

**ДРОГОБИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА
Кафедра технологічної та професійної освіти**

Юрій Павловський, Вікторія Лендел

Електротехніка та електроніка: розрахунок електричних кіл постійного струму

Навчально-методичний посібник

**Дрогобич
2019**

УДК 621.1.016(075.8)

ББК 31.36я73

П12

*Рекомендовано до друку вченою радою
Дрогобицького державного педагогічного університету
імені Івана Франка (протокол № ____ від _____)*

Рецензенти:

Яким Р.С. – доктор технічних наук, професор, професор кафедри технологічної та професійної освіти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка;

Пелещак Р.М. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

Відповідальний за випуск:

Вірт І.С. – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри технологічної та професійної освіти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

Павловський Ю.В., Лендел В.В.

П12 Електротехніка та електроніка: розрахунок електричних кіл постійного струму [навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів]. Дрогобич: Редакційно-видавничий відділ Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, 2019. 137 с.

Навчальний посібник містить основні теоретичні відомості, розрахункові співвідношення та формули, методичні рекомендації та приклади розв'язування типових задач, а також задачі для самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни «Електротехніка та електроніка» розділу «Лінійні електричні кола постійного струму».

Посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціальностями 014 Технологічна освіта та 015 Професійна освіта (Транспорт).

Бібліографія – 18 назв.

© Павловський Ю.В., Лендел В.В., 2019

© Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка,

Зміст

ПЕРЕДМОВА.....	5
РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ.....	6
1.1. Електричний струм.....	6
1.2. Напрямок електричного струму.....	7
1.3. Дії електричного струму.....	7
1.4. Сила та густина струму.....	8
1.5. Швидкість напрямленого руху зарядів.....	9
1.6. Стационарне електричне поле.....	11
1.7. Сторонні сили. Електрорушійна сила та напруга.....	12
1.8. Закони Ома для кола постійного струму.....	13
1.8.1. Закон Ома для однорідного провідника.....	13
1.8.2. Закон Ома для замкнутого кола.....	13
1.9. Опір провідників і їх з'єднання.....	14
1.9.1. Поняття опору.....	14
1.9.2. Послідовне з'єднання опорів.....	15
1.9.3. Паралельне з'єднання опорів.....	16
1.9.4. З'єднання опорів зіркою та трикутником.....	17
10. Робота та потужність струму. Закон Джоуля-Ленца.....	19
11. Закони Кірхгофа для розгалужених електричних кіл.....	20
12. Конденсатор у колі постійного струму.....	21
12.1. Основні властивості та параметри конденсаторів.....	21
12.2. Зарядження та розрядження конденсатора.....	26
13. Джерело ЕРС і джерело струму в електричних колах.....	28
14. Режими роботи електричного кола.....	32
14.1. Режим холостого ходу.....	33
14.2. Режим короткого замикання.....	34
14.3. Номінальний режим.....	35
14.4. Узгоджений режим.....	35
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	
2.1. Методика розрахунку електричних кіл з використанням законів Ома та Кірхгофа.....	37
2.2.1. Методика розрахунку кола з одним джерелом живлення....	37

2.2.2. <i>Методика розрахунку розгалуженого електричного кола з декількома джерелами живлення</i>	39
2.2. Основні методи розрахунку складних електричних кіл.....	40
2.2.1. <i>Метод вузлової напруги</i>	40
2.2.2. <i>Метод еквівалентного генератора</i>	43
РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ	45
3.1. Закон Ома для ділянки та повного кола.....	45
3.2. Електричні опори. З'єднання опорів	50
3.3. Робота та потужність струму	61
3.4. Розгалужені електричні кола.....	66
3.5. Конденсатори в колі постійного струму	91
РОЗДІЛ 4. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ	102
Використані літературні джерела	133
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	135
ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК	136

ПЕРЕДМОВА

Навчально-методичний посібник, який укладено на основі освітньої програми з навчальної дисципліни «Електротехніка та електроніка» підготовки бакалаврів спеціальності 014 Технологічна освіта та 015 Професійна освіта (Транспорт), містить основні теоретичні положення, розрахункові формули й співвідношення, методичні рекомендації, приклади розв'язування задач та завдання для самостійної роботи студентів.

У посібнику наведено 50 прикладів розв'язування задач та 135 завдань для самостійної роботи.

У більшості наведених задач використовується міжнародна система одиниць вимірювань (СІ). Проте з урахуванням широкого розповсюдження у техніці та інженерній практиці вимірювальних приладів, проградуєваних в одиницях інших систем, деякі з них містять дані у позасистемних одиницях.

Матеріал навчального посібника допоможе студентам повторити основні теоретичні відомості з електротехніки та електроніки, засвоїти методи розрахунку електричних кіл постійного струму та сформувати навички вирішення практичних завдань.

Посібник може слугувати довідником при виконанні курсових і випускових робіт, у практичній інженерно-технічній діяльності, буде корисним інженерам, технікам, учителям трудового навчання та технологій, викладачам і майстрам виробничого навчання ЗВО, керівникам технічних гуртків.

РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

1.1. Електричний струм

Електричний струм забезпечує комфортом життя сучасної людини. Технологічні досягнення цивілізації – енергетика, транспорт, радіо, телебачення, комп'ютери, мобільний зв'язок – засновані на використанні електричного струму. *Електричний струм* – це напрямлений рух заряджених частинок, при якому відбувається перенесення заряду з одних областей простору в інші. Електричний струм може виникати в різних середовищах: твердих тілах, рідинах, газах. Часом і середовища ніякого не потрібно – струм може існувати навіть у вакуумі [1].

Наведемо деякі приклади. Замкнемо полюси батарейки металевим дротом. Вільні електрони провідника почнуть напрямлений рух від «мінуса» батарейки до «плюса». Це – приклад струму в металах. Кинемо в стакан води пучок кухонної солі NaCl. Молекули солі дисоціюють на іони, так що в розчині з'являться вільні заряди: позитивні іони Na^+ і негативні іони Cl^- . Тепер зануримо у воду два електроди, з'єднані з полюсами батарейки. Іони Na^+ почнуть напрямлений рух до негативного електроду, а іони Cl^- – до позитивного. Це – приклад проходження струму через розчин електроліту. Грозові хмари створюють настільки потужні електричні поля, що виявляється можливим пробій повітряного проміжку довжиною в кілька кілометрів. У результаті крізь повітря проходить гігантський розряд – блискавка. Це – приклад електричного струму в газі. У всіх розглянутих прикладах електричний струм обумовлений рухом заряджених частинок всередині тіла та називається *струмом провідності* [1].

Ось дещо інший приклад. Будемо переміщувати в просторі заряджене тіло. Така ситуація узгоджується з визначенням струму. Направлений рух зарядів – є, перенесення заряду в просторі – присутнє. Струм, створений рухом макроскопічного зарядженого тіла, називається *конвекційним*. Слід зауважити, що не всякий рух заряджених частинок утворює струм. Наприклад, хаотичний тепловий рух зарядів провідника – не напрямлений (відбувається у довільних напрямках), і тому не є струмом¹ [2].

Не буде струмом і поступальний рух електрично нейтрального тіла: хоч заряджені частинки в його атомах здійснюють напрямлений рух, проте не відбувається перенесення заряду з одних ділянок простору в інші [2].

¹При виникненні струму вільні заряди продовжують здійснювати тепловий рух. У цьому випадку до хаотичних переміщень заряджених частинок додається їх упорядкований дрейф у певному напрямі.

1.2. Напря́м електричного струму

Напря́м руху заряджених частинок, що утворюють струм, залежить від знаку їх заряду. Позитивно заряджені частинки будуть рухатися від «плюса» а негативні – до «мінуса», заряджені – навпаки, від «мінуса» до «плюса». Наприклад, в електролітах і газах присутні як позитивні, так і негативні вільні заряди, і струм створюється їх зустрічним рухом в обох напрямках [3]. Який з цих напрямків прийняти за напря́м електричного струму?

Напря́мом струму прийнято вважати напря́м руху позитивних зарядів. За домовленістю – струм протікає від «плюса» до «мінуса» (рис. 1.1; позитивна клемма джерела струму зображена довгою рисою, негативна клемма – короткою).

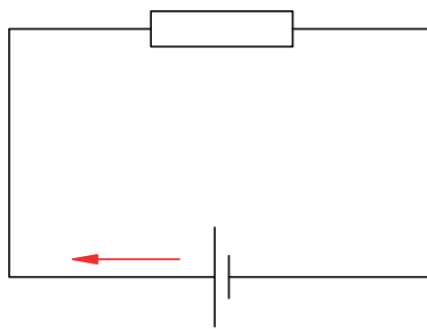


Рис. 1.1. Напря́м струму

Дана домовленість суперечить деяким поширеним випадком металевих провідників. У металі носіями заряду є вільні електрони, і рухаються вони від «мінуса» до «плюса». Але відповідно до домовленості ми змушені вважати, що напря́мок струму в металевому провіднику протилежний руху вільних електронів. Це, звичайно, не дуже зручно. Однак, доведеться прийняти цю ситуацію як реальність. Так вже історично склалося. Вибір напря́му струму був запропонований Ампером² у першій половині ХІХ століття, за 70 років до відкриття електрона [3]. До цього вибору всі звикли, і коли в 1916 році з'ясувалося, що струм у металах зумовлений рухом вільних електронів, то нічого змінювати вже не стали.

1.3. Дії електричного струму

Як можна визначити, протікає електричний струм чи ні? Про виникнення електричного струму можна судити за такими його проявами [5].

1. *Теплова дія струму.* Електричний струм викликає нагрівання речовини,

²Домовленість про напря́м струму знадобилася Амперу для того, щоб дати чітке правило визначення напря́му сили, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі. Сьогодні цю силу ми називаємо *силою Ампера*, напря́м якої визначається за *правилом лівої руки* [4].

в якій він протікає. Саме так нагріваються спіралі нагрівальних приладів і ламп розжарювання. Саме тому ми бачимо блискавку. В основі дії теплових амперметрів лежить теплове розширення провідника зі струмом, що приводить до переміщення стрілки приладу [5].

2. *Магнітна дія струму.* Електричний струм створює магнітне поле: стрілка компаса, розташована поруч з провідником, при включенні струму повертається перпендикулярно до провідника. Магнітне поле струму можна багаторазово посилити, якщо обмотати провідник навколо залізного стрижня – вийде електромагніт. На цьому принципі заснована дія амперметрів магнітоелектричної системи: електромагніт повертається в поле постійного магніту, в результаті чого стрілка приладу переміщається по шкалі [5].

3. *Хімічна дія струму.* При проходженні струму через електроліти можна спостерігати зміну хімічного складу речовини. У розчині CuSO_4 позитивні іони Cu^{2+} рухаються до негативного електроду, і цей електрод покривається міддю [5].

Електричний струм називається *постійним*, якщо за рівні проміжки часу через поперечний переріз провідника проходить однаковий заряд. Постійний струм найбільш простий для вивчення. Тумо з нього ми і починаємо [2].

1.4. Сила та густина струму

Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму. У випадку постійного струму абсолютна величина сили струму є відношенням абсолютної величини заряду q , що пройшов через поперечний переріз провідника за час t , до цього часу [2]:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (1)$$

Сила струму вимірюється в *амперах* (А). При силі струму 1 А через поперечний переріз провідника за 1 с проходить заряд 1 Кл [2].

Слід зауважити, що формула (1) визначає абсолютну величину, або модуль сили струму. Сила струму може мати ще й знак. Цей знак не пов'язаний зі знаком зарядів, що утворюють струм, і вибирається з інших міркувань. А саме, в ряді ситуацій (наприклад, якщо заздалегідь не зрозуміло, куди потече струм) зручно зафіксувати деякий напрям обходу електричного кола (скажімо, проти годинникової стрілки) і вважати силу струму позитивною, якщо напрям струму збігається з напрямом обходу, і негативною, якщо струм тече проти напрямку обходу [2].

У випадку постійного струму сила струму є величина стала. Вона показує,

який заряд проходить через поперечний переріз провідника за 1 с. Часто буває зручно не прив'язуватися до площі поперечного перерізу та ввести величину *густини струму* [2]:

$$j = \frac{I}{S}, \quad (2)$$

де I – сила струму, S – площа поперечного перерізу провідника. З урахуванням формули (1) маємо також:

$$j = \frac{q}{St}. \quad (3)$$

Густина струму показує, який заряд проходить за одиницю часу через одиницю площі поперечного перерізу провідника. Відповідно до формули (2), густина струму вимірюється в A/m^2 [5].

1.5. Швидкість напрямленого руху зарядів

Коли ми вмикаємо в кімнаті світло, нам здається, що лампочка загоряється миттєво. Швидкість поширення струму по провідниках дуже велика: вона близька до 300000 км/с (швидкість світла у вакуумі). Якби лампочка була на Місяці, вона б засвітилася чуть більше ніж через 1 секунду. Однак не слід думати, що з такою швидкістю рухаються вільні заряди, що утворюють струм. Виявляється, їх швидкість становить всього частки міліметра за секунду [5].

Виникає запитання, чому струм поширюється по провідниках так швидко? Річ у тому, що вільні заряди взаємодіють один з одним і, перебуваючи під дією електричного поля джерела струму, при замиканні кола починають рухатися майже одночасно уздовж всього провідника. Швидкість поширення струму є швидкістю передачі електричної взаємодії між вільними зарядами, і вона близька до швидкості світла у вакуумі. Швидкість, з якою самі заряди переміщуються всередині провідника, може бути на багато порядків меншою.

Отже, ще раз підкреслимо, що слід розрізняти дві швидкості [5].

1. *Швидкість поширення струму*. Це – швидкість передачі електричного сигналу по колу. Близька до 300000 км/с.

2. *Швидкість напрямленого руху вільних зарядів*. Це – середня швидкість переміщення зарядів, що утворюють струм (*дрейфова швидкість*).

Покажемо виведення формули, яка виражає силу струму I через швидкість v напрямленого руху зарядів провідника.

Нехай провідник має площу поперечного перерізу S (рис. 1.2). Вільні заряди провідника будемо вважати позитивними; величину вільного заряду позначимо e (в найбільш важливому для практики випадку металевого

провідника це заряд електрона). Концентрація вільних зарядів (тобто їх число в одиниці об'єму) дорівнює n .

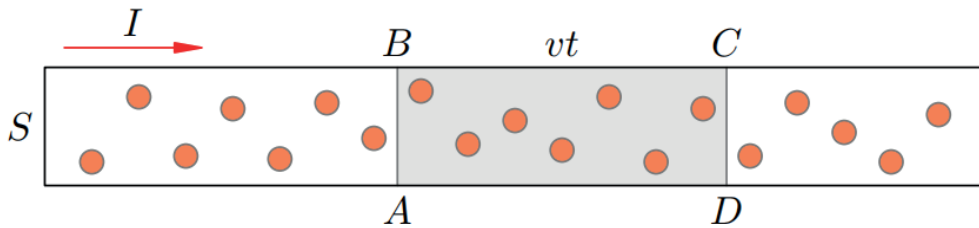


Рис. 1.2. До виведення формули (7)

Який заряд q пройде через поперечний переріз AB нашого провідника за час t ? З одного боку, зрозуміло,

$$q = It. \quad (4)$$

З іншого боку, переріз AB перетнуть всі ті вільні заряди, які через час t виявляться всередині циліндра $ABCD$ з висотою vt . Їх число дорівнює:

$$N = nV_{ABCD} = nSvt. \quad (5)$$

Відповідно, їх загальний заряд буде

$$q = eN = enSvt. \quad (6)$$

Прирівнюючи праві частини формул (4) і (6) та скоротивши на t , одержимо

$$I = envS. \quad (7)$$

Відповідно густина струму

$$j = env.$$

Для прикладу порахуємо, яка швидкість руху вільних електронів у мідному дроті при силі струму 1 А. Заряд електрона відомий: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Яка концентрація вільних електронів? Вона збігається з концентрацією атомів міді, оскільки від кожного атома відривається по одному валентному електрону. А концентрацію атомів ми знаходимо вміємо:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_A}{V} = \frac{m N_A}{\mu V} = \frac{\rho N_A}{\mu} = \frac{8900 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{0,0635} \approx 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Нехай $S = 1 \text{ мм}^2$. З формули (7) одержимо:

$$v = \frac{I}{enS} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}} \approx 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}.$$

Це величина порядку однієї десятої міліметра за секунду.

1.6. Стаціонарне електричне поле

Ми весь час говоримо про напрямлений рух зарядів, але ще не розглядали питання про те, чому вільні заряди здійснюють такий рух. Чому, власне,

виникає електричний струм? Для упорядкованого переміщення зарядів всередині провідника необхідна сила, що діє на заряди в певному напрямі [5]. Звідки береться ця сила?

Щоб у провіднику протікав постійний струм, всередині провідника повинно існувати стаціонарне електричне поле. Іншими словами, між кінцями провідника потрібно підтримувати постійну різницю потенціалів [6].

Стаціонарне електричне поле повинно створюватися зарядами провідників, що входять в електричне коло. Однак заряджені провідники самі по собі не зможуть забезпечити протікання постійного струму. Розглянемо, наприклад, дві провідні кулі, заряджені різнойменно. З'єднаємо їх провідником. Між кінцями дроту виникне різниця потенціалів, а всередині дротини – електричне поле. По дротині потече струм. Але в міру проходження струму різниця потенціалів між кулями буде зменшуватися, слідом за нею стане спадати і напруженість поля в провіднику. Зрештою потенціали куль стануть рівні один одному, поле в провіднику перетвориться в нуль, і струм зникне. Те, що електростатичне поле саме по собі не годиться на роль стаціонарного поля, що створює струм, зрозуміло і з більш загальних міркувань. Адже електростатичне поле потенціальне, його робота при переміщенні заряду по замкнутому контурі дорівнює нулю. Отже, воно не може викликати циркуляцію зарядів по замкнутому електричному колі – для цього потрібно здійснювати ненульову роботу. Хто ж буде здійснювати цю ненульову роботу? Хто буде підтримувати в колі різницю потенціалів і забезпечувати стаціонарне електричне поле, що створює струм у провідниках? Відповідь – *джерело струму*, найважливіший елемент електричного кола [6].

Щоб у провіднику протікав постійний струм, кінці провідника повинні бути приєднані до клем джерела струму (батареї, акумулятора тощо). Клеми джерела – це заряджені провідники. Якщо коло замкнуте, то заряди з клем переміщуються по колу – як у розглянутому вище прикладі з кулями. Але тепер різниця потенціалів між клемами не зменшується: джерело струму безперервно заповнює заряди на клемах, підтримуючи різницю потенціалів між кінцями кола на незмінному рівні. У цьому і полягає призначення джерела постійного струму. Всередині нього протікають процеси неелектричного (найчастіше – хімічного) походження, які забезпечують неперервний поділ зарядів. Ці заряди постачаються на клеми джерела в необхідній кількості [7].

Розглянемо яким чином виникає стаціонарне електричне поле в провідниках при наявності джерела струму.

Заряджені клеми джерела створюють на кінцях провідника електричне поле. Вільні заряди провідника, що знаходяться поблизу клем, починають рухатися і діють своїм електричним полем на сусідні заряди. Зі швидкістю, близькою до швидкості світла, ця взаємодія передається вздовж усього кола, і в ньому виникає постійний електричний струм. Стабілізується і електричне поле, яке створюється рухомими зарядами. *Стаціонарне електричне поле – це поле вільних зарядів провідника, що здійснюють напрямлений рух* [8].

1.7. Сторонні сили. Електрорушійна сила та напруга

Як було з'ясовано, для існування постійного струму необхідна наявність у колі пристрою, здатного створювати та підтримувати різницю потенціалів за рахунок роботи сил неелектричної природи. Ці сили називаються *сторонніми силами*, а пристрої для підтримки струму в колі – *джерелами струму*. Природа сторонніх сил може бути різною. Наприклад, в гальванічних елементах вони виникають за рахунок енергії хімічних реакцій між електродами та електролітами, в генераторі – за рахунок механічної енергії обертання ротора генератора. Роль джерела струму в електричному колі подібна до ролі насоса для перекачування рідини. Під дією поля сторонніх сил електричні заряди рухаються всередині джерела струму проти сил електростатичного поля, завдяки чому на кінцях кола підтримується різниця потенціалів і в колі протікає постійний електричний струм. Сторонні сили здійснюють роботу по переміщенню електричних зарядів. Фізична величина, що дорівнює відношенню роботи сторонніх сил по переміщенню позитивного електричного заряду від негативного полюса джерела до позитивного до величини заряду називається *електрорушійною силою* (ЕРС), що діє в колі [2].

$$\varepsilon = \frac{A_{cm.}}{q}. \quad (8)$$

Ця робота виконується за рахунок енергії, що витрачається в джерелі струму, тому величину E можна також називати електрорушійною силою джерела струму, включеного в коло. Часто замість того, щоб сказати: «В колі діють сторонні сили», кажуть: «В колі діє ЕРС», тобто термін «електрорушійна сила» вживається як характеристика сторонніх сил. ЕРС як і потенціал виражається у вольтах. Напругою U на ділянці кола 1-2 називається фізична величина, яка визначається роботою, яка здійснюється сумарним полем електростатичних і сторонніх сил при переміщенні одиничного позитивного заряду на даній ділянці кола [7].

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Всередині провідника при протіканні в ньому струму існує електричне поле. Напруженість електричного поля всередині однорідного провідника постійного перетину можна розрахувати за формулою:

$$E = \frac{U}{l}. \quad (9)$$

де l – довжина провідника.

1.8. Закони Ома для кола постійного струму

1.8.1. Закон Ома для однорідного провідника

Закон Ома для ділянки кола: Сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній до нього напрузі та обернено пропорційна опору провідника [5].

$$I = \frac{U}{R}, \quad (10)$$

де R – електричний опір провідника, U – напруга на провіднику. Рівняння (10) виражає закон Ома для ділянки кола, що не містить джерела струму [5].

1.8.2. Закон Ома для замкнутого кола

Щоб у замкнутому колі протікав струм постійної величини, воно повинно містити джерело струму, яке поповнювало б втрати енергії зарядів, що виникають при протіканні струму по ділянках кола, що мають певний опір. Розглянемо найпростіше замкнуте (повне) коло, що складається з джерела струму з ЕРС ε і зовнішньої ділянки кола опором R (рис. 1.3). При протіканні струму в колі по ньому протікає заряд $q = I \cdot t$. Джерело струму з ЕРС величиною ε передає цьому заряду енергію, рівну роботі сторонніх сил. Ця робота, як впливає з формули (8), дорівнює

$$A_{cm.} = \varepsilon q = \varepsilon I t. \quad (11)$$

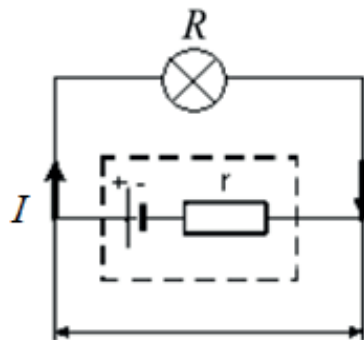


Рис. 1.3. Замкнуте електричне коло

Сторонні сили, за рахунок енергії, що витрачається в джерелі струму,

виконують роботу по переміщенню електричних зарядів як на зовнішній ділянці кола, так і всередині джерела струму. З цього випливає, що, прирівнявши роботу сторонніх сил і роботу струму в замкнутому контурі, отримаємо:

$$\varepsilon \cdot I \cdot t = I^2(R + r)t.$$

де r – внутрішній опір джерела струму, R – опір зовнішнього кола.

Відповідно,

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \quad (12)$$

Ця формула виражає **закон Ома для замкнутого (повного) кола**: сила струму в замкнутому колі прямо пропорційна ЕРС джерела та обернено пропорційна повному опору кола. Зовнішній і внутрішній опір кола з'єднані послідовно, тому повний опір кола дорівнює їх сумі [8].

1.9. Опір провідників і їх з'єднання

1.9.1. Поняття опору

Електричний опір R є основною електричною характеристикою провідника. Чим більший електричний опір при заданій напрузі, тим менша сила струму в провіднику. Опір характеризує ступінь протидії провідника напрямленому руху зарядів по ньому.

Величина

$$G = \frac{1}{R}, \quad (13)$$

називається *електричною провідністю* провідника. Одиниця провідності – *сименс*. Опір провідників залежить від розмірів і геометричної форми, від температури, а також від матеріалу, з якого провідник виготовлений. Для однорідного лінійного провідника опір R прямо пропорційний його довжині l і обернено пропорційний площі його поперечного перерізу S [6]:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (14)$$

де ρ – питомий електричний опір матеріалу провідника. Одиниця вимірювання питомого електричного опору – Ом·м. Найменший питомий опір має: срібло ($1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) і мідь ($1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м). За даними експериментальних досліджень, зміна опору металевого провідника та його питомого опору зі зміною температури описується лінійним законом [7]:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t); R_t = R_0(1 + \alpha t), \quad (15)$$

де ρ_t і ρ_0 , R_t і R_0 – відповідно питомі опори та опори провідника при температурі

$t^{\circ}\text{C}$ і при $t = 0^{\circ}\text{C}$; α – температурний коефіцієнт, який для більшості чистих металів близький до $1/273 \text{ K}^{-1}$.

Згодом було виявлено, що опір багатьох металів і їх сплавів при дуже низьких температурах, які називають критичними, стрибкоподібно зменшується до нуля, тобто метал стає абсолютним провідником. Вперше це фізичне явище, яке назвали *надпровідність*, було виявлено в 1911 р. [3].

1.9.2. Послідовне з'єднання опорів

У реальному електричному колі до затискачів джерела струму може бути підключено кілька з'єднувальних провідників, а також лампи, нагрівальні та вимірювальні прилади, які мають певний опір. Основними типами з'єднань елементів електричного кола є послідовне та паралельне з'єднання.

Послідовне з'єднання опорів – це з'єднання, при якому кінець попереднього провідника з'єднується з початком наступного.

Розглянемо схему послідовного з'єднання двох резисторів R_1 і R_2 (рис. 1.4, а) і знайдемо результуючий опір R між точками a і b (рис. 1.4, б).

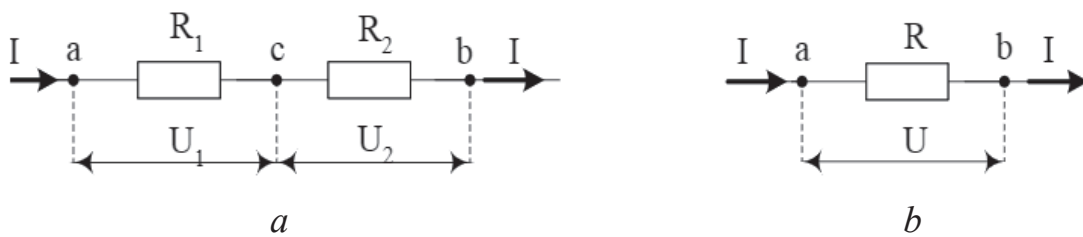


Рис. 1.4. Послідовне з'єднання опорів

Резистор R_1 підключений між точками a і c з'єднаний послідовно з резистором R_2 включеним між точками c і b . При послідовному з'єднанні провідників сила струму, що протікає через обидва резистори, залишається незмінною:

$$I = I_1 = I_2 .$$

Це впливає із закону збереження електричного заряду. Робота, яка виконується електричним струмом при переміщенні одиничного позитивного заряду з точки a в точку b , тобто напруга U , складається з напруги U_1 на ділянці $a-c$ і напруги U_2 на ділянці $c-b$:

$$U = U_1 + U_2 .$$

При послідовному з'єднанні провідників загальна напруга кола дорівнює сумі напруг на кожному провіднику [5]. Виразимо кожну напруга із закону Ома з урахуванням умови (10)

$$IR = IR_1 + IR_2 .$$

При послідовному з'єднанні резисторів загальний опір кола дорівнює сумі їх опорів:

$$R = R_1 + R_2.$$

Якщо електричне коло містить n послідовно з'єднаних провідників з опорами R_1, R_2, \dots, R_n , то

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (16)$$

Опір послідовного з'єднання провідників більший від опору будь-якого з цих провідників.

Послідовне з'єднання провідників

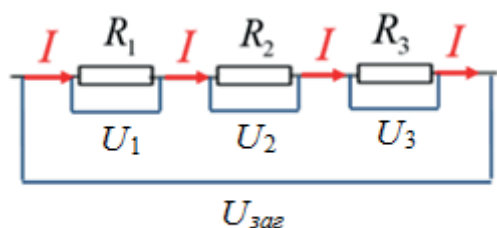


Рис. 5. Послідовне з'єднання провідників

$$\begin{cases} R_{заг} = R_1 + R_2 + \dots + R_n; \\ U_{заг} = U_1 + U_2 + \dots + U_n; \\ I_{заг} = I_1 = I_2 = \dots = I_n; \\ I_i = \frac{U_i}{R_i}; \quad I_{заг} = \frac{U_{заг}}{R_{заг}}. \end{cases}$$

1.9.3. Паралельне з'єднання опорів

Паралельне з'єднання опорів – з'єднання, при якому всі провідники підключені між однією і тією ж парою точок (вузлами). Точку розгалуження кола, в якій з'єднані не менше трьох провідників, називають вузлом електричного кола. Знайдемо результуючий опір кола R , утворений двома резисторами, з'єднаними між вузлами a і b (рис. 1.6).

Відповідно до закону збереження електричного заряду заряд, що надходить за одиницю часу в точку розгалуження a , дорівнює сумі зарядів, що виходять з цієї точки за цей же час, тому

$$I = I_1 + I_2. \quad (17)$$

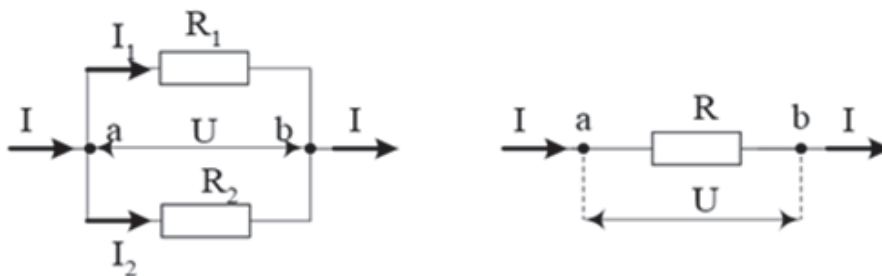


Рис. 1.6. Паралельне з'єднання опорів

Напруга на кожному з паралельно з'єднаних провідників однакова:

$$U = U_1 = U_2.$$

Виразимо силу струму для кожного провідника в формулі (17) з закону

Ома з урахуванням рівності (10) отримаємо

$$\frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}.$$

Тоді

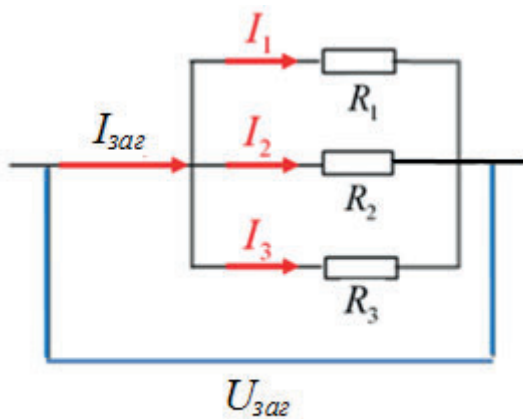
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (18)$$

Або

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (19)$$

Опір паралельного з'єднання провідників менший від опору будь-якого з цих провідників.

Паралельне з'єднання провідників



$$\begin{cases} \frac{1}{R_{заг}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}; \\ U_{заг} = U_1 = U_2 = U_n; \\ I_{заг} = I_1 + I_2 + \dots + I_n; \\ I_i = \frac{U_i}{R_i}; \quad I_{заг} = \frac{U_{заг}}{R_{заг}}. \end{cases}$$

Рис. 7. Паралельне з'єднання опорів

1.9.4. З'єднання опорів зіркою та трикутником

У складних електричних колах зустрічаються з'єднання, які не можна віднести ні до послідовних, ні до паралельних [7].

