

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки,

кандидат педагогічних наук, доцент

_____ Тарас ВІЙЧУК

«_____» _____ 2025 р.

**Методичні особливості формування
математичних компетентностей учнів у
позаурочний час**

Спеціальність: 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)

Предметна спеціальність: 014.04 Середня освіта (Математика)

Додаткова предметна спеціальність: 014.09 Середня освіта (Інформатика)

Магістерська робота

на здобуття кваліфікації:

«Магістр середньої освіти.

Вчитель математики, вчитель інформатики»

Автор роботи: Крет Володимир Васильович _____

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук, доцент

Війчук Тарас Іванович _____

Дрогобич, 2025

«Методичні особливості формування математичних компетентностей учнів у позаурочний час»

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

[illegible]

дата

Голова ЕК _____
підпис _____ прізвище, ім'я _____

Секретар ЕК _____ підпис _____ прізвище, ім'я

Анотація

Крет В.В. Методичні особливості формування математичних компетентностей учнів у позаурочний час. – Рукопис

Магістерська робота зі спеціальності 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями). Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка. Дрогобич, 2025.

Магістерська робота присвячена теоретичному обґрунтуванню та розробці методичних засад формування математичних компетентностей учнів основної і старшої школи через систему позаурочної діяльності. У дослідженні розкрито потенціал таких форм роботи, як математичні гуртки, факультативи та тематичні вечори, у контексті реалізації концепції Нової української школи та розвитку пізнавальної самостійності школярів. Автором запропоновано практичні рекомендації та приклади змістового наповнення позаурочних занять, що сприяють ефективному застосуванню математичних знань у нестандартних та практико-орієнтованих ситуаціях.

Abstract

Kret V.V. Methodological features of the formation of mathematical competencies of students in extracurricular time. – Manuscript.

Master's thesis in the specialty 014 Secondary education (by subject specialization). Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, 2025.

The master's thesis is devoted to the theoretical substantiation and development of methodological principles for the formation of mathematical competencies of primary and high school students through the system of extracurricular activities. The study reveals the potential of such forms of work as mathematical circles, electives and thematic evenings, in the context of implementing the concept of the New Ukrainian School and developing the cognitive independence of schoolchildren. The author offers practical recommendations and examples of the content of extracurricular activities that contribute to the effective application of mathematical knowledge in non-standard and practice-oriented situations.

Зміст

Вступ	5
РОЗДІЛ 1. Теоретичні засади формування математичних компетентностей учнів у позаурочній діяльності	8
1.1. Компетентнісний підхід в освіті як науково - педагогічна проблема.....	8
1.2. Компетентнісний підхід у сучасній математичній освіті	12
1.3. Позаурочна діяльність з математики як складова освітнього процесу	15
1.4. Формування компетентностей учнів у позакласній роботі з математики	20
РОЗДІЛ 2. Методичні особливості формування математичних компетентностей у позаурочний час	27
2.1. Принципи, методи та засоби формування математичних компетентностей у позаурочній діяльності	27
2.2. Позаурочна діяльність з математики з учням різних навчальних досягнень	31
2.2.1. Роль позаурочної діяльності в підготовці учнів, які мають труднощі у засвоєнні програмного матеріалу з математики	33
2.2.2. Роль позаурочної діяльності в підготовці учнів, які виявляють підвищений інтерес і здібності до математики	36
2.3. Роль гурткової діяльності у підвищенні інтересу учнів до математики	38
2.4. Факультативні курси як інструмент поглиблення математичної компетентності	50
2.5.. Математичні вечори як форма соціокультурної взаємодії учнів	48
Висновки	67
Список використаних джерел	69

Вступ

Сучасна система освіти в Україні зазнає фундаментальних трансформацій, ключовим вектором яких є перехід від репродуктивної, знаннєвої парадигми до особистісно орієнтованого компетентнісного підходу. У динамічному цифровому суспільстві конкурентоспроможність особистості визначається не обсягом засвоєної інформації, а здатністю оперативно адаптуватися до змін, критично мислити, ефективно комунікувати та автономно застосовувати знання у реальних життєвих ситуаціях. Особливої гостроти це питання набуває в математичній освіті, де пріоритетом стає не лише засвоєння алгоритмів та формул, а й формування математичної грамотності – здатності учня розв'язувати практичні та когнітивні проблеми засобами математики.

Одним із стратегічних завдань сучасної школи є створення повноцінних умов для індивідуального розвитку кожної дитини та формування суб'єктної позиції учня в освітньому процесі. Психолого-дидактичним фундаментом цього процесу виступають активні форми навчання. Пізнавальні здібності школяра найбільш ефективно розвиваються тоді, коли дитина перетворюється із пасивного слухача на активного учасника пізнання, який власною працею та інтелектуальним пошуком здобуває знання. Такий підхід робить навчання свідомим і результативним, оскільки знання, здобуті в процесі власної діяльності, є значно міцнішими та особистісно значущими. Відмова педагога від авторитарних методів на користь демократичного, пошуково-творчого стилю взаємодії стає тією «іскрою», що запалює факел учнівської допитливості.

У цьому контексті позаурочна діяльність з математики відкриває унікальні можливості для реалізації компетентнісного потенціалу предмета. Будучи невід'ємною частиною цілісного навчально-виховного процесу, позаурочна робота дозволяє глибше враховувати індивідуальні нахили учнів, забезпечує варіативність методів і форм роботи, наближаючи навчання до потреб реального життя. Вона слугує дієвим інструментом мобілізації пізнавальної активності, допомагаючи повніше задовольнити ті інтелектуальні

запити школярів, які неможливо повною мірою реалізувати в межах обмеженого часового регламенту уроку.

Незважаючи на різноманітність форм, позаурочна діяльність повинна бути органічно інтегрована в загальну стратегію викладання, створюючи єдиний змістовий простір із обов'язковою шкільною програмою. Проте аналіз сучасної педагогічної практики свідчить про тривожну тенденцію: останнім часом вчителі приділяють недостатньо уваги позаурочним формам взаємодії. Це призводить до того, що учні стикаються з математичним апаратом лише в «офіційній обстановці» уроку, що формує викривлене сприйняття математики як суто абстрактної, «сухої» науки, відірваної від дійсності.

Саме необхідність подолання суперечності між високим розвивальним потенціалом позаурочної діяльності та її недостатньою методичною реалізацією в сучасній школі зумовила вибір теми магістерської роботи.

Мета магістерської роботи полягає у теоретичному обґрунтуванні та розкритті методичних особливостей організації позаурочної діяльності з математики, спрямованої на ефективне формування математичних компетентностей учнів основної школи.

Для досягнення поставленої мети магістерської роботи було сформульовано такі **завдання дослідження**:

1. Проаналізувати стан проблеми формування математичних компетентностей у науково-педагогічній літературі.
2. Визначити роль і місце позаурочної діяльності в цілісному освітньому процесі.
3. Охарактеризувати основні форми та методи позаурочної роботи з математики (гуртки, факультативи, вечори тощо).
4. Обґрунтувати дидактичні умови, що сприяють розвитку самостійності та творчої активності учнів у позаурочний час.
5. Розробити практичні рекомендації та зразки завдань для організації позаурочної діяльності учнів.

Об’єкт дослідження – процес формування математичних компетентностей учнів.

Предмет дослідження – методичні особливості та організаційні форми формування математичних компетентностей учнів у позаурочний час.

Методи дослідження:

Теоретичні: аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, нормативних документів.

Емпіричні: вивчення та узагальнення передового педагогічного досвіду, спостереження за освітнім процесом, моделювання позаурочних занять.

Практичне значення результатів дослідження визначається розробкою конкретних методичних рекомендацій щодо проведення математичних гуртків, факультативів та вечорів, а також добором системи логічних задач, софізмів та математичних фокусів, які можуть бути використані вчителями математики для активізації пізнавального інтересу школярів у позаурочній діяльності учнів.

Розділ 1. Теоретичні засади формування математичних компетентностей учнів у позаурочній діяльності

1.1. Компетентнісний підхід в освіті як науково - педагогічна проблема

Сучасна система освіти у глобальному вимірі зазнає суттєвих трансформацій, які охоплюють не лише оновлення змісту навчальних дисциплін, а й переосмислення освітніх технологій, форм і способів передавання знань. Процес трансляції знань відіграє ключову роль у забезпеченні якості освіти, оскільки від нього значною мірою залежить не тільки рівень засвоєння навчального матеріалу, а й успішність формування в здобувачів освіти життєво необхідних умінь і навичок. Освітня галузь, відображаючи динамічні соціальні, економічні та культурні процеси, функціонує в умовах глобалізації та постійних змін. У сучасному суспільстві конкурентоспроможність особистості визначається не лише обсягом засвоєних знань, а й здатністю оперативно адаптуватися до змін, ефективно комунікувати, орієнтуватися в інформаційному просторі, здійснювати безперервне навчання та відповідати викликам громадянського суспільства. У зв'язку з цим однією з провідних тенденцій розвитку освіти є системний перегляд навчальних програм і підходів до організації освітнього процесу на засадах компетентнісного підходу.

Особливої актуальності в сучасних умовах набуває компетентнісний підхід, який у багатьох освітніх системах розглядається як інноваційний напрям модернізації освіти. Його значущість полягає в тому, що він впливає не лише на структуру навчального знання, а й на загальну якість освітніх результатів, спрямовуючи освітній процес на формування здатності особистості до практичного застосування знань у реальних життєвих ситуаціях.

Вагомим шляхом оновлення освіти в більшості країн світу є модернізація змісту освіти та навчальних технологій відповідно до актуальних суспільних

потреб, що передбачає орієнтацію освітніх програм на компетентнісний підхід, оновлення навчальних курсів, розроблення сучасних освітніх програм і вдосконалення навчально-методичного забезпечення [14].

У більшості освітніх систем економічно розвинених країн із високими показниками якості освіти впровадження компетентнісного підходу зумовлене низкою об'єктивних чинників, зокрема:

- переходом до інформаційного суспільства, у якому визначальною є не сама інформація, а здатність ефективно оперувати нею, використовувати для особистісного розвитку, професійної діяльності та навчання впродовж життя;
- підвищенням стандартів якості освіти й професійної діяльності, що зумовлено вимогами сучасного ринку праці та потребує перегляду змісту навчальних дисциплін, систем оцінювання навчальних досягнень і якості освітніх послуг загалом;
- процесами відкритості кордонів і інтеграції національних освітніх систем у світовий освітній простір, що актуалізує потребу в адаптивності, мобільності та готовності молоді до навчання і професійної діяльності в різних соціокультурних умовах;
- зростанням потреби в нових складниках знань і вмінь, необхідних для успішної життєдіяльності в сучасному суспільстві. Як зазначають експерти, оволодіння ключовими життєвими компетентностями забезпечує людині здатність орієнтуватися в соціальному та інформаційному середовищі, адаптуватися до змін ринку праці та здійснювати подальше навчання [7].

У результаті узагальнення наукових підходів у світовій освітній практиці було виокремлено чотири основні групи ключових компетентностей, а саме: здатність навчатися впродовж життя (професійно-методична компетентність), здатність до здійснення професійної діяльності (компетентність професійної реалізації), уміння ефективно функціонувати в суспільстві (соціально-комунікативна компетентність), а також становлення особистості як цілісного суб'єкта життєдіяльності (особистісна компетентність). Зазначені компетентності є взаємопов'язаними та необхідними для досягнення

особистісних і професійних цілей, що потребує високого рівня інтелектуального розвитку, сформованості критичного мислення та здатності до саморозвитку.

Компетентнісний підхід реалізується в сучасній освіті паралельно з традиційним знаннєвим підходом, проте має принципові відмінності. Так, Л.Величко підкреслює, що «компетентність особистості нерозривно пов'язана не лише з продуктивною діяльністю з метою розв'язування теоретичних і прикладних завдань, а й з відповідальністю за свої дії» [5]. Порівняльний аналіз традиційного та компетентнісного підходів дозволяє виявити відмінності у цілях навчання, очікуваних результатах, шляхах формування ціннісних орієнтацій, критеріях оцінювання та структурі освітніх програм, що відображено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1.

Порівняння компетентнісного підходу з традиційним

<i>Критерій порівняння</i>	<i>Традиційний підхід</i>	<i>Компетентнісний підхід</i>
Мета навчання	Орієнтація на знаннєво-орієнтовану модель розвитку освіти, відповідно до якої рівень освіченості учня визначається обсягом засвоєних знань. Освітні цілі формулюються через очікуваний інформаційний результат і зводяться до відповіді на запитання: що нового дізнався учень у процесі навчання?	Орієнтація на розвиток здатності учнів розв'язувати проблеми різного рівня складності з опорою на наявні знання та досвід. При збереженні значущості знань акцент переноситься на вміння їх практичного застосування. Цілі освіти визначаються через відповідь на запитання: чого навчився учень і що він здатний робити після завершення навчання?
Шляхи формування ціннісних орієнтацій	Формування особистісних результатів відбувається переважно через накопичення необхідних знань та засвоєння навчального матеріалу.	Провідним шляхом є набуття учнями досвіду самостійного прийняття рішень і розв'язування проблемних ситуацій у процесі навчальної діяльності.

Очікуваний результат	Засвоєння фактів, понять і правил, сформованість умінь виконувати типові завдання та діяти за заданими алгоритмами.	Здатність самостійно виявляти проблему, аналізувати умови та очікувані результати, будувати відповідні моделі та обирати оптимальні способи розв'язування.
Критерії оцінювання	Оцінювання результатів навчання має формальний характер: однакова оцінка може бути виставлена за роботи з різними за характером помилками.	Оцінювання супроводжується розгорнутими словесними коментарями, рекомендаціями та аналізом виконаних робіт; значна увага приділяється процесу діяльності та індивідуальному поступу учня.

На основі аналізу науково-педагогічних джерел зроблено висновок, що компетентнісний підхід орієнтований на формування та розвиток у здобувачів освіти системи ключових і предметних компетентностей як результату навчальної діяльності. До його характерних ознак належать визнання компетентностей кінцевим результатом освіти, акцент на практичному застосуванні знань, оцінювання рівня сформованості компетентностей та спрямованість освітнього процесу на підготовку особистості до майбутньої професійної діяльності.

