будемо брати горіхи першого сорту за ціною суміші 8,4 грн., то будемо мати збитки  $8,7-8,4=0,3$  (грн.).

1 кг горіхів другого сорту коштує 7,75 грн. Якщо будемо брати за ціною суміші 8,4 грн., то будемо мати прибуток  $8,4-7,75=0,65$  (грн.)

Сорт горіхів	Ціна 1кг (грн.)	Ціна 1кг суміші (грн.)	Прибуток, збиток	Кількість горіхів (кг)
I	8,7	8,4	-0,3	$x_1$
II	7,75		+0,65	$x_2$

Щоб не мати ні збитків, ні прибутку, потрібно взяти кількість змішуваних горіхів обернено пропорційно числам, що виражають збиток і прибуток.

$$x_1 : x_2 = 0,65 : 0,3 = 13 : 6.$$

Дізнаємося, скільки горіхів кожного сорту взяли

$$x_1 = \frac{1400}{13-6} \cdot 13 = 2600 \text{ (г)} = 2,6 \text{ (кг)};$$

## ЗАСТОСУВАННЯ ПРОПОРЦІЙ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

$$x_2 = \frac{1400}{13-6} \cdot 6 = 1200 \text{ (г)} = 1,2 \text{ (кг)}.$$

Відповідь. Горіхів першого сорту взяли 2,6 кг, другого – 1,2 кг.

На практиці зустрічаються комбінаторні задачі у використанні різних типів задач на відсотки.

**Задача 14.** На скільки відсотків зменшиться час виконання певної роботи, якщо продуктивність праці збільшиться на 25%.

Час виконання роботи і продуктивність праці – величини обернено пропорційні.

1. Скільки відсотків становить продуктивність праці при її збільшенні, або в порівнянні з попередньою?  $100\% + 25\% = 125\%$ .

2. У скільки разів збільшиться продуктивність праці?  $125\% : 100\% = \frac{5}{4} = 1,25$  (разів)

3. Скільки відсотків становить час при збільшенні продуктивності праці?  $1 : 1,25 = \frac{4}{5} = 80\%$

4. На скільки % зменшиться час при підвищенні продуктивності праці на 25%?

$$100\% - 80\% = 20\%.$$

П спосіб.

$$100\% + 25\% = 125\%.$$

	Продуктивність праці	100%		125%
↓	Час виконання роботи	100%	x %	↑

$100 : 125 = x : 100$ ;  $x = 100 \cdot 100 : 125 = 80\%$ ;  $100\% - 80\% = 20\%$ .

Відповідь. Час зменшився на 20%.

**Задача 15.** На скільки відсотків збільшиться продуктивність праці, якщо час виконання роботи

зменшиться на  $33\frac{1}{3}\%$ ?

Час виконання роботи і продуктивність праці – величини обернено пропорційні.

1. Скільки відсотків становить час при збільшенні продуктивності праці?

$$100\% - 33\frac{1}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%.$$

2. У скільки разів зменшиться час?

$$100\% : 66\frac{2}{3}\% = 100 \cdot \frac{3}{200} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ (разів)}.$$

3. Скільки відсотків становить продуктивність праці, коли вона збільшилась?

$$100\% \cdot 1,5 = 150\%.$$

4. На скільки відсотків збільшилась продуктивність праці?

$$150\% - 100\% = 50\%$$

ІІ спосіб.  $100\% - 33\frac{1}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%$ .

	Продуктивність праці		Час виконання	
↓	100%	x%	100%	↑
			$66\frac{2}{3}\%$	

$100 : x = 66 : 100$ ;  $x = 100 \cdot 100 : 66 = 150\%$ ;  $150\% - 100\% = 50\%$

Відповідь. Продуктивність праці збільшилась на 50%.

**Задача 16.** На скільки відсотків зменшиться час виконання певної роботи, якщо продуктивність праці збільшилась на 40%.

**Задача 17.** У зв'язку з підвищенням продуктивності праці час, необхідний для виконання деякої роботи, зменшиться на 28%. На скільки відсотків підвищиться продуктивність праці?

**Висновки.** Виконуючи такі завдання, учні потрапляють у різні життєві ситуації і вчаться відповідати на питання за допомогою знань, які одержали на уроках математики.

1. І.К. Андронов, В.М. Бродіс. *Арифметика*, 1962. – С. 237 – 256.

2. Зайцева Л.І. *Математична компетентність, диференційний підхід // Палітра педагога.* – 2004. – №2.

3. Кенша Я. *Особливості формування конструктивно-технічної компетентності в гуртківців початкового рівня // Молодь і ринок.* – №7 (30). – С. 54 – 58.

4. “Математика в школі”. – №6, 1985. – С. 40 – 41.



Тарас Григорович Шевченко є автором понад тисячі творів образотворчого мистецтва – станкового живопису, монументально-декоративного розпису, графіки, скульптури, він був великим майстром акварелі, олії, пера, офорту, рисунка олівцем.