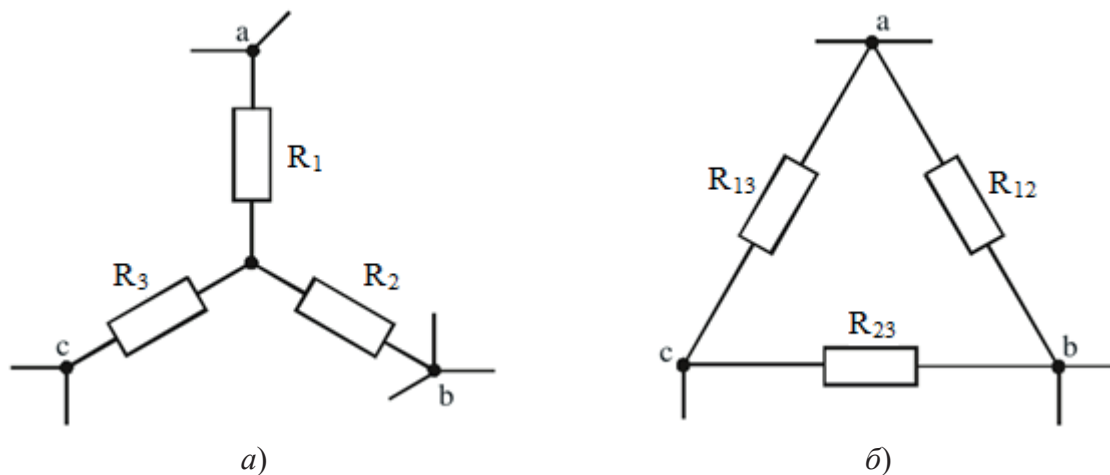
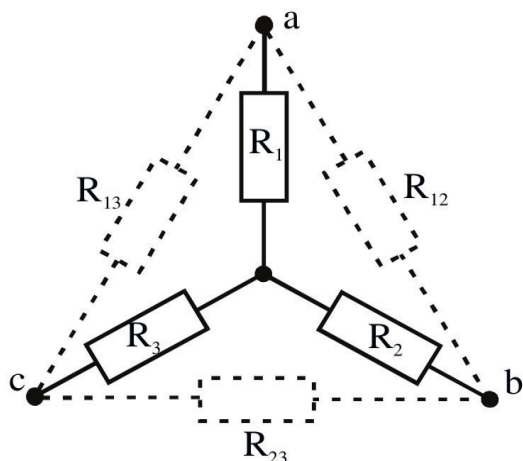


Рис. 1.8. З'єднання опорів: а) зіркою; б) трикутником

Такими є з'єднання опорів зіркою (рис. 1.8, *a*) та трикутником (рис. 1.8, *б*). Їх взаємне еквівалентне перетворення в багатьох випадках дозволяє істотно спростити схему й привести її до змішаного з'єднання опорів [7].

Описані вище заміни трикутника й зірки опорів повинні бути еквівалентними, тобто при відповідно незмінних напругах між вузлами *a*, *b*, *c* трикутника й зірки струми в зовнішній частині кола також повинні залишатися без змін. Опори еквівалентного трикутника (заміна зірки на трикутник, рис. 9) визначаються за формулами [8]:



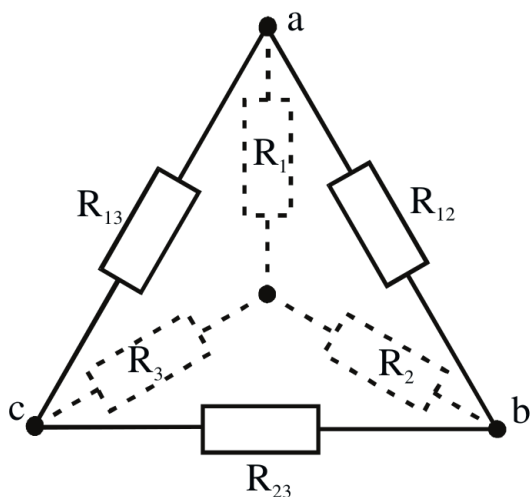
$$\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2}{R_3} + R_1 + R_2 \\ R_{23} &= \frac{R_2 R_3}{R_1} + R_2 + R_3 \\ R_{13} &= \frac{R_1 R_3}{R_2} + R_1 + R_3 \end{aligned} \quad (20)$$

Рис. 1.9. Заміна зірки на трикутник

Таким чином, для визначення опору сторони еквівалентного трикутника сумують опори двох віток зірки, приєднаних до тих самих вузлів, що й сторона трикутника, та їх добуток, поділений на опір третьої вітки зірки [8].

Якщо в зірку з'єднано три однакові опори *R*, тоді кожен з опорів еквівалентного трикутника відповідно до формули (20) буде дорівнювати $3R$.

Опори еквівалентної зірки (заміна трикутника на зірку, рис. 1.10) визначаються за формулами [8]:



$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{13} R_{12}}{R_{13} + R_{12} + R_{23}} \\ R_2 &= \frac{R_{12} R_{23}}{R_{13} + R_{12} + R_{23}} \\ R_3 &= \frac{R_{13} R_{23}}{R_{13} + R_{12} + R_{23}} \end{aligned} \quad (21)$$

Рис. 1.10. Заміна трикутника на зірку

Отже, опір вітки еквівалентної зірки дорівнює добутку опорів двох сторін трикутника, які приєднані до тієї самої вершини, що й вітка зірки, поділеному на суму опорів усіх сторін трикутника. Якщо трикутником з'єднані три однакові опори R , тоді кожен з опорів еквівалентної зірки відповідно до формули (21) буде дорівнювати $R/3$ [8].

10. Робота та потужність струму. Закон Джоуля-Ленца

Розглянемо однорідний провідник, до кінців кого прикладена напруга U . За час t через поперечний переріз провідника переноситься заряд $dq = Idt$. Робота, яка виконується силами електричного поля при переміщенні заряду, може бути представлена формулою [9]

$$dA = Udq = IUdt. \quad (22)$$

Якщо провідник має електричний опір R , то, скориставшись законом Ома (10), одержимо:

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (23)$$

Потужність постійного струму – це енергія, яка виділяється за одиницю часу:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (24)$$

Робота електричного струму вимірюється у джоулях, а його потужність – у ватах. На практиці використовуються також системні одиниці роботи струму: ват-година (Вт·год) і кіловат-година (кВт·год). Для переходу в систему СІ необхідно виразити потужність у ватах, а час у секундах: $1 \text{ кВт}\cdot\text{год} = 10^3 \text{ Вт}\cdot\text{год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ [9].

Якщо відбувається виділення енергії тільки у вигляді теплоти, тобто вся робота йде на нагрівання провідника, то за законом збереження енергії

$$dQ = dA. \quad (25)$$

Таким чином, використовуючи вирази (24) і (25), одержимо **закон Джоуля-Ленца**: *кількість теплоти, яка виділяється у провіднику зі струмом, рівна добутку квадрата сили струму на опір провідника і час протікання по ньому струму* [7].

$$dQ = IUdt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (26)$$

Цей закон був отриманий експериментально англійський вченим Дж. Джоулем и російським вченим Е.Х. Ленцом у 1931-1842 рр. [3].

11. Закони Кірхгофа для розгалужених електричних кіл

Для спрощення розрахунків складних електричних кіл німецький фізик Кірхгоф вивів два правила [3]. Перше правило відноситься до вузлів (точок розгалуження) кола, а друге – до замкнутих контурів, які можна виділити з будь-якого складного кола. Будемо розглядати електричне коло зі сталим режимом, який передбачає сталість струмів i , отже, незмінність потенціалів у різних точках кола. Будь-яка точка розгалуження кола, в якій сходиться не менше трьох провідників зі струмом, називається *вузлом* (рис. 1.11). При цьому струм, що входить у вузол, вважається додатнім, а струм, що виходить з вузла, – від'ємним [9].

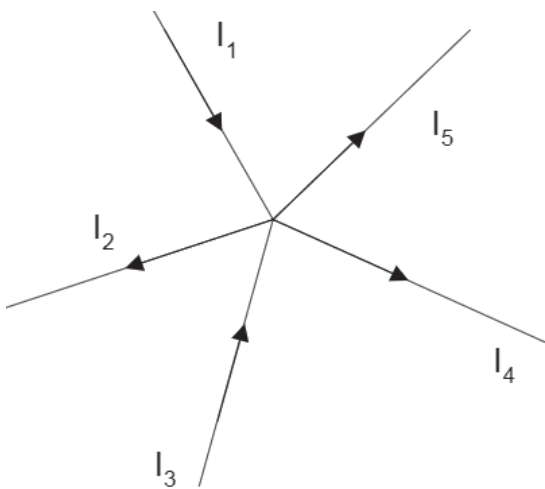


Рис. 1.11. Електричний вузол

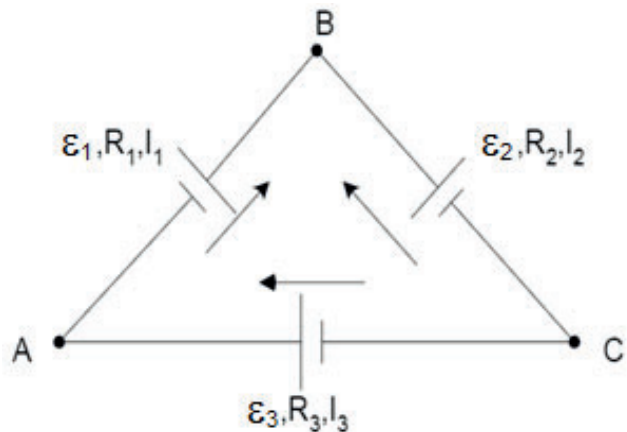


Рис. 1.12. Електричний контур

1. **Перший закон Кірхгофа:** алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю [8]:

$$\sum_{i=1}^k I_i = 0. \quad (27)$$

Наприклад, для вузла, зображеного на рис. 7 перший закон Кірхгофа запишеться таким чином:

$$I_1 - I_5 - I_4 + I_3 - I_2 = 0.$$

Перший закон Кірхгофа випливає із закону збереження електричного заряду. Дійсно, при сталому режимі кількість електрики, що приходить до вузла, повинна дорівнювати кількості електрики, що виходить від вузла за той самий час [9].

2. **Другий закон Кірхгофа:** в будь-якому замкнутому контурі, довільно обраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків сил струмів I_i на опори R_i відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС E_k , що зустрічаються в цьому контурі [8]:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i. \quad (28)$$

Другий закон Кірхгофа випливає з узагальненого закону Ома для розгалужених кіл. При розрахунку складних кіл постійного струму із застосуванням законів Кірхгофа необхідно [9]:

1. Вибрати довільний напрямок струмів на всіх ділянках кола. Дійсний напрямок струмів визначається при розв'язанні завдання: якщо шуканий струм вийде додатним, то його напрямок вибрано правильно, якщо від'ємним – його дійсний напрям буде протилежним обраному.

2. Вибрати позитивний напрямок обходу контуру і строго його дотримуватися. Добуток $I_i \cdot R_i$ додатній, якщо струм на даній ділянці збігається з напрямом обходу, і навпаки, ЕРС, яка діє за обраним напрямом обходу, вважається додатною, проти – від'ємною.

3. Скласти стільки рівнянь, щоб їх число дорівнювало числу шуканих величин (в систему рівнянь повинні входити всі опори та ЕРС даного кола). Кожен розглянутий контур повинен містити хоча б один елемент, що не міститься в попередніх контурах, інакше вийдуть рівняння, що є простою комбінацією вже складених. Як приклад розглянемо контур, що складається з трьох ділянок (рис. 1.12).

Напрямок обходу за годинниковою стрілкою приймемо за додатній, при цьому відзначимо, що вибір цього напрямку абсолютно довільний. Струми, котрі збігаються з напрямом обходу контуру, вважаються додатними, котрі не збігаються з напрямом обходу – від'ємними. ЕРС на ділянці кола вважається додатною, якщо вона підвищує потенціал у напрямі обходу контуру (тобто у напрямі обходу контуру всередині джерела доводиться йти від від'ємного полюса до додатного), у протилежному випадку ЕРС джерела струму вважається від'ємною.

Застосовуючи до ділянок закон Ома, одержимо:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (29)$$

Рівняння (29) виражає другий закон Кірхгофа.

12. Конденсатор у колі постійного струму

12.1. Основні властивості та параметри конденсаторів

Конденсатор – система з двох плоских провідних пластин, розташованих паралельно одна до одної на малій у порівнянні з розмірами пластин відстані та розділених шаром діелектрика. Такий конденсатор називається *плоским* [10].

Залежно від призначення розрізняють конденсатори загального та

спеціального призначення. Група загального призначення включає конденсатори, які використовуються в більшості видів і класів апаратури (низьковольтні конденсатори). Всі інші конденсатори є спеціальними. До них відносяться високовольтні, імпульсні, пускові, дозиметричні тощо.

Електричне поле плоского конденсатора в основному локалізовано між пластинами (рис. 1.13), однак, поблизу країв пластин і в навколишньому просторі також виникає порівняно слабе електричне поле, яке називають полем розсіювання. В цілому ряді задач наближено можна нехтувати полем розсіювання і вважати, що електричне поле плоского конденсатора цілком зосереджено між його обкладками (рис. 1.14) [11].

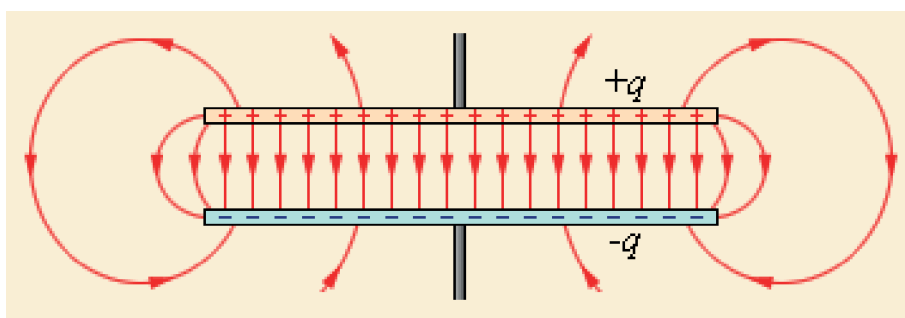


Рис. 1.13. Поле плоского конденсатора

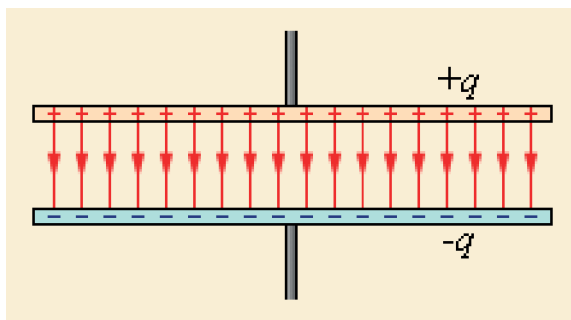


Рис. 1.14. Ідеалізоване уявлення поля плоского конденсатора

Кожна із заряджених пластин плоского конденсатора створює поблизу поверхні електричне поле, модуль напруженості якого виражається співвідношенням [10]:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (30)$$

Згідно з принципом суперпозиції, напруженість \vec{E} поля, створюваного обома пластинами, дорівнює сумі напруженостей \vec{E}^+ та \vec{E}^- полів кожної з пластин [11]:

$$\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^- .$$

Всередині конденсатора вектори \vec{E}^+ та \vec{E}^- паралельні, тому модуль напруженості сумарного поля дорівнює [11]

$$E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Поза пластинами вектори \vec{E}^+ та \vec{E}^- напрямлені в різні боки, і тому $E = 0$. Поверхнева густина заряду пластин

$$\sigma = q/S,$$

де q – заряд, а S – площа кожної пластини.

Різниця потенціалів між пластинами в однорідному електричному полі дорівнює [10]:

$$\Delta\varphi = Ed,$$

де d – відстань між пластинами. З цих співвідношень можна отримати формулу для електроємності плоского конденсатора [10]:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sigma \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \quad (31)$$

Таким чином, електроємність плоского конденсатора прямо пропорційна площі пластин (обкладок) і обернено пропорційна відстані між ними [10].

Якщо простір між обкладками заповнений діелектриком, електроємність конденсатора збільшується в ε разів [11]:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (32)$$

де d – товщина діелектрика, м; активна площа обкладок, м²; ε – діелектрична проникність; ε_0 – діелектрична проникність вакууму, Ф/м².

Одиниця вимірювання ємності – фарад (Ф) велика одиниця, тому для оцінки ємності використовують менші одиниці, між якими існують такі співвідношення

$$1 \text{ Ф} = 10^6 \text{ мкФ} = 10^9 \text{ нФ} = 10^{12} \text{ пФ}.$$

Ємність конденсатора залежить від його геометричних розмірів (від площі обкладок і відстані між ними) та типу діелектрика (від величини діелектричної проникності).

Ємність n -шарового плоского конденсатора (рис. 1.15) можна знайти за формулою:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S(n-1)}{d}. \quad (33)$$

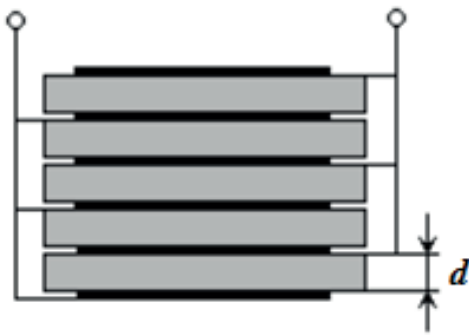


Рис. 1.15. Багатошаровий плоский конденсатор

Прикладами конденсаторів з іншою конфігурацією обкладок можуть бути сферичний та циліндричний конденсатори. *Сферичний конденсатор* – це система з двох концентричних провідних сфер радіусами R_1 та R_2 (рис. 1.16). *Циліндричний конденсатор* – система з двох співвісних провідних циліндрів радіусами R_1 та R_2 і довжиною L (рис. 1.17) [11].

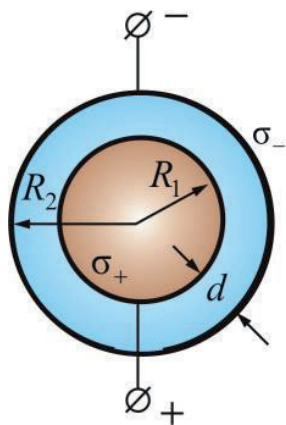


Рис. 1.16. Сферичний конденсатор

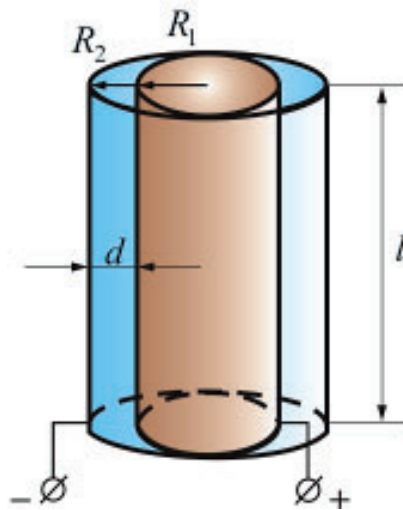


Рис. 1.17. Циліндричний конденсатор

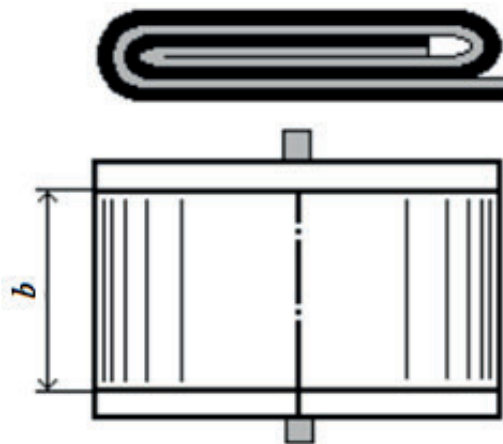


Рис. 1.18. Конструкція спіраль-намотаного конденсатора

Ємності цих конденсаторів, заповнених діелектриком з діелектричною проникністю ϵ , виражаються формулами [11, 12]:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad (34)$$

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}. \quad (35)$$

Для збільшення ємності конденсатора часто застосовують *спірально намотані конденсатори* (рис. 1.18). Ємність такого конденсатора рівна подвоєному значенню ємності такого ж конденсатора, але розмотаного в плоску довгу стрічку [11]:

$$C = \frac{2\epsilon\epsilon_0 b l}{d} [\Phi]. \quad (36)$$

де b – ширина обкладки, м; l – довжина обкладки, м; d – товщина діелектрика між обкладками, м.

Конденсатори можуть з'єднуватися між собою, утворюючи батареї конденсаторів. При *паралельному з'єднанні* конденсаторів (рис. 1.19) напруги на конденсаторах однакові: $U_1 = U_2 = U$, а заряди рівні $q_1 = C_1 U$ і $q_2 = C_2 U$. Таку систему можна розглядати як єдиний конденсатор з електроємністю C , заряджений зарядом $q = q_1 + q_2$ при напрузі між обкладками U [13]. Звідси випливає

$$C = \frac{q_1 + q_2}{U}, \text{ або } C = C_1 + C_2. \quad (37)$$

Отже, при паралельному з'єднанні конденсаторів електроємності додаються.

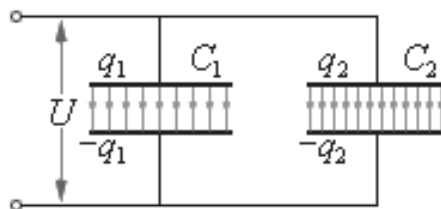


Рис. 1.19. Паралельне з'єднання конденсаторів

При послідовному з'єднанні (рис. 1.20) однаковими виявляються заряди обох конденсаторів: $q_1 = q_2 = q$, а напруги на них рівні $U_1 = \frac{q}{C_1}$ і $U_2 = \frac{q}{C_2}$. Таку систему можна розглядати як єдиний конденсатор, заряджений зарядом q при напрузі між обкладками $U = U_1 + U_2$ [13]. отже,

$$C = \frac{q}{U_1 + U_2}, \text{ або } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \quad (38)$$

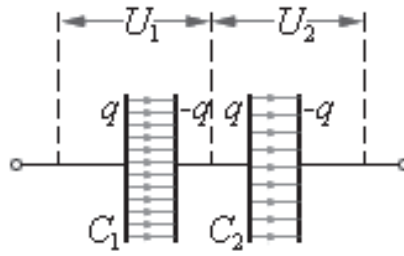


Рис. 1.20. Послідовне з'єднання конденсаторів

12.2. Зарядження та розрядження конденсатора

При прикладанні до конденсатора напруження в момент включення виникає стрибок струму до величини $-i_0$:

$$i_0 = \frac{U}{r}, \quad (39)$$

де r – опір зарядного кола, який складається з опору обкладок, виводів, з'єднувальних проводів і внутрішнього опору джерела.

Далі сила струму поступово спадає, прямуючи до нуля за рівнянням:

$$i = i_0 \cdot e^{-\frac{\tau}{r \cdot C}}, \quad (40)$$

а напруга на виводах конденсатора зростає, асимптотично наближаючись до величини U :

$$U_c = U \cdot i_0 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{r \cdot C}} \right). \quad (41)$$

Зміну напруги та струму в процесі зарядження конденсатора показано на рис. 1.21.

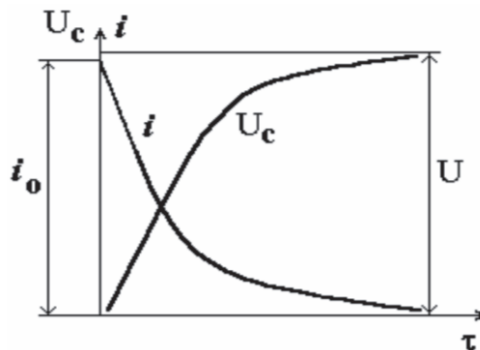


Рис. 1.21. Залежність струму та напруги на конденсаторі від часу в процесі зарядження

При заряджанні реального конденсатора струм з часом спадає не до нуля, а до деякого кінцевого значення струму витоку $-i_{ввт}$, який зумовлений наявністю

в діелектрику конденсатора вільних (слабо зв'язаних) іонів.

Протікання в колі конденсатора зарядного струму призводить до накопичення в конденсаторі деякого запасу енергії. Враховуючи, що струм змінюється з часом, величина енергії, затрачена на заряджання конденсатора, буде рівна енергії, виділеної у вигляді теплоти на опорі в колі конденсатора при протіканні зарядного струму:

$$W_{зар} = \int_0^{\infty} i^2 \cdot r \cdot d\tau. \quad (42)$$

Оскільки

$$i_0 = \frac{U}{r} \cdot e^{-\frac{\tau}{r \cdot C}},$$

то

$$W_{зар} = \frac{U^2}{r} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2\tau}{r \cdot C}} \cdot d\tau = \frac{CU^2}{2} \text{ [Дж]}, \quad (43)$$

тобто щоб зарядити конденсатор до енергії W , необхідно затратити таку ж енергію, як на нагрівання опору зарядного кола.

При замиканні обкладок конденсатора з ємністю C на опір розрядного кола r відбувається розрядження конденсатора. В цьому випадку накопичена в ньому енергія витрачається на нагрівання опору r , а напруга на конденсаторі швидко зменшується до нуля:

$$U_C = U \cdot e^{-\frac{\tau}{r \cdot C}}. \quad (44)$$

Під час розрядження конденсатора струм розрядження спочатку досягає миттєвого значення i'_0 , а тоді зменшується до нуля, як показано на рис. 1.22.

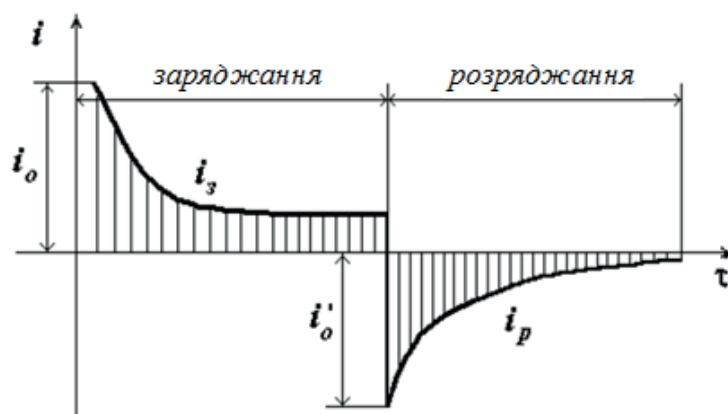


Рис. 1.22. Залежність струму заряджання та розрядження конденсатора від часу

Враховуючи, що опір кола розрядження складається із зовнішнього розрядного опору – $r_{зовн}$ та внутрішнього опору конденсатора – $r_{вн}$, енергія при

розряджанні буда часткова втрачатися і на $r_{вн}$, тобто

$$W = \frac{CU^2}{2} = r_{зОВН} \int_0^{\infty} i^2 d\tau + r_{вн} \int_0^{\infty} i^2 d\tau = W_{зОВН} + W_{вн}, \quad (45)$$

де

$$\frac{W_{зОВН}}{W_{вн}} = \frac{r_{зОВН}}{r_{вн}},$$

тоді

$$W_{зОВН} = \frac{W}{1 + \frac{r_{вн}}{r_{зОВН}}} = K_p \cdot W, \quad (46)$$

де

$$K_p = \frac{1}{1 + \frac{r_{вн}}{r_{зОВН}}}. \quad (47)$$

Для підвищення коефіцієнта K_p необхідно намагатися максимального пониження внутрішнього опору конденсатора.

Зауважимо, що якщо конденсатор залишити просто розімкнутим, то буде відбуватися саморозрядження конденсатора за рахунок струму витоку через опір ізоляції – $R_{із}$. Швидкість зменшення напруги на конденсаторі в процесі саморозрядження визначається константою часу – $R_{із}C$, тобто

$$U_C = U \cdot e^{-\frac{\tau}{R_{із} \cdot C}}. \quad (48)$$

При $\tau = R_{із}C$ напруга на конденсаторі зменшується до $U_C = U \cdot e^{-1} \approx 0,37U$, тобто зменшується на 37%. Це явище часто використовують на практиці для оцінки опору ізоляції конденсатора. Дійсно з приведеної формули

$$R_{із} = \frac{\tau}{(\ln U - \ln U_C) \cdot C}, \text{ [МОм]}. \quad (49)$$

Якщо одержане значення $R_{із}$ виявляється малим, то це вказує на наявність в ізоляції вологи, яка сприяє дисоціації молекул на іони, тобто збільшує величину струму наскрізної провідності (струму витоку) [13].

13. Джерело ЕРС і джерело струму в електричних колах

При розрахунку та аналізі електричних кіл реальне джерело електричної енергії з кінцевим значенням величини внутрішнього опору r_0 замінюють розрахунковим еквівалентним джерелом ЕРС або джерелом струму [14].

Джерело ЕРС (рис. 1.23) має внутрішній опір r_0 , рівний внутрішньому опору реального джерела. Стрілка в колі вказує напрям зростання потенціалу

всередині джерела ЕРС.

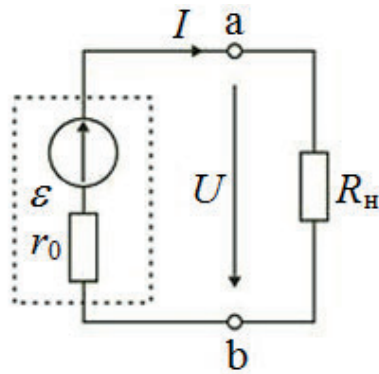


Рис. 1.23. Джерело ЕРС

Для цього кола запишемо співвідношення за другим законом Кірхгофа

$$\varepsilon = U + Ir_0 \text{ або } \varepsilon = U - Ir_0. \quad (50)$$

Ця залежність напруги U на затискачах реального джерела від струму I визначається його вольт-амперною або зовнішньою характеристикою (рис. 1.24). Зменшення напруги джерела U при збільшенні струму навантаження I пояснюється спадом напруги $\Delta U = Ir_0$ на його внутрішньому опорі r_0 .

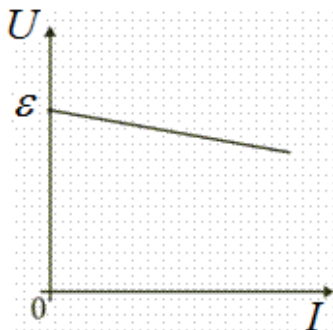


Рис. 1.24.

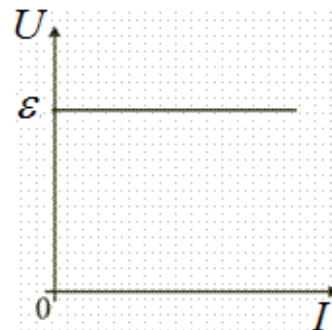


Рис. 1.25

В ідеального джерела ЕРС внутрішній опір $r_0 \ll R_H$. У цьому випадку його вольт-амперна характеристика є прямою лінією (рис. 1.25), отже, напруга U на його затискачах стала ($U = \varepsilon$) і не залежить від величини опору навантаження R_H .

Джерело струму, яке замінює реальне джерело електричної енергії, характеризується постійним за величиною струмом I_k , рівним струму короткого

замикання $I_k = \frac{\varepsilon}{r_0}$ джерела ЕРС, та внутрішнім опорі r_0 , включеним паралельно

(рис. 1.26).

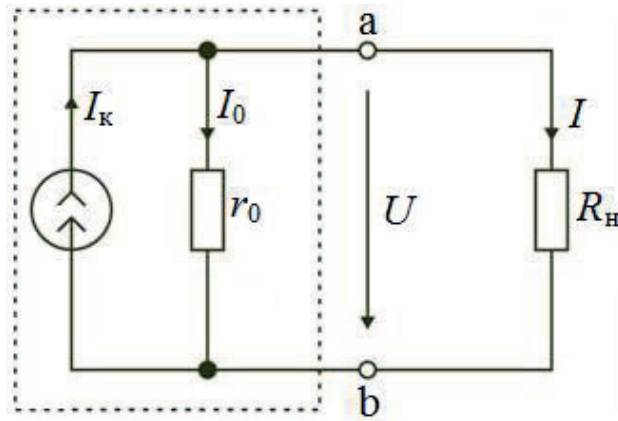


Рис. 1.26.

Стрілка в колі вказує позитивний напрямок струму джерела. Для цього кола запишемо співвідношення за першим законом Кірхгофа

$$I_k = I_0 + I; \quad I_0 = \frac{U}{r_0}.$$

У цьому випадку вольт-амперна (зовнішня) характеристика $I(U)$ джерела струму визначиться співвідношенням

$$I = I_k - I_0 = I_k - \frac{U}{r_0} \quad (51)$$

і представлена на рис. 1.27.

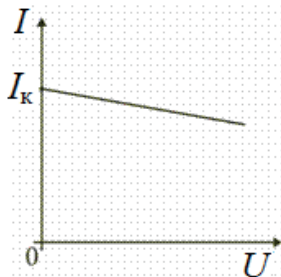


Рис. 1.27.

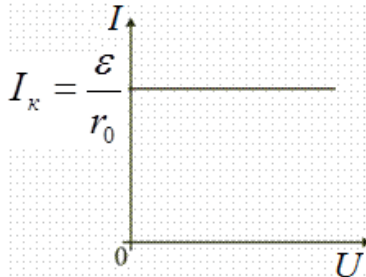


Рис. 1.28.

Зменшення струму навантаження I при збільшенні напруги U на затискачах аб джерела струму, пояснюється збільшенням струму I_0 , який замикається в колі джерела струму.

В ідеальному джерелі струму $r_0 \gg R_n$. У цьому випадку можна вважати, що при зміні опору навантаження R_n споживача $I_0 \gg 0$, а $I \gg I_k$. Тоді з виразу (51) випливає, що вольт-амперна характеристика $I(U)$ ідеального джерела струму є прямою лінією, проведеною паралельно до осі абсцис на рівні $I = I_k = \epsilon/r_0$ (рис. 1.28).

При порівнянні зовнішніх характеристик джерела ЕРС (рис. 1.24) і джерела струму (рис. 1.27) випливає, що вони однаково реагують на зміну

величини опору навантаження. Покажемо, що в обох випадках струм I в навантаженні визначається однаковим співвідношенням.