1.2. Компетентнісний підхід у сучасній математичній освіті

Компетентнісний підхід у сучасній математичній освіті є однією з провідних методологічних орієнтацій, що визначає цілі, зміст, форми й методи навчання математики в закладах загальної середньої освіти. Його впровадження зумовлене суспільними запитами на підготовку особистості, здатної не лише відтворювати здобуті знання, а й ефективно застосовувати їх у різних життєвих ситуаціях, критично мислити, приймати обґрунтовані рішення та бути готовою до навчання впродовж життя. У цьому контексті компетентнісний підхід

органічно поєднується з особистісно орієнтованим і діяльнісним підходами, оскільки спрямований на розвиток учня як активного суб'єкта навчально-пізнавальної діяльності.

У межах компетентнісного підходу навчання математики розглядається не лише як процес засвоєння теоретичних знань, понять, формул і алгоритмів, а як цілісна система формування здатності учнів використовувати математичні знання, уміння й навички для розв'язування навчальних, практичних і життєвих проблем. При цьому ключовим стає не обсяг засвоєного навчального матеріалу, а рівень сформованості в учнів способів математичної діяльності, що виявляються у вмінні аналізувати ситуацію, будувати математичні моделі, обирати адекватні методи розв'язування задач, інтерпретувати результати та оцінювати їхню доцільність.

Реалізація компетентнісного підходу можлива лише за умови активної діяльності учнів, їх залучення до виконання різноманітних навчально-пізнавальних дій, що мають практичну спрямованість і особистісну значущість. Саме тому особливу роль відіграють проблемні ситуації, практико-орієнтовані задачі, дослідницькі завдання, проєктна діяльність, а також позаурочні форми роботи з математики, які створюють додаткові можливості для розвитку математичних компетентностей.

З позицій компетентнісного підходу суттєвих змін потребує і зміст математичної освіти. Відбувається перехід від орієнтації на засвоєння стандартизованого обсягу знань «для всіх» до формування індивідуального освітнього результату кожного учня, який може бути діагностований і оцінений. Як зазначає М.І.Шкіль, результатом навчання математики має бути не механічне відтворення навчального матеріалу, а сформованість умінь застосовувати математичні знання в нових і нестандартних ситуаціях, що свідчить про їх усвідомлене засвоєння та функціональність.

У такому розумінні основним безпосереднім результатом навчання математики виступає сформованість ключових і предметних математичних компетентностей. Вони забезпечують готовність учнів до подальшого

навчання, самостійного здобуття знань, а також до повсякденного використання математики в різних сферах життя. Компетентнісний підхід, таким чином, зміщує акцент з процесу навчання на його результат, що має практичну цінність для особистості.

Ключові компетентності в контексті математичної освіти розглядаються як інтегрований комплекс знань, умінь, навичок, досвіду діяльності, ціннісних орієнтацій і ставлень, які можуть застосовуватися учнями в широкому спектрі навчальних і життєвих ситуацій. Український дослідник О. С. Скат підкреслює, що математична компетентність не зводиться до володіння окремими математичними знаннями, а передбачає сформованість цілісної системи інтелектуальних дій, що забезпечують здатність учня мислити математично, аргументувати власні міркування та робити висновки.

Для математичної освіти це означає, що учні мають оволодівати не ізольованими елементами навчального матеріалу, а узагальненими способами діяльності. Зокрема, до них належать уміння аналізувати умову задачі, виділяти істотні дані, будувати математичну модель реальної ситуації, застосовувати відповідний математичний апарат, перевіряти правильність розв'язання та оцінювати отриманий результат з позицій його практичної доцільності. Саме такі вміння свідчать про сформованість математичної компетентності учня.

Європейський освітній простір також розглядає математичну компетентність як одну з базових ключових компетентностей особистості. У межах європейського підходу підкреслюється, що навчання математики сприяє розвитку здатності вчитися, критично мислити, працювати з інформацією, співпрацювати з іншими, використовувати інформаційно-комунікаційні технології та адаптуватися до змін. Усі ці якості формуються не ізольовано, а в процесі активної навчально-пізнавальної діяльності, зокрема під час розв'язування задач, виконання навчальних проєктів, участі в математичних гуртках, олімпіадах та інших формах позаурочної роботи.

У сучасній дидактиці математики поширеною є ієрархія компетентностей, яка включає ключові, міжпредметні та предметні

компетентності. Ключові компетентності мають загальноосвітній характер і забезпечують здатність учнів до самостійного навчання, ефективної комунікації, соціальної взаємодії та відповідального ставлення до результатів власної діяльності. Міжпредметні компетентності передбачають уміння застосовувати математичні знання в поєднанні з іншими навчальними дисциплінами, зокрема природничими та суспільствознавчими, для розв'язування комплексних проблем. Предметні математичні компетентності пов'язані з опануванням специфічних способів математичної діяльності.

Г.П.Бевз розглядає математичну компетентність як здатність учня свідомо й доцільно використовувати математичні знання та методи для розв'язування різноманітних задач, у тому числі практичного змісту. Учений наголошує, що формування математичної компетентності передбачає розвиток логічного мислення, уміння доводити твердження, робити узагальнення та встановлювати міжпоняттєві зв'язки. Важливим компонентом математичної компетентності є також культура математичного мовлення та здатність чітко й аргументовано викладати власні міркування.

Компетентнісний підхід до визначення цілей математичної освіти дозволяє узгодити очікування вчителя й учня, оскільки освітні цілі формуються у вигляді опису тих можливостей, яких учень набуває в результаті навчання. У цьому контексті навчання математики має забезпечити формування здатності вчитися, пояснювати явища реального світу мовою математики, орієнтуватися в актуальних проблемах сучасного життя, приймати відповідальні рішення та ефективно діяти в різних соціальних ролях.

Особливе значення для математичної освіти учнів основної школи мають ключові освітні компетентності, серед яких виокремлюють ціннісно-смыслову, загальнокультурну, навчально-пізнавальну, інформаційну, комунікативну, соціально-трудова та компетентність особистісного самовдосконалення. У процесі навчання математики ці компетентності набувають конкретного змістового наповнення: від формування відповідального ставлення до навчання й розвитку пізнавального інтересу до математики — до оволодіння навичками

роботи з даними, використання математичних моделей і здійснення самооцінки результатів власної діяльності.

Особливо сприятливі умови для реалізації компетентнісного підходу створює позаурочна діяльність з математики. Вона дозволяє враховувати індивідуальні інтереси й здібності учнів, забезпечує варіативність форм і методів роботи, сприяє формуванню позитивної мотивації до вивчення математики та розвитку творчого потенціалу школярів. Саме в позаурочний час учні отримують можливість застосовувати математичні знання в нестандартних ситуаціях, працювати в групах, виконувати дослідницькі й проєктні завдання, що суттєво підвищує рівень сформованості математичних компетентностей.

Отже, компетентнісний підхід у сучасній математичній освіті спрямований на формування в учнів основної школи цілісної системи ключових, міжпредметних і предметних математичних компетентностей, які забезпечують готовність до практичного застосування математичних знань, подальшого навчання та успішної соціалізації. Реалізація цього підходу потребує оновлення змісту, форм і методів навчання математики, а також активного використання потенціалу як урочної, так і позаурочної діяльності.

1.3. Позаурочна діяльність з математики як складова освітнього процесу

Позаурочна діяльність є важливою складовою цілісного освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти та відіграє значну роль у формуванні ключових і предметних компетентностей учнів. Вона розширює межі урочного навчання, створюючи додаткові можливості для розвитку пізнавальних інтересів, творчих здібностей і самостійності школярів. В умовах впровадження компетентнісного підходу позаурочна діяльність набуває особливої значущості, оскільки забезпечує практичну спрямованість навчання та орієнтацію на особистісні освітні результати.

У педагогічній енциклопедії позаурочна (позакласна) робота визначається як складова навчально-виховного процесу школи, що реалізується у вільний від обов'язкових навчальних занять час і спрямована на всебічний розвиток особистості учня. Вона виступає специфічною формою організації освітньої діяльності, яка доповнює, збагачує та поглиблює можливості урочного навчання, водночас зберігаючи тісний зв'язок із його змістом і цілями. Позаурочна діяльність дозволяє реалізувати ті аспекти навчання, які з різних причин не можуть бути повною мірою охоплені в межах уроку.

Проблема організації позаурочної діяльності традиційно перебуває в полі зору вітчизняних педагогів і методистів. Українські науковці розглядають позаурочну роботу як цілісний навчально-виховний процес, що здійснюється на добровільних засадах, з урахуванням інтересів, здібностей і освітніх потреб учнів, за активної організуючої та спрямовуючої ролі вчителя. При цьому наголошується, що позаурочна діяльність не є другорядною або допоміжною формою навчання, а становить органічну частину освітнього середовища школи. На думку О. Я. Савченко, саме позаурочна діяльність створює сприятливі умови для індивідуалізації навчання, розвитку внутрішньої мотивації та формування стійкого інтересу учнів до навчальних предметів.

Сутність позаурочної роботи полягає в організації різноманітної діяльності школярів у позаурочний час, у межах якої ініціатива, самостійність і творчість учнів мають переважати над жорсткою регламентацією та формалізмом. Роль учителя в цьому процесі полягає не стільки в безпосередньому інструктуванні, скільки у створенні умов для самореалізації учнів, стимулюванні їхньої пізнавальної активності, підтримці інтересів і розвитку здібностей. Такий підхід повністю узгоджується з ідеями компетентнісного, діяльнісного й особистісно орієнтованого підходів, що становлять концептуальну основу сучасної української школи.

У сучасних соціально-економічних умовах значення позаурочної роботи суттєво зростає. Швидкі зміни в суспільстві, розвиток інформаційних технологій і зростання ролі освіти в житті людини зумовлюють потребу у

формуванні особистості, здатної до саморозвитку, самонавчання та творчої діяльності. Саме позаурочна діяльність створює умови для реалізації цих завдань, оскільки передбачає більшу свободу вибору змісту, форм і методів роботи. М.І.Шкіль підкреслює, що в умовах позаурочної діяльності учні отримують можливість застосовувати математичні знання в нестандартних ситуаціях, що є необхідною передумовою формування справжньої математичної компетентності.

Позаурочна робота з математики не повинна розглядатися як механічне продовження уроків або як форма ліквідації прогалин у знаннях. Вона має власні цілі, завдання та специфіку організації, хоча й тісно пов'язана зі змістом урочного навчання. Однією з центральних проблем методики позаурочної роботи є проблема взаємозв'язку урочних і позаурочних занять, що є конкретним проявом загальної педагогічної проблеми цілісності освітнього процесу. Урочна діяльність забезпечує систематичність, логічну послідовність і науковість навчання, тоді як позаурочна створює умови для варіативності, творчості, індивідуального темпу роботи та практичного застосування знань. Їх гармонійне поєднання сприяє досягненню високих результатів у формуванні математичних компетентностей учнів.

У педагогічній та методичній літературі представлено різні підходи до визначення цілей позаурочної роботи з окремих навчальних предметів. Аналіз праць українських учених (М.Бурди, Н.А.Тарасенкової, Г.П.Бевза) свідчить, що попри предметну специфіку, існує спільне ядро цілей позаурочної діяльності. Для математики такими цілями є розвиток пізнавального інтересу до предмета, поглиблення та розширення математичних знань, розкриття прикладного характеру математики, формування навичок самостійної навчальної діяльності, розвиток логічного та критичного мислення.

Порівняльний аналіз цілей позаурочної роботи з різних навчальних предметів показує, що поглиблення та систематизація знань є універсальною метою для всіх освітніх галузей. Водночас кожен предмет має специфічні завдання, зумовлені його змістом і методами. Для математики такими

завданнями є формування логічної культури мислення, розвиток уміння аналізувати й узагальнювати, здатність моделювати реальні ситуації математичними засобами, формування культури математичного мовлення та аргументованого доведення.

Особливо важливою метою позаурочної роботи з математики є формування творчої особистості учня. Творчість у математичній діяльності виявляється у вмінні знаходити нестандартні способи розв'язування задач, висувати гіпотези, здійснювати пошукову та дослідницьку діяльність, робити узагальнення та формувати висновки. Г.П.Бевз наголошує, що саме позаурочна діяльність створює найбільш сприятливі умови для розвитку математичної творчості, оскільки вона менш регламентована, ніж урок, і допускає різноманітність форм, методів і прийомів навчальної роботи.

До основних завдань позаурочної роботи з математики методисти відносять: формування стійкого інтересу до предмета; поглиблення й систематизацію математичних знань; розвиток інтелектуальних і творчих здібностей; реалізацію індивідуального підходу; формування навичок самостійної роботи з різними джерелами інформації; розвиток комунікативних умінь; підготовку учнів до практичної діяльності. Водночас учитель має можливість варіювати та конкретизувати ці завдання з урахуванням вікових особливостей учнів, рівня їхньої підготовки та умов освітнього середовища.

У методиці позаурочної роботи виокремлюють низку принципів, дотримання яких забезпечує її ефективність. До загальних принципів, спільних для всіх навчальних предметів, належать принцип добровільності та принцип урахування індивідуальних особливостей учнів. Принцип добровільності передбачає, що участь у позаурочній діяльності ґрунтується на внутрішній мотивації учнів, їх інтересах і бажанні, що є важливою умовою формування позитивного ставлення до навчання.

Принцип урахування індивідуальних особливостей полягає в орієнтації на рівень розвитку учнів, їхні пізнавальні інтереси, нахили та здібності. Н.А.Тарасенкова зазначає, що ігнорування індивідуальних відмінностей

школярів значно знижує ефективність позаурочної роботи, тоді як диференційований підхід створює умови для повноцінної самореалізації кожного учня.

Поряд із загальними принципами існують і специфічні принципи, притаманні саме позаурочній роботі з математики. До них належить принцип пізнавальної та комунікативної активності, який передбачає залучення учнів до обговорення математичних ідей, спільного розв'язування задач, участі в математичних іграх, конкурсах, турнірах і проєктах. Така діяльність сприяє формуванню математичної, комунікативної та соціальної компетентностей, уміння працювати в команді, аргументувати власну позицію та поважати думку інших.

Зміст позаурочної роботи з математики визначається вчителем самостійно, однак має відповідати певним дидактичним вимогам. Передусім це вимога науковості, що забезпечує відповідність змісту сучасному рівню математичної науки. Не менш важливою є вимога доступності, яка передбачає відповідність змісту віковим і пізнавальним можливостям учнів. Позаурочна діяльність не повинна перевантажувати школярів надмірно складним матеріалом, але має стимулювати інтерес до пізнання та самостійного пошуку.

Суттєвими є також вимоги актуальності та практичної спрямованості змісту, що забезпечують зв'язок математики з реальним життям, а також вимога цікавості, без якої неможливо підтримувати стійку мотивацію учнів. Саме в позаурочній діяльності вчитель може широко використовувати нестандартні задачі, математичні головоломки, історичні відомості, міжпредметні зв'язки, елементи дослідницької та проєктної діяльності.

Отже, позаурочна робота з математики є важливою складовою освітнього процесу, що відіграє ключову роль у формуванні математичних компетентностей учнів. Вона забезпечує розвиток інтересу до математики, поглиблення знань, формування творчої активності, ініціативності та готовності до практичного застосування математичних знань. Ефективна організація позаурочної діяльності потребує дотримання науково

обґрунтованих принципів, урахування індивідуальних особливостей учнів і тісного зв'язку з урочним навчанням, що в сукупності сприяє підвищенню якості математичної освіти.

1.4. Формування компетентностей учнів у позакласній роботі з математики

Сучасні тенденції розвитку освіти зумовлюють поступовий перехід від знаннєвої парадигми навчання до компетентнісної, у межах якої основним результатом освітнього процесу розглядається не обсяг засвоєних знань, а сформованість у здобувачів освіти ключових і предметних компетентностей, необхідних для успішної життєдіяльності в сучасному суспільстві. Такий підхід закріплено в нормативних документах національного та європейського рівнів, зокрема в Законі України «Про освіту», Державному стандарті базової середньої освіти, а також у рекомендаціях Європейської комісії щодо ключових компетентностей для навчання впродовж життя [4; 6; 11].

У цьому контексті особливої актуальності набуває проблема формування компетентностей учнів у позакласній роботі з математики, яка має значний дидактичний і виховний потенціал. Позаурочна діяльність з математики створює сприятливі умови для розвитку особистісних якостей школярів, зокрема самостійності, пізнавальної активності, відповідальності за результати власної діяльності, ініціативності та готовності до практичного застосування знань у різних життєвих ситуаціях. Як зазначає О. Я. Савченко, саме позаурочна діяльність дозволяє реалізувати особистісно орієнтований і компетентнісний підходи в їх взаємозв'язку, забезпечуючи цілісність освітнього процесу [17].

Позакласні заняття з математики покликані розв'язувати комплекс взаємопов'язаних завдань, серед яких провідне місце займають поглиблення й розширення математичної підготовки учнів, розвиток їхніх інтелектуальних і творчих здібностей, формування логічного та критичного мислення, а також

максимальне задоволення пізнавальних інтересів і освітніх запитів школярів. На думку Г. П. Бевза, саме позаурочна робота створює умови для виходу за межі стандартних навчальних ситуацій і стимулює учнів до самостійного пошуку способів розв'язування математичних задач [1].

В умовах позаурочної діяльності значно розширюються можливості для реалізації індивідуального підходу, варіативності змісту та форм роботи, що є необхідною умовою формування як ключових, так і предметних математичних компетентностей. Учні мають змогу обирати види діяльності відповідно до власних інтересів і здібностей, працювати в індивідуальному темпі, брати участь у групових формах роботи, математичних гуртках, конкурсах, проєктах і дослідницьких завданнях. Така організація навчання відповідає вимогам компетентісно орієнтованої освіти, яка, за твердженням О.В.Овчарук, передбачає активну позицію учня як суб'єкта навчальної діяльності [7; 20].

Для забезпечення безперервного навчання та готовності до самоосвіти особливого значення набуває розвиток самостійності й творчої активності учнів, а також формування навичок самонавчання з математики. У психолого-педагогічній літературі самостійність розглядається як інтегральна властивість особистості, що виявляється у здатності здійснювати діяльність без безпосереднього зовнішнього контролю, усвідомлювати її мету, планувати власні дії та відповідати за отримані результати [8; 14]. Вона тісно пов'язана з такими якостями, як ініціативність, активність, наполегливість, самокритичність, самоконтроль, відповідальність і впевненість у власних силах.

У навчальній діяльності самостійність виступає важливою передумовою формування навчально-пізнавальної та математичної компетентностей, оскільки саме вона забезпечує здатність учнів до усвідомленого засвоєння знань і їх подальшого застосування. Як зазначає М.І.Шкіль, сформованість самостійності учнів у математичній діяльності є показником глибини засвоєння знань і готовності до розв'язування нестандартних задач [10]. У цьому сенсі позакласна робота з математики має істотні переваги порівняно з урочним

навчанням, оскільки дозволяє зменшити регламентованість і надати учням більше свободи у виборі способів діяльності.

Важливою складовою самостійності як риси особистості є пізнавальна самостійність, що виявляється в готовності й здатності учня власними зусиллями здійснювати цілеспрямовану пізнавально-пошукову діяльність, ставити запитання, висувати гіпотези, аналізувати інформацію та робити висновки. У позакласній роботі з математики пізнавальна самостійність реалізується через виконання індивідуальних і групових завдань, розв'язування нестандартних і практико-орієнтованих задач, участь у математичних змаганнях, олімпіадах, проєктній і дослідницькій діяльності. Як підкреслює Н.А.Тарасенкова, такі види діяльності сприяють не лише поглибленню математичних знань, а й формуванню стійкого інтересу до предмета та позитивної мотивації до навчання [16].

Отже, позакласна робота з математики є важливим чинником формування компетентностей учнів, розвитку їхньої самостійності та готовності до навчання впродовж життя. Вона забезпечує інтеграцію знань, умінь, досвіду діяльності та особистісних якостей, що відповідає сучасним вимогам компетентісно орієнтованої освіти та сприяє підвищенню якості математичної підготовки учнів основної школи. Самостійна пізнавальна діяльність учнів може мати як відтворювальний, так і творчий характер. Відтворювальна діяльність пов'язана із застосуванням уже відомих правил, алгоритмів і зразків у стандартних ситуаціях. Творча діяльність передбачає самостійний пошук нових способів розв'язування задач, висування гіпотез, узагальнення та перенесення знань у нові умови. При цьому творчість у навчальній діяльності учнів має переважно суб'єктивний характер і полягає у відкритті нового для себе, що сприяє особистісному розвитку школяра та формуванню його компетентностей.

Навчання математики має будуватися таким чином, щоб для учня воно постало як процес послідовних «малих відкриттів». Саме такий підхід забезпечує усвідомлене засвоєння знань і формування стійких умінь

застосовувати їх у різних ситуаціях. Знання учнів стають міцними лише тоді, коли вони здобуті не шляхом механічного запам'ятовування, а в результаті власних міркувань і творчої діяльності з навчальним матеріалом.

Відтворювальний і творчий характери самостійної діяльності перебувають у тісному взаємозв'язку та не протиставляються один одному, а розглядаються як взаємодоповнювальні етапи розвитку пізнавальної активності учнів. У процесі навчання математики відтворювальна діяльність створює необхідну основу для формування умінь і навичок, тоді як творча діяльність забезпечує їх подальший розвиток і трансформацію в узагальнені способи дій. Саме тому самостійна діяльність учнів має тенденцію до поступового переходу від репродуктивних форм до продуктивних і творчих, що відповідає логіці компетентнісного підходу в освіті [1; 7; 10].

Завдання педагога полягає в організації такого освітнього середовища, яке забезпечує поетапний і педагогічно доцільний перехід від елементарних форм самостійності до її вищих, творчих проявів. У цьому контексті особливого значення набуває позакласна робота з математики, оскільки вона створює сприятливі умови для розширення меж навчальної діяльності, зменшення жорсткої регламентації та активізації пізнавальної ініціативи учнів. З огляду на це доцільно виокремити рівні самостійності учнів у позакласній діяльності з математики, які відображають поступовість і закономірність її розвитку.

Перший рівень — відтворювальна самостійність — характеризується виконанням завдань за зразком, застосуванням відомих алгоритмів, правил і стандартних прийомів розв'язування задач. На цьому рівні учні діють переважно в межах запропонованого зразка, спираючись на наявні знання й уміння. Основним результатом є закріплення навчального матеріалу, накопичення досвіду математичної діяльності та формування базових предметних умінь. Як зазначає М.І.Шкіль, відтворювальна діяльність є необхідною умовою засвоєння математичного апарату, без якого неможливий подальший розвиток математичної компетентності [10].

Другий рівень — варіативна самостійність — виявляється у здатності учнів обирати з кількох відомих способів розв’язування задачі найбільш доцільний, здійснювати аналіз і порівняння різних підходів, аргументувати власний вибір. На цьому етапі учні вже не лише відтворюють засвоєні дії, а й починають усвідомлено керувати власною діяльністю, оцінювати ефективність різних способів розв’язування. Така самостійність сприяє розвитку логічного мислення, елементів критичного аналізу та рефлексії, що є важливими складниками математичної компетентності [1; 16].

Третій рівень — частково-пошукова самостійність — передбачає формування узагальнених способів діяльності, перенесення математичних методів з одного розділу в інший або на задачі міжпредметного характеру. На цьому рівні учні здійснюють пошук кількох можливих способів розв’язування задачі, порівнюють їх, обирають оптимальний і обґрунтовують свій вибір. Діяльність набуває ознак творчості, а також формується здатність до планування власних дій, самоконтролю та рефлексії. Н.А.Тарасенкова підкреслює, що саме частково-пошукова діяльність є ключовим етапом переходу від знаннєвої до компетентнісної моделі навчання математики [16].

Вищим рівнем розвитку самостійності є творча самостійність, яка проявляється у здатності учнів самостійно виявляти й формулювати проблему, ставити математичні задачі, розробляти план їх розв’язування, висувати та перевіряти гіпотези, проводити власні дослідження. Такий рівень самостійності передбачає високий ступінь внутрішньої мотивації, сформованість пізнавальних інтересів і готовність до саморозвитку. Найчастіше творча самостійність досягається учнями в процесі факультативних занять, роботи в математичних гуртках, участі в олімпіадах, конкурсах і науково-дослідницькій діяльності, що відповідає рекомендаціям щодо розвитку обдарованості та ключових компетентностей учнів [15; 23].

Відповідно до виокремлених рівнів самостійності доцільно будувати поетапну систему навчальної роботи з розвитку самостійності та творчої активності учнів у позакласній діяльності з математики. На першому етапі

вчитель знайомить учнів з елементарними формами пізнавальної діяльності, організовує роботу з навчальною та додатковою літературою, пропонує посильні завдання для самостійного виконання. Основна увага приділяється формуванню позитивного ставлення до самостійної роботи та впевненості у власних силах.

Другий етап передбачає активне залучення учнів до обговорення різних способів розв'язування задач, використання евристичних бесід, організацію самостійного вивчення окремих питань і тем. Учитель поступово передає частину функцій управління навчальною діяльністю самим учням, стимулюючи їхню пізнавальну ініціативу та відповідальність за результат [19].

На третьому етапі основна увага приділяється організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів: підготовці доповідей і рефератів, участі в математичних олімпіадах, конкурсах, семінарах, роботі з науково-популярною та довідковою літературою. Четвертий етап характеризується індивідуалізацією навчання та переходом до пошуково-дослідницької діяльності, що має яскраво виражений компетентнісний характер і сприяє формуванню здатності до навчання впродовж життя [11; 14].

У контексті компетентнісного підходу позакласна робота з математики виступає ефективним засобом формування ключових компетентностей учнів. Соціальні та комунікативні компетентності формуються в процесі командних змагань, математичних турнірів і конкурсів, коли учні навчаються співпрацювати, розподіляти ролі, брати на себе відповідальність, приймати колективні рішення та аргументувати власну позицію. Полікультурні компетентності розвиваються через ознайомлення з історією математики, життям і діяльністю видатних учених різних епох і культур, усвідомлення математики як складової загальнолюдської культури [17; 22].

Інформаційні компетентності формуються під час підготовки до позакласних заходів, роботи з різними джерелами інформації, використання цифрових ресурсів і освітніх платформ, опрацювання, узагальнення та презентації результатів власної діяльності. Інтегрований характер багатьох

позакласних заходів сприяє розвитку загальнонавчальних і життєвих компетентностей, які забезпечують готовність учнів до розв'язування практичних проблем у реальних життєвих ситуаціях, що відповідає сучасним європейським орієнтирам математичної освіти [11; 23]..

Отже, позакласна робота з математики є потужним засобом формування математичних і ключових компетентностей учнів. Вона забезпечує розвиток самостійності, творчої активності, соціальної відповідальності та здатності до самоосвіти, що відповідає сучасним вимогам компетентісно орієнтованої освіти та сприяє всебічному розвитку особистості школяра.

Розділ 2. Методичні особливості формування математичних компетентностей у позаурочний час

2.1. Принципи, методи та засоби формування математичних компетентностей у позаурочній діяльності

В умовах реформування системи освіти, відтворення і зміцнення інтелектуального потенціалу нації, виходу вітчизняної науки і техніки, економіки і виробництва на світовий рівень, інтеграції у світову систему освіти, переходу до ринкових відносин і конкуренції будь-якої продукції, зокрема й інтелектуальної, особливо актуальним стає забезпечення належного рівня математичної підготовки підростаючого покоління [5].

Математика як навчальний предмет володіє значним потенціалом для всебічного інтелектуального розвитку особистості. Насамперед вона сприяє формуванню логічного та критичного мислення, розвитку просторових уявлень і творчої уяви, алгоритмічної культури, вміння аналізувати інформацію, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, аргументовано обґрунтовувати власні судження, будувати математичні моделі реальних процесів і явищ. Крім того, математика є важливим інструментом пізнання у вивченні фізики, хімії, інформатики, астрономії, біології, загальнотехнічних і спеціальних дисциплін, виступає універсальною мовою техніки та науки. Розвинене логічне мислення, сформоване в процесі вивчення математики, сприяє також успішному засвоєнню гуманітарних предметів. Математичне моделювання широко застосовується для розв'язування завдань у різних галузях науки, економіки та виробництва, а практичні математичні вміння й навички є необхідною умовою майбутньої професійної діяльності школярів.