Струм у навантаженні R_H для схем джерела ЕРС (рис. 1.23) і джерела струму (рис. 1.26) однаковий і рівний $I = \frac{\varepsilon}{r_0 + R}$. Для схеми (рис. 1.23) це випливає із закону Ома, тому що при послідовному з'єднанні опори r_0 і R_H додаються. У схемі (рис. 1.26) струм $I_\kappa = \frac{\varepsilon}{r_0}$ розподіляється обернено пропорційно опорам r_0 і R_H двох паралельних віток. Струм у навантаженні R_H

$$I = I_\kappa \frac{r_0}{r_0 + R_H} = \frac{\varepsilon}{r_0} \cdot \frac{r_0}{r_0 + R_H} = \frac{\varepsilon}{r_0 + R_H},$$

тобто збігається за величиною зі струмом при підключенні навантаження до джерела ЕРС. Отже, схема джерела струму (рис. 1.26) еквівалентна схемі джерела ЕРС (рис. 1.23) відносно енергії, що виділяється в опорі навантаження R_H , але не еквівалентна їй відносно енергії, що виділяється у внутрішньому опорі джерела живлення [14].

Яким з двох еквівалентних джерел живлення користуватися, не відіграє суттєвої ролі. Однак на практиці, особливо при розрахунку електротехнічних пристроїв, частіше використовується в якості джерела живлення джерело ЕРС з внутрішнім опором r_0 і величиною електрорушійної сили ε .

У тих випадках, коли номінальна напруга або номінальний струм і потужність джерела електричної енергії виявляються недостатніми для живлення споживачів, замість одного використовують кілька джерел. Існують два основних способи з'єднання джерел живлення: послідовне та паралельне. Послідовне включення джерел живлення (джерел ЕРС) застосовується тоді, коли потрібно створити напругу необхідної величини, а робочий струм у колі менший або рівний номінальному струму одного джерела ЕРС (рис. 1.29) [14].

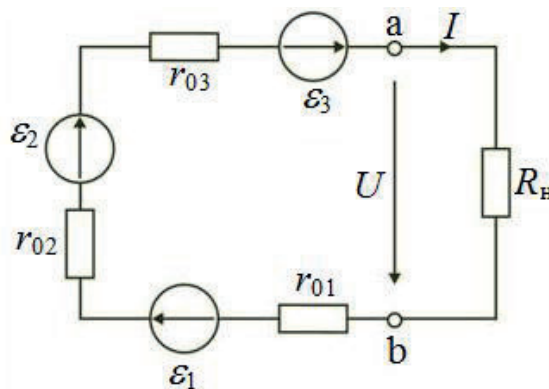


Рис. 1.29.

Для цього кола на основі другого закону Кірхгофа

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = I(r_{01} + r_{02} + r_{03} + R_n),$$

звідки

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{r_{01} + r_{02} + r_{03} + R_n} = \frac{\varepsilon}{r_e + R_n}.$$

Таким чином, електричне коло на рис. 1.29 може бути замінене колом з еквівалентним джерелом живлення (рис. 1.30), яке має ЕРС ε_e і внутрішній опір r_e .

При паралельному з'єднанні джерел (рис. 1.31) з'єднуються між собою позитивні виводи всіх джерел, а також їх негативні виводи. Характерним для паралельного з'єднання є однакова напруга U на виводах усіх джерел. Для електричного кола на рис. 1.31 можна записати такі рівняння [14]:

$$I = I_1 + I_2 + I_3; P = P_1 + P_2 + P_3 = UI_1 + UI_2 + UI_3 = UI.$$

Як видно, при паралельному з'єднанні джерел струм і потужність зовнішнього кола рівні відповідно сумі струмів і потужностей джерел. Паралельне з'єднання джерел застосовується в першу чергу тоді, коли номінальні струм і потужність одного джерела недостатні для живлення споживачів. На паралельну роботу включають зазвичай джерела з однаковими ЕРС, потужностями та внутрішніми опорами [14].

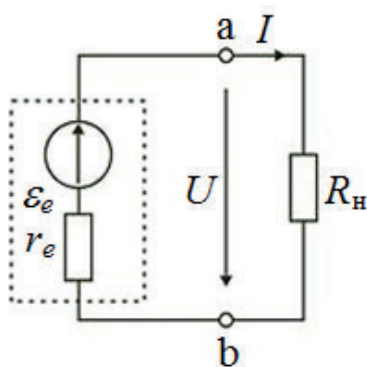


Рис. 1.30.

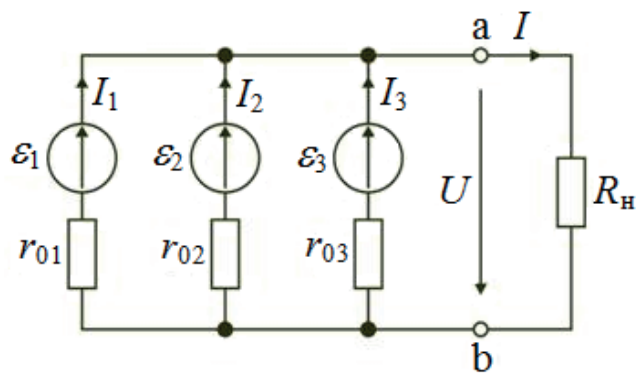


Рис. 1.31.

14. Режим роботи електричного кола

При підключенні до джерела живлення різної кількості споживачів або зміни їх параметрів будуть змінюватися величини напруг, струмів і потужностей в електричному колі, від значень яких залежить режим роботи кола та його елементів.

Реальне електричне коло може бути представлене у вигляді активного та пасивного двополіусників (рис. 1.32) [14].

Двopolіусником називають коло, яке з'єднується із зовнішньою відносно

нього частиною кола через два виводи а і b – полюси.

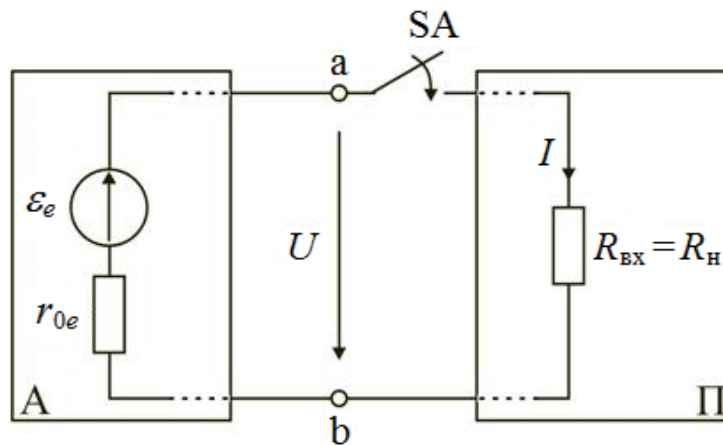


Рис. 1.32. Активний і пасивний двополюсники

Активний двополюсник містить джерела електричної енергії, а пасивний двополюсник їх не містить. Для розрахунку кіл з двополюсниками реальні активні та пасивні елементи кола представляються схемами заміщення. Схема заміщення пасивного двополюсника II представляється у вигляді його вхідного опору

$$R_{\text{вх}} = \frac{U}{I}.$$

Схема заміщення активного двополюсника A представляється еквівалентним джерелом з ЕРС ε_e і внутрішнім опором r_{0e} , навантаженням для якого є вхідний опір пасивного двополюсника $R_{\text{вх}} = R_n$.

Режим роботи електричного кола (рис. 1.32) визначається змінами параметрів пасивного двополюсника, в загальному випадку величиною опору навантаження R_n . При аналізі електричного кола розглядають такі режими роботи: холостого ходу, номінальний, короткого замикання та узгоджений.

Робота активного двополюсника під навантаженням R_n визначається його вольт-амперною (зовнішньою) характеристикою, рівняння якої (50) для даного кола запишеться у вигляді

$$U = \varepsilon_e - Ir_{0e}. \quad (52)$$

Ця вольт-амперна характеристика будується за двома точками 1 і 2 (рис. 1.33), які відповідають режимам холостого ходу та короткого замикання.

14.1. Режим холостого ходу

У цьому режимі за допомогою ключа SA навантаження R_n відключається від джерела живлення (рис. 1.32). У цьому випадку струм у навантаженні стає рівним нулю, і як впливає зі співвідношення (52) напруга на затискачах ab стає

рівною ЕРС ε_e і називається *напругою холостого ходу* U_{xx}

$$U = U_{xx} = \varepsilon_e.$$

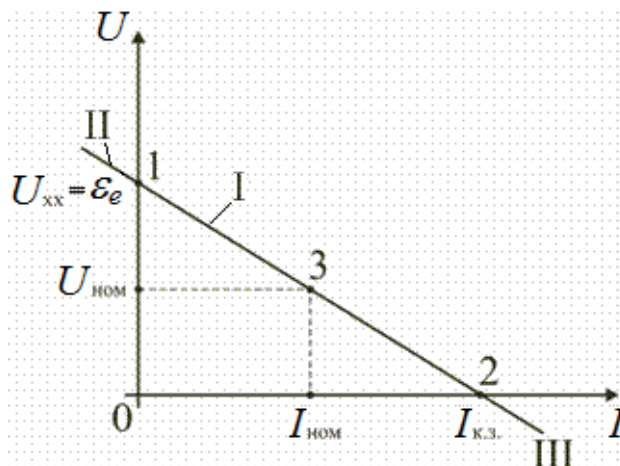


Рис. 1.33. Вольт-амперна характеристика двополюсника

14.2. Режим короткого замикання

У цьому режимі ключ SA в схемі електричного кола (рис. 1.32) замкнутий, а опір $R_n = 0$. У цьому випадку напруга U на затискачах ab стає рівним нулю, тому що $U = IR_n$, а рівняння (52) вольт-амперної характеристики можна записати у вигляді

$$I = I_{к.з.} = \frac{\varepsilon_e}{r_{0e}}. \quad (53)$$

Значення струму короткого замикання $I_{к.з.}$ відповідає точці 2 на вольт-амперній характеристиці (рис. 1.33).

Аналіз цих двох режимів показує, що при розрахунку електричних кіл параметри активного двополюсника ε_e і r_{0e} можуть бути визначені за результатами режимів холостого ходу та короткого замикання:

$$\varepsilon_e = U_{xx}, \quad r_{0e} = \frac{U_{xx}}{I_{к.з.}}. \quad (54)$$

При зміні струму в межах $0 \leq I \leq I_{к.з.}$ активний двополюсник (еквівалентне джерело) віддає енергію в зовнішнє коло (ділянка I вольт-амперної характеристики на рис. 1.33). При струмі $I < 0$ (ділянка II) джерело отримує енергію із зовнішнього кола, тобто працює в режимі споживача електричної енергії. Це станеться, якщо до затискачів ab двополюсника приєднане зовнішнє коло з джерелами живлення. При напрузі $U < 0$ (ділянка III) резистори активного двополюсника споживають енергію джерел із зовнішнього кола та найактивнішого двополюсника.

14.3. Номінальний режим

Номінальний режим електричного кола забезпечує технічні параметри як окремих елементів, так і всього кола, зазначені в технічній документації, у довідковій літературі або на самому елементі. Для різних електротехнічних пристроїв вказують свої номінальні параметри. Однак три основних параметри вказуються практично завжди: номінальну напругу $U_{\text{ном}}$, номінальну потужність $P_{\text{ном}}$ і номінальний струм $I_{\text{ном}}$.

Робота активного двополюсника під навантаженням у номінальному режимі визначається рівнянням (52), записаному для номінальних параметрів

$$U_{\text{ном}} = \varepsilon_e - I_{\text{ном}} r_{0e}. \quad (55)$$

На вольт-амперній характеристиці (рис. 1.33) це рівняння визначається точкою 3 з параметрами $U_{\text{ном}}$ та $I_{\text{ном}}$.

14.4. Узгоджений режим

Узгоджений режим електричного кола забезпечує максимальну передачу активної потужності від джерела живлення до споживача. Визначимо параметри електричного кола (рис. 1.32), що забезпечують отримання узгодженого режиму. При підключенні навантаження $R_{\text{н}}$ до активного двополюсника (рис. 1.32) у ньому виникає струм

$$I = \frac{\varepsilon_e}{r_{0e} + R_{\text{н}}}.$$

При цьому на навантаженні виділяється активна потужність

$$P = I^2 R_{\text{н}} = \frac{\varepsilon_e^2}{(r_{0e} + R_{\text{н}})^2} R_{\text{н}}. \quad (56)$$

Визначимо співвідношення між опором навантаження $R_{\text{н}}$ і внутрішнім опором r_{0e} еквівалентного джерела ЕРС, при якому на опорі навантаження $R_{\text{н}}$ виділяється максимальна потужність при незмінних значеннях ε_e та r_{0e} . З цією метою визначимо першу похідну P по $R_{\text{н}}$ і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{dP}{dR_{\text{н}}} = \frac{(r_{0e} + R_{\text{н}})^2 \varepsilon_e^2 - 2(r_{0e} + R_{\text{н}}) R_{\text{н}} \varepsilon_e^2}{(r_{0e} + R_{\text{н}})^4} = \frac{\varepsilon_e^2}{(r_{0e} + R_{\text{н}})^4} (r_{0e}^2 + R_{\text{н}}^2) = 0.$$

Оскільки вираз в знаменнику – кінцевий, то, відкидаючи розв'язок, який не має фізичного сенсу $R_{\text{н}} = -r_{0e}$, отримаємо, що значення опору навантаження, узгоджене з опором джерела

$$R_{\text{н}} = r_{0e}. \quad (57)$$

Можна знайти другу похідну і переконатися в тому, що вона від'ємна

$\left(\frac{d^2P}{dR_H^2} < 0\right)$, тому співвідношення (57) відповідає максимуму функції $P = F(R_H)$.

Підставивши (57) у (56), отримаємо значення максимальної потужності, яка може виділятися на навантаженні R_H

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon_e^2}{4r_{0e}}. \quad (58)$$

Корисна потужність, що виділяється в навантаженні, визначається рівнянням (56). Повна активна потужність, що виділяється активним двополосником,

$$P_{\text{пов}} = \varepsilon_e I = \frac{\varepsilon_e^2}{r_{0e} + R_H}.$$

Коефіцієнт корисної дії

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{пов}}} = \frac{R_H}{r_{0e} + R_H}. \quad (59)$$

Якщо $R_H = r_{0e}$, то $\eta = 0,5$.

Для потужних електротехнічних пристроїв таке низьке значення ККД неприпустимо. Але в електронних пристроях і схемах, де величина P вимірюється у міліватах, з низьким ККД можна не рахуватися, оскільки в цьому режимі забезпечується максимальна передача потужності на навантаження.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

2.1. Методика розрахунку електричних кіл з використанням законів Ома та Кірхгофа

Закони Ома і Кірхгофа використовують, як правило, при розрахунку простих електричних кіл з невеликим числом контурів, хоча принципово з їх допомогою можна розрахувати як завгодно складні електричні кола [15].

При розрахунку електричних кіл у більшості випадків відомі параметри джерел ЕРС або напруги, опору елементів електричного кола, і завдання зводиться до визначення струмів у гілках кола. Знаючи струми, можна знайти напруги на елементах кола, потужність, споживану окремими елементами та колом у цілому, потужність джерел живлення тощо [15-17].

2.1.1. Методика розрахунку кола з одним джерелом живлення

Електричне коло, схема якого приведена на рис. 2.1, складається з одного джерела живлення, що має ЕРС ε та внутрішній опір r_0 , і резисторів R_1 , R_2 , R_3 , підключених до джерела за змішаною схемою. Операції розрахунку такої схеми рекомендується проводити в певній послідовності.

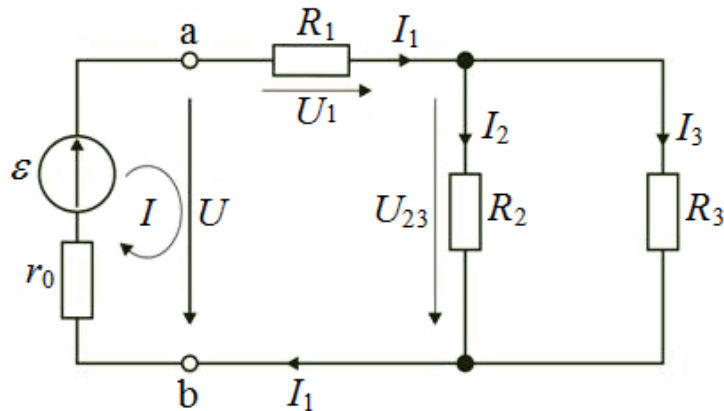


Рис. 2.1. Електричне коло з одним джерелом живлення

1. Позначення струмів і напруг на ділянках кола.

Резистор R_1 включений послідовно з джерелом, тому струм I_1 для них буде загальним, струми в резисторах R_2 і R_3 позначимо відповідно I_2 та I_3 . Аналогічно позначимо напруги на ділянках кола.

2. Розрахунок еквівалентного опору кола.

Резистори R_2 і R_3 увімкнені за паралельною схемою і замінюються еквівалентним опором:

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

У результаті коло рис. 2.1 перетворюється в коло з послідовно з'єднаними резисторами R_1 , R_{23} і r_0 . Тоді еквівалентний опір всього кола запишеться у вигляді:

$$R_e = r_0 + R_1 + R_{23}.$$

3. Розрахунок струму в колі джерела.

Струм I_1 визначимо за законом Ома:

$$I_1 = \frac{U}{R_e}.$$

4. Розрахунок напружень на ділянках кола.

Згідно із законом Ома визначимо величини напруг:

$$U_1 = I_1 R_1; U_{23} = I_1 R_{23}.$$

Напругу U на затискачах аб джерела живлення визначимо за другим законом Кірхгофа для контуру I (рис. 2.1):

$$\varepsilon = I_1 r_0 + U; U = \varepsilon - I_1 r_0.$$

5. Розрахунок струмів і потужностей для всіх ділянок кола.

Знаючи величину напруги U_{23} , визначимо за законом Ома струми в резисторах R_2 і R_3 :

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2}, I_3 = \frac{U_{23}}{R_3}.$$

Визначимо величину активної електричної потужності, що віддається джерелом живлення споживачам електричної енергії:

$$P = \varepsilon I_1.$$

В елементах схеми витрачаються активні потужності:

$$P_1 = I_1^2 R_1, P_2 = I_2^2 R_2, P_3 = I_3^2 R_3.$$

На внутрішньому опорі r_0 джерела живлення витрачається частина електричної потужності, що віддається джерелом. Цю потужність називають потужністю втрат ΔP :

$$\Delta P = I_1^2 r_0.$$

6. Перевірка правильності розрахунків.

Ця перевірка проводиться складанням рівняння балансу потужностей: потужність, що віддається джерелом живлення, повинна дорівнювати сумі потужностей, які витрачаються в резистивних елементах схеми:

$$\varepsilon I_1 = I_1^2 (r_0 + R_1) + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3.$$

Крім того, правильність обчислення струмів можна перевірити, склавши рівняння скориставшись першим законом Кірхгофа для вузла схеми:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

2.1.2. Методика розрахунку розгалуженого електричного кола з декількома джерелами живлення

Основним методом розрахунку є метод безпосереднього застосування першого та другого законів Кірхгофа [16].

Як приклад розглянемо коло, схема якого приведена на рис. 2.2. Схема кола містить 6 віток ($m = 6$) і 4 вузли: a, b, c, d ($n = 4$). Кожною віткою протікає свій струм, отже число невідомих струмів дорівнює числу віток, і для визначення струмів необхідно скласти m рівнянь. При цьому за першим законом Кірхгофа складають рівняння для $(n - 1)$ вузлів. Відсутні $m - (n - 1)$ рівняння отримують за другим законом Кірхгофа, складаючи їх для $m - (n - 1)$ взаємно незалежних контурів. Рекомендується виконувати операції розрахунку в певній послідовності [17].

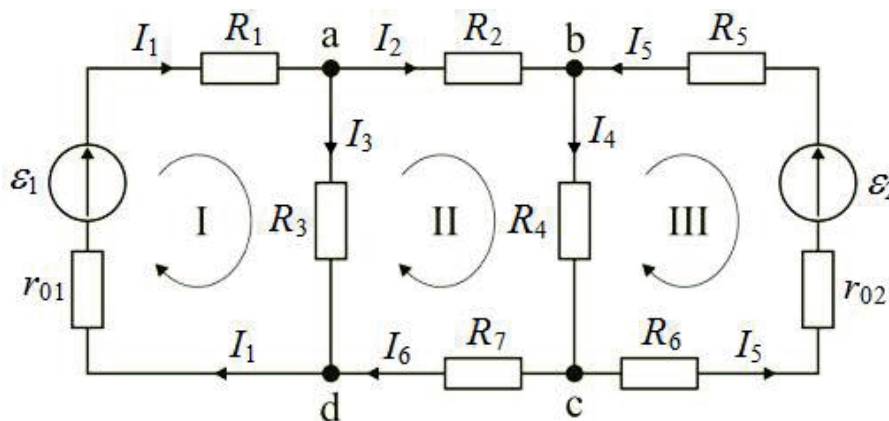


Рис. 2.2. Розгалужене електричне коло з декількома джерелами живлення

1. Позначення струмів у всіх гілках.

Напрямок струмів вибираємо довільно, але в колах з джерелами ЕРС рекомендується, щоб напрям струмів збігався з напрямом ЕРС.

2. Складання рівнянь за першим законом Кірхгофа.

Вибираємо $4 - 1 = 3$ вузли (a, b, c) і для них записуємо рівняння:

вузол **a**: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$;

вузол **b**: $I_2 - I_4 + I_5 = 0$;

вузол **c**: $I_4 - I_5 + I_6 = 0$.

3. Складання рівнянь використовуючи II закон Кірхгофа.

Необхідно скласти $6 - 3 = 3$ рівняння. У схемі на рис. 2.2 вибираємо

контури I, II, III і для них записуємо рівняння:

$$\text{контур I: } \varepsilon_1 = I_1 \cdot (r_{01} + R_1) - I_3 \cdot R_3;$$

$$\text{контур II: } 0 = I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_7 - I_3 \cdot R_3;$$

$$\text{контур III: } -\varepsilon_2 = -I_5 \cdot (r_{02} + R_5 + R_6) - I_4 \cdot R_4.$$

4. Розв'язання отриманої системи рівнянь та аналіз результатів.

Отримана система з шести рівнянь розв'язується відомими математичними методами. Якщо в результаті розрахунків чисельне значення струму отримано зі знаком «мінус», це означає, що реальний напрям струму даної вітки протилежно прийнятому на початку розрахунку. Якщо у вітках з ЕРС струми збігаються за напрямком з ЕРС, то дані елементи працюють в режимі джерел, віддаючи енергію у схему. В тих вітках, де напрями струму та ЕРС не збігаються, джерела ЕРС працюють у режимі споживача.

5. Перевірка правильності розрахунків.

Для перевірки правильності зроблених розрахунків можна на підставі законів Кірхгофа написати рівняння для вузлів і контурів схеми, які не використовувалися при складанні вихідної системи рівнянь:

$$\text{вузол d: } I_3 + I_6 - I_1 = 0$$

$$\text{зовнішній контур схеми: } \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 (r_{01} + R_1) + I_2 R_2 - I_5 (r_{02} + R_5 + R_6) + I_6 R_7.$$

Незалежною перевіркою є складання рівняння балансу потужностей з врахуванням режимів роботи елементів схеми з ЕРС:

$$\varepsilon_1 I_1 + \varepsilon_2 I_5 = I_1^2 (r_{01} + R_1) + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 (r_{02} + R_5 + R_6) + I_6^2 R_7.$$

Якщо активна потужність, яку генерують джерелами живлення, дорівнює за величиною активній потужності, яка витрачається в пасивних елементах електричного кола, то правильність розрахунків підтверджена.

2.2. Основні методи розрахунку складних електричних кіл

За допомогою законів Ома та Кірхгофа в принципі можна розрахувати електричні кола будь-якої складності. Однак розрахунок у цьому випадку може виявитися занадто громіздким і потребує великих витрат часу. З цієї причини для розрахунку складних електричних кіл розроблені на основі законів Ома та Кірхгофа більш раціональні методи розрахунку, два з яких: метод вузлової напруги та метод еквівалентного генератора [15-17].

2.2.1. Метод вузлової напруги

Цей метод рекомендується використовувати в тому випадку, якщо складну електричну схему можна спростити, замінюючи послідовно та паралельно з'єднані резистори еквівалентними, використовуючи при необхідності

перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку [16]. Якщо отримана схема містить кілька паралельно з'єднаних активних і пасивних віток, як, наприклад, схема на рис. 2.3, то її розрахунок і аналіз досить просто можна зробити методом вузлової напруги.

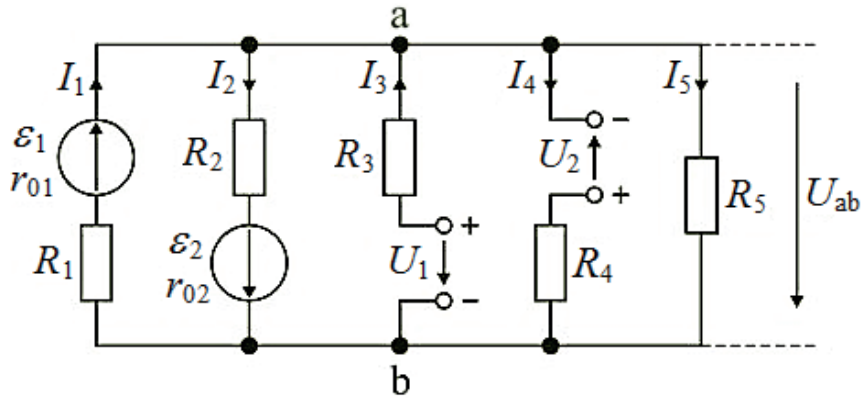


Рис. 2.3.

Нехтуючи опором проводів, що з'єднують вітки кола, в її схемі (рис. 2.3) можна виділити два вузли: **a** і **b**. Залежно від значень і напрямів ЕРС і напруг, а також значень опорів віток між вузловими точками **a** і **b** встановиться певна вузлова напруга U_{ab} . Припустимо, що ця дія направлена так, як показано на рис. 2.3, і є відомою. Знаючи напругу U_{ab} легко знайти струми у всіх вітках.

Виберемо додатні напрями струмів і позначимо їх на схемі. Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для контурів, що проходять по першій і другій вітці, що містять джерела ЕРС, здійснюючи обхід контурів за годинниковою стрілкою.

$$\text{Перша вітка: } \varepsilon_1 = I_1(r_{01} + R_1) + U_{ab}.$$

$$\text{Друга вітка: } -\varepsilon_2 = -I_2(r_{02} + R_2) + U_{ab}.$$

Визначимо значення струмів, що виникають у першій і другій вітках,

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 - U_{ab}}{r_{01} + R_1} = (\varepsilon_1 - U_{ab})g_1, \quad (60)$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 + U_{ab}}{r_{02} + R_2} = (\varepsilon_2 + U_{ab})g_2, \quad (61)$$

де $g_1 = \frac{1}{r_{01} + R_1}$, $g_2 = \frac{1}{r_{02} + R_2}$ – провідності відповідно першої та другої віток.

Запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа для віток, що містять джерела напруги, здійснюючи обхід контурів також за годинниковою стрілкою.

$$\text{Третя вітка: } U_{ab} - U_1 + I_3R_3 = 0.$$

$$\text{Четверта вітка: } U_{ab} + U_2 - I_4R_4 = 0.$$

Визначимо значення струмів, що виникають у третій і четвертій вітках,

$$I_3 = \frac{U_1 - U_{ab}}{R_3} = (U_1 - U_{ab})g_3, \quad (62)$$

$$I_4 = \frac{U_2 + U_{ab}}{R_4} = (U_2 + U_{ab})g_4, \quad (63)$$

де $g_3 = \frac{1}{R_3}$, $g_4 = \frac{1}{R_4}$ – провідності відповідно третьої та четвертої віток.

Струм у п'ятій вітці визначимо за законом Ома

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{R_5} = U_{ab}g_5, \quad (65)$$

де $g_5 = \frac{1}{R_5}$ – провідність п'ятої вітки.

Для виведення формули, що дозволяє визначити напругу U_{ab} , напишемо рівняння скориставшись першим законом Кірхгофа для вузла **a**:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Після заміни струмів їх виразами (60) - (65) і відповідних перетворень отримаємо

$$U_{ab} = \frac{\varepsilon_1 g_1 - \varepsilon_2 g_2 + U_1 g_3 - U_2 g_4}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}.$$

Загальний вигляд формули вузлової напруги:

$$U_{ab} = \frac{\sum \varepsilon g + \sum U g}{\sum g}. \quad (66)$$

При розрахунку електричного кола методом вузлової напруги після визначення величини напруги U_{ab} значення струмів у вітках знаходять за їх виразами (60) – (65).

При записуванні формули (66) слід задатися додатнім напрямом вузлової напруги U_{ab} . Зі знаком «+» в (66) повинні входити ЕРС, напрямлені між точками **a** і **b** зустрічно напрузі U_{ab} , і напруги віток, напрямлені аналогічно U_{ab} . Знаки у формулі (66) не залежать від напрямку струмів віток.

При розрахунку та аналізі електричних кіл методом вузлової напруги рекомендується вибирати додатні напрями струмів після визначення вузлової напруги. В цьому випадку при розрахунку струмів за виразами (60) – (65) додатні напрями струмів неважко вибрати таким чином, щоб всі вони збігалися з їх дійсними напрямками.

Перевірка правильності проведених розрахунків проводиться за I законом Кірхгофа для вузла **a** або **b**, а також складанням рівняння балансу потужностей.

2.2.2. Метод еквівалентного генератора

Метод еквівалентного генератора дозволяє зробити частковий аналіз електричного кола. Наприклад, визначити струм в якій-небудь одній вітці складного електричного кола та вивчати поведінку цієї вітки при зміні її опору. Суть методу полягає в тому, що по відношенню до досліджуваної вітки amb (рис. 2.4, *a*) складне коло замінюється активним двополюсником A (рис. 1.32), схема заміщення якого представляється еквівалентним джерелом (еквівалентним генератором) з ЕРС ε_e і внутрішнім опором r_{0e} , навантаженням для якого є опір R вітки amb [17].

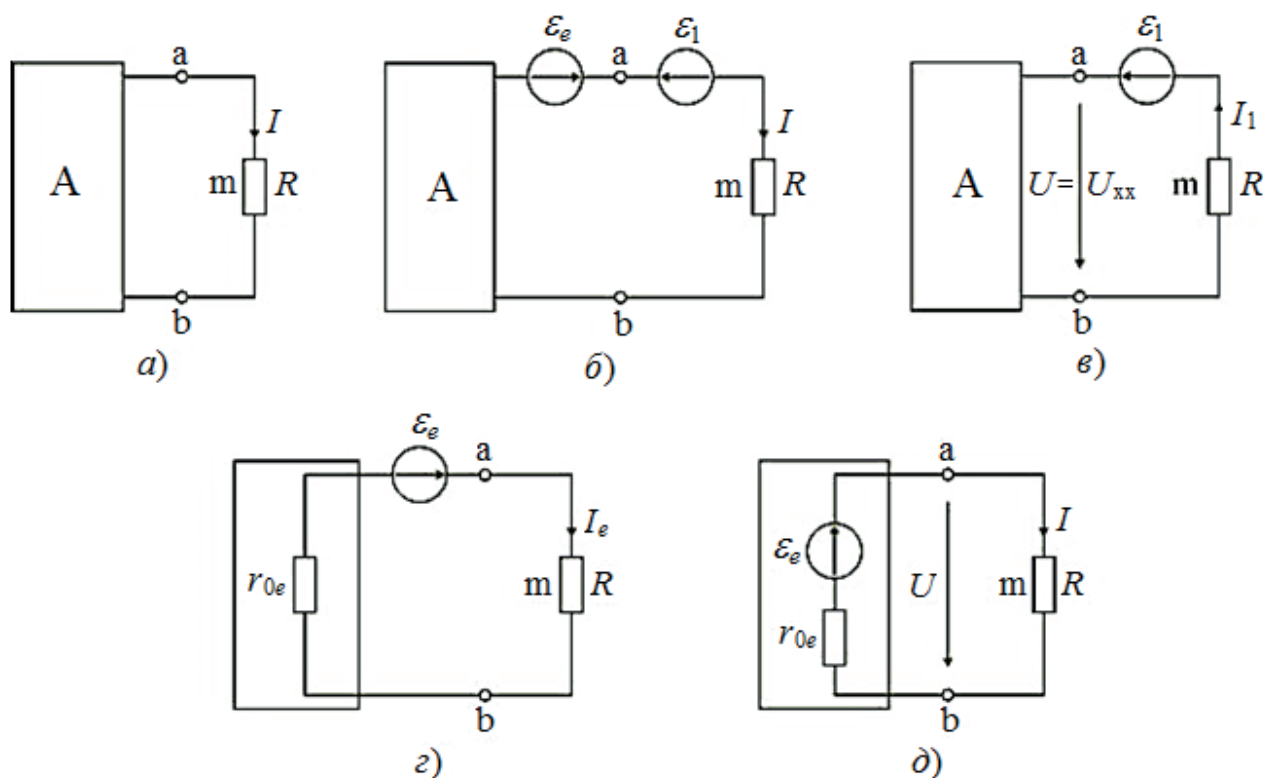


Рис. 2.4. Метод еквівалентного генератора

Якщо відомі ЕРС та опір еквівалентного генератора, то струм I у вітці amb визначається за законом Ома.

$$I = \frac{\varepsilon_e}{r_{0e} + R}.$$

Покажемо, що параметри еквівалентного генератора ε_e і r_{0e} можна визначити відповідно за режимами холостого ходу та короткого замикання активного двополюсника.