Сучасна організація навчально-виховного процесу орієнтована на забезпечення досягнення всіма учнями обов'язкового рівня математичної підготовки та водночас на створення сприятливих умов для поглибленого навчання тих учнів, які виявляють здібності й стійкий інтерес до математики. У

зв'язку з цим особливого значення набуває диференційований та індивідуальний підхід до навчання, реалізація якого має здійснюватися не лише під час уроків, а й у позаурочний час [21]. Саме позаурочна діяльність відкриває додаткові можливості для розвитку математичних здібностей учнів, врахування їхніх пізнавальних потреб та інтересів.

Важливою складовою ефективно організованого освітнього процесу з математики є позаурочна діяльність учнів. Під позаурочною діяльністю з математики розуміють сукупність добровільних форм роботи, що організовуються вчителем у позаурочний час у межах школи або за її межами та спрямовані на поглиблення й розширення математичних знань, формування математичних компетентностей і розвиток пізнавального інтересу школярів. Така діяльність створює умови для вільного вибору змісту й форм роботи, сприяє активному залученню учнів до пізнавальної та творчої діяльності, а також забезпечує більш тісний зв'язок теоретичних знань із практикою.

У контексті реалізації ідей Нової української школи позаурочна діяльність з математики розглядається як важливий засіб формування предметних і ключових компетентностей учнів, розвитку їхнього пізнавального інтересу, самостійності та здатності застосовувати математичні знання в реальних життєвих ситуаціях. До основних завдань позаурочної діяльності з математики належать такі:

1. *Формування та розвиток стійкої мотивації до вивчення математики, пробудження інтересу до предмета як важливої складової сучасної культури й інструменту пізнання навколишнього світу.*
2. *Поглиблення усвідомлення фундаментальних ідей та понять математики, формування цілісного уявлення про її роль і значення в науці, техніці та повсякденному житті.*
3. *Сприяння оволодінню основними методами математичної діяльності, зокрема методами аналізу, узагальнення, доведення, моделювання та розв'язування нестандартних задач у межах діяльнісного підходу.*

4. *Розвиток математичних здібностей учнів*, таких як логічне й критичне мислення, просторові уявлення та уява, алгоритмічне мислення, пам'ять, а також формування елементів дослідницької культури та навичок наукового пошуку.

5. *Формування особистісних якостей і наскрізних умінь*, визначених концепцією НУШ, зокрема пізнавальної самостійності, ініціативності, творчості, здатності до самоосвіти, адаптивності до змін та вміння самостійно й критично працювати з навчальною, довідковою та науково-популярною математичною літературою.

6. *Ознайомлення учнів з історією розвитку математики*, життєвим і науковим шляхом видатних учених, які зробили вагомий внесок у становлення цієї науки, зокрема українських математиків — М. Остроградського, В.Буняковського, Г. Вороного, М. Кравчука та інших, що сприяє формуванню національної ідентичності та ціннісного ставлення до науки.

7. *Розширення уявлень учнів про ключові відкриття й досягнення в галузі математики*, їхній вплив на розвиток науки, техніки та суспільства в цілому.

8. *Розкриття практичної спрямованості математичних знань*, демонстрація застосування математики в різних галузях науки й техніки, а також формування навичок математизації реальних ситуацій під час дослідження природних і соціальних явищ.

9. *Формування наукового світогляду та системи загальнолюдських і національних цінностей*, виховання поваги до культури, традицій і духовної спадщини України, а також розвиток позитивних рис характеру: відповідальності, чесності, наполегливості, культури мислення, аргументованості суджень і відповідального ставлення до виконання спільних завдань.

10. *Формування учнівського активу*, здатного співпрацювати з учителем математики в організації ефективної освітньої діяльності, зокрема в підготовці дидактичних і наочних матеріалів, підтримці учнів, які потребують

допомоги, створенні та поширенні шкільних математичних видань, популяризації математичних знань серед учнівського колективу [12].

Організація та реалізація позаурочної діяльності з математики ґрунтується на загальнопедагогічних принципах навчання й виховання, а також на спеціальних дидактичних засадах, що відображають її змістову й організаційну специфіку. У межах позаурочної діяльності створюються сприятливі умови для розширення освітнього простору, поглиблення математичних знань та формування в учнів цілісного уявлення про математику як динамічну, відкриту й таку, що постійно розвивається, науку.

Саме під час проведення різноманітних позаурочних заходів з математики вчитель має значно більше можливостей розкрити діалектичний характер математичного знання, показати історичні джерела виникнення математичних ідей, внутрішні суперечності та рушійні сили розвитку науки. Особлива увага може приділятися складним і подекуди драматичним сторінкам історії математики, коли науковий прогрес досягався завдяки наполегливій праці, громадянській позиції та особистому героїзму видатних учених. Такий підхід сприяє формуванню в учнів ціннісного ставлення до науки та усвідомлення її гуманістичного змісту.

Знання, яких учні набувають у процесі участі в позаурочній математичній діяльності, повинні спиратися на науково достовірні, перевірені факти й сучасні досягнення математичної науки. Вони мають виступати логічно послідовними етапами пізнання навколишнього світу засобами математики, сприяти розвитку вмінь аналізувати, узагальнювати та застосовувати набуті знання в нових ситуаціях. Такий підхід відповідає вимогам діяльнісного та компетентнісного підходів, задекларованих у концепції Нової української школи.

Важливою умовою ефективної позаурочної діяльності є дотримання принципів добровільності, зацікавленості та самодіяльності учнів. Участь у позаурочних заходах з математики має базуватися на вільному виборі й внутрішній мотивації школярів, без примусу чи негативного ставлення до тих, хто не залучається до цієї діяльності. Залучення учнів до позаурочної

математичної роботи здійснюється різноманітними, педагогічно доцільними способами, що враховують їхні інтереси, потреби та індивідуальні можливості.

Дотримання принципу зв'язку навчання з життям сприяє підвищенню мотивації учнів до участі в позаурочній діяльності, оскільки вони усвідомлюють практичну значущість набутих знань і вмінь для майбутнього навчання, професійної діяльності та повсякденного життя. Принцип зацікавленості дає змогу розкрити перед учнями естетичну цінність математики, її внутрішню логіку й красу, допомагає відчувати радість пізнання, перші успіхи в науковому пошуку та інтелектуальні досягнення [17].

Розвиваючи самодіяльність учнів у процесі позаурочної математичної діяльності, важливо органічно поєднувати її з педагогічно виваженим керівництвом учителя та співпрацею в учнівському колективі. Тактовне спрямування пізнавальних інтересів школярів, удосконалення стилю їхньої навчальної та дослідницької роботи, створення сприятливого морально-психологічного мікроклімату взаємин відповідають ціннісним орієнтирам НУШ і сприяють формуванню відповідальної, активної та соціально зрілої особистості.

2.2. Позаурочна діяльність з математики з учням різних навчальних досягнень

Однією з ключових ідей сучасної освіти, закладених у концепції Нової української школи, є визнання індивідуальності кожного учня, урахування його освітніх потреб, інтересів і рівня навчальних досягнень. У цьому контексті позаурочна діяльність з математики виступає важливим засобом реалізації диференційованого та особистісно орієнтованого підходів, оскільки створює додаткові можливості для роботи з учнями з різним рівнем математичної підготовки.

У процесі навчання математики в межах класно-урочної системи не завжди є достатньо часу й умов для повного врахування індивідуальних відмінностей учнів. Саме тому позаурочна діяльність дозволяє компенсувати ці обмеження, забезпечуючи підтримку учнів, які мають труднощі у засвоєнні навчального матеріалу, та водночас створюючи умови для розвитку здібних і обдарованих школярів. Такий підхід відповідає принципам рівного доступу до якісної освіти та педагогіки партнерства, задекларованим у НУШ.

Робота з учнями з низьким і середнім рівнем навчальних досягнень у позаурочний час спрямовується насамперед на подолання прогалин у знаннях, формування базових математичних умінь і навичок, розвиток упевненості у власних силах та позитивної навчальної мотивації. У межах такої діяльності доцільно використовувати індивідуальні та малі групові форми роботи, елементи ігрових технологій, наочні засоби, практико-орієнтовані завдання, що сприяють кращому розумінню навчального матеріалу та його застосуванню в життєвих ситуаціях.

Особливе значення у позаурочній діяльності має робота з учнями, які виявляють підвищений інтерес і здібності до математики. Для них позаурочні заняття стають простором інтелектуального зростання, самореалізації та творчого пошуку. Такі учні можуть залучатися до розв'язування нестандартних і олімпіадних задач, участі в математичних гуртках, конкурсах, турнірах, проєктній і дослідницькій діяльності. Це сприяє розвитку глибшого математичного мислення, формуванню дослідницьких умінь і підготовці до подальшого навчання на профільному рівні.

Важливою умовою ефективної організації позаурочної діяльності з учнями різних навчальних досягнень є гнучке поєднання диференціації та індивідуалізації навчання. Учитель має добирати зміст, методи й форми роботи з урахуванням реальних можливостей учнів, поступово ускладнюючи завдання та стимулюючи їхній пізнавальний розвиток. При цьому важливо уникати поділу учнів на «сильних» і «слабких», натомість створювати ситуації успіху для кожного, що відповідає дитиноцентрованому підходу НУШ.

З огляду на те, що позаурочна діяльність з математики має будуватися на засадах диференціації, особистісної орієнтації та спрямованості на задоволення освітніх потреб і пізнавальних інтересів учнів, а школярі виявляють різний рівень навчальних досягнень, здібностей і мотивації до вивчення предмета, доцільно виокремити кілька основних напрямів позаурочної роботи з математики.

Перший напрям охоплює позаурочну діяльність корекційно-розвивального характеру, спрямовану на підтримку учнів, які не досягли обов'язкового рівня засвоєння програмного матеріалу, а також тих школярів, які виявляють прагнення підвищити рівень своїх навчальних досягнень з окремих тем. Така діяльність реалізується переважно у формі додаткових позаурочних занять і відповідає принципам індивідуальної освітньої траєкторії та педагогічної підтримки, визначеним концепцією Нової української школи.

Другий напрям пов'язаний із позаурочною діяльністю поглибленого та творчого спрямування, орієнтованою на учнів, які виявляють підвищений інтерес і здібності до вивчення математики. Цей вид роботи відповідає традиційному розумінню позаурочної математичної діяльності та передбачає створення умов для інтелектуального розвитку, самореалізації й творчого пошуку школярів шляхом участі в математичних гуртках, конкурсах, проєктній і дослідницькій діяльності.

2.2.1. Роль позаурочної діяльності в підготовці учнів, які мають труднощі у засвоєнні програмного матеріалу з математики

Розглядаючи перший напрям позаурочної діяльності з математики, доцільно зазначити, що робота з учнями, які мають труднощі у засвоєнні програмного матеріалу, є поширеною практикою в закладах загальної середньої освіти. Водночас підвищення якості навчання математики в умовах реалізації концепції Нової української школи має сприяти поступовому зменшенню потреби в додатковій корекційній роботі з такими учнями завдяки ефективнішій

організації освітнього процесу, використанню диференційованого підходу та формувального оцінювання.

В ідеальних умовах позаурочна діяльність корекційного спрямування повинна мати чітко виражений індивідуальний характер і застосовуватися лише у виняткових випадках, зокрема під час тривалої відсутності учня через хворобу, зміни типу закладу освіти або інших об'єктивних причин. Проте на сучасному етапі розвитку шкільної математичної освіти така форма роботи залишається актуальною і потребує системної уваги з боку вчителя математики.

Основною метою позаурочної діяльності з учнями, які відстають у навчанні, є своєчасне виявлення, попередження та подолання прогалин у знаннях, уміннях і навичках з математики. Реалізація цієї мети відповідає дитиноцентрованому підходу НУШ, оскільки спрямована на підтримку кожного учня та створення умов для його освітнього успіху.

Найбільш ефективною формою роботи з такими учнями є індивідуальна позаурочна діяльність, адже характер і глибина навчальних труднощів у кожного школяра різні. Водночас можна виокремити окремі теми курсу математики, які традиційно викликають труднощі у значної частини учнів. У таких випадках доцільним є організація роботи в малих групах, що дає змогу поєднати індивідуальний підхід із елементами співпраці та взаємодопомоги.

Завдання, які пропонуються учням у процесі позаурочної діяльності, мають бути доступними, поступово ускладнюватися, мати практичну спрямованість і викликати пізнавальний інтерес. Доцільно використовувати завдання з підказками, алгоритмами виконання, зразками розв'язань, схемами та рисунками, що сприяє кращому розумінню навчального матеріалу та формуванню впевненості учнів у власних можливостях.

Практика роботи вчителів математики свідчить, що для усвідомлення та відтворення способу розв'язування задачі учневі необхідно виконати кілька однотипних вправ (зазвичай 2–3). При цьому важливо дотримуватися принципів підтримувального та формувального оцінювання: кожен, навіть

мінімальний, успіх учня має розглядатися як позитивний результат і слугувати джерелом мотивації до подальшого навчання.

Важливим і порівняно новим напрямом позаурочної діяльності, недостатньо висвітленим у методичній літературі, є робота з учнями, які прагнуть підвищити рівень своїх навчальних досягнень з математики, зокрема з учнями, що мають середній і достатній рівні (5–9 балів). Така діяльність відповідає ідеї індивідуальної освітньої траєкторії, задекларованої в НУШ.

У цьому випадку доцільно:

- а) здійснити спільний аналіз тематичної контрольної або залікової роботи;
- б) перевірити якість виконаної учнем роботи над помилками;
- в) надати роз'яснення щодо запитань, які виникли під час виконання завдань;
- г) запропонувати додаткові тренувальні вправи з дидактичних матеріалів і тестових завдань;
- д) провести повторну тематичну роботу з урахуванням досягнень учня та виставити об'єктивну оцінку.

Для досягнення позитивних результатів у роботі з учнями, які прагнуть покращити свої знання з математики, необхідно дотримуватися таких організаційно-методичних положень позаурочної діяльності:

1. Позаурочні заняття з математики доцільно організовувати в малих групах (3–4 учні), які є відносно однорідними за рівнем навчальних досягнень і характером труднощів.
2. Забезпечувати максимальну індивідуалізацію навчання шляхом добору персоналізованих завдань і надання адресної педагогічної підтримки кожному учневі.
3. Проводити заняття з учнями, які мають труднощі у навчанні, не частіше одного разу на тиждень, поєднуючи їх із самостійною роботою за індивідуальним освітнім планом.