У досліджувану схему (рис. 2.4, *a*) введемо два джерела, ЕРС яких ε_1 та ε_e рівні та напрямлені в різні боки (рис. 2.4, *б*). При цьому величина струму I у вітці amb не зміниться. Струм I можна визначити як різницю двох струмів

$I = I_e - I_1$, де I_1 – струм, генерований всіма джерелами двополюсника А і ЕРС ε_1 (рис. 2.4, в); I_e – струм, генерований тільки ЕРС ε_e (рис. 2.4, з).

Якщо вибрати ЕРС ε_1 такої величини, щоб отримати в схемі (2.4, в) струм $I_1 = 0$, то струм I буде рівним

$$I = I_e = \frac{\varepsilon_e}{r_{0e} + R},$$

(рис. 2.4, з), де r_{0e} – еквівалентний опір двополюсника А відносно клем а та б.

Оскільки при $I_1 = 0$ (рис. 2.4, в) активний двополюсник А буде працювати відносно вітки а₁б₁ у режимі холостого ходу, то між затискачами а і б встановиться напруга холостого ходу $U = U_{xx}$ і за другим законом Кірхгофа для контуру а₁б₁а отримаємо

$$\varepsilon_1 = I_1 R + U_{xx} = U_{xx}.$$

Але за умовою $\varepsilon_e = \varepsilon_1$, тому й $\varepsilon_e = U_{xx}$. З огляду на це, формулу для визначення струму I можна записати в такому вигляді:

$$I = \frac{\varepsilon_e}{r_{0e} + R} = \frac{U_{xx}}{r_{0e} + R}. \quad (67)$$

Відповідно до (67) електричне коло на рис. 2.4, а може бути замінене еквівалентним колом (рис. 2.4, д), в якому $\varepsilon_e = U_{xx}$ і r_{0e} слід розглядати як параметр деякого еквівалентного генератора.

Значення $\varepsilon_e = U_{xx}$ і r_{0e} можна визначити як розрахунковим, так і експериментальним шляхом. Для розрахункового визначення U_{xx} і r_{0e} необхідно знати параметри елементів активного двополюсника та схему їх з'єднання.

Для визначення величини r_{0e} необхідно видалити зі схеми двополюсника всі джерела, зберігши всі резистивні елементи, в тому числі й внутрішні опори джерел ЕРС. Внутрішні опори джерел напруг прийняти рівними нулю. Потім розрахувати відомими методами еквівалентний опір відносно затискачів а₁б₁.

Для визначення величини ε_e потрібно розімкнути коло та визначити за методом вузлової напруги напругу $U_{ab} = U_{xx} = \varepsilon_e$ між затискачами а₁б₁ активного двополюсника.

Експериментально параметри еквівалентного генератора можна визначити за результатами двох дослідів. Розімкнувши вітку з опором R (рис. 2.4, д), вимірюють напругу між затискачами а і б $U_{ab} = U_{xx} = \varepsilon_e$ (дослід холостого ходу).

РОЗДІЛ 3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

3.1. Закон Ома для ділянки та повного кола

Приклад 1. При підключенні вольтметра опором $R_V = 200$ Ом безпосередньо до затискачів джерела він показує $U = 20$ В. Якщо ж це джерело замкнути на резистор опором $R = 8$ Ом, то сила струму в електричному колі $I_2 = 0,5$ А. Визначити електрорушійну силу та внутрішній опір джерела.

Розв'язання.

Дано:	За законом Ома для повного кола в першому випадку сила струму
$R_V = 200$ Ом	
$U = 20$ В	
$R = 8$ Ом	
$I_2 = 0,5$ А	в другому випадку
$\varepsilon - ?$ $r - ?$	

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_V + r},$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Покази вольтметра – падіння напруги на його внутрішньому опорі, тобто

$$\varepsilon \cdot U = I_1 R_V.$$

Зі співвідношення

$$I_1 \cdot (R_V + r) = I_2 \cdot (R + r)$$

знайдемо внутрішній опір джерела:

$$r = \frac{I_1 R_V - I_2 R}{I_2 - I_1} = \frac{U - I_2 R}{I_2 - \frac{U}{R_V}} = \frac{(U - I_2 R) R_V}{I_2 R_V - U} = \frac{(20 - 0,5 \cdot 8) \cdot 200}{0,5 \cdot 200 - 20} = 40 \text{ Ом}.$$

ЕРС джерела живлення

$$\varepsilon = I_2 (R + r) = 0,5 \cdot (8 + 40) = 24 \text{ В}.$$

Відповідь: $\varepsilon = 24$ В, $r = 40$ Ом.

Приклад 2. До акумулятора з ЕРС 12 В, підключена лампочка та два паралельно з'єднаних резистори опором кожен по 10 Ом (рис. 3.1). Відомо, що струм в колі 0,5 А, а опір лампочки $R/2$. Знайти внутрішній опір акумулятора.

Розв'язання.

Дано:	
$\varepsilon = 12$ В	
$R_1 = 10$ Ом	
$R_2 = 10$ Ом	
$I = 0,5$ А	
$R_l = R/2$	
$r - ?$	

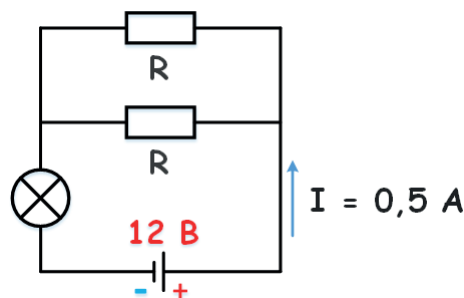


Рис. 3.1.

Знайдемо еквівалентний опір двох паралельно з'єднаних резисторів:

$$R_{\text{екв}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом.}$$

Опір лампочки:

$$R_{\text{л}} = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ Ом.}$$

Згідно закону Ома для повного кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Звідси

$$r = \frac{\varepsilon}{I} - R = \frac{12}{0,5} - (5 + 5) = 14 \text{ Ом.}$$

Відповідь: $r = 14 \text{ Ом.}$

Приклад 3. Визначити силу струму короткого замикання для джерела, яке при силі струму в колі $I_1 = 10 \text{ А}$ має корисну потужність $P_1 = 500 \text{ Вт}$, а при силі струму $I_2 = 5 \text{ А}$ – потужність $P_2 = 375 \text{ Вт}$.

Розв'язання.

Дано:	Сила струму короткого замикання
$I_1 = 10 \text{ А}$	$I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$.
$P_1 = 500 \text{ Вт}$	Корисна потужність
$I_2 = 5 \text{ А}$	$P = I \cdot U$,
$P_2 = 375 \text{ Вт.}$	де U – напруга на затискачах джерела, або спад напруги на
$I_{\text{кз}} = ?$	зовнішній ділянці кола. Спад напруги на затискачах джерела в
	першому та в другому випадку

$$U_1 = \frac{P_1}{I_1} = \varepsilon - I_1 r, \quad U_2 = \frac{P_2}{I_2} = \varepsilon - I_2 r.$$

Віднімемо від першого рівняння друге

$$\frac{P_1}{I_1} - \frac{P_2}{I_2} = \varepsilon - I_1 r - \varepsilon + I_2 r = r(I_2 - I_1),$$

звідси

$$r = \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} = \frac{500 \cdot 5 - 375 \cdot 10}{10 \cdot 5 (5 - 10)} = 5 \text{ Ом.}$$

ЕРС джерела струму

$$\varepsilon = U_1 + I_1 r = \frac{P_1}{I_1} + \frac{I_1(P_1 I_2 - P_2 I_1)}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} = \frac{P_1}{I_1} + \frac{P_1 I_2 - P_2 I_1}{I_2 (I_2 - I_1)} = \frac{500}{10} + \frac{500 \cdot 5 - 375 \cdot 10}{5 \cdot (5 - 10)} = 100 \text{ В.}$$

Отже, сила струму короткого замикання

$$I_{кз} = \frac{100}{5} = 20 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_{кз} = 20 \text{ А.}$

Приклад 4. До ділянки кола з напругою 12 В через резистор опором 2 Ом підключені десять однакових лампочок опором 10 Ом. Знайти напругу на кожній лампочці.

Дано:

$$\varepsilon = 12 \text{ В}$$

$$R_p = 2 \text{ Ом}$$

$$R_l = 10 \text{ Ом}$$

$$U_l = ?$$

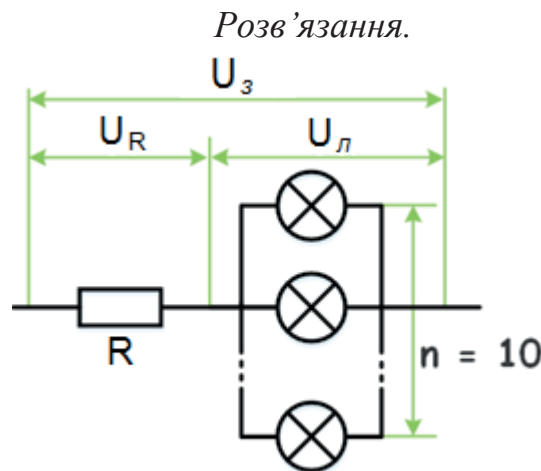


Рис. 3.2.

Оскільки лампочки підключені паралельно, напруга на них буде однакою, відповідно до закону Ома для ділянки кола:

$$I = \frac{U_p}{R_p}, \quad I = \frac{U_l}{R_{екв}}$$

При послідовному з'єднанні струм в колі загальний:

$$\frac{U_p}{R_p} = \frac{U_l}{R_{екв}}$$

Виразимо U_l через $U_з$:

$$\frac{U_з - U_l}{R_p} = \frac{U_l}{R_{екв}},$$

звідси

$$U_l = \frac{U_з R_{екв}}{R_p + R_{екв}}$$

Знайдемо $R_{екв}$

$$\frac{1}{R_{екв}} = 10 \frac{1}{R_l},$$

звідси

$$R_{екв} = \frac{R_l}{10}.$$

У результаті одержимо:

$$U_l = \frac{U_z R_l}{10 \left(R_p + \frac{R_l}{10} \right)} = \frac{12 \cdot 10}{10 \cdot \left(2 + \frac{10}{10} \right)} = 4 \text{ В.}$$

Відповідь: $U_l = 4 \text{ В.}$

Приклад 5. Елемент з внутрішнім опором $r = 1 \text{ Ом}$ та ЕРС $\varepsilon = 1,1 \text{ В}$, замкнений на зовнішній опір $R = 9 \text{ Ом}$. Знайти силу струму I в колі, спад потенціалу U в зовнішньому колі та спад потенціалу U_r всередині елемента. З яким ККД η працює елемент?

Розв'язання.

Дано:	Згідно із законом Ома для замкнутого кола
$\varepsilon = 1,1 \text{ В}$	$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{1,1}{9 + 1} = 0,11 \text{ А.}$
$r = 1 \text{ Ом}$	Згідно закону Ома для ділянки кола
$R = 9 \text{ Ом}$	$I = \frac{U}{R},$
$I - ? \quad U - ?$	
$U_r - ? \quad \eta - ?$	

звідси

$$U = IR = 0,11 \cdot 9 = 0,99 \text{ В.}$$

Окрім того

$$U_r = Ir = 0,11 \cdot 1 = 0,11 \text{ В.}$$

ККД джерела струму

$$\eta = \frac{P_1}{P} \cdot 100\%,$$

де P_1 – корисна потужність, а P – повна або витрачена потужність.

$$P_1 = UI, \quad P = \varepsilon I.$$

Тоді ККД джерела струму

$$\eta = \frac{UI}{\varepsilon I} \cdot 100\% = \frac{0,99}{1,1} \cdot 100\% = 90\%.$$

Відповідь: $\eta = 90\%$.

Приклад 6. Провідник з електричним опором $R = 2$ Ом приєднаний до елемента з електрорушійною силою $\varepsilon = 1,1$ В. По провіднику протікає електричний струм силою $I = 0,5$ А. Визначити силу струму під час короткого замикання.

Розв'язання.

Дано:	За законом Ома для повного кола
$R = 2$ Ом	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$
$\varepsilon = 1,1$ В	
$I = 0,5$ А	Звідси
$I_{кз} - ?$	$r = \frac{\varepsilon - IR}{I}.$

При короткому замиканні $R = 0$, тоді

$$I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon - IR}{I}} = \frac{I\varepsilon}{\varepsilon - IR} = \frac{0,5 \cdot 1,1}{1,1 - 0,5 \cdot 2} = \frac{0,55}{0,1} = 5,5 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_{кз} = 5,5$ А.

Приклад 7. Визначити ЕРС джерела, якщо відомо, що при збільшенні зовнішнього опору вдвічі напруга на ньому збільшиться від 4 В до 6 В.

Розв'язання.

Дано:	За законом Ома для ділянки кола
$R_2 = 2 R_1$	$U = IR.$
$U_1 = 4$ В	Для повного кола
$U_2 = 6$ В	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$
$\varepsilon - ?$	Звідси

$$U = \frac{\varepsilon R}{R + r}, \quad R = \frac{Ur}{\varepsilon - U}.$$

У першому випадку

$$R_1 = \frac{U_1 r}{\varepsilon - U_1}. \quad (1)$$

У другому випадку

$$R_2 = \frac{U_2 r}{\varepsilon - U_2}. \quad (2)$$

Поділимо (2) на (1)

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2(\varepsilon - U_1)}{U_1(\varepsilon - U_2)},$$

$$2 = \frac{U_2(\varepsilon - U_1)}{U_1(\varepsilon - U_2)}$$

Звідси

$$\varepsilon = \frac{U_1 U_2}{2U_1 - U_2} = \frac{4 \cdot 6}{2 \cdot 4 - 6} = 12 \text{ В.}$$

Відповідь: $\varepsilon = 12 \text{ В.}$

Приклад 8. Яка різниця потенціалів U виникає на затискачах двох гальванічних елементів, які включені паралельно (рис. 3.3), якщо їх ЕРС відповідно $\varepsilon_1 = 1,4 \text{ В}$ та $\varepsilon_2 = 1,2 \text{ В}$, внутрішні опори $r_1 = 0,6 \text{ Ом}$ та $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$?

Розв'язання.

Дано:
$\varepsilon_1 = 1,4 \text{ В}$
$\varepsilon_2 = 1,2 \text{ В}$
$r_1 = 0,6 \text{ Ом}$
$r_2 = 0,4 \text{ Ом}$
$U = ?$

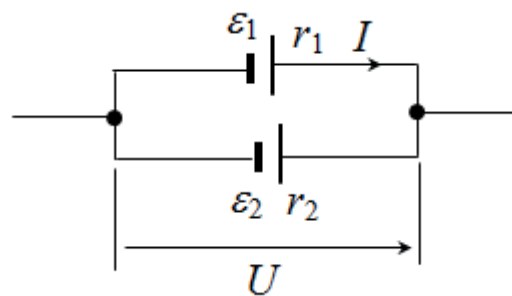


Рис. 3.3.

За другим законом Кірхгофа

$$Ir_1 + Ir_2 = E_1 - E_2$$

Контурний струм

$$I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$$

Різниця потенціалів на затискачах двох елементів

$$\begin{aligned} U = E_1 - Ir_1 &= E_1 - \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} r_1 = \frac{E_1 r_1 + E_1 r_2 - E_1 r_1 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = \\ &= \frac{1,4 \cdot 0,4 + 1,2 \cdot 0,6}{0,6 + 0,4} = 1,28 \text{ В} \end{aligned}$$

Відповідь: $U = 1,28 \text{ В.}$

3.2. Електричні опори. З'єднання опорів

Приклад 1. Знайти опір R залізного стрижня діаметром $d = 1 \text{ см}$, якщо маса стрижня $m = 1 \text{ кг}$. Густина заліза $\rho_3 = 7900 \text{ кг/м}^3$, питомий опір заліза при 0°C $\rho = 0,087 \text{ мОм}\cdot\text{м}$.

Розв'язання.

Дано:

$$d = 1 \text{ мм}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$\rho_3 = 7900 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho = 0,087 \text{ мОм}\cdot\text{м}$$

$$R - ?$$

Опір стрижня

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (1)$$

де l – довжина стрижня, S – площа поперечного перерізу.

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (2)$$

Маса стрижня

$$m = \rho_3 V = \rho_3 S l,$$

$$l = \frac{m}{\rho_3 S}.$$

Підставимо (3) і (2) в (1)

$$R = \rho \frac{16m}{\pi^2 d^4 \rho_3} = 8,7 \cdot 10^{-8} \frac{16 \cdot 1}{3,14^2 \cdot 0,01^4 \cdot 7900} = 1,78 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

Відповідь: $R = 1,78 \text{ мОм.}$

Приклад 2. Паралельно до амперметра з опором $R_a = 0,5 \text{ Ом}$, приєднаний мідний дріт довжиною $l = 0,4 \text{ м}$ і діаметром $d = 0,001 \text{ м}$. Питомий опір міді $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Визначити повну силу струму в колі, якщо амперметр показує силу струму $I_a = 0,2 \text{ А}$.

Розв'язання.

Дано:

$$R_a = 0,5 \text{ Ом}$$

$$l = 0,4 \text{ м}$$

$$d = 0,001 \text{ м}$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$I_a = 0,2 \text{ А}$$

$$I - ?$$

Оскільки амперметр і провідник підключені паралельно, то напруга на амперметрі дорівнює напрузі на дроті:

$$I_a \cdot R_a = I_\delta \cdot R_\delta.$$

Визначимо опір дроту

$$R_\delta = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}.$$

Тоді

$$I_\delta = \frac{I_a R_a}{R_\delta} = \frac{I_a R_a}{4\rho l} \pi d^2.$$

Повна сила струму в колі

$$I = I_a + I_\delta = I_a + I_a \frac{R_a \pi d^2}{4\rho l} = 0,2 + 0,2 \cdot \frac{0,5 \cdot 3,14 \cdot 0,001^2}{4 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,4} \approx 12 \text{ А.}$$

Відповідь: $I = 12 \text{ А.}$

Приклад 3. Визначити загальний опір з'єднання (рис. 3.4), якщо опір кожного резистора 3 Ом.

Розв'язання.

Дано:
 $R_1 = R_2 = R_3 =$
 $= R = 3 \text{ Ом}$

 $R_{13} = ?$

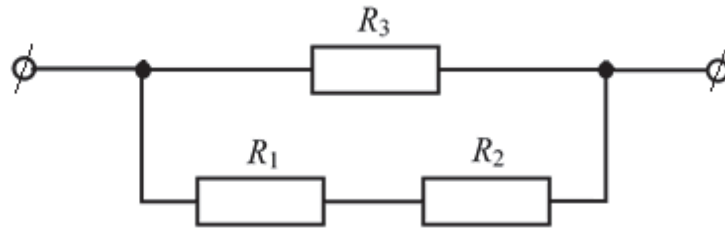


Рис. 3.4.

Опори R_1 та R_2 з'єднані послідовно, тому

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 2R.$$

Опори R_{12} та R_3 з'єднані паралельно, тому

$$\frac{1}{R_{13}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_{12}}{R_{12}R_3} = \frac{R + 2R}{2R^2} = \frac{3}{2R}.$$

$$R_{13} = \frac{2R}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2 \text{ Ом}.$$

Відповідь: $R_{13} = 2 \text{ Ом}$.

Приклад 4. Визначити розподіл струмів і напруг у колі, якщо $U = 9,6 \text{ В}$, $R_1 = 7,2 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$.

Розв'язання.

Дано:
 $U = 9,6 \text{ В}$
 $R_1 = 7,2 \text{ Ом}$
 $R_2 = 12 \text{ Ом}$
 $R_3 = 3 \text{ Ом}$

 $U_1 = ?$ $U_2 = ?$
 $U_3 = ?$ $I_1 = ?$
 $I_2 = ?$ $I_3 = ?$

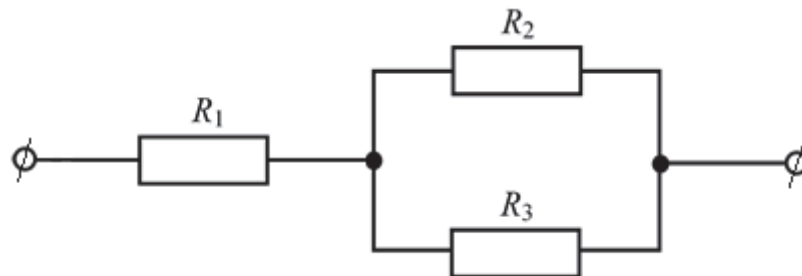


Рис. 3.5.

Визначимо загальний опір кола.

Опори R_2 та R_3 з'єднані паралельно, тому

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_2}{R_2R_3},$$

$$R_{23} = \frac{R_2R_3}{R_3 + R_2} = \frac{12 \cdot 3}{3 + 12} = 2,4 \text{ Ом}.$$

Опори R_1 та R_{23} з'єднані послідовно, тому

$$R = R_1 + R_{23} = 7,2 + 2,4 = 9,6 \text{ Ом.}$$

Сила струму в колі

$$I = I_1 = \frac{U}{R} = \frac{9,6}{9,6} = 1 \text{ А.}$$

Спад напруги на резисторі R_1

$$U_1 = I_1 R_1 = 1 \cdot 7,2 = 7,2 \text{ В.}$$

Спад напруги на резисторах R_2 та R_3

$$U_{23} = U_2 = U_3 = U - U_1 = 9,6 - 7,2 = 2,4 \text{ В.}$$

Сила струму у гілках

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{2,4}{12} = 0,2 \text{ А,}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{2,4}{3} = 0,8 \text{ А.}$$

Відповідь: $U_1 = 7,2 \text{ В; } U_2 = 2,4 \text{ В; } U_3 = 2,4 \text{ В; } I_1 = 1 \text{ А; } I_2 = 0,2 \text{ А; } I_3 = 0,8 \text{ А.}$

Приклад 5. В електричному колі (рис. 3.6), опір резисторів $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 60 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$. Визначити спад напруги на резисторі R_4 , якщо сила струму в резисторі R_3 , $I_3 = 20 \text{ мА}$.

Розв'язання.

Дано:

$$R_1 = 30 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 60 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 30 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 40 \text{ Ом}$$

$$I_3 = 20 \text{ мА}$$

$$U_4 = ?$$

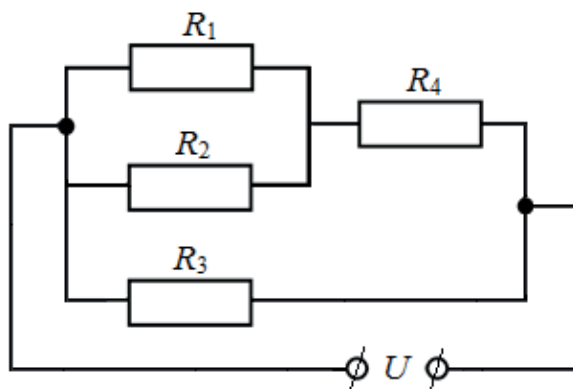


Рис. 3.6.

Визначимо спад напруги на резисторі R_3 :

$$U_3 = I_3 R_3 = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 30 = 0,6 \text{ В.}$$

Опори R_1 та R_2 з'єднані паралельно, тому

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2 R_1},$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = 20 \text{ Ом.}$$

Спад напруги на опорах R_1, R_2, R_4

$$U_{124} = U_3 = 0,6 \text{ В.}$$

За законом Ома

$$U_{124} = U_{12} + U_4 = IR_{12} + IR_4 = I(R_{12} + R_4).$$

Звідси

$$I = \frac{U_{124}}{R_{12} + R_4} = \frac{0,6}{20 + 40} = 0,01 \text{ А.}$$

За законом Ома

$$U_4 = IR_4 = 0,01 \cdot 40 = 0,4 \text{ В.}$$

Відповідь: $U_4 = 0,4 \text{ В.}$

Приклад 6. Визначити силу струму у вітках електричного кола (рис. 3.7) з опорами $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 8 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$, $R_5 = 24 \text{ Ом}$, якщо напруга джерела живлення $U = 120 \text{ В}$.

Розв'язання.

Дано:

$$U = 120 \text{ В}$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 15 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 8 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 12 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 24 \text{ Ом}$$

$$I_1 - ? \quad I_2 - ?$$

$$I_3 - ?, \quad I_4 - ?$$

$$I_5 - ?$$

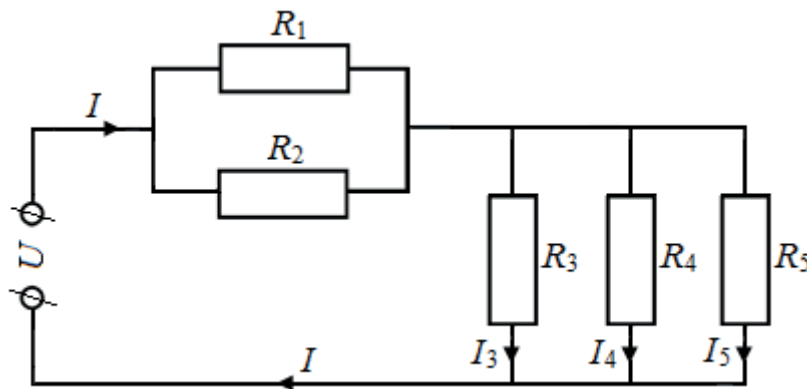


Рис. 3.7.

Опори R_1 та R_2 з'єднані паралельно, тому

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2 R_1},$$

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом.}$$

Три опори R_3, R_4 та R_5 також з'єднані паралельно, тому

$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{R_4 R_5 + R_3 R_5 + R_3 R_4}{R_3 R_4 R_5},$$

$$R_{345} = \frac{R_3 R_4 R_5}{R_4 R_5 + R_3 R_5 + R_3 R_4} = \frac{8 \cdot 12 \cdot 24}{12 \cdot 24 + 8 \cdot 24 + 8 \cdot 12} = 4 \text{ Ом.}$$

Тепер побудуємо еквівалентну схему (рис. 3.8).

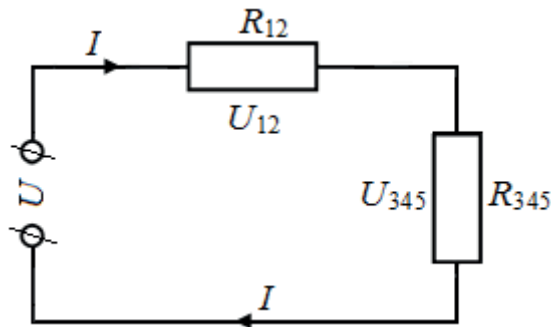


Рис. 3.8.

Повний опір кола складається з послідовно з'єднаних двох опорів R_{12} і R_{345} .

$$R = R_{12} + R_{345} = 6 + 4 = 10 \text{ Ом.}$$

Повний струм у колі

$$I = \frac{U}{R} = \frac{120}{10} = 12 \text{ А.}$$

Знайдемо струми в гілках скориставшись правилом «чужої вітки»:

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 15}{10 + 15} = 7,2 \text{ А;}$$

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 10}{10 + 15} = 4,8 \text{ А.}$$

Спад напруги на опорах R_1 , R_2 , R_3

$$U_{345} = I \cdot R_{345} = 12 \cdot 4 = 48 \text{ В.}$$

Тоді

$$I_3 = \frac{U_{345}}{R_3} = \frac{48}{8} = 6 \text{ А, } I_4 = \frac{U_{345}}{R_4} = \frac{48}{12} = 4 \text{ А, } I_5 = \frac{U_{345}}{R_5} = \frac{48}{8} = 2 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_1 = 7,2 \text{ А; } I_2 = 4,8 \text{ А; } I_3 = 6 \text{ А; } I_4 = 4 \text{ А; } I_5 = 2 \text{ А.}$

Приклад 7. До ділянки кола з напругою U через резистор опором R підключено паралельно десять лампочок, які мають однаковий опір r (рис. 3.9). Визначити спад напруги на кожній лампочці.

Розв'язання.

Очевидно, що спад напруги на кожній лампочці буде однаковий, оскільки вони з'єднані паралельно. Резистор опором R і ділянка кола з лампочками з'єднані послідовно, отже,

$$U = U_1 + U_2 = IR + IR_{\text{екв.}}$$

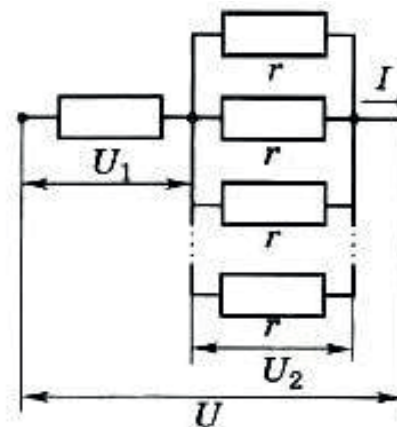


Рис. 3.9.

Запишемо закон Ома для кожної з ділянок кола:

$$I = \frac{U_1}{R}, I = \frac{U_2}{R_{екв}},$$

звідси

$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R_{екв}}, \text{ або } \frac{U - U_2}{R} = \frac{U_2}{R_{екв}}.$$

Розв'яжемо це рівняння відносно U_2 , одержимо

$$U_2 = \frac{UR_{екв}}{R + R_{екв}}.$$

Знайдемо еквівалентний опір ділянки кола з лампочками зі співвідношення

$$\frac{1}{R_{екв}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_{10}} = \frac{10}{r},$$

звідси

$$R_{екв} = \frac{r}{10}.$$

Остаточно одержимо

$$U_2 = \frac{Ur}{10\left(R + \frac{r}{10}\right)}.$$

Відповідь: $U_2 = \frac{Ur}{10\left(R + \frac{r}{10}\right)}.$

Приклад 8. Три опори з'єднані паралельно, як показано на рис. 3.10: $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 15$ Ом. У вітці з опором R_2 протікає струм $I_2 = 0,3$ А. Амперметр показує струм $I = 0,8$ А. Знайти опір центральної вітки.

Розв'язання.

Дано:
$R_2 = 20$ Ом
$R_3 = 15$ Ом
$I_2 = 0,3$ А
$I = 0,8$ А
$R_1 = ?$

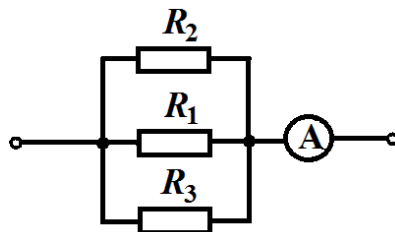


Рис. 3.10.

При паралельному з'єднанні провідників струм, який тече через опір R_{123} , дорівнює сумі струмів, які течуть через R_1, R_2, R_3 , тобто

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (1)$$

При цьому усі провідники знаходяться під однією різницею потенціалів, тобто

$$U = U_1 = U_2 = U_3.$$

За законом Ома для ділянки кола

$$U = I_2 R_2 = 0,3 \cdot 20 = 6 \text{ В.}$$

Сила струму

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{6}{15} = 0,4 \text{ А.}$$

З (1) маємо

$$I_1 = I - I_2 - I_3 = 0,8 - 0,3 - 0,4 = 0,1 \text{ А.}$$

Тоді опір

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{6}{0,1} = 60 \text{ Ом.}$$

Відповідь: $R_1 = 60 \text{ Ом.}$

Приклад 9. Напруга на затискачах елемента в замкнутому колі (рис. 3.11) $U = 2,1 \text{ В}$, опір $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$ та $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Який струм I показує амперметр?

Розв'язання.

Дано:
$U = 2,1 \text{ В}$
$R_1 = 5 \text{ Ом}$
$R_2 = 6 \text{ Ом}$
$R_3 = 3 \text{ Ом}$
$I = ?$

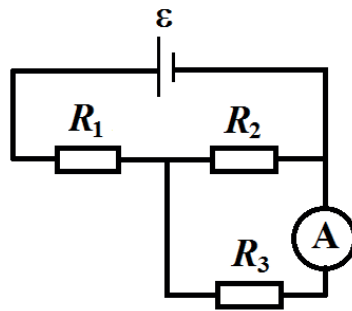


Рис. 3.11.

При паралельному з'єднанні провідників струм, який тече через опір R_2 , дорівнює сумі струмів, які течуть через R_2 , R_3 і дорівнює струму I_1 , тобто

$$I_1 = I_2 + I_3. \quad (1)$$

Оскільки провідники R_1 і R_2 з'єднані послідовно, то

$$U = U_1 + U_2. \quad (2)$$

Згідно із законом Ома для ділянки кола

$$U_1 = I_1 R_1, \quad U_2 = I_2 R_2.$$

Тоді з (2) отримаємо

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2. \quad (3)$$

Оскільки R_2 і R_3 з'єднані паралельно, то

$$U_2 = U_3, I_2 R_2 = I_3 R_3,$$

звідси

$$I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2}. \quad (4)$$

Амперметр покаже струм, який тече через провідник R_3 . Підставимо (1) в (3), потім (4) в (3)

$$U = (I_2 + I_3) R_1 + I_2 R_2; U = \left(\frac{I_3 R_3}{R_2} + I_3 \right) R_1 + I_3 R_3,$$

звідси

$$I_3 = \frac{U R_2}{R_3 R_1 + R_1 R_2 + R_3 R_2} = \frac{2,1 \cdot 6}{3 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 3 \cdot 6} = 0,2 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_3 = 0,2 \text{ А.}$

Приклад 10. ЕРС батареї (рис. 3.12) $\varepsilon = 100 \text{ В}$. Опір вольтметра $R_V = 2 \text{ кОм}$. Опори віток такі: $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 200 \text{ Ом}$, $R_3 = 300 \text{ Ом}$. Яку напругу U_V покаже вольтметр?