4. Після опрацювання відповідної теми в межах позаурочної діяльності здійснювати підсумковий контроль результатів навчання з обов'язковим наданням зворотного зв'язку.

5. Надавати позаурочним заняттям навчально-розвивального характеру, використовуючи дидактичні матеріали, варіанти самостійних і контрольних робіт, а також завдання програмованого типу.

6. Систематично аналізувати причини навчальних труднощів окремих учнів, вивчати типові помилки та коригувати зміст і методи позаурочної діяльності, що значно підвищує її результативність.

2.2.2. Роль позаурочної діяльності в підготовці учнів, які виявляють підвищений інтерес і здібності до математики

Другий напрям позаурочної діяльності з математики пов'язаний з роботою з учнями, які виявляють підвищений інтерес до вивчення предмета та мають відповідні здібності. Така діяльність є важливою складовою системи підтримки й розвитку математично обдарованих учнів і повністю відповідає ідеям Нової української школи щодо створення умов для реалізації індивідуальних освітніх траєкторій, розвитку талантів і формування здатності до самореалізації.

Позаурочна діяльність з учнями цієї категорії спрямована на досягнення низки взаємопов'язаних цілей. Насамперед ідеться про формування та підтримку стійкого пізнавального інтересу до математики та її практичних застосувань, розширення кругозору учнів і поглиблення їхніх знань у межах і за межами навчальної програми. Важливим завданням є цілеспрямований розвиток математичних здібностей, зокрема логічного, абстрактного й критичного мислення, а також формування елементів дослідницької діяльності та навичок наукового пошуку.

Суттєвим аспектом позаурочної роботи з такими учнями є виховання високої культури математичного мислення, уміння аргументовано доводити власні міркування, працювати з різними джерелами інформації, аналізувати й

узагальнювати результати. У процесі позаурочної діяльності учні набувають досвіду самостійної та творчої роботи з навчальною і науково-популярною літературою, що сприяє розвитку уміння вчитися впродовж життя — однієї з ключових компетентностей НУШ.

Позаурочна діяльність також забезпечує розширення уявлень учнів про практичну значущість математики в науці, техніці, економіці та повсякденному житті, а також про її культурно-історичну цінність як складову світової та національної наукової спадщини. Важливим виховним аспектом є формування в учнів уміння поєднувати індивідуальну діяльність із колективною, розвиток навичок співпраці, відповідальності та взаємодопомоги.

Значною перевагою позаурочної діяльності є можливість встановлення більш тісної педагогічної взаємодії між учителем математики та учнями. Це дає змогу глибше вивчати їхні пізнавальні інтереси, освітні запити та індивідуальні можливості, а також залучати найбільш активних і мотивованих школярів до створення учнівського активу, здатного допомагати в організації математичної освіти класу: у підготовці наочних матеріалів, проведенні занять з учнями, які мають труднощі в навчанні, популяризації математичних знань серед ровесників.

Передбачається, що реалізація зазначених цілей частково здійснюється в межах уроків математики. Однак обмеженість навчального часу та програмних вимог не завжди дозволяє забезпечити їх повною мірою. Саме тому остаточно й найбільш повна реалізація цих завдань переноситься у сферу позаурочної діяльності, яка має більш гнучкий зміст і різноманітні форми організації.

За організаційними формами позаурочна діяльність з математики поділяється на масову, групову та індивідуальну. Масові форми дають змогу залучати значну кількість учнів, створювати атмосферу співпраці та змагання, проте ускладнюють індивідуальний контроль і глибоке опрацювання змісту кожним учасником. Групова робота, зокрема в межах математичних гуртків, є більш результативною, оскільки дозволяє поєднати колективну діяльність з урахуванням індивідуальних інтересів учнів. Індивідуальна форма

використовується для підтримки особистих освітніх запитів школярів і реалізації їхнього творчого потенціалу.

Організовуючи позаурочну діяльність з математики, учителю необхідно враховувати вікові особливості учнів. Так, у 5–6 класах доцільно використовувати цікавий теоретико-числовий і геометричний матеріал, елементи гри та нестандартні задачі. Водночас розважальність не повинна бути самоціллю, а має виступати дидактичним засобом активізації пізнавальної діяльності. Завдання вчителя полягає в тому, щоб перетворити ситуативний інтерес учнів у стійку пізнавальну мотивацію, зосереджуючи їхню увагу не на зовнішніх ефектах, а на сутності математичних ідей і закономірностей.

Традиційними та найбільш поширеними формами позаурочної діяльності з математики є математичні гуртки, вечори, вікторини, турніри, естафети, стінні газети, олімпіади, позаурочне читання та математичні екскурсії. Водночас у сучасних умовах учителі активно впроваджують нові, інтерактивні форми роботи, спрямовані на підвищення мотивації учнів і розвиток їхньої пізнавальної активності: математичні бої, брейн-ринги, тематичні ігри, подорожі, ярмарки, конкурси, командні інтелектуальні змагання тощо.

Таким чином, позаурочна діяльність з математики з учнями, які виявляють підвищений інтерес і здібності до предмета, є важливим засобом розвитку математичної обдарованості, формування ключових компетентностей і реалізації потенціалу кожного учня відповідно до ідей Нової української школи.

2.3. Роль гурткової діяльності у підвищенні інтересу учнів до математики

Позаурочна діяльність з математики є невід’ємною складовою цілісного освітнього процесу та природним продовженням навчальної роботи, що здійснюється на уроці. Вона розширює освітній простір школи, створює умови

для поглиблення знань, розвитку математичних здібностей учнів і формування стійкої мотивації до вивчення предмета. В умовах реалізації концепції Нової української школи позаурочна діяльність набуває особливої значущості, оскільки спрямована на розвиток ключових і предметних компетентностей, самостійності, ініціативності та творчого потенціалу школярів.

Основними завданнями позаурочної діяльності з математики є поглиблення й розширення знань та практичних умінь і навичок учнів; розвиток логічного мислення, кмітливості, математичної спостережливості; виявлення обдарованих і здібних школярів та створення умов для їх подальшого інтелектуального зростання; виховання стійкого інтересу до математики; залучення учнів до змістовної й пізнавально насиченої діяльності; формування таких особистісних якостей, як наполегливість, працелюбність, організованість і відповідальність.

Позаурочна діяльність з математики будується на принципах добровільності та внутрішньої мотивації учнів. У межах цієї діяльності, як правило, не застосовується традиційне оцінювання, однак пізнавальна активність, обґрунтованість суджень, кмітливість, швидкість обчислень, уміння застосовувати раціональні способи розв'язування задач мають заохочуватися різними формами позитивного зворотного зв'язку. Для позаурочної роботи добирається доступний, але інтелектуально насичений матеріал підвищеної складності або такий, що доповнює зміст основного курсу математики, з обов'язковим урахуванням наступності з урочною діяльністю.

За своїм характером позаурочна діяльність з математики часто набуває ігрової, змагальної та практико-орієнтованої форми. Математичні ігри, змагання, конкурси, проблемні ситуації, нестандартні та творчі завдання сприяють активізації пізнавальної діяльності учнів і є ефективним засобом розвитку логічного мислення. До основних методів позаурочної роботи належать ігрові та практичні методи навчання, використання дидактичних ігор, розв'язування задач-віршів, задач-казок, відгадування загадок, ребусів, логічних головоломок тощо.

Особливу роль у підвищенні інтересу учнів до математики відіграє гурткова діяльність. Математичний гурток є однією з найбільш ефективних і результативних форм позаурочної роботи, оскільки забезпечує систематичність занять, можливість глибшого опрацювання навчального матеріалу та розвиток творчих здібностей учнів. В основі організації гурткової діяльності лежить принцип суворої добровільності, що відповідає дитиноцентрованому підходу Нової української школи.

Зазвичай заняття математичного гуртка організовуються для учнів із достатнім рівнем навчальних досягнень, проте практика свідчить, що й учні з нижчим рівнем успішності нерідко виявляють щирий інтерес до участі в гуртковій роботі та відповідально ставляться до виконання запропонованих завдань. Учителеві математики не слід обмежувати участь таких учнів, натомість важливо підтримати їхню мотивацію, закріпити інтерес до предмета й забезпечити посильність завдань. Хоча наявність учнів із різним рівнем підготовки ускладнює організацію гурткової роботи, застосування диференційованих і індивідуалізованих завдань дає змогу значною мірою нівелювати ці труднощі, зберігаючи масовий і відкритий характер гуртка.

На етапі організації математичного гуртка важливо зацікавити учнів, продемонструвати відмінність гурткової діяльності від традиційних уроків, чітко окреслити її мету та характер. Доцільно присвятити цьому частину уроку математики, щоб ознайомити всіх учнів класу з планами та можливостями участі в гуртку.

Під час першого заняття гуртка доцільно визначити основні напрями роботи, обрати старосту, узгодити права й обов'язки членів гуртка, скласти орієнтовний план діяльності та розподілити доручення (підготовка математичної стінної газети, ведення документації, організація окремих заходів тощо). Заняття математичного гуртка рекомендовано проводити двічі на місяць, тривалістю близько однієї години кожне.

Ініціатором і координатором гурткової діяльності з математики виступає вчитель, однак важливо активно залучати учнів до організації роботи гуртка:

доручати їм підготовку повідомлень з обраних тем, добір завдань і вправ, підготовку історичних довідок, виготовлення моделей, схем і наочних матеріалів. На заняттях гуртка необхідно створювати атмосферу довіри, вільного обміну думками та активної дискусії, що сприяє розвитку комунікативних умінь і критичного мислення учнів.

Тематика гурткових занять з математики в сучасній школі є різноманітною та відкритою для творчого пошуку, що дає змогу враховувати інтереси учнів, їхні освітні запити та актуальні напрями розвитку математичної науки.

Зміст діяльності математичного гуртка охоплює кілька взаємопов'язаних напрямів, реалізація яких сприяє поглибленню математичної підготовки учнів, розвитку їхніх інтелектуальних здібностей і формуванню стійкого пізнавального інтересу до предмета.

Перший напрям передбачає поглиблене опрацювання програмного матеріалу, розширення теоретичних знань, пов'язаних із застосуванням математичних методів, законів і формул, що вивчаються в основному курсі, а також розв'язування задач підвищеної складності й олімпіадного типу. Така діяльність сприяє розвитку логічного та абстрактного мислення, уміння аналізувати нестандартні ситуації та застосовувати набуті знання в нових умовах.

Другий напрям полягає у вивченні історії розвитку математики, ознайомленні учнів з життєвим і науковим шляхом видатних математиків, а також у розв'язуванні стародавніх і класичних задач. Це сприяє формуванню цілісного уявлення про математику як культурно-історичне явище, вихованню поваги до наукової спадщини та розвитку ціннісного ставлення до знань.

Третій напрям пов'язаний з елементами цікавої та розвивальної математики, зокрема розв'язуванням логічних задач, математичних діаграм, загадок, ребусів, головоломок та інших завдань, які активізують пізнавальну діяльність, стимулюють допитливість і підтримують інтерес учнів до предмета.

Четвертий напрям охоплює організацію та проведення інтелектуальних змагань, зокрема турнірів юних математиків, що сприяють розвитку змагальності, командної взаємодії, відповідальності та вміння працювати в умовах обмеженого часу.

П'ятий напрям передбачає творчу та дослідницьку діяльність членів гуртка, спрямовану на формування навичок самостійного пошуку інформації, постановки проблеми, висування гіпотез, проведення досліджень і представлення результатів своєї роботи. Такий підхід відповідає дослідницькому компоненту компетентнісної освіти, задекларованому в концепції Нової української школи.

На гурткових заняттях практикується різноманітна діяльність: заслуховуються учнівські доповіді та повідомлення, розв'язуються задачі різного рівня складності, аналізуються запропоновані учнями способи доведення, виведення формул і розв'язання нестандартних задач. З метою активного залучення всіх членів гуртка до роботи доцільно організовувати тематичні секції, діяльність яких спрямована на:

- збирання та систематизацію народних і нестандартних математичних задач;
- виготовлення наочних посібників, моделей і дидактичних матеріалів;
- упорядкування історико-математичного матеріалу;
- підготовку матеріалів, що ілюструють прикладний характер математики та її зв'язок із реальним життям.

Результати роботи цих секцій доцільно узагальнювати та публікувати у шкільній математичній газеті. До змісту такої газети варто включати пізнавальну інформацію, історичні довідки, результати учнівських досліджень, а також конкурсні завдання й задачі на кмітливість, що сприяють популяризації математичних знань та підтримці інтересу до предмета серед широкого кола учнів.

Наприклад, *вузлики на пам'ять*.

Існують різні означення і способи обчислення середніх величин. Ось деякі з них.

Середнім арифметичним кількох чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ називають частку від ділення суми цих чисел на їх кількість:

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}.$$

Середнє арифметичне часто зустрічається в теорії ймовірностей, в практичних вимірюваннях, в наближених обчисленнях, в теорії похибок тощо.

Середнє зважене величин $a_1, a_2, \dots, a_n$, “вага” кожної з яких відповідно дорівнює $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, визначається за формулою:

$$A_n = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 + \dots + m_n a_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n}.$$

До поняття про середнє зважене приходимо, наприклад, при визначенні середнього значення результатів вимірювання якоїсь величини. За цією формулою обчислюються координати центра ваги кількох точок з масами $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$.

Середнім гармонічним двох даних чисел a і b називається третє число c , яке пов’язане з даними через співвідношення:

$$\frac{2}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \text{або} \quad c = \frac{2ab}{a+b}.$$

Наприклад, число вершин куба є середнім гармонічним чисел його граней і ребер. Цією залежністю пов’язані довжини струн, які відповідають нотам до, мі, соль, що утворюють гармонічний акорд. Звідси і походить назва цієї середньої величини. Вона часто використовується на практиці, зокрема у фізиці.

Середнє гармонічне C_n додатних чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ обчислюється за такою формулою

$$C = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}.$$

Середнім геометричним додатних чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ називається корінь n -го степеня з добутку цих чисел:

$$G_n = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

Середнє квадратичне S_n – це квадратний корінь з середнього арифметичного даних чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$:

$$S_n = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}.$$

Середнє квадратичне часто застосовується в теорії ймовірностей при наближених обчисленнях.

Вказані вище середні величини пов'язані співвідношенням:

$$C_n \leq G_n \leq A_n \leq S_n.$$

Ефективність роботи гуртка підвищується, якщо основний його склад постійний.

У невеликих школах організовують гуртки і для учнів кількох класів: 5-6, 7-8, 8-9. Але різний рівень знань учнів викликає значні труднощі при визначенні змісту й проведенні гурткових занять. Наведемо теми кількох занять математичних гуртків:

I. Тема: Таємниці простих чисел. (5-6 класи)

1. Як Евклід підрахував, а Ератосфен „висіяв” прості числа.
2. Прості числа-близнята.
3. Розв'язування цікавих задач.

II. Тема: Що таке графи? (7-8 клас)

1. Основні поняття теорії графів.
2. Відношення і графи.
3. Застосування графів до розв'язування логічних задач.
4. Графи і головоломки.
5. Розв'язування цікавих задач.

Розглянемо детальніше методичні аспекти організації позаурочної діяльності: теорія графів та стратегічне планування.

Впровадження концепції Нової української школи вимагає від педагога пошуку таких змістових ліній, які б демонстрували прикладну цінність математики. Одним із найбільш перспективних напрямів у цьому контексті є теорія графів. Завдяки своїй наочності та алгоритмічності, вона стає ефективним інструментом формування логічної та комбінаторної компетентностей учнів 7–9 класів.

Вивчення графів у межах позаурочної роботи дозволяє розв'язувати широкий спектр практико-орієнтованих задач: від логічних головоломок та побудови оптимальних маршрутів до моделювання соціальних мереж та ієрархічних структур. Це сприяє розвитку критичного мислення та здатності будувати математичні моделі реальних процесів, що є ключовою вимогою НУШ.

Проектування траєкторії розвитку учнів у межах математичного гуртка (10–11 класи)

Позаурочна діяльність на старшому етапі навчання (профільна школа) має на меті не лише поглиблення знань, а й професійне самовизначення та розвиток організаційних здібностей. Нижче представлено орієнтовну структуру планування роботи математичного гуртка, побудовану на засадах партнерства, самоврядування та проектної діяльності.

Орієнтовний план роботи математичного гуртка

I. Організаційно-проектувальний етап

1) *Формування груп*: проведення інформаційної кампанії та залучення здобувачів освіти до роботи в гуртку на засадах добровільності та зацікавленості.

2) *Когнітивне планування*: спільне обговорення та розробка стратегії діяльності гуртка на поточний навчальний рік із врахуванням індивідуальних освітніх запитів учнів.

3) Вступна зустріч членів математичного гуртка:

- колективне обговорення та затвердження плану роботи;

- демократичні вибори координаційної ради гуртка (розвиток громадянської компетентності);
- формування творчих груп: редколегій цифрового математичного бюлетеня та шкільного часопису.

II. Практико-орієнтована та змістовна діяльність

4) *Спільна навчально-пізнавальна діяльність:*

- ✓ Проєктна майстерня – розробка та створення сучасних візуальних матеріалів, динамічних моделей та інтерактивних посібників для модернізації освітнього простору (математичного кабінету);
- ✓ Подія-менеджмент – підготовка та проведення івенту «Математичний вечір» або інтелектуального батлу для учнів 9–10 класів з метою популяризації науки.

III. Аналітико-рефлексивний етап

5) *Моніторинг результативності:* відкрита зустріч учасників гуртка, присвячена аналізу діяльності творчих груп та звіту редколегій про наповнення медіаресурсів гуртка.

6) *Підсумкова рефлексія та презентація досягнень:*

- ✓ узагальнення результатів роботи за навчальний рік;
- ✓ презентація-виставка доробок – огляд самостійно виготовлених наочних моделей та цифрових проєктів;
- ✓ підсумкове слово керівника (модератора), відзначення особистісного поступу кожного гуртківця та визначення векторів розвитку на майбутнє.

Навчальні теми для роботи математичного гуртка.

1. Метод математичної індукції. Доведення формули кількості розміщень з n елементів по k і кількість перестановок з n елементів.
2. Метод математичної індукції (продовження). Доведення формули для кількості комбінацій з n елементами по k .
3. Біном Ньютона і метод математичної індукції. Трикутник Паскаля.
4. Діяльність видатного українського математика

5. Задачі на найбільше і найменше значення функції, що розв'язуються без застосування похідної.
6. Видатний математик М.І.Лобачевський.
7. Про розподіл простих чисел серед натуральних. Дослідження властивостей простих чисел російським математиком П.Л.Чебишовим.
8. Математична логіка. Операції над висловленнями.
9. Формули алгебри висловлень, їх рівносильність.
10. Кон'юнкція. Побудова диз'юнктивної нормальної форми для формули алгебри висловлень.
11. Приклади застосувань математичної логіки.
12. Використання методів математичної статистики для перевірки правильності висунутих гіпотез.

Практико-орієнтований вектор діяльності учасників гуртка

Згідно з концепцією НУШ, практична складова позаурочної роботи має бути спрямована на створення конкретних продуктів (матеріальних або інтелектуальних), що підсилює внутрішню мотивацію здобувачів освіти.

1. *Проектна діяльність «Галерея математичної слави»:* створення інформаційного стенда «Видатні постаті математичної науки». Проект передбачає дослідження біографічних відомостей та аналіз внеску вчених у розбудову світового наукового простору, що сприяє формуванню загальнокультурної компетентності.

2. *Медіапроект:* підготовка та випуск п'яти номерів періодичного математичного видання (газети або електронного часопису). Це стимулює розвиток інформаційно-цифрової грамотності та вміння працювати з контентом.

3. *Організація тематичних івентів:* підготовка та проведення просвітницько-розважальних заходів (математичних вечорів, квестів або TED-конференцій) на теми: «Жіноче обличчя математики: від Гіпатії до сучасності» та «Математичні розрахунки в опануванні космічного простору».

4. *Творча лабораторія «Дидактичний конструктор»*: моделювання та власноручне виготовлення наочних засобів навчання та динамічних моделей для модернізації освітнього середовища математичного кабінету.

У межах позаурочної діяльності для учнів 5–9 класів особливого значення набувають цикли занять, присвячені евристичним методам розв’язування задач. Оптимальним є планування декількох тематичних зустрічей, фокусом яких є опанування нестандартних логічних прийомів.

Дидактична мета таких занять полягає у:

- створенні умов для учнів із високим пізнавальним інтересом до логіки та комбінаторики.
- демонстрації елегантності та багатогранності математичних ідей, що виходять за межі стандартної шкільної програми.
- стимулюванні аналітичного та критичного мислення через розв’язання задач-софізмів, інваріантів та розфарбовувань.

Ефективність гурткової роботи безпосередньо залежить від реалізації принципу індивідуалізації. Вчитель має усвідомлювати неоднорідність складу групи за рівнем математичної підготовки та когнітивних здібностей.

Для забезпечення успішності кожного учня доцільно застосовувати багаторівневий підбір завдань:

- *Репродуктивно-творчі задачі* — для формування впевненості у власних силах.
- *Дослідницькі кейси* — для учнів із високим рівнем математичної обдарованості.
- *Колаборативні завдання (групові головоломки)* — де результат залежить від синергії зусиль учасників із різними типами мислення.

Такий підхід дозволяє підтримувати сталу зацікавленість предметом та запобігає ситуації інтелектуального дискомфорту, роблячи математику доступною та захопливою для всієї аудиторії гуртка.

Розглянемо приклади підбору задач для двох занять у 5-6 класах. Перше можна провести на початку року, а друге — в кінці. Задачі для кожного із занять об'єднані спільним нематематичним сюжетом.

Задачі першого заняття охоплюють різні теми математики. Перші дві з них не вимагають значних математичних здібностей. Їх легко можна розв'язати за допомогою логічних міркувань.

Більшість задач другого заняття розв'язуються за допомогою розмальовки. Ця ідея може появиться в учнів на основі перших задач, у яких використовується розмальовка шахового поля.

Задачі для першого заняття:

Ті годинники, які стоять, кращі за ті,
які завжди спішають на одну хвилину —
тому що вони показують правильну годину
двічі на добу.

1. О 4 годині дня від першого до посліднього удару годинника (4 удари) пройшло 6 секунд. Скільки часу пройде від першого до посліднього удару в обід.

2. На годиннику, який показує точну годину, відірвались всі цифри, і на циферблаті є тільки поділки без надпису. Як дізнатись, де потрібно закріпити цифри на циферблат? (Інших годинників у вас немає)

3. Оля на виконання домашнього завдання витрачає на 10% більше часу, ніж Іра, а Марійка витрачає на 10% менше часу, ніж Оля. Хто із дівчаток найшвидше виконає домашнє завдання?

4. Є два пісочні годинники: на 5 хвилин і на 8 хвилин. Як з їхньою допомогою засікти 7 хвилин.

5. Скільки разів на добу стрілки годинників утворюють кут 900°?

6. Розріжте циферблат годинника на дві частини так, щоб:

- а) сума чисел у кожній частині була однаковою;
- б) сума цифр у кожній частині була однаковою.

7. Водій вантажного автомобіля подивився на панель приборів і побачив, що спідометр показує 25952. „Яке красиве число я проїхав. Напевно, не швидко буде наступне красиве число”, подумав він. Але через двадцять хвилин на спідометрі появилось інше красиве число. З якою швидкістю їхав автомобіль?

8. Будильник Миколки поламався: він спішить на 4 хвилини за годину. О 7 годині вечора Миколка виставив на ньому точну годину і ще наставив дзвінок на 7 годину ранку. В якій годині проснеться Миколка?

Задачі для другого заняття:

Шахи і шахові дошки.

1. Шаховий кінь стоїть у лівому нижньому куті шахової дошки. Чи зможе він через а) 4; б) 5; в) 1803 ходів вернутись у початкове положення.

2. Із шахової дошки вирізали дві протилежні кутові клітинки. Чи можна розрізати те що залишилось на пари чорно-білих клітинок.

3. Яку найбільшу кількість а) королів; б) королів можна розставити на шаховій дошці так, щоб вони не „били” один одного?

4. На кожному квадратику шахової дошки 11×11 стоїть шашка. Оля і Іринка грають у таку гру. Під час одного ходу можна забрати одну шашку або будь-яку „лінію” із шашок (декілька шашок розміщених підряд без пропусків у стовпчику або лінійці). Програє той, хто не може зробити хід. Чи може одна з дівчаток ходити так, щоб завжди вигравати, незалежно від іншої дівчинки?

5. Чи можна розрізати шахову дошку на 15 вертикальних і 17 горизонтальних пар чорно-білих квадратиків?

2.4. Факультативні курси як інструмент поглиблення математичної компетентності

У системі сучасної математичної освіти факультативні заняття посідають особливе місце як варіативна складова навчального плану, що забезпечує гнучкість і персоналізацію освітнього процесу. Вони є важливою

формою **позаурочної діяльності**, яка дозволяє реалізувати індивідуальні освітні траєкторії учнів, враховуючи їхні когнітивні запити, нахили та академічні інтереси.

Основна мета факультативів у сучасній школі виходить за межі простого поглиблення програмного матеріалу. Вона полягає у:

- Формуванні цілісного наукового світогляду через ознайомлення з фундаментальними математичними ідеями та методами.
- Трансформації навчальної мотивації: від репродуктивного засвоєння до свідомого інтелектуального пошуку та «смаку» до самостійної дослідницької діяльності.
- Розвитку ініціативності та креативності як ключових навичок ХХІ століття.
- Демонстрації поліфункціональності математики, її практичного застосування в економіці, ІТ, інженерії та побуті.

Важливо чітко розмежовувати факультативний курс та репетиторську підготовку до іспитів (ЗНО/НМТ). Головним завданням факультативу не може бути лише підготовка до вступних випробувань, оскільки це нівелює саму ідею курсу, перетворюючи його на механічне тренування (так зване «натаскування»).

Ефективна модель факультативу передбачає *перевернуте навчання*: учні здійснюють попередній самостійний розбір проблеми або розв'язання задач, а під час аудиторного заняття разом із педагогом-модератором займаються пошуком найбільш раціональних, елегантних та нестандартних стратегій розв'язання.

Факультативні заняття мають низку детермінованих ознак, що відрізняють їх від традиційних уроків:

1. Панування атмосфери наукового партнерства та академічного діалогу.
2. Високий рівень внутрішньої зацікавленості суб'єктів навчання.

3. Пріоритет надається якісному фідбеку та саморефлексії учня, а не формальній бальній оцінці.

4. Гнучке групування учнів, що мають стійкий інтерес до математики.

У дидактичному аспекті факультативи виконують роль експериментального майданчика. Саме тут відбувається апробація нових методів навчання та оновленого змісту, який згодом може бути інтегрований у загальноосвітню програму. Це дозволяє вчителю варіювати рівень складності матеріалу, адаптуючи його під конкретний учнівський запит.

Хоча вибір факультативу є добровільним, він накладає на здобувача освіти певну відповідальність: системність відвідування та сумлінне виконання творчих доручень. Для запобігання перевантаженню учнів (особливо якщо заняття проводяться за межами основного розкладу) доцільно практикувати пролонговані домашні завдання або проєктні форми роботи, що не вимагають щоденної підготовки.

Вибір інструментарію на факультативі має ґрунтуватися на принципі активізації мислення. Традиційні лекції та семінари трансформуються в:

- *Інтерактивні лекції-дослідження* – де вчитель подає матеріал великими логічними блоками, що економить час для практичної діяльності.
- *Студентські конференції* – захист учнівських доповідей та презентація результатів розв'язання циклів складних задач.
- *Математичні дискусії* – обґрунтування власної точки зору на проблему.

Застосування лекційної системи дозволяє посилити прикладну спрямованість навчання та привчити учнів до роботи з першоджерелами та науковою літературою. При цьому специфіка шкільної лекції на факультативі полягає у безперервному моніторингу засвоєння матеріалу через діалогові вставки та експрес-контроль.

Уроки практичних занять. Основним видом занять є самостійна робота учнів по закріпленню й поглибленню теоретичного матеріалу,

викладеного на лекції. На практичних заняттях проводиться цілеспрямована робота з виробленням умінь і навичок розв'язування основних типів задач.

Уроки-семінари. Можливе проведення семінарів різних типів.

Найбільше поширення у вчителів математики одержали семінари, присвячені повторенню, поглибленню й узагальненню пройденого матеріалу.