Розв'язання.

Дано:

$\varepsilon = 100 \text{ В}$
 $R_1 = 100 \text{ Ом}$
 $R_2 = 200 \text{ Ом}$
 $R_3 = 300 \text{ Ом}$
 $R_V = 2 \text{ кОм}$

 $U_V = ?$

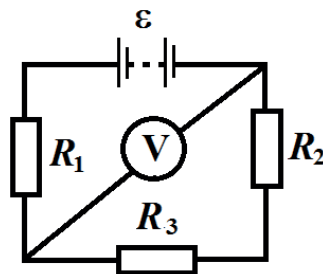


Рис. 3.12.

Оскільки $r \ll R_{123V}$, то повний опір кола

$$R = R_1 + R_{23V}.$$

Опір

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 200 + 300 = 500 \text{ Ом.}$$

$$\frac{1}{R_{23V}} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_V};$$

$$R_{23V} = \frac{R_V R_{23}}{R_{23} + R_V} = \frac{2000 \cdot 500}{500 + 2000} = 400 \text{ Ом.}$$

Тоді $R = 500 \text{ Ом}$. Оскільки опір батареї $r \ll R$, то з закону Ома для повного

кола

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{100}{500} = 0,2 \text{ А.}$$

Напруга на опорі R_1 дорівнює

$$U_1 = I_1 R_1 = 0,2 \cdot 100 = 20 \text{ В.}$$

Тоді напруга на ділянці R_{23V} дорівнює

$$U_{23V} = \varepsilon - U_1,$$

оскільки опір батареї $r \ll R$ і $R_{23V} = 80 \text{ В}$. Таким чином

$$U_V = U_{23} = U_{23V},$$

оскільки з'єднання паралельне.

Відповідь: $U_V = 80 \text{ В}$.

Приклад 11. ЕРС батареї (рис. 3.13) $\varepsilon = 100 \text{ В}$. Опори віток: $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 80 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$, $R_4 = 34 \text{ Ом}$. Визначити, який струм протікає через опір R_2 і спад напруги на цьому опорі.

Розв'язання.

Дано:

$\varepsilon = 100 \text{ В}$
 $R_1 = R_3 = 40 \text{ Ом}$
 $R_2 = 80 \text{ Ом}$
 $R_4 = 34 \text{ Ом}$
 $I_2 = ?$ $U_2 = ?$

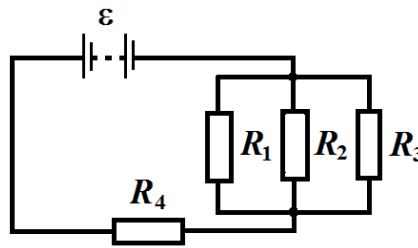


Рис. 3.13.

Для паралельних провідників струм

$$I_{123} = I_1 + I_2 + I_3,$$

напруга

$$U_{123} = U_1 = U_2 = U_3.$$

Струм, який тече через опір R_4 і R_{123} однаковий, тобто

$$I = I_{123} = I_4.$$

Опір паралельної ділянки

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

звідси

$$R_{123} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2} = \frac{40 \cdot 80 \cdot 40}{80 \cdot 40 + 40 \cdot 40 + 40 \cdot 80} = 16 \text{ Ом.}$$

Опір усіх провідників

$$R = R_4 + R_{123} = 34 + 16 = 50 \text{ Ом.}$$

Оскільки опір батареї $r \ll R$, то з закону Ома для повного кола

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ А.}$$

Напруга на опорі R_4

$$U_4 = IR_4 = 2 \cdot 34 = 68 \text{ В.}$$

Оскільки $r \ll R$, то

$$\varepsilon = U = U_4 + U_{123}, \quad U_{123} = U_2 = 32 \text{ В.}$$

Струм

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{32}{80} = 0,4 \text{ А.}$$

Відповідь: $U_2 = 32 \text{ В}$, $I_2 = 0,4 \text{ А}$.

Приклад 12. У колі, схема якого зображена на рис. 3.14, опори всіх резисторів відомі і рівні відповідно $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $R_5 = 10 \text{ Ом}$. Сила струму в резисторі R_4 становить $I_4 = 0,5 \text{ А}$. Визначте силу струму в усіх інших резисторах і напругу на затискачах кола.

Розв'язання.

Дано:

$$R_1 = 2 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 5 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 2 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 10 \text{ Ом}$$

$$I_4 = 0,5 \text{ А}$$

$$I_1 - ? \quad I_2 - ?$$

$$I_3 - ? \quad I_5 - ?$$

$$U - ?$$

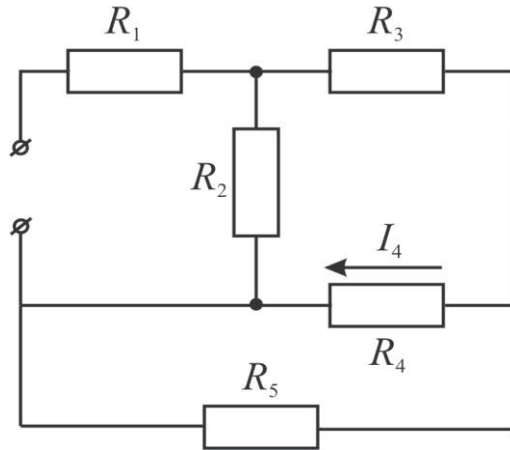


Рис. 3.14.

Замінімо схему рис. 3.14 на еквівалентну (рис. 3.15)

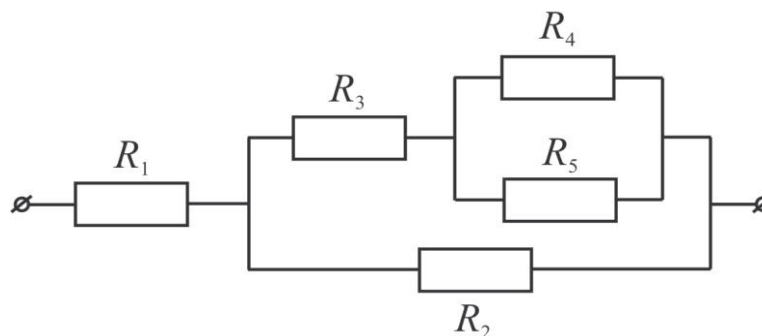


Рис. 3.15.

Знайдемо силу струму в резисторі R_5 . Вона дорівнює відношенню напруги на розгалуженні 4-5 до опору R_5 :

$$I_5 = \frac{I_4 R_4}{R_5} = \frac{0,5 \cdot 40}{10} = 2 \text{ А.}$$

Знайдемо струм I_3 :

$$I_3 = I_4 + I_5 = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ А.}$$

Опори R_4 та R_5 з'єднані паралельно, тому

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{R_4 + R_5}{R_4 R_5}, \quad R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}.$$

Опори R_3 та R_{45} з'єднані послідовно, тому

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 2 + \frac{40 \cdot 10}{40 + 10} = 10 \text{ Ом.}$$

Тоді

$$I_2 = \frac{I_3 R_{345}}{R_2} = \frac{2,5 \cdot 10}{5} = 5 \text{ А.}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 5 + 2,5 = 7,5 \text{ А.}$$

Напруга на затискачах кола

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2 = 7,5 \cdot 2 + 5 \cdot 5 = 40 \text{ В.}$$

Відповідь: $I_1 = 7,5 \text{ А}$; $I_2 = 5 \text{ А}$; $I_3 = 2,5 \text{ А}$; $I_5 = 2 \text{ А}$; $U = 40 \text{ В}$.

3.3. Робота та потужність струму

Приклад 1. У мережу напругою 120 В паралельно включено дві лампи: 1 – потужністю 300 Вт, розрахована на напругу 120 В, і 2-га, послідовно з'єднана з резистором, – на 12 В (рис. 3.16). Визначити покази амперметрів А1 і А та опір резистора, якщо амперметр А2 показує силу струму 2 А.

Розв'язання.

Дано:
$U = 120 \text{ В}$
$P_1 = 300 \text{ Вт}$
$U_1 = 120 \text{ В}$
$U_2 = 12 \text{ В}$
$I_2 = 2 \text{ А}$
$I_1 = ?$ $I = ?$
$R = ?$

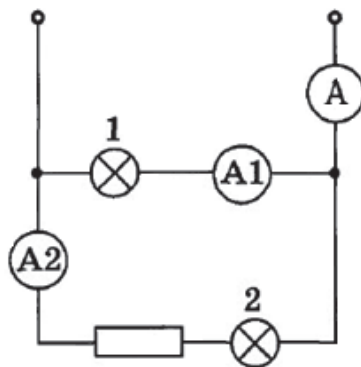


Рис. 3.16.

Визначимо силу струму через амперметр А1

$$P_1 = I_1 \cdot U_1, \quad I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{300}{120} = 2,5 \text{ А.}$$

Повний струм у колі

$$I = I_1 + I_2 = 2,5 + 2 = 4,5 \text{ А.}$$

Опір резистора

$$R = \frac{U_R}{I_2}.$$

Спад напруги на резисторі

$$U_R = U - U_2.$$

Тоді

$$R = \frac{U - U_2}{I_2} = \frac{120 - 12}{2} = 54 \text{ Ом.}$$

Відповідь: $I_1 = 2,5 \text{ А}$; $I = 4,5 \text{ А}$; $R = 54 \text{ Ом}$.

Приклад 2. При силі струму $I_1 = 3 \text{ А}$ у зовнішньому колі виділяється потужність $P_1 = 18 \text{ Вт}$, а при силі струму $I_2 = 1 \text{ А}$ – потужність $P_2 = 10 \text{ Вт}$ (рис. 3.17). Знайти ЕРС і внутрішній опір джерела струму.

Розв'язання.

Дано:
$I_1 = 3 \text{ А}$
$P_1 = 18 \text{ Вт}$
$I_2 = 1 \text{ А}$
$P_2 = 10 \text{ Вт}$
$\varepsilon - ?$ $r - ?$

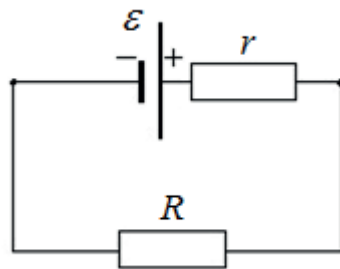


Рис. 3.17.

Для знаходження двох величин – ε і r – потрібно записати два незалежні рівняння, які містять ці величини. Повна потужність

$$P_{\text{повн}} = I^2(R + r) = \frac{\varepsilon^2}{R + r}.$$

Звідси

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}. \quad (1)$$

Потужність струму на зовнішній ділянці кола

$$P = I^2 R. \quad (2)$$

Знайдемо опори

$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{18}{3^2} = 2 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{10}{1^2} = 10 \text{ Ом}.$$

Підставивши по черзі ці значення у рівняння (1), одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \varepsilon = 3 \cdot (2 + r), \\ \varepsilon = 10 + r. \end{cases}$$

Звідси знаходимо $\varepsilon = 12 \text{ В}$ і $r = 2 \text{ Ом}$.

Відповідь: $\varepsilon = 12 \text{ В}$; $r = 2 \text{ Ом}$.

Приклад 3. Різниця потенціалів між точками А і В дорівнює $U = 9 \text{ В}$. Маємо два провідники з опорами $R_1 = 5 \text{ Ом}$ та $R_2 = 3 \text{ Ом}$. Знайти кількість теплоти Q , яка виділяється в кожному провіднику за одиницю часу, якщо провідники між точками А і В з'єднані: а) послідовно; б) паралельно.

Розв'язання.

Дано:	За законом Джоуля-Ленца, в провіднику виділяється
$U = 9 \text{ В}$	кількість теплоти:
$R_1 = 5 \text{ Ом}$	$Q = I^2 R t.$
$R_2 = 3 \text{ Ом}$	а) При послідовному з'єднанні провідників струм, який
$Q_1 - ? \quad Q_2 - ?$	тече в них
$Q_3 - ? \quad Q_4 - ?$	$I_1 = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2}.$

Кількість теплоти, яка виділиться на першому провіднику

$$Q_1 = I_1^2 R_1 t = \frac{U^2 R_1 t}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{9^2 \cdot 5 \cdot 1}{(5 + 3)^2} = 6,3 \text{ Дж}.$$

Аналогічно

$$Q_2 = I_2^2 R_2 t = \frac{U^2 R_2 t}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{9^2 \cdot 3 \cdot 1}{(5 + 3)^2} = 3,8 \text{ Дж}.$$

б) При паралельному з'єднанні

$$U_1 = U_2 = U.$$

Тоді струм

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \text{ а } I_2 = \frac{U}{R_2}.$$

Звідси

$$Q_3 = \frac{U^2 t}{R_1} = \frac{9^2 \cdot 1}{5} = 16,2 \text{ Дж},$$

$$Q_4 = \frac{U^2 t}{R_2} = \frac{9^2 \cdot 1}{3} = 27 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $Q_1 = 6,3$ Дж, $Q_2 = 3,8$ Дж, $Q_3 = 16,2$ Дж, $Q_4 = 27$ Дж.

Приклад 4. Спіраль електричного чайника розділена на дві секції, одна з яких має опір 10 Ом. Знайти опір другої секції, якщо при паралельному включенні секцій у мережу вода закипає в чотири рази швидше, ніж при послідовному. Початкову температуру води вважати однаковою.

Розв'язання.

Дано: $R_1 = 10$ Ом $n = 4$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> $R_2 = ?$	Для того щоб довести воду до кипіння (незалежно від числа нагрівачів і способів їх включення) необхідно затратити кількість теплоти: $Q = mc\Delta T. \quad (1)$
---	---

При перемиканні секцій нагрівача сила струму в них змінюється, але залишається незмінною спад напруги, що подається на прилад. Для розрахунку теплової дії струму скористаємося законом Джоуля-Ленца. При послідовному з'єднанні секцій за час τ_1 виділиться кількість теплоти Q , яка необхідна для нагрівання води до кипіння:

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \tau_1. \quad (2)$$

При паралельному з'єднанні секцій їх загальний опір розрахуємо за формулою:

$$R_{\text{нар}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3)$$

Така ж кількість теплоти виділиться за час τ_1

$$Q = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \tau_2. \quad (4)$$

За умовою задачі при паралельному включенні секцій вода закипить в n разів швидше, ніж при послідовному, тобто

$$\tau_1 = n \tau_2. \quad (5)$$

Розділимо рівняння (2) на формулу (4) і з врахуванням виразу (5) одержимо:

$$\frac{n R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} = 1. \quad (6)$$

Перетворивши рівняння (6), запишемо квадратне рівняння відносно R_2 :

$$R_2^2 - (n - 2)R_1R_2 + R_1^2 = 0. \quad (7)$$

Розв'яжемо рівняння (7)

$$R_2 = R_1 \frac{(n - 2) + \sqrt{n^2 - 4n}}{2}. \quad (8)$$

Підставами дані задачі в формулу (8), одержимо:

$$R_2 = R_1 = 10 \text{ Ом.}$$

Відповідь: $R_2 = 10 \text{ Ом.}$

Приклад 5. Напряга на шинах електростанції $U_0 = 10 \text{ кВ}$, відстань до споживача $l = 500 \text{ км}$. Станція повинна передати споживачеві потужність $P = 100 \text{ кВт}$. Втрати напруги в проводах не повинні перевищувати $z = 4\%$. Визначити масу мідних проводів на ділянці електростанція-споживач. Густина та питомий опір міді рівні відповідно $D = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ і $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Якою має бути маса проводів, якщо напругу збільшити в два рази?

Розв'язання.

Дано:
 $U_0 = 10^4 \text{ В}$
 $l = 5 \cdot 10^5 \text{ м}$
 $P = 1^5 \text{ Вт}$
 $z = 4\%$
 $D = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
 $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

 $m_2 - ?$

Масу дроти m_1 можна визначити, знаючи матеріал проводу, його опір R і довжину l лінії. Дійсно, якщо густина матеріалу дроту D , питомий опір ρ , то

$$m_1 = D2lS, \quad R = \rho \frac{2l}{S},$$

оскільки довжина проводу вдвічі більша, ніж відстань l . Виключивши з цих формул площу S перерізу, отримаємо:

$$m_1 = \frac{4D\rho l^2}{R}. \quad (1)$$

У рівність (1) відомі всі величини крім R , тому подальший розв'язок зводиться до знаходження опору проводів. Зробимо креслення (рис. 3.18), на якому відзначаємо опір $R_{\text{п}}$ споживача, опір $R_{\text{л}}$ проводів лінії електропередачі, напруги на цих резисторах $U_{\text{п}}$ і $U_{\text{л}}$, а також напругу U_0 на шинах електростанції. Оскільки обидва резистори з'єднані між собою послідовно, то

$$U_0 = U_{\text{п}} + U_{\text{л}}. \quad (2)$$

Використовуючи закон Ома для ділянки колата умову, що втрати напруги не повинні перевищувати $z\%$, для напруги на проводах можна записати:

$$U_{\text{л}} = IR \quad \text{і} \quad U_{\text{п}} = \frac{z}{100\%} U_0. \quad (3)$$

Ще одним допоміжним рівнянням є формула потужності

$$P = IU_{\text{п}}. \quad (4)$$

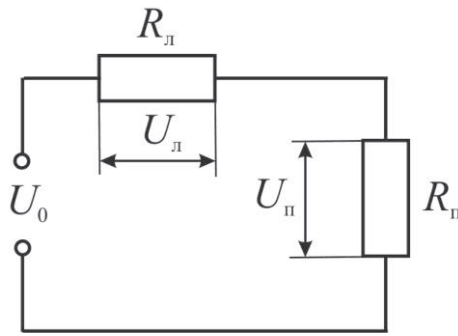


Рис. 3.18.

Знайдемо R з рівнянь (2) – (4) та підставимо в (1):

$$R = \frac{\frac{z}{100} \cdot \left(1 - \frac{z}{100}\right) \cdot U_0^2}{P},$$

$$m_1 = \frac{4D\rho l^2 P}{\frac{z}{100} \cdot \left(1 - \frac{z}{100\%}\right) \cdot U_0^2} = \frac{4 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot (5 \cdot 10^5)^2 \cdot 10^5}{\frac{4}{100} \cdot \left(1 - \frac{4}{100}\right) \cdot (10^4)^2} = 3,94 \cdot 10^6 \text{ кг.}$$

З отриманого виразу видно, що маса проводів обернено пропорційна квадрату напруги на шинах електростанції, тому при збільшенні напруги в 2 рази масу проводів лінії передачі можна зменшити в 4 рази, отже,

$$m_2 = \frac{m_1}{4} = 9,85 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

Відповідь: $m_2 = 9,85 \cdot 10^5$ кг.

3.4. Розгалужені електричні кола

Приклад 1. У схемі на рис. 3.19 електрорушійні сили $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $\varepsilon_3 = 6$ В. Опори R_1 , R_2 та R_3 відповідно рівні 4 Ом, 6 Ом та 8 Ом. Визначити струми в усіх ділянках кола.

Розв'язання.

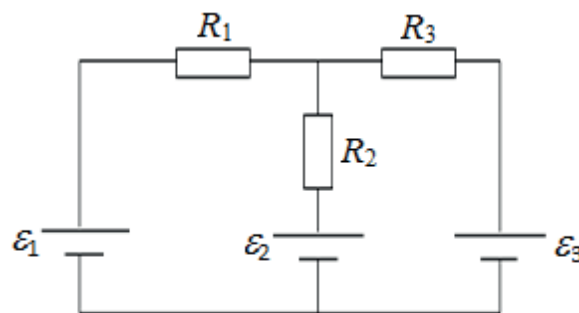


Рис. 3.19.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$$

$$\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 8 \text{ Ом}$$

$$I_1 - ? \quad I_2 - ?$$

$$I_3 - ?$$

Скористаємося законами Кірхгофа. Задамо напрями струмів I_1 , I_2 , I_3 . В якості незалежних контурів виберемо великий

контур, що містить джерела струму ε_1 і ε_3 , і малий контур, що містить джерела струму ε_1 і ε_2 . Обхід контурів будемо здійснювати за годинниковою стрілкою (рис. 3.20). Тоді можна скласти наступну систему рівнянь:

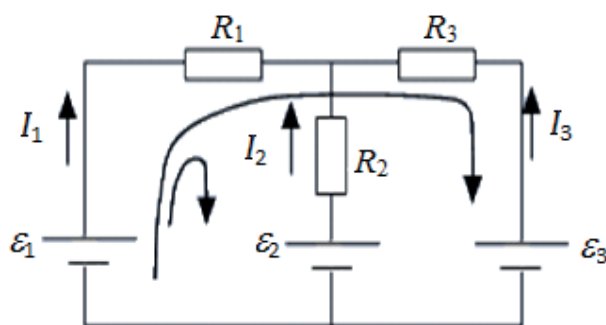


Рис. 3.20.

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 0, \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \\ I_1 R_1 - I_3 R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_3. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему рівнянь відносно струмів, отримаємо такі значення:

$$I_1 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)R_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)R_3}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_3 R_2} = \frac{(2 - 6) \cdot 6 + (2 - 4) \cdot 8}{4 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 8 \cdot 6} = -0,385 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)R_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)R_3}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_3 R_2} = \frac{(4 - 6) \cdot 4 - (2 - 4) \cdot 8}{4 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 8 \cdot 6} = 0,077 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)R_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)R_2}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_3 R_2} = \frac{(6 - 2) \cdot 4 - (2 - 6) \cdot 6}{4 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 8 \cdot 6} = 0,308 \text{ А}.$$

Знак мінус означає, що струм I_1 тече в напрямку, протилежному до заданої.

Відповідь: $I_1 = 0,385 \text{ А}$, $I_2 = 0,077 \text{ А}$, $I_3 = 0,308 \text{ А}$.

Приклад 2. В електричному колі рис. 3.21, *а* визначити силу струму, яку показує амперметр, якщо: $\varepsilon = 24 \text{ В}$, опори R_1 , R_2 , R_3 , R_4 та R_5 відповідно рівні 1 Ом , 3 Ом , 2 Ом , 4 Ом та 1 Ом . Опором амперметра можна знехтувати.

Розв'язання.

Дано:

$\varepsilon_1 = 24 \text{ В}$
 $R_1 = 1 \text{ Ом}$,
 $R_2 = 3 \text{ Ом}$,
 $R_3 = 2 \text{ Ом}$,
 $R_4 = 4 \text{ Ом}$,
 $R_5 = 1 \text{ Ом}$

 $I_A = ?$

Розв'яжемо цю задачу методом еквівалентного перетворення. Спростимо схему рис. 3.21, *а* врахувавши, що опори R_1 , R_4 та R_2 , R_3 з'єднані паралельно.

В результаті еквівалентного перетворення одержимо спрощені схеми рис. 1. *б*, *в*.

$$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} = \frac{1 \cdot 4}{1 + 4} = 0,8 \text{ Ом},$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2 \text{ Ом.}$$

$$R_e = R_{14} + R_{23} + R_5 = 0,8 + 1,2 + 1 = 3 \text{ Ом.}$$

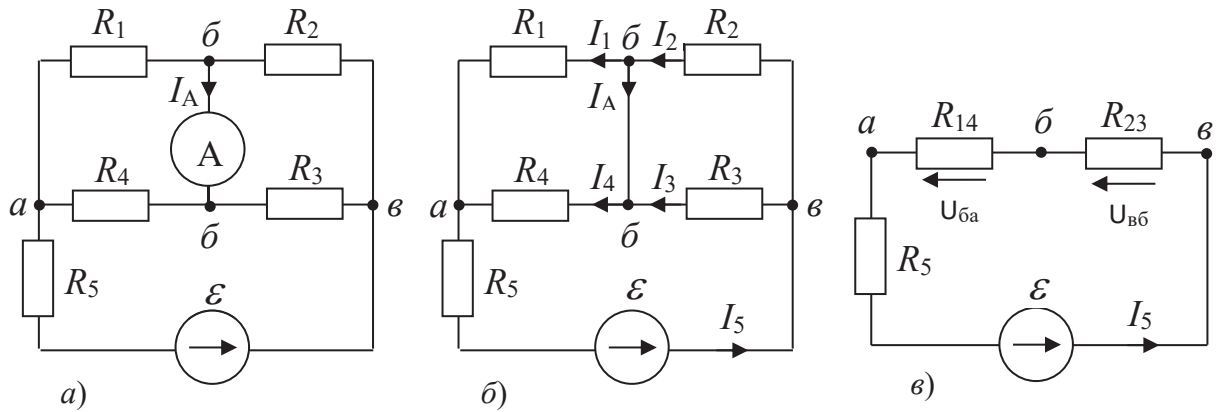


Рис. 3.21.

Визначимо струм I_5 :

$$I_5 = \frac{E}{R_e} = \frac{24}{3} = 8 \text{ А.}$$

Далі, визначимо величину струмів I_2 та I_1 .

Силу струму I_2 визначаємо скориставшись законом Ома:

$$I_2 = \frac{U_{вб}}{R_2} = \frac{I_5 R_{23}}{R_2} = \frac{8 \cdot 1,2}{3} = 3,2 \text{ А,}$$

а силу струму I_1 визначимо скориставшись правилом «чужої вітки»:

$$I_1 = \frac{I_5 R_4}{R_1 + R_4} = \frac{8 \cdot 4}{1 + 4} = 6,4 \text{ А.}$$

Величину струму, яку показує амперметр визначаємо скориставшись першим законом Кірхгофа:

$$I_A = I_2 - I_1 = 3,2 - 6,4 = -3,2 \text{ А.}$$

Знак мінус вказує на те, що струм через амперметр направлений протилежно до попередньо вибраного.

Відповідь: $I_A = 3,2 \text{ А.}$

Приклад 3. Дано електричну схему (рис. 3.22) у якій батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 110 \text{ В}$ і $\varepsilon_2 = 220 \text{ В}$. У схему включено три резистори з опорами $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$ та $R_3 = 500 \text{ Ом}$. Які покази відображає амперметр.

Розв'язання.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 110 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = 220 \text{ В}$$

$$R_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 100 \text{ Ом,}$$

$$R_3 = 500 \text{ Ом}$$

$I - ?$

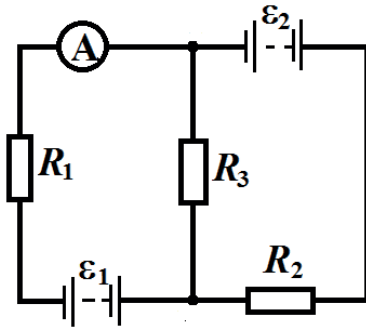


Рис. 3.22.

Позначимо контури ABCD і ABMN та оберемо для них напрям обходу. Нехай напрями струмів є таким як вказано на рис. 3.23.

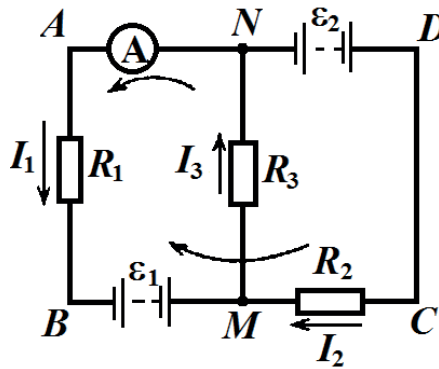


Рис. 3.23.

За другим законом Кірхгофа для контурів ABCD і ABMN маємо:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2 R_2 - I_1 R_1, \quad (1)$$

$$\varepsilon_1 = I_3 R_3 + I_1 R_1. \quad (2)$$

За 1-им законом Кірхгофа для вузла М

$$I_1 = I_3 - I_2. \quad (3)$$

З рівняння (1) маємо

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 R_1}{R_2}. \quad (4)$$

З рівняння (2)

$$I_3 = \frac{\varepsilon_1 - I_1 R_1}{R_3}. \quad (5)$$

Підставимо (4) і (5) в (3)

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 - I_1 R_1}{R_3} - \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + I_1 R_1}{R_2},$$

звідси

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_2 R_3 + \varepsilon_1 R_3}{R_3 R_2 + R_1 R_2 + R_1 R_3} = \frac{110 \cdot 100 - 220 \cdot 500 + 110 \cdot 500}{500 \cdot 100 + 100 \cdot 100 + 100 \cdot 500} = -0,4 \text{ А.}$$

Знак «мінус» струму I_1 вказує на те, що його напрям протилежний попередньо обраному.

Відповідь: $I_1 = 0,4 \text{ А.}$

Приклад 4. Визначити струми у вітках електричного кола (рис. 3.24), якщо $\varepsilon_1 = 1,8 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 1,2 \text{ В}$, $R_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$, $R_3 = 0,8 \text{ Ом}$, $R_{01} = 0,6 \text{ Ом}$, $R_{02} = 0,4 \text{ Ом}$.

Розв'язання.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 1,8 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = 1,2 \text{ В}$$

$$R_1 = 0,2 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 0,3 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 0,8 \text{ Ом}$$

$$R_{01} = 0,6 \text{ Ом}$$

$$R_{02} = 0,4 \text{ Ом}$$

$$I - ?$$

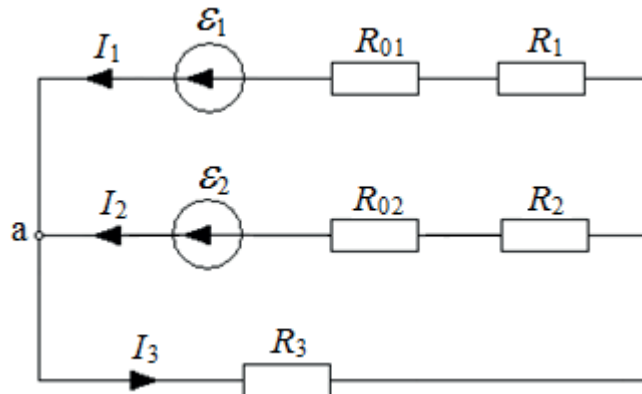


Рис. 3.24.

За першим закон Кірхгофа для вузла **а**:

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

За другим закон Кірхгофа для зовнішнього контуру

$$\varepsilon_1 = I_1 \cdot R_{01} + I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3.$$

$$1,8 = (0,6 + 0,2) I_1 + 0,8 I_3$$

Запишемо 2-й закон Кірхгофа для нижнього контуру

$$\varepsilon_2 = I_2 \cdot (R_{02} + R_2) + I_3 \cdot R_3.$$

$$1,2 = 0,7 I_2 + 0,8 I_3.$$

Для визначення струмів складемо та розв'яжемо систему трьох рівнянь

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ 0,8 I_1 + 0,8 I_2 = 1,8; \\ 0,7 I_2 + 0,8 I_3 = 1,2. \end{cases}$$

Виразивши I_3 з першого рівняння і підставивши в друге і третє перейдемо до системи з двох рівнянь

$$\begin{cases} 0,8 I_1 + 0,8 I_2 = 1,8; \\ 0,7 I_2 + 0,8 I_1 = 1,2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,6I_1 + 0,8I_2 = 1,8; \\ 0,8I_1 + 1,5I_2 = 1,2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,6I_1 + 0,8I_2 = 1,8; \\ 1,6I_1 + 3I_2 = 2,4. \end{cases}$$

$$2,2I_2 = 0,6; I_2 \approx 0,272 \text{ A.}$$

$$1,6I_1 + 0,8 \cdot 0,272 = 1,8; I_1 \approx 0,99 \text{ A.}$$

$$I_3 \approx 0,99 + 0,272 = 1,262 \text{ A.}$$

Відповідь: $I_1 = 0,99 \text{ A}; I_2 = 0,272 \text{ A}; I_3 = 1,242 \text{ A}.$

Приклад 5. В електричному колі (рис. 3.25) батареї мають ЕРС $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$. Опір резисторів R_1 , R_2 та R_3 відповідно становить 4 Ом, 6 Ом та 8 Ом. Визначити струми у всіх вітках кола.

Розв'язання.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$$

$$\varepsilon_3 = 6 \text{ В}$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 8 \text{ Ом}$$

$$I_1 - ? \quad I_2 - ?$$

$$I_3 - ?$$

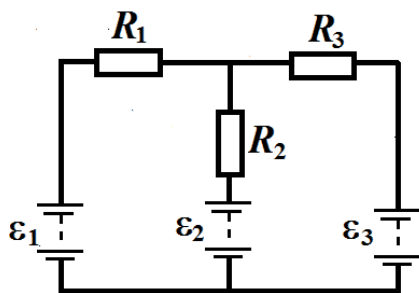


Рис. 3.25.