За своїми дидактичними цілями вони також спрямовані на отримання нових знань, навчання самостійному застосуванню знань у нестандартних ситуаціях та ін.

Корисна форма роботи підготовка учнями рефератів. Виконання таких завдань важливо насамперед відносно розвитку навичок самоосвіти, задоволення індивідуальних інтересів учнів. Одночасно індивідуальне завдання повинне мати цінність для всіх учасників факультативної групи.

Велике значення для ефективного засвоєння матеріалу має підбір задач. Вступні задачі на факультативних заняттях мають на меті включення учнів у самостійну творчу роботу, інколи вчитель може спеціально запропонувати задачу, яка поставить учнів у тупик. Доцільно використовувати задачі, які вимагають нестандартного, творчого підходу до їх розв'язання.

Наприклад:

1. Знайти трійку натуральних чисел, які задовольняють рівняння:

$$28x + 30y + 31z = 365. \quad (1, 4, 7)$$

(бо x, y, z — кількість місяців в році, з відповідною кількістю днів).

2. Підійшовши до будинку хлопчик вважаючи, що на кожному поверсі 6 квартир порахував, що йому потрібно піднятися на шостий поверх. Але коли він вийшов на шостому поверсі із ліфту, то виявилось, що на поверсі сім квартир, але поверх він вибрав правильно. В яку квартиру йшов хлопчик?

(36)

(Якщо на поверсі по шість квартир, то на шостому поверсі повинні бути квартири з номерами: 31, 32, 33, 34, 35, 36. Але оскільки на поверсі по сім квартир, то на шостому були квартири з номерами: 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42. Отже умові задачі задовольняє квартира з номером — 36)

3. Два товариша стоять на балконі, один під одним. Вони одночасно крикнули. Хто раніше почує крик іншого? (Вважатимемо, що звук у всі сторони поширюється з однаковою швидкістю) *(Хлопчик знизу)*

(Вухо хлопчика знизу ближче до рота хлопчика зверху. Для учнів можна намалювати схему).

4. Мама з сином їдять шоколадку. Син з'їв половину і віддав мамі. Мама з'їла половину того, що залишилось і віддала синові. І так далі. Яку частину шоколадки з'їв син? $(\frac{2}{3})$.

(Частина шоколадки, яку з'їв син — $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots$. Частина, яку з'їла мама — $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$. Кожний доданок в сумі сина вдвічі більший від відповідного доданку в сумі мами. Тому частинки шоколадки, яку з'їли син і мама відносяться, як 2:1. Отже син з'їв $\frac{2}{3}$ від всієї шоколадки.)

Ефективність факультативних занять зумовлена їхньою гнучкою структурою, яка, на відміну від комбінованого уроку, орієнтована на глибоке занурення в проблему. Узагальнена модель факультативного заняття в сучасній школі зазвичай охоплює такі етапи:

1. *Когнітивне занурення* – презентація нового теоретичного матеріалу вчителем або підготовка випереджальних доповідей учнями (використання методу «навчаючи — учусь»).

2. *Диференційований практикум* – самостійне опрацювання завдань теоретичного та прикладного характеру. На відміну від традиційного підходу, у межах компетентнісного навчання доцільно пропонувати багаторівневі кейси, що відповідають індивідуальному темпу учня.

3. *Евристична дискусія* – колективний аналіз отриманих результатів, порівняння альтернативних стратегій розв'язування, рефлексія та узагальнення. Важливим є етап *перенесення знань* — перенесення опанованих методів на суміжні дисципліни (фізику, інформатику, економіку).

4. *Інтелектуальний виклик* – розв’язування задач високого рівня складності, що потребують нестандартного мислення та творчого підходу.

Зміст факультативних курсів має корелювати з психолого-фізіологічними особливостями учнів та їхніми провідними потребами:

- *Основна школа (7–9 класи)*: навчання носить пропедевтичний та пізнавально-розважальний характер. Пріоритет надається дискретним темам, які не обов’язково мають лінійний зв’язок із програмою. Популярними є курси: «Сторінки історії математики», «Математичний калейдоскоп», «Логічні лабіринти». Головна мета — підтримка пізнавального інтересу («математика — це цікаво»).
- *Старша школа (10–11 класи)*: факультативи набувають системного, академічного характеру. Вони виконують функцію професійної орієнтації та підготовки до продовження освіти у ЗВО. Програми фокусуються на поглибленні основного курсу, підготовці до НМТ/ЗНО через розв’язання задач із параметрами, складних планіметричних задач та елементів вищої математики.

Сучасна нормативна база надає вчителю значний рівень *академічної свободи* – можливість адаптувати типові програми, змінювати порядок тем або розробляти авторські курси, що враховують регіональний компонент чи специфіку конкретного класу.

Систематизуючи досвід сучасної методики математики, ми виокремили фундаментальні вимоги до проектування факультативного середовища:

№	Вимога	Сутність реалізації
1	<i>Дидактична цілісність</i>	Органічний зв’язок між змістом обов’язкових уроків та факультативних занять (доповнення, а не дублювання).
2	<i>Суб’єктність навчання</i>	Побудова освітнього процесу як спільного наукового пошуку та дослідницької діяльності.
3	<i>Метод «Ключових задач»</i>	Використання опорних задач, розв’язання яких відкриває шлях до цілого класу аналогічних проблем.
4	<i>Принцип «Еврики» (цікавості)</i>	Використання парадоксів, софізмів та історичного матеріалу для підтримки високого емоційного фону.

№	Вимога	Сутність реалізації
5	<i>Проблемна домінанта</i>	Подача матеріалу через постановку проблемних ситуацій, що спонукають до самостійного відкриття знань.
6	<i>Візуалізація та моделювання</i>	Активне застосування цифрових інструментів (Dynamic Geometry Software) та наочних моделей.

Важливо підкреслити, що на факультативних заняттях відбувається не лише інтелектуальний розвиток. Формується культура академічної доброчесності, критичність мислення, етика наукової дискусії та вміння співпрацювати в команді. Це повною мірою відповідає ціннісним орієнтирам НУШ, де математична освіта є засобом виховання гармонійної, конкурентоспроможної особистості.

2.5. Математичні вечори як форма соціокультурної взаємодії учнів

Математичний вечір є однією з найбільш масових та емоційно насичених форм позаурочної діяльності. Його ключова місія полягає у демістифікації математики як "сухої" дисципліни та демонстрації її естетичної й розважальної складових. Такі заходи доцільно проектувати для паралельних класів або вікових концентрів (5–6, 7–8, 10–11 класи), що дозволяє адаптувати контент під психологічні особливості підлітків.

Організація змістовного вечора – це тривалий процес, що вимагає ретельного планування (оптимально за 2–3 місяці до події). У межах педагогіки партнерства основні організаційні функції передаються ініціативній групі учнів (активу математичного гуртка), що сприяє розвитку їхньої соціальної та громадянської компетентностей.

Для вчителя-початківця раціональним є проведення 1–2 масштабних івентів протягом навчального року. Головний фокус має бути спрямований не на контроль, а на створення умов для прояву учнівської суб'єктності,

креативності та лідерських якостей. Максимальне залучення здобувачів освіти до підготовки окремих елементів програми (від створення декорацій до написання сценаріїв) є запорукою їхньої високої мотивації та співпричетності до успіху заходу.

Важливим аспектом є візуальна комунікація. За декілька днів до події створюється інформаційне поле: яскраві афіші (традиційні або цифрові), персоналізовані запрошення, анонси в соціальних мережах школи. Це формує передчуття інтелектуального свята та залучає ширшу аудиторію, зокрема батьків та учнів інших паралелей.

Програма математичного вечора має балансувати між *розважальним* та *освітнім* компонентами. Важливо враховувати природний потяг учнів середньої школи до таємничого, ігрового та парадоксального.

Проте, згідно з принципами дидактики, позаурочна діяльність не повинна штучно відокремлюватися від академічного курсу. Будь-який «математичний фокус» чи прийом швидких обчислень має отримати наукове обґрунтування. Наприклад:

- Демонстрація трюків із відгадуванням чисел повинна логічно підкріплюватися виведенням відповідних алгебраїчних формул.
- Побудова складних геометричних фігур (оригамі, флексогони) має супроводжуватися поясненням властивостей багатогранників.

Такий підхід запобігає формуванню уявлення про математику як про набір непов'язаних із життям маніпуляцій і, навпаки, демонструє універсальність математичних законів.

Ключові принципи успішного математичного вечора:

1. *Принцип активного залучення.* Кожен учасник — не просто глядач, а активний суб'єкт (гравець, асистент, доповідач).
2. *Принцип наукової достовірності.* Розважальні елементи мають міцне підґрунтя в шкільній програмі, поглиблюючи її.
3. *Принцип психологічного комфорту.* Відсутність академічного тиску та оцінювання створює ситуацію успіху для кожного учня.

4. *Принцип інтерактивності.* Використання сучасних форматів: математичні батли, аукціони задач, шоу-вікторини.

Зазвичай тривалість вечора дві-три години.

Зал або клас, де проводиться вечір, прикрашають портретами математиків, а також плакатами математичного змісту: вислови видатних людей про математику, жартами, геометричними ілюзіями, завданнями. Більшість плакатів можна прикрасити малюнками, що привертають до себе увагу учнів.

Зміст вечора

Часто в програму включають: розповіді, бесіди, доповіді на математичні або історико-математичні теми, фокуси, розваги, завдання.

Зазвичай вечір починається з доповіді на математичну або історичну тему. Заслужовують перевагу такі теми, в яких будь-який присутній учень міг би розібратися «без паперу і олівця», тобто теми, не пов'язані з певними значними викладеннями. А велику доповідь для вечора доцільно розбити на декілька частин і розподілити між учнями.

Прийоми обчислень. Вкажемо ряд ефективних прийомів обчислень, які можна показати на вечорі.

1. «Назвіть будь-яке двозначне число, кратне 9. Я його швидко помножу на 12 345 679» (наприклад назвуть 54).

Відповідь: $12\,345\,679 \times 54 = 666\,666\,666$.

Пояснення: Ділимо число, назване учнем, на 9, отримуємо одноцифрове число і виписує його 9 разів підряд.

2. Число 999 можна усно і швидко помножити на будь-яке трицифрове число (наприклад: 573×999).

Відповідь: $573 \times 999 = 572427$.

Пояснення: Перші три цифр добутку є другий множник до числа 999 зменшений на 1, а останні три цифр є відповідно доповненням перших трьох до цифри 9.

3. Піднесіть до кубу будь-яке двозначне число. І я в думці добуду з результату кубічний корінь» (наприклад це 328 509).

Відповідь: $\sqrt[3]{328509} = 69$.

Пояснення: Я пам'ятаю куби 9 перших натуральних чисел. Помічаю, що куб кожного з крайніх двох із цих дев'яти чисел (1 і 9) і середніх трьох (4, 5, 6) закінчуються тією ж цифрою, якою записується саме число, а куб кожного з решти чотирьох чисел – доповненням цієї цифри до 10. Число 328 509 закінчується цифрою 9. Значить, і його кубічний корінь закінчується 9. Крім того, $63^3 = 250047$ менше 328, $73^3 = 389017$ більше 328. Означає перша цифра 6.

Математичні софізми. На вечорі можна запропонувати зі сцени не громіздкий софізм.

1. Сірник удвічі довший за телеграфний стовп!

Я беруся довести це, і притому кожен сірник довший за телеграфний стовп рівно удвічі.

Нехай a – довжина сірника, b – стовпа. Позначимо $b - a = c$, $b = a + c$. Помножимо ці рівності почленно. Отримаємо: $b^2 - ab = ca + c^2$.

Віднімемо від обох частин bc . Отримаємо:

$$b^2 - ab - bc = ca + c^2 - bc$$

$$b(b - a - c) = c(a + c - b)$$

$$b(b - a - c) = -c(b - a - c).$$

Звідси $b = -c$, але $c = b - a$, отже $-c = a - b$.

Таким чином, $b = a - b$, $a = 2b$.

А що таке a ? Довжина сірника.

А b – це довжина стовпа. Отже: сірник удвічі довший за телеграфний стовп.

Цьому софізму можна було б додати іншу фабулу, наприклад: «У наперстку вміщається удвічі більше води, чим у відрі»; «Горошина удвічі важче за земну кулю» і т.п.

2. „ $5 = 7$ ”

Може проводити учень 7 класу.

Нехай число a у півтора рази більше від числа b , тобто $a = 1.5b$.

Помножимо обидві частини цієї рівності на 4, матимемо:

$$4a = 6b?$$

але $4a = 14a - 10a$ і $6b = 21b - 15b$

Тоді $14a - 10a = 21b - 14b$,

або $5(3b - 2a) = 7(3b - 2a)$.

Поділивши обидві частини на $3b - 2a$, отримаємо $5 = 7$.

Де помилка?

3. Будь-яке число дорівнює його половині.

Беремо два рівних числа a і c , $a = c$.

Обидві частини цієї рівності помножимо на a і потім віднімемо від них c^2 .

Отримаємо: $a^2 - c^2 = ac - c^2$,

$$(a - c)(a + c) = c(a - c).$$

Звідси $a + c = c$,

або $a + a = a$, (бо $a = c$).

Отже $2a = a$, або $a = 0$.

Яку помилку допущено у цих міркуваннях?

4. Будь-які два числа дорівнюють одне одному.

Позначимо різницю $x - y$ буквою p , тоді:

$$x = y + p.$$

Помноживши обидві частини цієї рівності на $(x - y)$, отримаємо:

$$x^2 - xy = xy + xp - y^2 - yp.$$

Винесемо x і y за дужки, тоді отримаємо:

$$x(x - y - p) = y(x - y - p).$$

Скоротивши на $x - y - p$, отримаємо:

$$x = y,$$

Тобто будь-які два числа дорівнюють одне одному. Де помилка?

5. Будь-яке число дорівнює нулю.

Яке б не було число a , правильні рівності $(+a)^2 = a^2$ і $(-a)^2 = a^2$. Тобто

$$(+a)^2 = (-a)^2,$$

а отже $+a = -a$, або $a + a = 0$.

Тоді $2a = 0$, а значить $a = 0$. Де помилка?

Завдання на вечорі. Математичний вечір не варто перетворювати на вечір розв'язування задач. Проте цікаві завдання в різних формах бажано на вечорі пропонувати учням.