Позначимо контури кола ABFE та ABCD та оберемо напрям струму та напрям обходу в цих контурах. Для кожного контуру запишемо рівняння використавши другий закон Кірхгофа:

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_1 = I_3 R_3 - I_1 R_1, \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2 R_2 - I_1 R_1. \quad (2)$$

Відповідно до першого закону Кірхгофа для вузла С

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0,$$

звідси

$$I_2 = -I_1 - I_3. \quad (3)$$

Підставимо (3) в (2)

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = -I_1 R_1 - I_3 R_3 - I_1 R_1,$$

звідси

$$I_3 = \frac{-\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - I_1(R_1 + R_2)}{R_2}. \quad (4)$$

Підставимо (4) в (1)

$$R_2(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) = (-\varepsilon_2 + \varepsilon_1)R_3 - I_1R_3(R_1 + R_2) - I_1R_1R_2,$$

звідси

$$I_1 = \frac{(-\varepsilon_2 + \varepsilon_1)R_3 - R_2(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)}{R_3(R_1 + R_2) + R_1R_2} = \frac{(-4 + 2) \cdot 8 - 6 \cdot (6 - 2)}{8 \cdot (4 + 6) + 4 \cdot 6} = -0,385 \text{ А.}$$

Знак «мінус» вказує на те, що напрям струму I_1 є протилежним до завчасно обраного.

Знайдемо інші струми

$$I_3 = \frac{-4 + 2 + 0,385 \cdot (4 + 6)}{6} = 0,308 \text{ А.}$$

$$I_2 = 0,385 - 0,308 = 0,077 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_1 = 0,385 \text{ А}$; $I_2 = 0,077 \text{ А}$; $I_3 = 0,308 \text{ А}$.

Приклад 6. Яку величину струму показує амперметр на схемі рис. 3.26, якщо задано ЕРС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100 \text{ В}$. Увімкнуті в схему резистори R_1 , R_2 , R_3 та R_4 мають відповідно опори 20 Ом, 10 Ом, 40 Ом та 30 Ом.

Розв'язання.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 100 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = 100 \text{ В}$$

$$R_1 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом}$$

$$I_A = ?$$

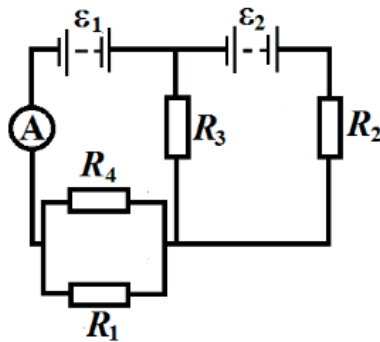


Рис. 3.26.

Розглянемо два контури та позначимо напрями струмів і напрям обходу в цих контурах (рис. 3.27).

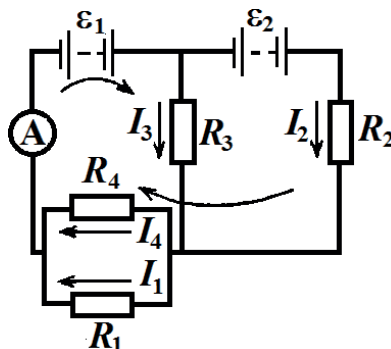


Рис. 3.27.

Застосувавши другий закон Кірхгофа запишемо для кожного контуру:

$$\varepsilon_1 = I_3 R_3 + I_{14} R_{14}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 + \varepsilon_1 = I_2 R_2 + I_{14} R_{14}. \quad (2)$$

Оскільки опори R_1 і R_4 з'єднані паралельно, то опір R_{14}

$$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4}. \quad (3)$$

За першим законом Кірхгофа

$$I_{14} = I_2 + I_3, \quad (4)$$

де I_{14} – струм, який покаже амперметр.

Знайдемо струми з рівнянь (1) і (2)

$$I_3 = \frac{\varepsilon_1 - I_{14} R_{14}}{R_3}, \quad I_2 = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - I_{14} R_{14}}{R_2}.$$

Підставимо одержані вирази в (4)

$$I_{14} = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - I_{14} R_{14}}{R_2} + \frac{\varepsilon_1 - I_{14} R_{14}}{R_3},$$

звідси

$$I_{14} = \frac{\varepsilon_1 R_2 + R_3 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{R_3 R_2 + R_{14} R_2 + R_{14} R_3}.$$

Врахувавши (3) одержимо

$$I_{14} = \frac{\varepsilon_1 R_2 + R_3 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{R_3 R_2 + R_1 R_4 (R_2 + R_3) / (R_1 + R_4)} = \frac{100 \cdot 10 + 40 \cdot (100 + 100)}{40 \cdot 10 + 20 \cdot 30 \cdot (10 + 40) / (20 + 30)} = 9 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_A = 9 \text{ А.}$

Приклад 7. В електричне коло з двома джерелами живлення $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,5 \text{ В}$ і внутрішніми опорами $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ Ом}$, включено резистори $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$ та $R_3 = 1 \text{ Ом}$. Опір амперметра $R_A = 3 \text{ Ом}$ (рис. 3.28). Визначити покази амперметра.

Розв'язання.

Дано:

- | |
|---------------------------------|
| $\varepsilon_1 = 1,5 \text{ В}$ |
| $\varepsilon_2 = 1,5 \text{ В}$ |
| $r_1 = 0,5 \text{ Ом}$ |
| $R_1 = 2 \text{ Ом}$ |
| $R_2 = 2 \text{ Ом}$ |
| $R_3 = 1 \text{ Ом}$ |
| $R_4 = 3 \text{ Ом}$ |
| $I_A = ?$ |

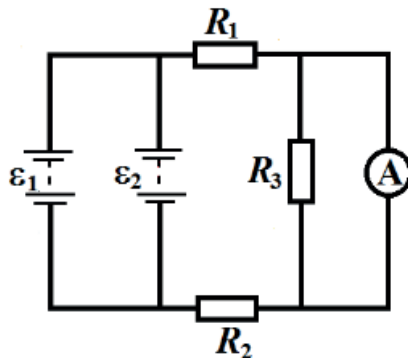


Рис. 3.28.

Позначимо три контури та визначимо напрям струму і напрям обходу в цих контурах (рис. 3.29).

За другим законом Кірхгофа для кожного контуру запишемо, контур KLCD:

$$\varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_A R_A + I_2 R_2 + I_2' r_2; \quad (1)$$

контур ABCD:

$$\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_A R_A + I_2 R_2 + I_1' r_1; \quad (2)$$

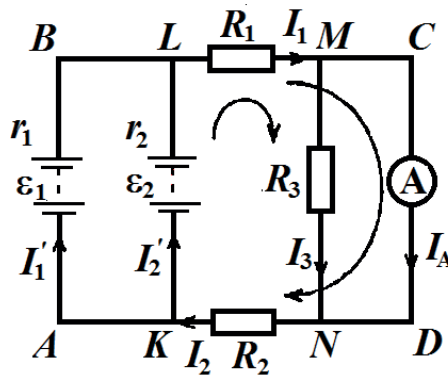


Рис. 3.29.

контур ABMN:

$$\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_2 R_2 + I_1' r_1. \quad (3)$$

За першим законом Кірхгофа у вузлі М

$$I_1 = I_3 + I_A; \quad (4)$$

у вузлі N

$$I_2 = I_3 + I_A; \quad (5)$$

у вузлі K

$$I_2 = I_1' + I_2'; \quad (5)$$

Віднімемо від (3) рівняння (2), отримаємо:

$$0 = I_A R_A - R_3 I_3, \quad (6)$$

$$I_3 = \frac{I_A R_A}{R_3}. \quad (7)$$

Підставимо (7) в (4) і (5)

$$I_1 = I_2 = I_A \frac{R_A + R_3}{R_3}. \quad (8)$$

Віднімемо рівняння (1) (2)

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2' r_2 - I_1' r_1.$$

Оскільки $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ і $r_1 = r_2$, то

$$I'_2 = I'_1. \quad (9)$$

Підставимо (8) в (1)

$$\varepsilon_2 = I_A \frac{(R_A + R_3)(R_1 + R_2)}{R_3} + I'_2 r_2 + I_A R_A,$$

звідси

$$I'_2 = \frac{\varepsilon_2 R_3 - I_A ((R_A + R_3)(R_1 + R_2) + R_A R_3)}{R_3 r_2}. \quad (10)$$

Підставимо рівняння (8) і (10) з врахування (9) в рівняння (6)

$$I_A \frac{R_A + R_3}{R_3} = 2 \frac{\varepsilon_2 R_3 - I_A ((R_A + R_3)(R_1 + R_2) + R_A R_3)}{R_3 r_2},$$

звідси

$$I_A = \frac{2\varepsilon_2 R_3}{r_2(R_A + R_3) + 2((R_A + R_3)(R_1 + R_2) + R_A R_3)},$$

$$I_A = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 1}{0,5 \cdot (3 + 1) + 2 \cdot ((3 + 1)(2 + 2) + 3 \cdot 1)} = 0,075 \text{ A.}$$

Відповідь: $I_A = 0,075 \text{ A}$.

Приклад 8. Визначити силу струму у вітках електричного кола (рис. 3.30, а), скориставшись законом Ома та методикою еквівалентних перетворень.

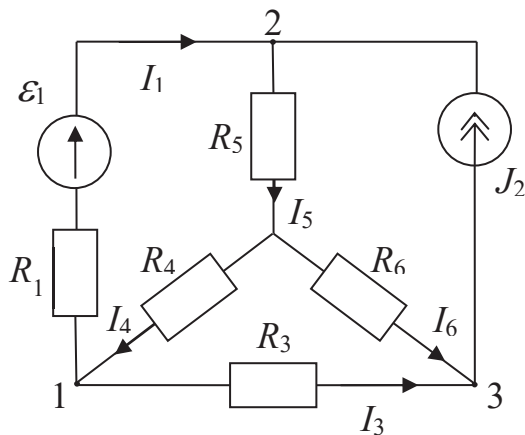


Рис. 3.30, а

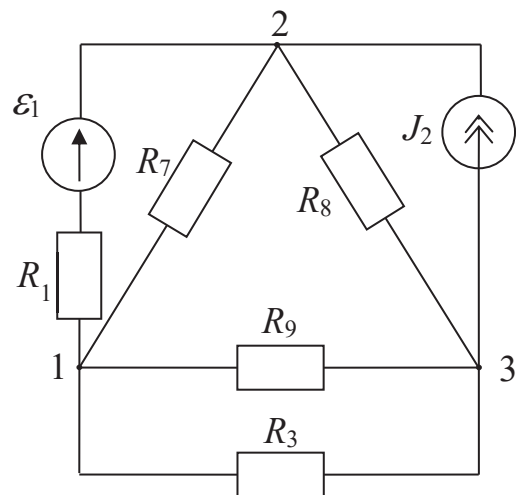


Рис. 3.30, б

В електричне коло включено джерело напруги $\varepsilon_1 = 75 \text{ В}$, джерело постійного струму $J_2 = 9 \text{ А}$ та п'ять резисторів R_1, R_3, R_4, R_5 та R_6 відповідно з опорами $3,5 \text{ Ом}, 10 \text{ Ом}, 3 \text{ Ом}, 5 \text{ Ом}$ та $7,5 \text{ Ом}$.

Розв'язання.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 75 \text{ В}$$

$$J_2 = 9 \text{ А}$$

$$R_1 = 3,5 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 5 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 7,5 \text{ Ом}$$

$$I_{1-6} = ?$$

Виконаємо перетворення «зірки» опорів R_4 , R_5 , R_6 , в еквівалентний «трикутник» опорів R_7 , R_8 , R_9 , та визначимо їх величину.

$$R_7 = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6} = 3 + 5 + \frac{3 \cdot 5}{7,5} = 10 \text{ Ом},$$

$$R_8 = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4} = 5 + 7,5 + \frac{5 \cdot 7,5}{3} = 25 \text{ Ом},$$

$$R_9 = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} = 3 + 7,5 + \frac{3 \cdot 7,5}{5} = 15 \text{ Ом}.$$

Зробимо еквівалентні перетворення (рис. 3.30, б):

а) резистори R_3 та R_9 , які з'єднані паралельно замінимо на один еквівалентний R_{39} :

$$R_{39} = \frac{R_3 \cdot R_9}{R_3 + R_9} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом},$$

б) джерело постійного струму J_2 замінимо джерелом електрорушійної сили:

$$\varepsilon_{28} = J_2 \cdot R_8 = 9 \cdot 25 = 225 \text{ В};$$

в) паралельні вітки з ε_1 та опорами R_1 і R_7 замінимо одною віткою з джерелом електрорушійною силою ε_{17} та еквівалентним опором R_{17} :

$$\varepsilon_{17} = \frac{\varepsilon_1 \cdot R_7}{R_1 + R_7} = \frac{75 \cdot 10}{2,5 + 10} = 60 \text{ В},$$

$$R_{17} = \frac{R_1 \cdot R_7}{R_1 + R_7} = \frac{2,5 \cdot 10}{2,5 + 10} = 2 \text{ Ом}.$$

У результаті одержимо просте електричне коло (рис. 3.30, в). Визначимо струм у ньому.

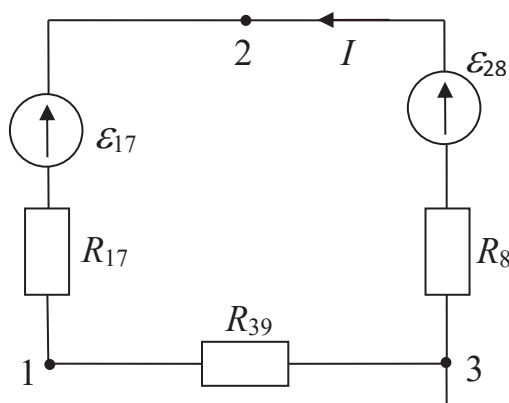


Рис. 3.30, в

У цьому колі два джерела ЕРС, що діють зустрічно, замінимо одним

еквівалентним:

$$\varepsilon_e = \varepsilon_{28} - E_{17} = 225 - 60 = 165 \text{ В.}$$

Послідовно з'єднані опори замінимо на еквівалентний:

$$R_e = R_{17} + R_{39} + R_8 = 2 + 6 + 25 = 33 \text{ Ом.}$$

Скориставшись законом Ома обчислимо силу струму:

$$I = \frac{\varepsilon_e}{R_e} = \frac{165}{33} = 5 \text{ А.}$$

Нехай у точці 3 (рис. 3.30, в) потенціал рівний нулю $V = 0$. Визначимо відносно цієї точки потенціали точок 1 та 2:

$$V_1 = R_{39} \cdot I = 6 \cdot 5 = 30 \text{ В;}$$

$$V_2 = -R_8 \cdot I + \varepsilon_{28} = -25 \cdot 5 + 225 = 100 \text{ В.}$$

Оскільки ми здійснили еквівалентні перетворення, то вузлові точки 1, 2, 3 початкової схеми (рис. 3.30, а) мають такі ж потенціали.

Задаємося позитивними напрямками струмів у гілках (рис. 3.30, а) та обчислимо їх величини:

а) за законом Ома:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2 + \varepsilon_1}{R_1} = \frac{30 - 100 + 7,5}{2,5} = 2 \text{ А;}$$

$$I_2 = J_2; I_3 = \frac{V_1 - V_3}{R_3} = \frac{30 - 0}{10} = 3 \text{ А.}$$

б) За першим законом Кірхгофа:

$$\text{для вузла 1: } I_4 = I_1 + I_3 = 2 + 3 = 5 \text{ А;}$$

$$\text{для вузла 2: } I_5 = I_1 + I_2 = 2 + 9 = 11 \text{ А;}$$

$$\text{для вузла 3: } I_6 = I_2 - I_3 = 9 - 3 = 6 \text{ А;}$$

Виконаємо перевірку за балансом потужностей:

$$\sum P_{\text{дж}} = \sum P_{\text{сп}}.$$

$$\sum P_{\text{дж}} = \varepsilon_1 \cdot I_1 + (V_2 - V_3) \cdot J_2 = 75 \cdot 2 + 100 \cdot 9 = 1050 \text{ Вт.}$$

$$\sum P_{\text{сп}} = \sum R_k \cdot I_k^2 = 2,5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 3^2 + 3 \cdot 5^2 + 5 \cdot 11^2 + 7,5 \cdot 6^2 = 1050 \text{ Вт.}$$

Виконання балансу підтверджує правильність розв'язку задачі.

Відповідь: $I_1 = 2 \text{ А; } I_2 = 9 \text{ А; } I_3 = 3 \text{ А; } I_4 = 5 \text{ А; } I_5 = 11 \text{ А; } I_6 = 6 \text{ А.}$

Приклад 9. Виконати розрахунок електричного кола постійного струму (рис. 3.31) методом контурних струмів, якщо $\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 16 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 10 \text{ В}$. Резистори R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 та R_6 мають відповідно опори 1 Ом, 4 Ом, 2 Ом, 7 Ом

7 Ом та 7 Ом. Обчислити спад напруги між точками **a** і **b**. Правильність розв'язку задачі перевірити методом балансу потужностей.

Розв'язання.

Дано:

$$\varepsilon_1 = 12 \text{ В}$$

$$\varepsilon_2 = 16 \text{ В}$$

$$\varepsilon_3 = 10 \text{ В}$$

$$R_1 = 1 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 2 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 7 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 7 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 7 \text{ Ом}$$

$$U = ?$$

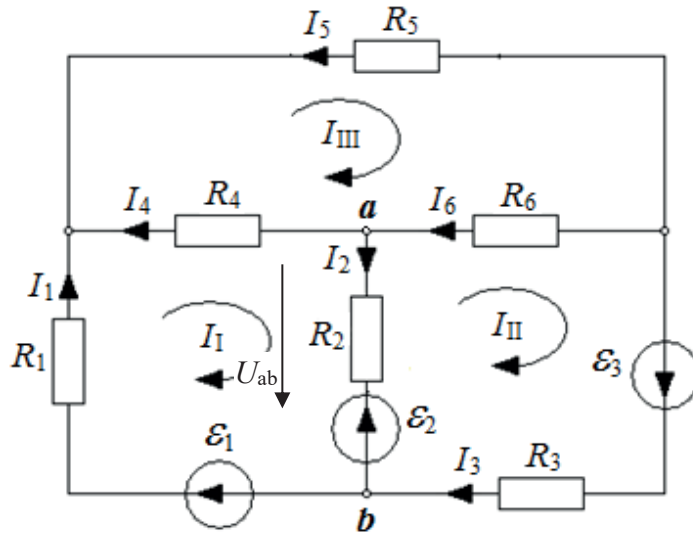


Рис. 3.31.

На схемі рис. 3.31 виберемо незалежні контури I_I , I_{II} та I_{III} . У кожному з контурів позначимо напрями контурних струмів. У цих же напрямках будемо здійснювати обхід контурів.

Для вибраних контурів, скориставшись другим законом Кірхгофа, запишемо контурні рівняння:

$$\begin{cases} I_I \cdot (R_1 + R_2 + R_4) - I_{II} \cdot R_2 - I_{III} \cdot R_4 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \\ -I_I \cdot R_2 + I_{II} \cdot (R_3 + R_2 + R_6) - I_{III} \cdot R_6 = \varepsilon_3 + \varepsilon_2, \\ -I_I \cdot R_4 - I_{II} \cdot R_6 + I_{III} \cdot (R_6 + R_4 + R_5) = 0. \end{cases}$$

Підставимо числові значення:

$$\begin{cases} 12 \cdot I_I - 4 \cdot I_{II} - 7 \cdot I_{III} = -4, \\ -4 \cdot I_I + 13 \cdot I_{II} - 7 \cdot I_{III} = 26, \\ -7 \cdot I_I - 7 \cdot I_{II} + 21 \cdot I_{III} = 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо одержану систему трьох рівнянь методом визначників:

$$I_I = \Delta_1 / \Delta; \quad I_{II} = \Delta_2 / \Delta; \quad I_{III} = \Delta_3 / \Delta.$$

Обчислимо головний визначник Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 & -4 & -7 \\ -4 & 13 & -7 \\ -7 & -7 & 21 \end{vmatrix} = 1323,$$

Обчислимо часткові визначники Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \varepsilon_I & -R_{12} & -R_{13} \\ \varepsilon_{II} & R_{22} & -R_{23} \\ \varepsilon_{III} & -R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & -4 & -7 \\ 26 & 13 & -7 \\ 0 & -7 & 21 \end{vmatrix} = 2562,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & \varepsilon_I & -R_{13} \\ -R_{21} & \varepsilon_{II} & -R_{23} \\ -R_{31} & \varepsilon_{III} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 & -4 & -7 \\ -4 & 26 & -7 \\ -7 & 0 & 21 \end{vmatrix} = 4746,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{12} & \varepsilon_I \\ -R_{21} & R_{22} & \varepsilon_{II} \\ -R_{31} & -R_{32} & \varepsilon_{III} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 & -4 & -4 \\ -4 & 13 & 26 \\ -7 & -7 & 0 \end{vmatrix} = 2436.$$

Визначаємо контурні струми:

$$I_I = \frac{2562}{1323} = 1,94 \text{ А};$$

$$I_{II} = \frac{4746}{1323} = 3,58 \text{ А};$$

$$I_{III} = \frac{2436}{1323} = 1,84 \text{ А}.$$

Визначаємо дійсні струми

$$I_1 = I_I = 1,94 \text{ А};$$

$$I_2 = I_I - I_{II} = 1,94 - 3,58 = -1,64 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{II} = 3,58 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{III} - I_I = 1,84 - 1,94 = -0,1 \text{ А};$$

$$I_5 = -I_{III} = -1,84 \text{ А};$$

$$I_6 = I_{III} - I_{II} = 1,84 - 3,58 = -1,74 \text{ А}.$$

Визначаємо спад напруги між точками **a** і **b**.

Скориставшись другим законом Кірхгофа з контуру $U_{ab}-b-\varepsilon_2-R_2-a$ маємо:

$$U_{ab} - I_2 \cdot R_2 = \varepsilon_2,$$

$$U_{ab} = \varepsilon_2 + I_2 \cdot R_2 = 16 - 6,56 = 9,44 \text{ В}.$$

Виконаємо перевірку за балансом потужностей

$$\sum P_{дж} = \sum P_{сп},$$

$$\sum P_{дж} = \varepsilon_1 \cdot I_1 - \varepsilon_2 \cdot I_2 + \varepsilon_3 \cdot I_3 = 88 \text{ Вт},$$

$$\sum P_{сп} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 88 \text{ Вт}.$$

Отже, розрахунок роблено правильно.

Приклад 10. Методом еквівалентних перетворень розрахувати електричне коло (рис. 3.32, а), якщо електрорушійна сила джерела напруги $\varepsilon = 30$ В, а резистори R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 та R_6 мають відповідно опори 6 Ом, 6 Ом, 6 Ом, 3,6 Ом, 9 Ом та 4 Ом.

Розв'язання.

Перетворимо вихідне коло (рис. 3.32, а) в одноконтурне (рис. 3.32, з). Виконані еквівалентні перетворення продемонстровано на рис. 3.32, б, в.

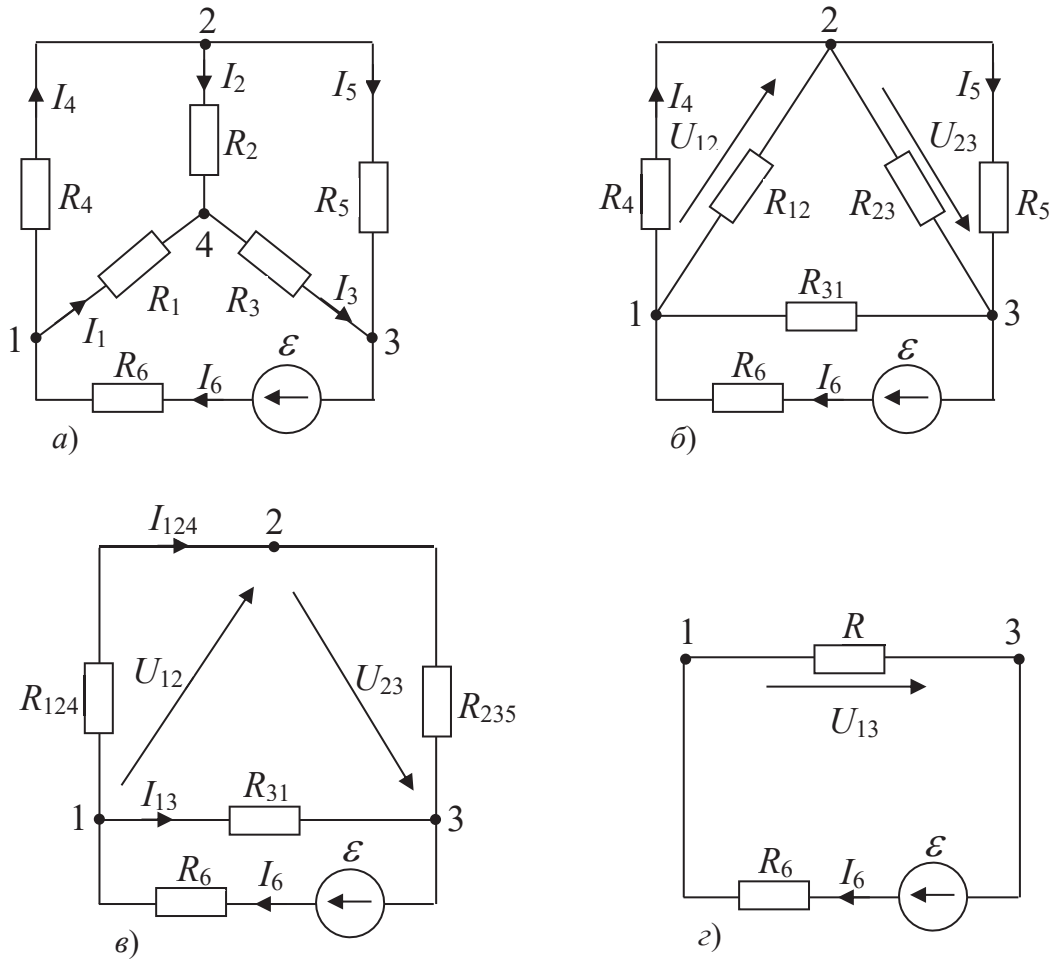


Рис. 3.32.

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 6 + 6 + \frac{6 \cdot 6}{6} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} = 6 + 6 + \frac{6 \cdot 6}{6} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2} = 6 + 6 + \frac{6 \cdot 6}{6} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_{124} = \frac{R_{12} R_4}{R_{12} + R_4} = \frac{18 \cdot 3,6}{18 + 3,6} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{235} = \frac{R_{23} R_5}{R_{23} + R_5} = \frac{18 \cdot 9}{18 + 9} = 6 \text{ Ом};$$

$$R = \frac{R_{31} (R_{124} + R_{235})}{R_{31} + (R_{124} + R_{235})} = \frac{18 \cdot (3 + 6)}{18 + 3 + 6} = 6 \text{ Ом}$$

Визначасмо силу струми в усіх вітках початкової схеми. При розрахунках використаємо закон Ома, перший закон Кірхгофа та правило «чужої вітки»:

$$I_6 = \frac{\varepsilon}{R_6 + R} = \frac{30}{4 + 6} = 3 \text{ А}; \quad U_{13} = R \cdot I_6 = 6 \cdot 3 = 18 \text{ В};$$

$$I_{31} = \frac{U_{13}}{R_{31}} = \frac{18}{18} = 1 \text{ А}; \quad I_{124} = I_{235} = I_5 - I_{31} = 3 - 1 = 2 \text{ А};$$

$$U_{12} = R_{124} \cdot I_{124} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ В}; \quad U_{23} = R_{235} \cdot I_{234} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ В};$$

$$I_4 = \frac{U_{12}}{R_4} = \frac{6}{3,6} = 1,66 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{23}}{R_5} = \frac{12}{9} = 1,33 \text{ А};$$

$$I_1 = I_6 - I_4 = 3 - 1,66 = 1,34 \text{ А}; \quad I_2 = I_4 - I_5 = 1,66 - 1,34 = 0,32 \text{ А};$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 1,34 - 0,32 = 1,02 \text{ А}.$$

Приклад 11. Визначити струм у вітці з резистором R_6 (рис. 3.33, а), якщо $\varepsilon_1 = 150 \text{ В}$, $\varepsilon_6 = 40 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 20 \text{ Ом}$, а резистор R_6 приймає значення опору 3 Ом; 18 Ом та 28 Ом.

Розв'язання.

У даному випадку скористаємося методом еквівалентного генератора, відповідно до якого

$$I = \frac{U_x}{R_g + R_6}.$$

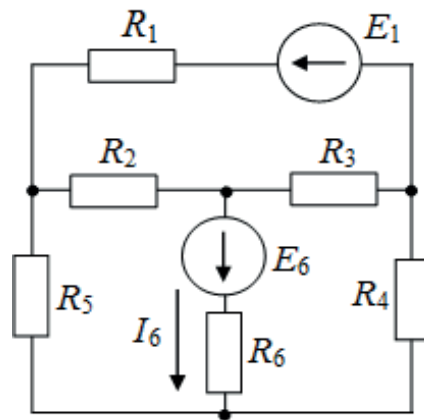


Рис. 3.33, а

Зобразимо схему холостого ходу (рис. 3.33, б) та визначимо притаманну

йому напругу U_x . Для одержання схеми холостого ходу виключимо з початкової схеми резистор R_6 , у якому потрібно розрахувати струм.

Напругу холостого ходу U_x визначимо скориставшись другим законом Кірхгофа для контуру, в який включена розірвана вітка. Для цього обираємо напрям обходу контуру, позитивний напрям напруги U_x (у напрямі I_6) і запишемо рівняння:

$$R_2 I_{2x} + U_x - R_5 I_{5x} = E_6.$$

Звідси

$$U_x = E_6 - R_2 I_{2x} + R_5 I_{5x}.$$

Струми I_{2x} та I_{5x} визначаємо за законом Ома:

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 30 + 30 = 60 \text{ Ом};$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 10 + 20 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_{2345} = \frac{R_{23} \cdot R_{45}}{R_{23} + R_{45}} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} = 20 \text{ Ом};$$

$$R_e = R_1 + R_{2345} = 30 + 20 = 50 \text{ Ом};$$

$$I_{1x} = \frac{E_1}{R_e} = \frac{150}{50} = 3 \text{ А}; \quad I_{2x} = \frac{I_{1x} \cdot R_{45}}{R_{23} + R_{45}} = \frac{3 \cdot 30}{60 + 30} = 1 \text{ А};$$

$$I_{5x} = I_{1x} - I_{2x} = 3 - 1 = 2 \text{ А}.$$

Отже

$$U_x = E_6 - R_2 I_{2x} + R_5 I_{5x} = 40 - 30 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 50 \text{ В}.$$

Для визначення R_6 використовуємо розрахункову схему у вигляді пасивного двополюсника, підключеного до клем видаленого резистора [18].

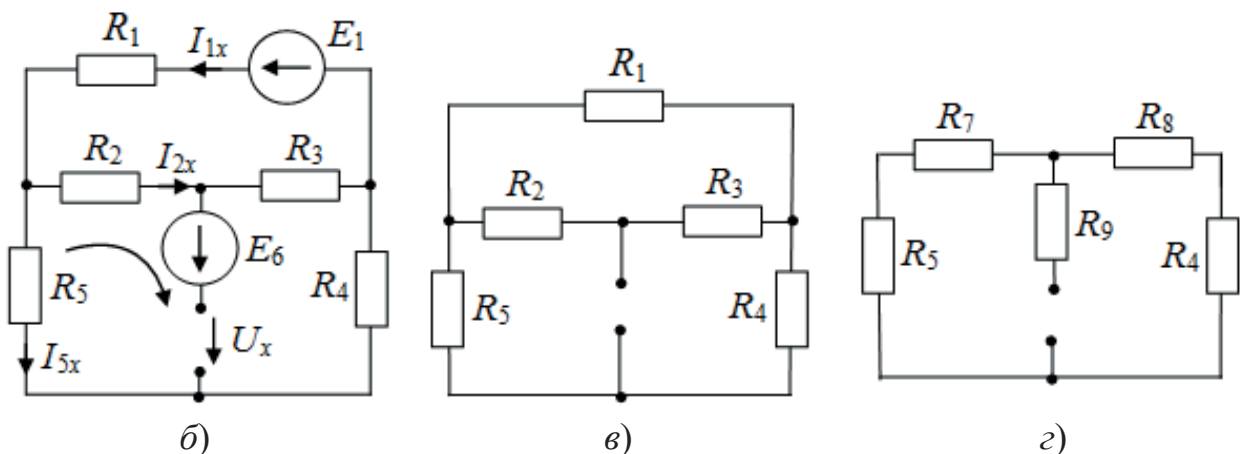


Рис. 3.33.

Для цього виключимо зі схеми холостого ходу джерела ЕРС, закоротивши їх клемі (рис. 3.33, в).

Для визначення величини опору R_6 потрібно «трикутник» R_1, R_2, R_3 (рис. 3.33, в) перетворимо в еквівалентну «зірку» (рис. 3.33, з):

$$R_7 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 30}{30 + 30 + 30} = 10 \text{ Ом};$$

$$R_8 = R_9 = R_7 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_{57} = R_5 + R_7 = 20 + 10 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_{48} = R_4 + R_8 = 10 + 10 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_{5748} = \frac{R_{57} \cdot R_{48}}{R_{57} + R_{48}} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом};$$

$$R_6 = R_9 + R_{5748} = 10 + 12 = 22 \text{ Ом}.$$

Визначаємо силу струму в резисторі R_6 :

при $R_6 = 3 \text{ Ом}$:

$$I_6 = \frac{U_x}{R_6 + R_6} = \frac{50}{22 + 3} = 2 \text{ А},$$

при $R_6 = 18 \text{ Ом}$:

$$I_6 = \frac{50}{22 + 18} = 1,25 \text{ А},$$

при $R_6 = 28 \text{ Ом}$:

$$I_6 = \frac{50}{28 + 28} = 0,89 \text{ А}.$$

Приклад 12. Знайти: 1) струм у нерозгалуженій ділянці складного електричного кола з одним джерелом живлення (рис. 3.34); 2) струми та спад напруги на кожному окремому елементі; 3) перевірити баланс потужностей. Значення ЕРС, внутрішнього опору ЕРС і опорів зовнішньої частини кола вважаються відомими [18].

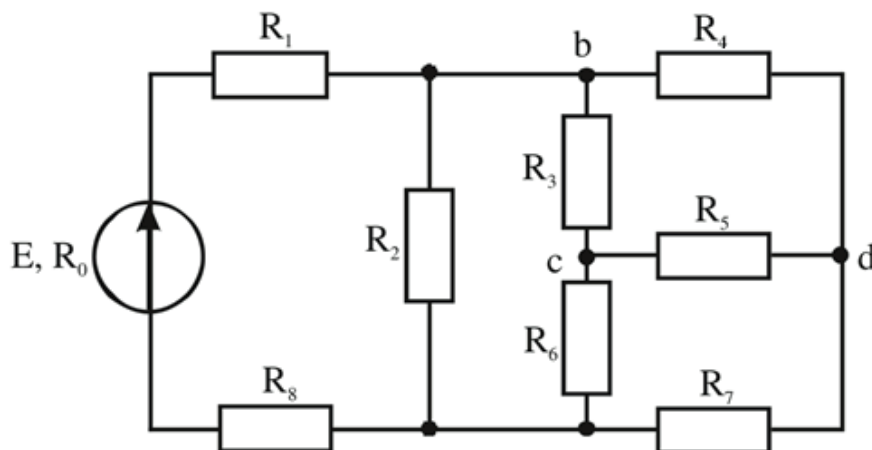


Рис. 3.34. Складне електричне коло з одним джерелом ЕРС

Розв'язання.

Оскільки задане коло має одне джерело живлення, для розв'язання задачі застосуємо метод еквівалентних перетворень. Замінімо трикутника опорів R_3 , R_4 , R_5 на еквівалентну трипроменеву зірку з опорами R_{34} , R_{45} , R_{35} , зовнішні виводи («проміні») якої приєднані до тих самих точок b , c , d кола, у яких були вершини трикутника (рис. 3.35 і рис. 3.36) [18].

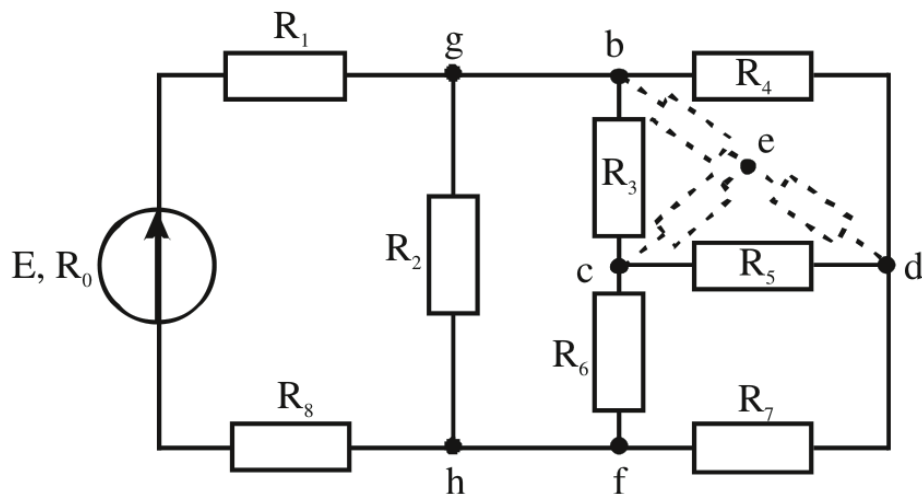


Рис. 3.35. Заміна «трикутника» опорів на еквівалентну «зірку»

Одержана еквівалентна схема має значно простіший вигляд та містить лише послідовно та паралельно з'єднані резистори (рис. 3.36).

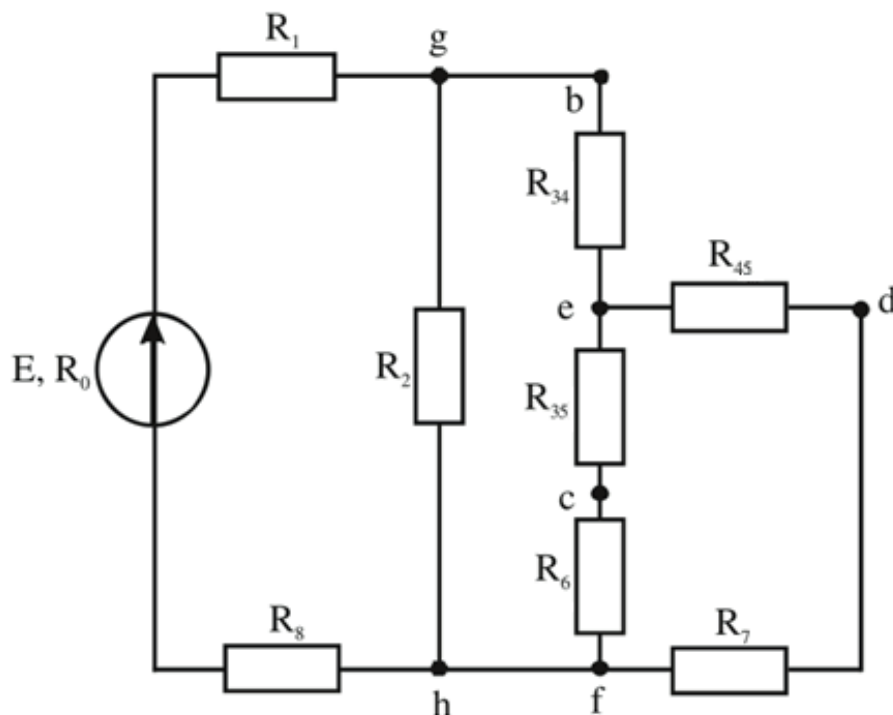


Рис. 3.36. Електрична схема після заміни «трикутника» опорів на еквівалентну «зірку»

Слід зазначити, що вузли кола b , c та d перетворюються в точки.

Значення опорів R_{34} , R_{45} , R_{35} визначають за формулами перетворення «трикутника» опорів на еквівалентну «зірку»:

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_5}$$

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_3 + R_4 + R_5}$$

$$R_{35} = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_4 + R_5}$$

Далі послідовно з'єднані опори R_{45} і R_7 , R_{35} і R_6 замінюють їх еквівалентами – R_{457} , R_{356} , які розраховують за такими формулами:

$$R_{457} = R_{45} + R_7, R_{356} = R_{35} + R_6.$$

Після виконання еквівалентних перетворень схема має вигляд рис. 3.37. Як видно, опори R_{457} і R_{356} з'єднані паралельно. Їх еквівалентний опір R' , який з'єднується з вузлами e та f , можна знайти за формулою:

$$R' = \frac{R_{457} R_{356}}{R_{457} + R_{356}}$$

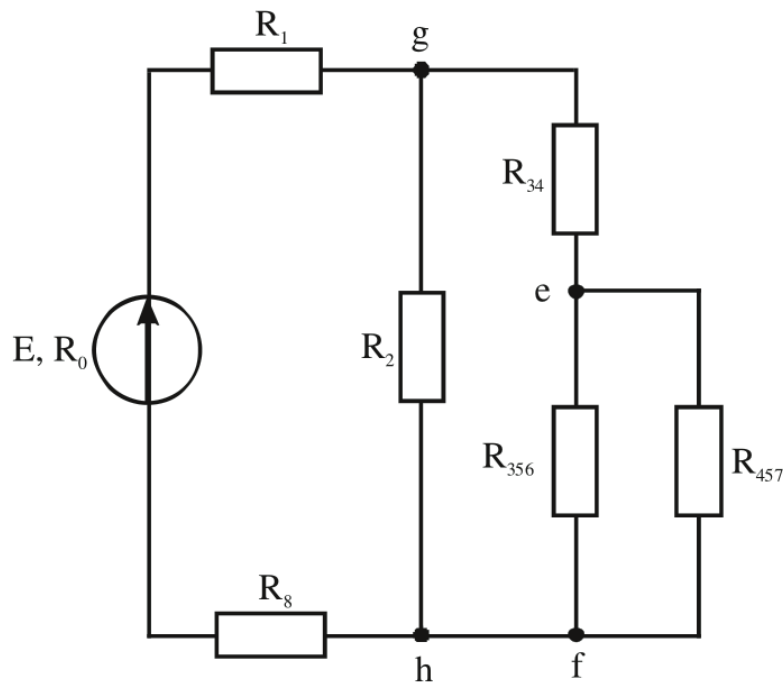


Рис. 3.37.

Тоді схема (рис. 3.37) набуває такого вигляду (рис. 3.38):

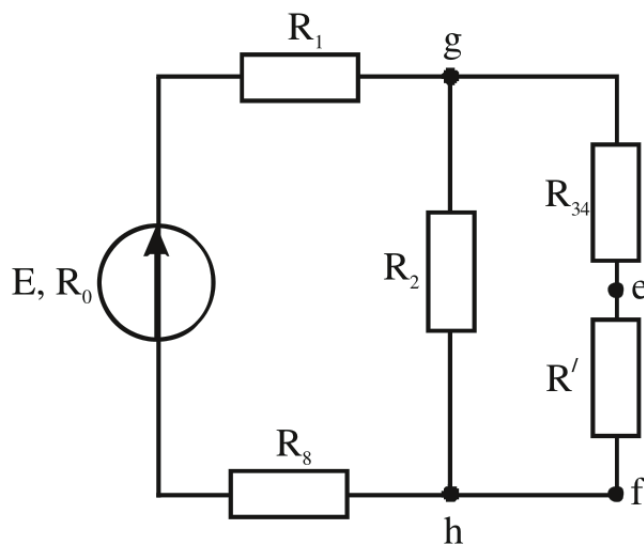


Рис. 3.38.

Як бачимо, опір R_2 з'єднаний паралельно з опорами R_{34} і R' , які між собою з'єднані послідовно. Їх об'єднаний еквівалентний опір R'' , який після перетворення схеми з'єднується з точками g і h схеми, визначається так:

$$R'' = \frac{R_2(R_{34} + R')}{R_2 + R_{34} + R'}$$

Після цього перетворення схема набуває такого вигляду (рис. 3.96):

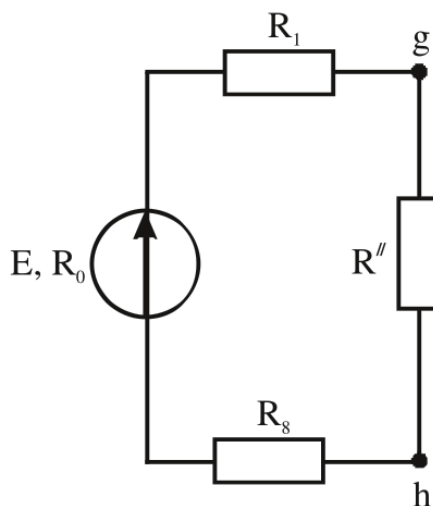


Рис. 3.39.

Як бачимо, у схемі (рис. 3.39) всі опори з'єднані послідовно. Відповідно, еквівалентний опір зовнішньої частини кола

$$R_{екв} = R_1 + R'' + R_8$$

Силу струму I у нерозгалуженій ділянці кола можна визначити за формулою:

$$I = \frac{E}{R_0 + R_{екв}}.$$

Як бачимо з електричної схеми (рис. 3.39), струм I у нерозгалуженій ділянці кола дорівнює струмам через опори R_1 , R_8 і R'' , оскільки в цьому випадку маємо просте або нерозгалужене коло. Різницю потенціалів на цих опорах можна знайти скориставшись законом Ома. Таким чином,

$$I_1 = I, I_8 = I, I'' = I, U_1 = IR_1, U_8 = IR_8, U'' = IR''.$$

Далі, для визначення струмів і напруг будемо розглядати схему рис. 3.38, беручи до уваги те, що спад напруги між точками g та h дорівнює U'' .

Тоді визначимо: 1) струм I_2 через опір R_2 ; 2) струм I_{34} послідовно з'єднаних опорів R_2 та R' ; 3) напругу на опорах R_2 , R_{34} та R' :

$$I_2 = \frac{U''}{R_2}, I_{34} = I' = \frac{U''}{R_{34} + R'}, U_2 = U'', U_{34} = I_{34}R_{34}, U' = I'R'.$$

Враховуючи, що спад напруги між точками e та f дорівнює U' , перейдемо до аналізу схеми на рис. 3.37.

Визначимо струми I_{356} і I_{457} через опори R_{356} , R_{457} , які з'єднані паралельно:

$$I_{356} = \frac{U'}{R_{356}}, I_{457} = \frac{U'}{R_{457}}.$$

Після цього розглядаємо схему рис. 3.36. Опори R_{35} і R_6 з'єднані послідовно, тому струм I_6 через опір R_6 і струм I_{35} через опір R_{35} дорівнюють відповідно струму I_{356} , спад напруги на опорах R_{35} і R_6 знайдемо відповідно до закону Ома:

$$I_6 = I_{356}, I_{35} = I_{356}, U_6 = I_6R_6, U_{35} = I_{35}R_{35}.$$

Опори R_{45} і R_7 з'єднані послідовно, тому струм I_7 через опір R_7 і струм I_{45} через опір R_{45} дорівнюють відповідно струму I_{457} . Напругу на опорах R_{45} і R_7 визначаємо скориставшись законом Ома:

$$I_7 = I_{457}, I_{45} = I_{457}, U_7 = I_7R_7, U_{45} = I_{45}R_{45}.$$

Інші невідомі струми та відповідні напруги знайдемо скориставшись першим та другим законами Кірхгофа. Для цього на початковій схемі (рис. 3.40) довільно позначимо напрями струмів у вітках.

Для визначення напруги U_5 , виберемо напрям обходу контуру що складається з опорів R_5 , R_7 та R_6 проти руху годинникової стрілки і запишемо для нього другий закон Кірхгофа:

$$U_5 + U_6 - U_7 = 0 \Rightarrow U_5 = U_7 - U_6.$$

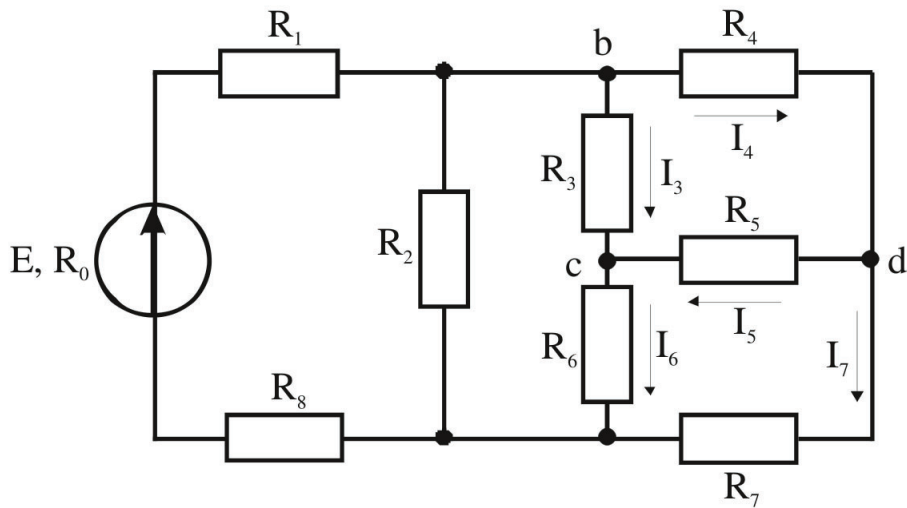


Рис. 3.40.

Тоді струм I_5 через опір R_5 дорівнює

$$I_5 = \frac{U_5}{R_5}.$$

Величини струмів I_3 та I_4 знаходимо за першим законом Кірхгофа для вузлів c і d схеми (рис. 3.40).

$$I_3 + I_5 - I_6 = 0 \Rightarrow I_3 = I_6 - I_5,$$

$$I_4 - I_5 - I_7 = 0 \Rightarrow I_4 = I_5 + I_7,$$

Далі визначаємо відповідні напруги.

$$U_3 = I_3 R_3,$$

$$U_4 = I_4 R_4.$$

Отже, ми визначили всі невідомі струми та відповідні напруги.

Для перевірки правильності розрахунків складаємо баланс потужності. Визначимо потужність, яку джерело живлення віддає у зовнішнє коло $P_{дж}$, а також сумарну потужність приймачів електричної енергії $P_{пр}$:

$$P_{дж} = (E - IR_0) \cdot I,$$

$$P_{пр} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 + I_8^2 R_8.$$

Якщо $P_{пр} = P_{дж}$, то розрахунки виконано правильно.

Приклад 13. Для електричного кола постійного струму (рис. 3.41) визначити струми I_1 , I_2 і I_3 у вітках. Електрорушійна сила: $E_1 = 1,8$ В; $E_2 = 1,2$ В; опори резисторів: $R_1 = 0,2$ Ом; $R_2 = 0,3$ Ом; $R_3 = 0,8$ Ом; $R_{01} = 0,6$ Ом; $R_{02} = 0,4$ Ом.

Розв'язання.

Дано:

$$E_1 = 1,8 \text{ В}$$

$$E_2 = 1,2 \text{ В}$$

$$R_1 = 0,2 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 0,3 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 0,8 \text{ Ом}$$

$$R_{01} = 0,6 \text{ Ом}$$

$$R_{02} = 0,4 \text{ Ом}$$

$$I_1 - ? \quad I_2 - ?$$

$$I_3 - ?$$

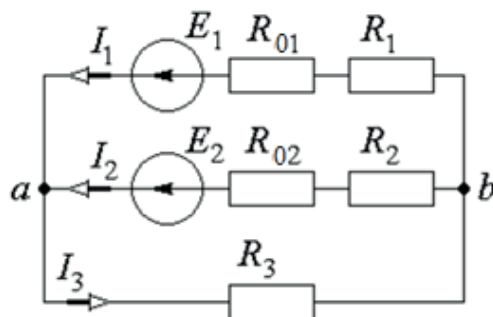


Рис. 3.41.

Для вузла розгалуження відповідно до прийнятого на схемі умовного додатного напрямку складаємо рівняння для струмів за першим законом Кірхгофа

$$I_1 + I_2 = I_3.$$

Для зовнішнього замкнутого контуру складаємо рівняння відповідно до другого закону Кірхгофа:

$$E_1 = I_1 R_{01} + I_1 R_1 + I_3 R_3 = I_1 (R_{01} + R_1) + I_3 R_3,$$

або

$$1,8 = (0,6 + 0,2) \cdot I_1 + 0,8 \cdot I_3.$$

Аналогічно, для нижнього замкнутого контуру за другим законом Кірхгофа:

$$E_2 = I_2 (R_{02} + R_2) + I_3 R_3,$$

або

$$1,2 = 0,7 \cdot I_2 + 0,8 \cdot I_3.$$

У результаті спільного розв'язання отриманої системи трьох рівнянь

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ 0,8I_1 + 0,8I_3 = 0; \\ 0,7I_2 + 0,8I_3 = 0. \end{cases}$$

визначаємо струм I_1 у першій вітці

$$I_1 = \frac{1,2 - 1,5I_2}{0,8}.$$

Струм I_2 у другій вітці знаходимо за значенням струму I_1 з рівнянь для ЕРС E_1 і E_2 :

$$1,8 = 1,6 \cdot \frac{1,2 - 1,5I_2}{0,8} + 0,8I_2,$$

або

$$1,8 = 2,4 - 3I_2 + 0,8I_2,$$

звідки

$$I_2 = 0,272 \text{ А.}$$

Величину струму I_1 у першій вітці визначаємо за величиною струму I_2 з рівняння для ЕРС E_1

$$1,8 = 1,6 \cdot I_1 + 0,8 \cdot 0,27,$$

звідки

$$I_1 = 0,99 \text{ А.}$$

Струм I_3 у третій вітці знаходимо з рівняння для струмів

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0,99 + 0,27 = 1,26 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_1 = 0,99 \text{ А}; I_2 = 0,272 \text{ А}; I_3 = 1,26 \text{ А.}$

Приклад 14. В електричному колі постійного струму (рис. 3.42) амперметр А показує $I_5 = 5 \text{ А}$. Методом рівнянь Кірхгофа розрахувати струми I_1, I_2, I_3, I_4 у вітках кола. Опори резисторів: $R_1 = 1 \text{ Ом}; R_2 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом}; R_4 = 4 \text{ Ом}; R_5 = 3 \text{ Ом}; R_6 = 1 \text{ Ом}; R_7 = 1 \text{ Ом}; R_8 = 6 \text{ Ом}; R_9 = 7 \text{ Ом}.$

Величини ЕРС $E_1 = 162 \text{ В}; E_2 = 50 \text{ В}; E_3 = 30 \text{ В}.$

Внутрішніми опорами джерел живлення знехтувати. Вирішити задачу для випадку, коли показання амперметра невідомо.

Розв'язання.

Дано:

$$I_5 = 5 \text{ А}$$

$$R_1 = 1 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 1 \text{ Ом}$$

$$R_7 = 1 \text{ Ом}$$

$$R_8 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_9 = 7 \text{ Ом}$$

$$E_1 = 162 \text{ В}$$

$$E_2 = 50 \text{ В}$$

$$E_3 = 30 \text{ В}$$

$$I_1 - ? \quad I_2 - ?$$

$$I_3 - ? \quad I_4 - ?$$

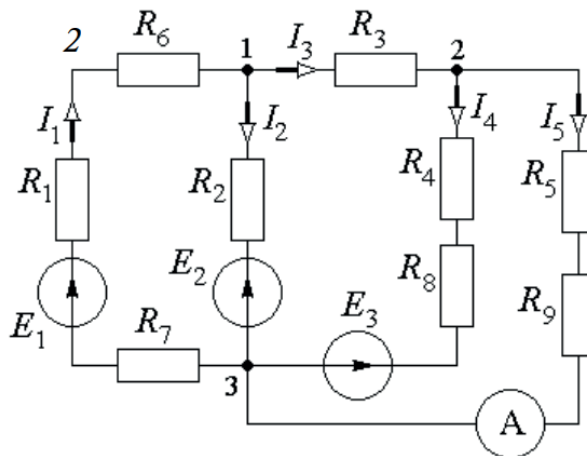


Рис. 3.42.

При заданому включенні джерел живлення за додатні напрями струмів приймаємо напрями, вказані на схемі рис. 3.42. У схемі – три вузли і п'ять віток, отже, необхідно визначити п'ять невідомих струмів. Відповідно до цього складаємо два рівняння за першим законом Кірхгофа та три –

за другим законом Кірхгофа. Для вузлів 1 і 2 кола складаємо рівняння для струмів за першим законом Кірхгофа:

$$I_1 = I_2 + I_3; I_3 = I_4 + I_5.$$

За другим законом Кірхгофа рівняння для лівого контуру з ЕРС E_1 і E_2

$$E_1 - E_2 = (R_1 + R_6 + R_7) \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2.$$

Для контура з ЕРС E_2 і E_3

$$E_2 - E_3 = -R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + (R_4 + R_8) \cdot I_4.$$

Для правого контуру з амперметром А у вітці

$$E_3 = -(R_4 + R_8) \cdot I_4 + (R_5 + R_9) \cdot I_5.$$

Струм у колі резистора R_4 визначаємо з останнього рівняння:

$$30 = -(4 + 6) \cdot I_4 + (3 + 7) \cdot 5 = -10 \cdot I_4 + 50,$$

звідки $I_4 = 2$ А.

Струм I_3 у вітці резистора R_3 знаходимо з рівняння, складеного для вузла 2 кола

$$I_3 = I_4 + I_5 = 7 \text{ А.}$$

Струм у вітці резистора R_2 знаходимо з рівняння, записаного для середнього замкнутого контуру

$$E_2 - E_3 = -10 \cdot I_2 + 10 \cdot 7 + (4 + 6) \cdot 2,$$

звідки $I_2 = 7$ А.

Струм у вітці з резисторами R_1, R_6, R_7 знаходимо з рівняння

$$I_1 = I_2 + I_3 = 14 \text{ А.}$$

Струм I_1 можна також визначити з рівняння

$$E_2 - E_3 = -R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + (R_4 + R_8) \cdot I_4,$$

звідки $I_1 = 14$ А.

Якщо струм у вітках резисторів R_5 і R_9 не заданий, то шукані струми та їх напрями в інших вітках визначають, розв'язуючи систему п'яти рівнянь, складених за законами Кірхгофа. Додатні значення струмів свідчать про те, що дійсні напрями струмів у відповідних вітках збігаються з умовними напрями.

Відповідь: $I_1 = 14$ А; $I_2 = 7$ А; $I_3 = 7$ А; $I_4 = 2$ А.

3.5. Конденсатори в колі постійного струму

Приклад 1. Пластини плоского конденсатора з повітряним діелектриком розташовані на відстані $d_1 = 1$ см одна від одної. Площа обкладок $S = 50$ см². Конденсатор заряджається до напруги $U = 120$ В і потім від'єднується від джерела електричної енергії.

Визначити, яку треба виконати роботу, якщо збільшити відстань між

пластинами до $d_2 = 10$ см. Крайовим ефектом можна знехтувати; іншими словами, ємність конденсатора можна вважати обернено пропорційною до відстані між пластинами.

Розв'язання.

Дано:
 $d_1 = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$
 $S = 50 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$
 $U = 120 \text{ В}$
 $d_2 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$

 $A - ?$

Енергія зарядженого плоского конденсатора

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2}.$$

де C_1 – ємність конденсатора до збільшення відстані між його пластинами.

Оскільки конденсатор від'єднаний від джерела, то при зміні відстані між обкладинками його заряд залишається постійним. Тому зі співвідношення

$$Q = C_2 \cdot U_2,$$

де C_2 – ємність конденсатора після розсування пластин, випливає, що оскільки $C_2 = \varepsilon_0 \cdot S / d_2$ стало меншим у 10 разів (d_2 збільшилася в 10 разів), то напруга на конденсаторі U_2 збільшилася в 10 разів, тобто $U_2 = 10U$.

Таким чином, енергія конденсатора після відключення і розсування пластин на відстань d_2 буде більшою початкової

$$W_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d_2} \cdot \frac{U_2^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{10d_1} \cdot \frac{(10U)^2}{2} = 10 \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d_1} \cdot \frac{U^2}{2} = 10 \cdot W_1.$$

Збільшення енергії відбулося за рахунок роботи зовнішніх сил, витраченої на розсування обкладок конденсатора.

Таким чином, треба виконати роботу

$$A = W_2 - W_1 = 9 \cdot W_1 = 9 \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d_1} \cdot \frac{U^2}{2} = 9 \cdot \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} \cdot \frac{120^2}{2} = 2,87 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Відповідь: $A = 2,87 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$

Приклад 2. Обчислити ємність батареї конденсаторів (рис. 3.43), якщо ємність кожного конденсатора $C_0 = 6 \text{ мкФ}$.

Розв'язання.

Дано:
 $C_1 = C_2 = C_3 =$
 $= C_4 = C_5 =$
 $= C_0 = 6 \text{ мкФ}$

 $C - ?$

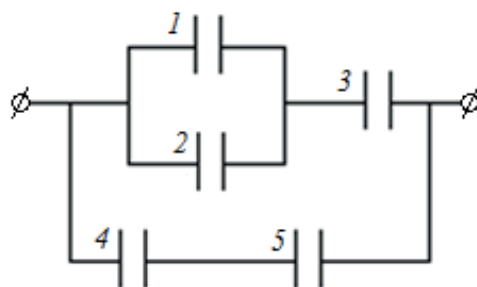


Рис. 3.43.

Конденсатори C_1 і C_2 з'єднані паралельно, тому:

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 2C_0.$$

Конденсатори C_{12} та C_3 з'єднані послідовно, тому:

$$\frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_3 + C_{12}}{C_{12}C_3} = \frac{C_0 + 2C_0}{2C_0C_0} = \frac{3C_0}{2C_0^2} = \frac{3}{2C_0}.$$

$$C_{13} = \frac{2}{3}C_0.$$

Конденсатори C_4 та C_5 з'єднані послідовно, тому:

$$\frac{1}{C_{45}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} = \frac{C_5 + C_4}{C_4C_5} = \frac{C_0 + C_0}{C_0C_0} = \frac{2C_0}{C_0^2} = \frac{2}{C_0}.$$

$$C_{45} = \frac{1}{2}C_0.$$

Конденсатори C_{13} і C_{45} з'єднані паралельно, тому:

$$C = C_{15} = C_{13} + C_{45} = \frac{2}{3}C_0 + \frac{1}{2}C_0 = \frac{4C_0 + 3C_0}{6} = \frac{7}{6}C_0 = \frac{7 \cdot 6}{6} = 7 \text{ мкФ}.$$

Відповідь: $C = 7 \text{ мкФ}$.

Приклад 3. Ємності конденсаторів у схемі рис. 3.44 відповідно дорівнюють 2 мкФ, 1 мкФ, 3 мкФ та 1 мкФ. Заряд першого конденсатора – 10 нКл. Обчислити заряди інших конденсаторів, спади напруг на всіх конденсаторах та на затискачах батареї.

Розв'язання.

Дано:

$$C_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_3 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_4 = 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$q_1 = 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$q_2 - ? \quad q_3 - ?$$

$$q_4 - ? \quad U_1 - ?$$

$$U_2 - ? \quad U_3 - ?$$

$$U_4 - ? \quad U - ?$$

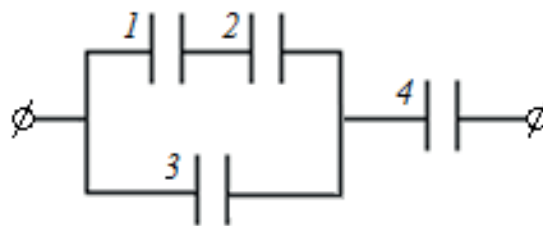


Рис. 3.44.

Спад напруги на першому конденсаторі:

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів:

$$q_1 = q_2 = 10^{-8} \text{ Кл}.$$

Спад напруги на другому конденсаторі:

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{10^{-8}}{10^{-6}} = 10^{-2} \text{ В}.$$

Спад напруги на ділянці 1-2 (послідовне з'єднання конденсаторів):

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 5 \cdot 10^{-3} + 10^{-2} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

При паралельному з'єднанні конденсаторів:

$$U_{12} = U_3 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

Заряд третього конденсатора:

$$q_3 = C_3 \cdot U_3 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 45 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

При паралельному з'єднанні конденсаторів:

$$q_{13} = q_1 + q_3 = 10 \cdot 10^{-9} + 45 \cdot 10^{-9} = 55 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

$$(\text{або } q_{23} = q_2 + q_3)$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів:

$$q_{13} = q_4 = 55 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Спад напруги на четвертому конденсаторі:

$$U_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{55 \cdot 10^{-9}}{10^{-6}} = 55 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

Загальна напруга:

$$U = U_3 + U_4 = 15 \cdot 10^{-3} + 55 \cdot 10^{-3} = 70 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

Відповідь: $q_2 = 10^{-8}$ Кл, $q_3 = 45 \cdot 10^{-9}$ Кл, $q_4 = 55 \cdot 10^{-9}$ Кл, $U_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ В, $U_2 = 10^{-2}$ В, $U_3 = 15 \cdot 10^{-3}$ В, $U_4 = 55 \cdot 10^{-3}$ В, $U = 70 \cdot 10^{-3}$ В.

Приклад 4. Напруга між пластинами плоского конденсатора $U = 280$ В. Площа пластин конденсатора $S = 0,01$ м²; поверхнева густина заряду на пластинках $\sigma = 495$ нКл/м². Знайти: а) напруженість E поля всередині конденсатора; б) відстань d між пластинами; в) швидкість v , яку отримає електрон, пройшовши в конденсаторі шлях від однієї пластини до другої; г) енергію W конденсатора; д) ємність C конденсатора; е) силу притягання F пластин конденсатора.

Розв'язання.