1. Розв'язування задач зі сцени;
2. інсценування завдань з цікавою фабулою;
3. інсценування процесу розв'язування задач;
4. математична вікторина;
5. завдання на плакатах.

Наприклад, на математичному вечері для учні 5-6 класів можна запропонувати такі логічні задачі із цікавою фабулою:

Задачі про правдолюбів і брехунів.

На острові живуть правдолюби і брехуни. Правдолюби завжди говорять тільки правду, а брехуни — обманюють.

1. У горнятку, стакані, графині і банці є молоко, сік, лимонад і вода. Відомо, що води і молока немає в горнятку; посудина з лимонадом стоїть між графином і посудиною з соком; у банці немає ні лимонаду, ні води; стакан стоїть біля банки і посудини з молоком. У якій посудині налита кожна рідина.

2. Турист зустрів трьох жителів острова і спитав кожного: „Скільки серед вас правдолюбів?” Перший відповів „Немає ні одного”, другий відповів: „Один”. Що сказав третій? (Один)

3. Малюк сховав від Карлсона банку з варенням в одну з трьох різнокольорових коробок. На коробках Малюк написав: на червоній — „Варення тут немає”; на синій — „Варення — тут”; на зеленій — „Варення у синій коробці”. Тільки один надпис правильний. У якій коробці сховано варення. (У синій)

4. На острів приїхав турист і найняв собі провідника. Одного разу він побачив місцевого жителя, і сказав провіднику: „Іди спитай у цієї людини:

правдолюб він чи брехун”. Провідник вернувся і сказав: „Ця людина сказала, що він брехун”. Ким був провідник, правдолюбом чи брехуном.

(Брехуном)

5. Олег завжди говорить правду, а Іван завжди обманює. Яке запитання їм потрібно задати, щоб вони дали на нього однакову відповідь (обидва відповіли „так” або обидва „ні”)?

(Ви правдолюби)

6. На дверях двох кімнат висять таблички. Відомо, що надписи на них одночасно або істинні, або хибні. На першій сказано „Або у цій кімнаті тигр, або в іншій принцеса”, а на іншій „Принцеса у другій кімнаті”. У якій кімнаті принц знайде принцесу?

7. Одного разу в класі було знайдено дивний зошит. У ньому було написано сто речень:

„У цьому зошиті рівно одне речення хибне”;

„У цьому зошиті рівно два речення хибних”;

„У цьому зошиті рівно три речення хибних”;

„У цьому зошиті рівно чотири речення хибних”;

...

„У цьому зошиті рівно сто речень хибних”.

Чи є серед цих речень істинне, якщо так, то яке? (99)

8. Турист, який попав на острів правдолюбів і брехунів, зустрів чотирьох людей і запитав їх: „Хто ви?” Він отримав такі відповіді:

Перший: „Всі ми брехуни”.

Другий: „Серед нас один брехун”.

Третій: „Серед нас два брехуни”.

Четвертий: „Я ніколи не обманював, і зараз не обманюю”.

Ким був четвертий? Як це визначити? (Правдолюбом)

Математичні фокуси. Вони нерідко використовуються на математичних вечорах. Більшість математичних фокусів пов'язана з «вгадуванням» чисел.

1. «Зараз я вгадаю Ваш день народження. Помножте кількість днів у даті народження на 20, додай 3, суму помнож на 5 і додай номер місяця, потім

помнож на 20 і додай 3, помнож на 5 і додай число, утворене двома останніми цифрами року народження».

Якщо він народився 7 серпня 1978 року, вважає так: 7; 140; 143; 715; 723; 14 460; 14 463; 72 315; 72 393. Після цього віднімає 1 515 і отримує 7 08 78, це і є дата народження.

Пояснення: якщо виконати дані обчислення в загальному вигляді то вийде вираз $10\,000p + 100q + r + 1515$ де p – число днів, q – номер місяця, а r визначає рік.

2. Я вмію відгадувати задумані вами числа.

1. Задумайте число від 1 до 20
2. Додайте до нього 5.
3. Результат помножте на 3.
4. Від того, що вийшло, відніміть 15 і запам'ятаєте відповідь.
5. Якщо ви назвете мені відповідь, я скажу яке число ви загадали.

(Для цього названу відповідь потрібно поділити на 3. Вийде задумане число)

або:

1. Задумайте число.
2. Помножте його на 2
3. Додайте 4
4. Помножте на 4
5. Відніміть 16
6. Поділіть на задумане число.
7. В усіх вийшло число 8.

3. Фокус із календарем (ґрунтується на законах додавання чисел)

Глядач із залу вибирає на календарі будь-який місяць і відзначає в ньому будь-який квадрат, що містить 9 чисел. Називає фокусникові менше із чисел (A) і фокусник повідомляє суму всіх дев'яти чисел: $(A+8) \times 9$.

(Розглянемо довільний фрагмент календаря:

$A \quad A+7 \quad A+14$

$$A+1 \quad A+8 \quad A+15 \quad S=9(A+8)$$

$$A+3 \quad A+9 \quad A+16$$

4. Я вмію відгадувати результат обчислень.

1. Напишіть на дошці будь-яке трицифрове число так, щоб я його не бачив.

2. Тепер напишіть число з тих же цифр, але записаних у зворотному порядку.

3. Відніміть із більшого числа менше й назвіть мені тільки останню цифру отриманої різниці і я відгадаю, скільки у вас вийшло.

(Середня цифра завжди 9, а сума першої й третьої теж 9; Якщо остання цифра 3, то 693, якщо 7, то 297, якщо 0, то 0, якщо 9, то 99, якщо 4, то 594.)

5. Я великий математик. Можу миттєво додавати усно багатоцифрові числа.

1. Запишіть на дошці будь-яке багатоцифрове число.

2. Тепер я напишу ще два будь-яких числа.

3. Відповідь я вже знаю. Отримаємо... Перевірте!

(Перше число пише глядач, друге сам фокусник, будь-яке зі стількох же цифр, а третє число таке, щоб кожна цифра в сумі з відповідною цифрою другого числа давала б дев'ять; сума цих трьох чисел обчислюється легко: у ній будуть цифри першого числа в тім же порядку, тільки остання цифра буде на 1 менша. Також цифра 1 ставиться на самому початку суми.)

Математичне змагання

Щоб учні в залі не залишались осторонь від заходу, доцільно організувати на вечері математичний турнір. Серед учнів із залу, добровільно вибирається дві команди по 3-5 чоловік. Їм пропонується на час виконати деякі завдання. Наприклад:

1. У трьох членів кожної із команд зав'язані очі. Їм дається стрічка або шнурок, довжиною близько 4 м. Команді потрібно зобразити правильний

трикутник (або будь-який правильний багатокутник). Попередньо командам дається час на обговорення завдання.

2. Команди стають в шеренгу і у кожних двох сусідів зв'язуються ноги (ліва одного учня з правою іншого). Перед командою розставлені перешкоди, які легко збити (дві планки відстань між якими 1м). Команда повинна пройти туди і назад не розвертаючись.

3. Із аркуша паперу формату А4 вирізати дірку так, щоб всі члени команди по черзі могли пролізти через неї і т.п.

Однією з популярних форм позакласної роботи з математики є вікторини. Вони на вимагають багато часу і великої підготовки, але не замінімі. Переважною вікторини проводять на математичних вечорах, розширених заняттях математичного гуртка, або просто в позаурочний час.

Характер і кількість вправ для вікторини залежить від форми її проведення. На математичному вечорі доцільно запропонувати вікторину із 8-10 нескладних усних вправ, на математичному гуртку можна запропонувати складніші запитання — 5-6.

Математичні вікторини

У доборі матеріалу для вікторини можливі два підходи:

- 1) вправи для повторення всіх розділів вивченого курсу математики;
- 2) вправи для повторення визначеної теми.

Дуже важливо і корисно, щоб матеріал був підготовлений самими учнями. Звичайно, вчитель повинен перевірити всі запитання і відповіді.

Якщо запитання будуть складними і мало зрозумілими, вікторина не викличе бажаного інтересу. Запитання варто добирати легкі, середньої складності, складні. Така добірка забезпечить участь у вікторині більшості учнів. Відповіді повинні оцінюватися визначеною кількістю очок. Бажано, щоб переможці були визначені.

Розглянемо приклад задач, які можна використовувати на вікторинах:

1. У двох кишенях є порівну грошей. Із лівої кишені у праву переклали одну гривню. На скільки гривень у правій кишені стало більше, ніж у лівій? (на 2 грн.)

2. Якою цифрою закінчується добуток 10 множників $11 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 27 \cdot 29$? (Цифрою 10).

3. Обчислити: $99 - 97 + 95 - 93 + \dots + 3 - 1$. (50).

4. У якому випадку добуток двох чисел дорівнює множнику?

5. Скільки буде 52, 62, 72, кут у квадраті? (25, 36, 49, 900).

У батька 5 доньок і кожна має брата. Скільки дітей у батька? (6 дітей)

ВИСНОВКИ

У ході магістерського дослідження було проведено комплексний аналіз теоретичних та методичних аспектів формування математичних компетентностей учнів у позаурочний час, що дозволило сформулювати такі висновки:

1. Обґрунтовано, що позаурочна робота з математики є найбільш динамічною та варіативною формою освітнього процесу. Її зміст і методика визначаються вектором взаємодії вчителя та учня, базуючись на їхніх індивідуальних інтересах, суб'єктному досвіді та матеріально-технічних можливостях закладу освіти. Різноманітність форм позаурочної діяльності створює сприятливе середовище для становлення творчої особистості, дозволяючи не лише поглиблювати академічні знання, а й формувати цілісне уявлення про роль математики у науково-технічному прогресі та сучасному ринку праці, що безпосередньо сприяє ефективній профорієнтації молоді.

2. Визначено методичні засади організації роботи з групами учнів, які потребують додаткової підтримки у навчанні. Для підвищення ефективності подолання прогалин у знаннях доцільно:

- організовувати взаємодію в малих групах (3–4 особи), сформованих за принципом однорідності навчальних дефіцитів та когнітивних здібностей;
- застосовувати стратегію максимальної індивідуалізації, пропонуючи персоналізовані завдання та здійснюючи фасилітацію процесу їх виконання;
- дотримуватися оптимального режиму занять (не частіше одного разу на тиждень) у поєднанні з самостійною роботою за індивідуальною освітньою траєкторією;
- забезпечувати систематичний моніторинг результатів після вивчення кожного змістового модуля.

3. Систематизовано загальні дидактичні вимоги до організації факультативних занять як ключового інструменту формування предметних та ключових компетентностей, зокрема:

- забезпечення наступності та змістової єдності між урочною та позаурочною діяльністю;
- активізація автономності учнів через побудову навчального процесу як спільної дослідницької діяльності;
- впровадження методу «ключових задач», використання історико-математичного контексту та наочного моделювання;
- реалізація принципів проблемного навчання та дидактичної гри для підтримки високого рівня мотивації.

4. Доведено, що стратегічною метою сучасної методики позаурочної діяльності є створення цілісної екосистеми взаємодії між уроком, факультативом та позаурочними заходами. Така інтеграція дозволяє зберегти специфічні особливості кожної форми роботи, водночас забезпечуючи їхній синергетичний вплив на розвиток логічного мислення, культури спілкування та наукового світогляду школяра.

5. У магістерській роботі розроблено та систематизовано прикладний інструментарій для вчителя-практика: добірку диференційованих задач для гурткової роботи, логічні головоломки, математичні софізми та сценарії вікторин. Представлені матеріали мають практичну цінність і можуть бути використані вчителями математики, студентами під час педагогічної практики та розробниками авторських факультативних курсів для підвищення якості математичної освіти.

Список використаних джерел

1. Бевз Г. П. Методика навчання математики : навч. посіб. для студентів пед. ун-тів. – Київ : Освіта, 2010. – 368 с.
2. Бібік Н. М. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. – Київ: К.І.С., 2004. – 112 с.
3. Бурда М. І. Методика навчання математики в основній школі : навч. посіб. – Київ : Освіта, 2012. – 400 с.
4. Величко Л. М. Формування компетентності особистості в умовах модернізації освіти // Педагогіка і психологія. – 2010. – № 3. – С. 15–22.
5. Державний стандарт базової середньої освіти : постанова Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898. – Офіц. вид. – Київ, 2020.
6. Закон України «Про освіту» від 05.09.2017 № 2145-VIII (зі змінами). – Офіц. вид. – Київ, 2017.
7. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа». – Київ : МОН України, 2016.
8. Пометун О. І. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: теоретичні засади і практика реалізації. – Київ: Плеяди, 2007. – 96 с.
9. Пометун О. І. Теорія та практика компетентнісного підходу в освіті. – Київ : Педагогічна думка, 2009. – 256 с.
10. Пометун О. І., Пироженко Л. В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. – Київ : А.С.К., 2004. – 192 с.
11. Овчарук О. В. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. – Київ: К.І.С., 2004. – 112 с.
12. Овчарук О. В. Компетентнісно орієнтоване навчання: теорія і практика. – Київ : Педагогічна думка, 2014. – 128 с.
13. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи : підруч. для студ. пед. ун-тів. – Київ : Грамота, 2012. – 504 с.

14. Скат О. С. Формування математичної компетентності учнів основної школи // Науковий вісник педагогіки. – 2015. – № 2. – С. 48–54.
15. Скат О. С. Позаурочна діяльність як засіб формування математичної компетентності учнів // Математика в школі. – 2016. – № 4. – С. 9–15.
16. Тарасенкова Н. А. Теоретико-методичні засади навчання математики учнів основної школи. – Черкаси : Видавець Чабаненко Ю., 2013. – 356 с.
17. Шкіль М. І. Теоретичні засади методики навчання математики в загальноосвітній школі. – Київ : Рад. школа, 2002. – 320 с.
18. European Commission. Key Competences for Lifelong Learning: European Reference Framework. – Brussels : Publications Office of the European Union, 2019. – 52 p.
19. OECD. The Definition and Selection of Key Competencies (DeSeCo). – Paris : OECD Publishing, 2005. – 162 p.
20. UNESCO. Education 2030: Incheon Declaration and Framework for Action. – Paris : UNESCO, 2016. – 84 p.
21. Rychen D. S., Salganik L. H. Key Competencies for a Successful Life and a Well-Functioning Society. – Göttingen : Hogrefe & Huber, 2003. – 332 p.