Дано:

$$U = 280 \text{ В}$$

$$S = 0,01 \text{ м}^2$$

$$\sigma = 495 \text{ нКл/м}^2$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$E - ? \quad d - ? \quad v - ?$$

$$W - ? \quad C - ? \quad F - ?$$

Напруженість поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{495 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 56 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

З іншого боку

$$E = \frac{U}{d},$$

Звідси

$$d = \frac{U}{E} = \frac{280}{56 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

При переміщенні електрона від однієї пластини до іншої сили поля здійснюють роботу

$$A = eU,$$

в наслідок чого електрон набуває кінетичної енергії

$$W = \frac{mv^2}{2}.$$

Таким чином

$$A = W,$$

або

$$eU = \frac{mv^2}{2},$$

звідси

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 280}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 10^7 \text{ м/с}.$$

Енергія плоского конденсатора

$$W = \frac{\sigma^2 S d}{2 \varepsilon \varepsilon_0} = \frac{(485 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 0,01 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 17,7 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Сила протягання пластин

$$F = E_1 q,$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{2 \varepsilon \varepsilon_0}, \quad q = \sigma \cdot S,$$

де E_1 – напруженість поля однієї пластини, а q – заряд другої пластини.

Тоді

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2 \varepsilon \varepsilon_0} = \frac{(485 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 0,01}{2 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 138,4 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Відповідь: $E = 56 \text{ кВ/м}$, $d = 5 \text{ мм}$, $v = 10^7 \text{ м/с}$, $W = 0,7 \text{ мкДж}$, $C = 17,7 \text{ пФ}$,
 $F = 138,4 \text{ мкН}$.

Приклад 5. Конденсатор ємністю 2 мкФ включений в електричне коло (рис. 3.45), яке має три резистори та джерело постійного струму з ЕРС $3,6 \text{ В}$ і внутрішній опір 1 Ом . Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 7 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Визначити заряд на правій обкладці конденсатора.

Розв'язання.

Дано:

$$C = 2 \text{ мкФ}$$

$$\varepsilon = 3,6 \text{ В}$$

$$r = 1 \text{ Ом}$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 7 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 3 \text{ Ом}$$

$$q - ?$$

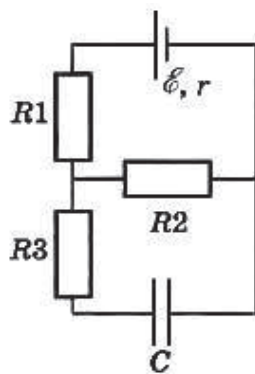


Рис. 3.45.

Ділянка кола, в якій розміщений конденсатор, розімкнута, і струм через резистор R_3 не протікає. Різниця потенціалів між пластинами конденсатора дорівнює спаду напруги на резисторі R_2 :

$$U = I \cdot R_2.$$

Сила струму, що тече по колу, відповідно до закону Ома дорівнює

$$I = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_1 + r}.$$

Відповідно

$$U = \frac{\varepsilon}{R_2 + R_1 + r} \cdot R_2.$$

Заряд на обкладках конденсатора

$$q = CU = C \frac{\varepsilon}{R_2 + R_1 + r} \cdot R_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3,6}{7 + 4 + 1} \cdot 7 = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

На правій обкладці конденсатора накопичиться негативний заряд, оскільки вона підключена до негативного полюса джерела.

Відповідь: $q = -4,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$

Приклад 6. Три конденсатори ємністю $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$ з'єднані послідовно та приєднані до джерела струму з різницею потенціалів 220 В. Знайти заряд і напругу на кожному конденсаторі?

Розв'язання.

Дано:

$$C_1 = 1 \text{ мкФ}$$

$$C_2 = 2 \text{ мкФ}$$

$$C_3 = 3 \text{ мкФ}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$q - ? \quad U_1 - ?$$

$$U_2 - ? \quad U_3 - ?$$

При послідовному з'єднанні конденсаторів заряди на будь-якому із конденсаторів однакові. Нехай

$$q_1 = q_2 = q_3 = q. \quad (1)$$

За визначенням, напруга джерела

$$U = \frac{q}{C}, \quad (2)$$

де C – ємність послідовно з'єднаних конденсаторів

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Із (2) знаходимо

$$q = \frac{U}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{220}{\frac{1}{10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{3 \cdot 10^{-6}}} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

Напруга на окремих конденсаторах

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{10^{-6}} = 120 \text{ В,}$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} = 60 \text{ В,}$$

$$U_3 = \frac{q}{C_3} = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ В.}$$

Відповідь: $q_1 = q_2 = q_3 = 12 \cdot 10^{-5}$ Кл, $U_1 = 120$ В, $U_2 = 60$ В, $U_3 = 40$ В.

Приклад 7. Конденсатор від'єднали від джерела, після цього відстань між пластинами зменшилася в 2 рази. Як зміниться його заряд, напруженість поля, різниця потенціалів і ємність.

Розв'язання.

У цьому випадку заряд на обкладинках від'єднано конденсатора не зміниться, а це означає, що не зміниться і напруженість електричного поля

$$q_1 = q_2, E = \frac{q}{S \epsilon \epsilon_0}, E_1 = E_2.$$

Напруженість пов'язана з різницею потенціалів

$$U = Ed.$$

Якщо відстань d між пластинами зменшили, то і різниця потенціалів зменшується

$$U_2 = \frac{U_1}{2}.$$

А при зменшенні відстані між пластинами ємність конденсатора зростає

$$C_2 = 2C_1.$$

Відповідь: заряд і напруженість не змінюються, різниця потенціалів зменшується в 2 рази, а ємність конденсатора зростає у 2 рази.

Приклад 8. Визначити енергію плоского конденсатора ємністю $C = 0,5$ мкФ, увімкненого в електричну схему рис. 3.46. Електрорушійна сила $\varepsilon = 10$ В, внутрішній опір джерела $r = 2$ Ом, опір резисторів $R = 8$ Ом.

Розв'язання.

Дано:
 $C = 0,5$ мкФ
 $\varepsilon = 10$ В
 $r = 2$ Ом
 $R = 8$ Ом

 $W_C = ?$

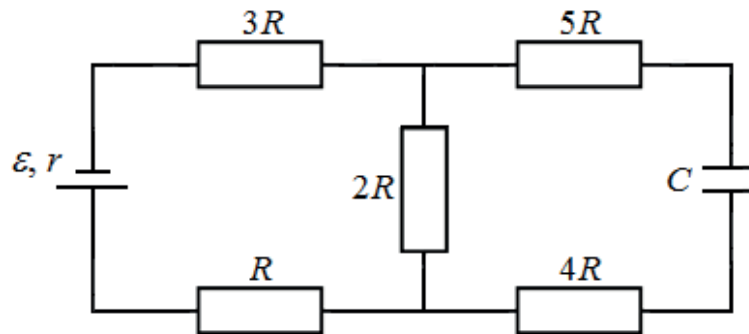


Рис. 3.46.

Енергію конденсатора визначають за формулою

$$W_C = \frac{CU_C^2}{2}.$$

Оскільки постійний струм у вітці з конденсатором не тече, то

$$U_{4R} = U_{5R} = 0.$$

$$U_C = U_{2R} = I \cdot 2R,$$

оскільки конденсатор підключений паралельно до $2R$.

Сила струму для повного кола

$$I = \frac{\varepsilon}{R + 2R + 3R + r} = \frac{\varepsilon}{6R + r}.$$

Тоді

$$U_C = \frac{\varepsilon}{6R + r} \cdot 2R = \frac{2R\varepsilon}{6R + r}.$$

Енергія конденсатора

$$W_C = \frac{C}{2} \left(\frac{2R\varepsilon}{6R + r} \right)^2 = \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{2} \left(\frac{2 \cdot 8 \cdot 10}{6 \cdot 8 + 2} \right)^2 = 2,56 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Відповідь: $W_C = 2,56 \cdot 10^{-6}$ Дж.

Приклад 9. Визначити заряд та енергію кожного конденсатора на рис. 3.22, якщо система підключена до мережі з напругою $U = 240$ В. Ємності конденсаторів: $C_1 = 50$ мкФ; $C_2 = 150$ мкФ; $C_3 = 300$ мкФ.

Розв'язання.

Дано:

$$U = 240 \text{ В}$$

$$C_1 = 50 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 150 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_3 = 300 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$Q_1 - ? \quad Q_2 - ?$$

$$Q_3 - ? \quad W_1 - ?$$

$$W_2 - ? \quad W_3 - ?$$

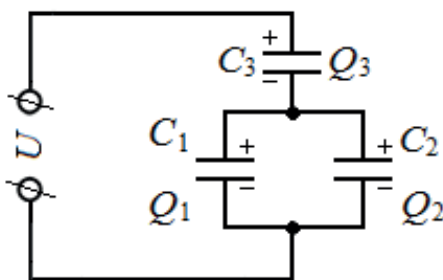


Рис. 3.47.

Еквівалентна ємність конденсаторів C_1 і C_2

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 50 \cdot 10^{-6} + 150 \cdot 10^{-6} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ Ф},$$

еквівалентна ємність всього кола

$$C = \frac{C_{12} \cdot C_3}{C_{12} + C_3} = \frac{200 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 10^{-6}}{200 \cdot 10^{-6} + 300 \cdot 10^{-6}} = 120 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Заряд на еквівалентній ємності

$$Q = C \cdot U = 120 \cdot 10^{-6} \cdot 240 = 288 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Таку ж ємність має конденсатор C_3 , тобто

$$Q_3 = Q = 288 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Напруга на конденсаторі

$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{288 \cdot 10^{-4}}{300 \cdot 10^{-6}} = 96 \text{ В.}$$

Напруга на конденсаторах C_1 та C_2 однакова

$$U_1 = U_2 = U - U_3 = 240 - 96 = 144 \text{ В.}$$

Їх заряди мають такі значення

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 144 = 72 \cdot 10^{-4} \text{ Кл};$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 150 \cdot 10^{-6} \cdot 144 = 216 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Визначимо енергії електричного поля конденсаторів

$$W_1 = \frac{Q_1 U_1}{2} = \frac{72 \cdot 10^{-4} \cdot 144}{2} \approx 0,52 \text{ Дж};$$

$$W_2 = \frac{Q_2 U_2}{2} = \frac{216 \cdot 10^{-4} \cdot 144}{2} \approx 1,56 \text{ Дж};$$

$$W_3 = \frac{Q_3 U_3}{2} = \frac{288 \cdot 10^{-4} \cdot 96}{2} \approx 1,38 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $Q_1 = 72 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$; $Q_2 = 216 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$; $Q_3 = 288 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}$; $W_1 = 0,52 \text{ Дж}$;
 $W_2 = 1,56 \text{ Дж}$; $W_3 = 1,38 \text{ Дж}$.

Приклад 10. Плоский шаруватий конденсатор (рис. 3.48), площа поверхні кожної пластини якого $S = 12 \text{ см}^2$, має діелектрик, що складається зі слюди ($\epsilon_{r1} = 6$) товщиною $d_1 = 0,3 \text{ мм}$ і скла ($\epsilon_{r2} = 7$) товщиною $d_2 = 0,4 \text{ мм}$. Пробивні напруженості слюди та скла відповідно рівні $E_1 = 77 \text{ кВ/мм}$, $E_2 = 36 \text{ кВ/мм}$. Обчислити ємність конденсатора і максимальне напруження, на яке його можна включати, приймаючи для слабшого шару подвійний запас електричної міцності.

Дано:
 $S = 144 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
 $\epsilon_{r1} = 6$
 $\epsilon_{r2} = 7$
 $d_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
 $d_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$
 $E_1 = 77 \cdot 10^6 \text{ В/м}$
 $E_2 = 36 \cdot 10^6 \text{ В/м}$

 $C - ? \quad U - ?$

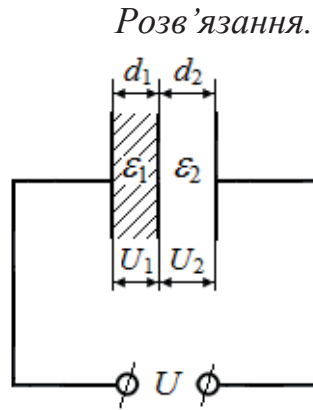


Рис. 3.48.

Еквівалентна ємність шаруватого конденсатора визначиться як ємність двох послідовно з'єднаних конденсаторів

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\epsilon_{a1} S}{d_1} \cdot \frac{\epsilon_{a2} S}{d_2}}{\frac{\epsilon_{a1} S}{d_1} + \frac{\epsilon_{a2} S}{d_2}} = \frac{\epsilon_{a1} \epsilon_{a2} S}{\epsilon_{a1} d_2 + \epsilon_{a2} d_1}$$

Підставляючи сюди числові значення, попередньо замінивши $\epsilon_{a1} = \epsilon_{r1} \cdot \epsilon_0$ і $\epsilon_{a2} = \epsilon_{r2} \cdot \epsilon_0$, отримаємо

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} S}{\epsilon_{r1} d_2 + \epsilon_{r2} d_1} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{6 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}} = 99 \cdot 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Позначимо загальну напругу, прикладену до шаруватого конденсатора, через U_{np} , при цьому заряд конденсатора буде дорівнює

$$Q = C \cdot U_{np}.$$

Обчислимо спади напруг на кожному шарі конденсатора

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{C \cdot U_{np}}{\frac{\epsilon_{a1} \cdot S}{d_1}} = \frac{\epsilon_{a2} \cdot d_1}{\epsilon_{a1} \cdot d_2 + \epsilon_{a2} \cdot d_1} \cdot U_{np};$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{C \cdot U_{np}}{\frac{\epsilon_{a2} \cdot S}{d_2}} = \frac{\epsilon_{a1} \cdot d_2}{\epsilon_{a1} \cdot d_2 + \epsilon_{a2} \cdot d_1} \cdot U_{np}.$$

Напруженості електричного поля у кожному шарі

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1} \cdot d_2 + \varepsilon_{a2} \cdot d_1} \cdot U'_{np};$$

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{a1} \cdot d_2 + \varepsilon_{a2} \cdot d_1} \cdot U''_{np}.$$

Тут U'_{np} – загальна напруга, що прикладається до конденсатора, при якій пробивається перший шар, а U''_{np} – загальна напруга, при якій відбувається пробій другого шару.

З останнього виразу знаходимо

$$U'_{np} = E_1 \cdot \frac{\varepsilon_{r1} \cdot d_2 + \varepsilon_{r2} \cdot d_1}{\varepsilon_{r2}} = 77 \cdot 10^6 \cdot \frac{6 \cdot 4 \cdot 10^{-4} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{7} = 49500 \text{ ВТ};$$

$$U''_{np} = E_2 \cdot \frac{\varepsilon_{r1} \cdot d_2 + \varepsilon_{r2} \cdot d_1}{\varepsilon_{r1}} = 36 \cdot 10^6 \cdot \frac{6 \cdot 4 \cdot 10^{-4} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{6} = 27000 \text{ ВТ}.$$

Таким чином, більш слабким шаром є другий; за умовою, приймаючи для нього подвійний запас міцності, знаходимо, що конденсатор може бути включений на напругу, рівну $27,0 \text{ кВ}/2 = 13,5 \text{ кВ}$.

Відповідь: $99 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$; $U = 13,5 \text{ кВ}$.

РОЗДІЛ 4. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

Задача 1. Визначити опір мідних проводів телефонної лінії довжиною $l = 28,5$ км, діаметром дроту $d = 4$ мм при температурі 20°C .

Задача 2. Визначити опір мідного провідника діаметром $d = 5$ мм, довжиною $l = 57$ км при $t = 40^\circ\text{C}$.

Задача 3. Приймач номінальною потужністю 1 кВт з напругою 220 В підключено до мережі напругою 110 В. Визначити потужність приймача, струми при номінальній напрузі та при напрузі 110 В.

Задача 4. ЕРС джерела $E = 12$ В; внутрішній опір $R_{\text{вт}} = 1$ Ом. При якому значенні зовнішнього опору його потужність буде максимальною і яка її величина?

Задача 5. Визначити опір проводів повітряної лінії при температурах $+40^\circ\text{C}$ і -40°C . Довжина лінії $l = 28,5$ км, діаметр мідних проводів $d = 5$ мм.

Задача 6. Приймач за п'ять діб безперервної роботи витратив 24 кВт·год електроенергії при напрузі 220 В. Визначити струм та опір приймача.

Задача 7. Електричне коло потужністю $P = 5$ кВт при напрузі $U = 220$ В підключене до генератора з внутрішнім опором $R_{\text{вт}} = 0,22$ Ом. Визначити ЕРС і ККД генератора.

Задача 8. Механічна потужність електродвигуна постійного струму $8,5$ кВт при напрузі $U = 220$ В, ККД 85% . Визначити електричну потужність і силу струму двигуна.

Задача 9. Скласти схему електричного кола, в якій до акумуляторної батареї приєднані три резистора. Один – регульований, включений послідовно з групою з двох нерегульованих, з'єднаних між собою паралельно. В схемі передбачити управління за допомогою двополюсного вимикача, захист плавкими запобіжниками, контроль загального струму в колі та напруги на затискачах батареї.

Задача 10. Скласти схему електричного кола, в якій чотири резистори (один з них регульований) утворюють замкнутий контур у вигляді чотирикутника. В одній діагоналі чотирикутника – гальванічний елемент, приєднаний до кола через однополюсний вимикач, в іншій є гальванометр, який можна вмикати та вимикати кнопковим вимикачем.

Задача 11. Скласти схему електричного кола, в якій послідовно включені два нерегульованих резистори, акумуляторна батарея та генератор, які можна вмикати узгоджено або зустрічно. В схемі передбачити захист кола плавкими запобіжниками, вимір струму, вимірювання напруги на затискачах батареї і генератора одним вольтметром за допомогою перемикача.

Задача 12. Скласти схему електричного кола, в якій генератор постійного струму та акумуляторна батарея, включені паралельно, забезпечують енергією зовнішню частину кола, що складається з трьох нерегульованих резисторів, включених також паралельно. Кожен елемент кола приєднується до неї однополюсним вимикачем. У схемі передбачити вимір загальної напруги, струму в кожному джерелі та загального струму приймачів енергії.

Задача 13. Два генератори постійного струму, які працюють цілодобово на загальний приймач, виробили разом за місяць 96000 кВт·год енергії. Впродовж 10 діб цього місяця перший генератор був у ремонті. За цей час лічильник електричної енергії, встановлений на лінії до приймача, показав 2400 кВт·год. Визначити потужність та ЕРС кожного генератора, якщо амперметр у колі першого генератора під час роботи показував 500 А, а в колі другого – 100 А.

Задача 14. Електричне коло складається з джерела струму з внутрішнім опором 1 Ом і провідника опором 2 Ом. ЕРС джерела дорівнює 6 В. Визначити силу струму в колі.

Задача 15. Розрахуйте силу струму при короткому замиканні батареї з ЕРС 9 В, якщо при замиканні її на зовнішній опір 3 Ом струм в колі дорівнює 2 А.

Задача 16. Провідник якого опору треба включити в зовнішнє коло генератора з ЕРС 220 В і внутрішнім опором 0,1 Ом, щоб на його затискачах напруга стала рівною 210 В?

Задача 17. Батарея з ЕРС 6 В і внутрішнім опором 1,4 Ом живить зовнішнє коло, яке складається з двох паралельних опорів 2 Ом і 8 Ом. Визначити різницю потенціалів на затискачах батареї.

Задача 18. Опір генератора в 1,5 рази менший від зовнішнього опору. Яку частину ЕРС генератора складе напруга на його полюсах?

Задача 19. До затискачів генератора постійного струму з ЕРС 200 В і внутрішнім опором 0,6 Ом підключений нагрівач опором 14 Ом. Визначити кількість теплоти (кДж), що виділяється нагрівачем за 1 с.

Задача 20. Електродвигун включений у мережу постійного струму з напругою 220 В. Опір обмотки двигуна 5 Ом. Сила споживаного струму – 10 А. Знайдіть ККД двигуна (%).

Задача 21. Джерело з ЕРС 240 В і внутрішнім опором 2,5 Ом замкнуте на зовнішнє коло, яке складається з 20 паралельно з'єднаних однакових ламп опором 400 Ом кожна. Опір підвідних проводів 7,5 Ом. Визначити напругу на лампах.

Задача 22. При замиканні джерела струму на зовнішній опір 8 Ом в колі виникає струм силою 1 А, а при замиканні на опір 4 Ом виникає струм силою

1,6 А. Визначити струм короткого замикання джерела.

Задача 23. Амперметр опором 2 Ом, підключений до затискачів батареї, показує струм 5 А. Вольтметр опором 150 Ом, підключений до затискачів такої ж батареї, показує 12 В. Знайти струм короткого замикання.

Задача 24. До акумулятора з внутрішнім опором підключений резистор з опором $R_1 = 9,4$ Ом. Потужність, яка виділяється на резисторі $R_1 = 12$ Вт. Якщо замість цього резистора включити резистор $R_2 = 7$ Ом, то на ньому виділиться потужність 13 Вт. Визначте ЕРС акумулятора.

Задача 25. Електрорушійна сила батареї $\varepsilon = 16$ В, внутрішній опір $r = 3$ Ом. Знайти опір зовнішньої частини кола, якщо відомо, що в ній виділяється потужність $P = 16$ Вт. Визначити ККД батареї.

Задача 26. Електрорушійна сила джерела $\varepsilon = 1,6$ В, його внутрішній опір $r = 0,5$ Ом. Сила струму в колі $I = 2,4$ А. Визначити ККД джерела?

Задача 27. Батарея, що складається з двох однакових паралельно з'єднаних елементів з електрорушійними силами $\varepsilon = 2$ В, замкнута резистором, опір якого $R = 1,4$ Ом (рис. 4.1). Внутрішній опір елементів $r_1 = 1$ Ом і $r_2 = 1,5$ Ом. Знайди струми I_1, I_2, I , які протікають в колі.

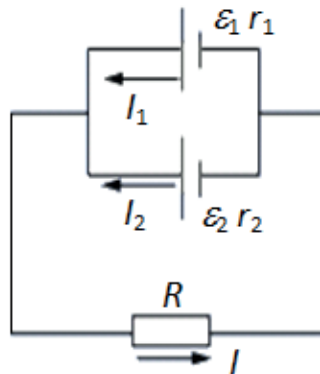


Рис. 4.1.

Задача 28. Визначити повний опір R схеми електричного кола рис. 4.2, якщо $R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = 3$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 24$ Ом. Визначити силу струму, що протікає через кожен резистор, якщо до кола прикладена напруга $U = 36$ В.

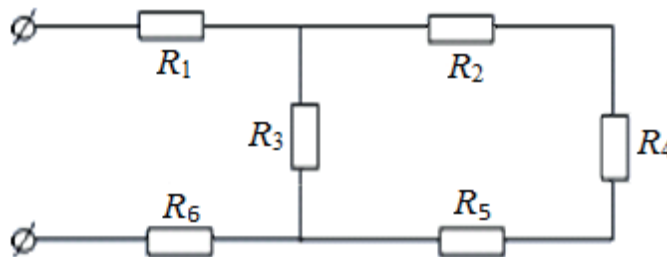


Рис. 4.2.

Задача 29. Визначити опір електричного паяльника, який споживає струм потужністю 300 Вт від мережі напругою 220 В.

Задача 30. Електродвигун, увімкнений в мережу, працював 2 год. Витрата енергії при цьому становила 1600 кДж. Визначити потужність електродвигуна.

Задача 31. Нагрівач з ніхромового дроту ($\rho = 110 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) довжиною 5 м і діаметром 0,25 мм включається в мережу постійного струму напругою 110 В. Визначити потужність нагрівача.

Задача 32. Електрична плитка, яка має електричний опір 500 Ом, увімкнена в мережу з напругою 200 В. Визначити роботу сторуму за 2 хвилини та потужність плитки.

Задача 33. Електрична піч споживає струм силою 4 А впродовж 1 хв. Визначити роботу та потужність печі, якщо її опір дорівнює 30 Ом.

Задача 34. У мережу з напругою 100 В включені два провідника опором 10 і 23 Ом. Порівняти кількості теплоти, що виділяється за 10 хв у кожному провіднику, якщо їх з'єднати послідовно; паралельно?

Задача 35. Є дві лампи: 40 Вт (220 В) і 100 Вт (220 В). Порівняти потужність цих ламп з їх номінальною потужністю, якщо лампи включені послідовно в мережу напругою 220 В.

Задача 36. До полюсів джерела ЕРС приєднують по черзі резистори з опором 4 і 9 Ом. В обох випадках потужність електричного струму в резисторах виявляється однаковою. Визначити внутрішній опір елемента.

Задача 36. ЕРС джерела дорівнює 2 В, його внутрішній опір 1 Ом. Яка сила струму в колі, якщо потужність струму в зовнішньому контурі дорівнює 0,75 Вт?

Задача 38. Знайти внутрішній опір та електрорушійну силу джерела постійного струму, якщо при силі струму 30 А потужність, яка виділяється у зовнішньому контурі, становить 180 Вт, а при струмі 10 А – 100 Вт.

Задача 39. Напряга на клеммах джерела дорівнює 9 В. Є два провідники, опір яких відповідно 5 і 3 Ом. Знайти кількість теплоти, яка виділяється в кожному з провідників за 1 с, якщо провідники включити: 1) послідовно; 2) паралельно.

Задача 40. Від джерела, різниця потенціалів на клеммах якого дорівнює 100 кВ, потрібно передати потужність 5 МВт на відстань 5 км. Допустимі втрати напруги на проводах 1% від напруги на клеммах джерела. Розрахувати мінімальний переріз мідного дроту, придатного для цієї мети.

Задача 41. До джерела напруги паралельно підключені п'ять електродвигунів потужністю 1,5 кВт кожен. Довжина підвідних мідних

проводів становить 250 м, їх перетин дорівнює 4 мм^2 , сила струму 27,7 А. Знайти напругу на затискачах джерела та втрати потужності в підвідних проводах.

Задача 42. У кінці двопровідної лінії з мідного дроту перетином $2,5 \text{ мм}^2$ і довжиною 100 м включено навантаження, що споживає струм силою 12 А. Яка напруга на споживачі, якщо на початку лінії підтримується напруга 220 В? Які втрати потужності в проводах лінії?

Задача 43. Яку потужність можна передати споживачеві по мідних проводах перерізом 18 мм^2 , які мають загальну довжину 15 км, якщо напруга на електростанції дорівнює 230 В, а допустимі втрати напруги в проводах не повинні перевищувати 10% від напруги на електростанції?

Задача 44. Від джерела напругою $U = 750 \text{ В}$ споживачеві необхідно передати потужність $P = 5 \text{ кВт}$. Який максимальний електричний опір може мати лінія передач, щоб втрати потужності в ній не перевищували 10% від потужності, яка дійшла до споживача?

Задача 45. Від джерела напруги споживачеві необхідно передати потужність $P = 4 \text{ кВт}$. Опір підвідних проводів 0,4 Ом. Визначити напругу на затискачах джерела, щоб теплові втрати в проводах не перевищували 4% від споживаної потужності?

Задача 46. Електрична лінія має опір 300 Ом. Яку напругу повинен мати генератор, щоб при передачі по цій лінії до споживача потужності 2 кВт втрати в ній не перевищували 4% від переданої потужності?

Задача 47. Від генератора з напругою 20 кВ потрібно передати споживачеві потужність 100 кВт. Втрати напруги в лінії не повинні перевищувати 2% від напруги на генераторі. Яку загальну довжину повинні мати мідні підвідні дроти перетином 25 мм^2 ?

Задача 48. Від генератора, ЕРС якого дорівнює 220 В, потрібно передати енергію на відстань 2,5 км. Споживана потужність становить 10 кВт. Знайти мінімальний переріз підвідних мідних проводів, при якому втрати потужності в мережі не перевищать 10% від споживаної потужності.

Задача 49. Яку потужність споживає нагрівач електричного чайника, якщо 1 кг води в ньому закипає через 300 с? Який опір нагрівача, якщо напруга в мережі дорівнює 120 В? Початкова температура води – $13,5^\circ\text{C}$, ККД чайника – 80%, питома теплоємність води – $4200 \text{ Дж/кг}\cdot\text{K}$, температура кипіння – 100°C .

Задача 50. У чайник налита вода масою 1 кг при температурі 16°C , яку необхідно закип'ятити на електроплиті потужністю 0,5 кВт. Вода в чайнику закипіла через 1200 с після увімкнення плити. Яку кількість теплоти витрачено

при цьому на нагрівання самого чайника, на випромінювання тощо?

Задача 51. Намотка в електричній каструлі складається з двох однакових секцій. Опір кожної секції дорівнює 20 Ом. Через скільки часу закипить вода масою 2,2 кг, якщо: 1) включена одна секція; 2) обидві секції включені послідовно; 3) обидві секції включені паралельно? Початкова температура води – 16°C, напруга в мережі – 110 В, ККД нагрівача – 85%.

Задача 52. Електрична плитка має дві спіралі. При включенні однієї з них вода в чайнику закипає через 900 с, при включенні іншої – через 1800 с. Через скільки секунд закипить вода в чайнику, якщо включити обидві спіралі: 1) послідовно; 2) паралельно?

Задача 52. Під якою напругою перебуває електричний кип'ятильник, якщо при ККД 75%, в ньому нагрівається 5 кг води від 15°C до 100°C за 2400 с? Спіраль кип'ятильника виготовлена з ніхромового дроту діаметром 1 мм та довжиною 2 м.

Задача 54. Потрібно виготовити нагрівальну спіраль для електричної плити потужністю 500 Вт, призначеної для включення в мережу напругою 220 В. Скільки метрів ніхромового дроту діаметром 0,4 мм необхідно взяти для цього?

Задача 55. З нікелінового дроту довжиною 5 м і перетином 0,08 мм² зроблений нагрівач з ККД 80%, який розрахований на струм 3 А. Який додатковий опір слід увімкнути в коло струму, якщо напруга в мережі становить 110 В? За якийсь час 0,58 кг води при початковій температурі 16°C нагріється до 100°C?

Задача 56. Нагрівач кип'ятильника складається з чотирьох секцій, кожна з яких має опір 1 Ом. Нагрівач живлять від акумуляторної батареї з ЕРС 8 В і внутрішнім опором 1 Ом. Як необхідно включити елементи нагрівача, щоб вода в кип'ятильнику нагрілася швидше? Яка при цьому потужність, що витрачається акумулятором?

Задача 57. Визначити потужність струму в електричній лампі, якщо опір нитки накалу лампи 400 Ом, а напруга на нитці 100 В.

Задача 58. Визначити силу струму в лампі електричного ліхтарика, якщо напруга на ній 4,5 В, а потужність 1,5 Вт.

Задача 59. На балоні першої лампи написано 120 В; 100 Вт, а на балоні другої – 220 В; 100 Вт. Лампи включені в мережу з напругою, на яку вони розраховані. У якій лампі сила струму більша; у скільки разів?

Задача 60. Є дві електричні лампи потужністю $P_1 = 40$ Вт і $P_2 = 60$ Вт, розраховані на напругу мережі $U = 200$ В. Яку потужність буде споживати

кожна з ламп, якщо їх підключити до мережі послідовно?

Задача 61. Два резистора з опорамі R_1 і R_2 з'єднані послідовно і їх еквівалентний опір дорівнює 9 Ом. При паралельному з'єднанні цих резисторів їх еквівалентний опір дорівнює 2 Ом. Знайти опори резисторів R_1 і R_2 .

Задача 62. Для електричного кола, зображеного на рис. 4.3 знайти струми у всіх вітках методом безпосереднього застосування законів Кірхгофа та скласти баланс потужностей, якщо $E_1 = 3$ В, $E_2 = 5$ В, $R_1 = R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 4$ Ом.

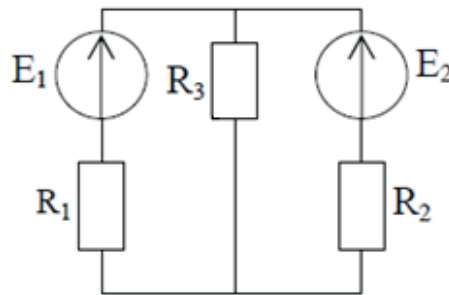


Рис. 4.3.

Задача 63. За умовами задачі 62 знайти струми у всіх точках кола методом контурних струмів і скласти баланс потужностей.

Задача 64. За умовами задачі 62 знайти струми у всіх вітках кола методом накладання і скласти баланс потужностей.

Задача 65. Якщо змінити опір, увімкнений в кола (наприклад, переміщати повзунок реостата R_1), то струм у колі змінюється. Однак, при зміні R_1 у схемі, наведеній на рис. 4.4, покази амперметра не змінюється. За якої умови це можливо?

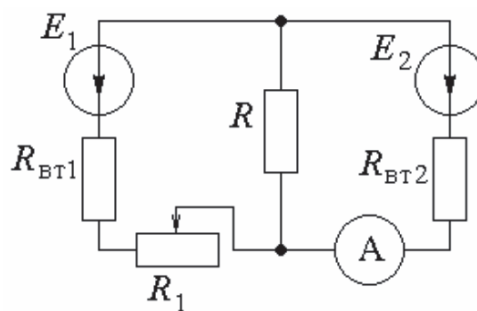


Рис. 4.4.

Задача 66. Джерело електричної енергії увімкнуте на опір $R_1 = 10$ Ом і генерує струм $I_1 = 3$ А. Якщо це джерело увімкнуте на опір $R_2 = 20$ Ом, то струм $I_2 = 1,6$ А. Знайти ЕРС і внутрішній опір джерела $R_{вт}$.

Задача 67. Амперметр увімкнений в ділянку кола (рис. 4.5) показує силу струму $I_1 = 0,5$ А. Знайти силу струму I_4 в опорі R_4 , якщо $R_1 = R_4 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = R_5 = 1$ Ом.

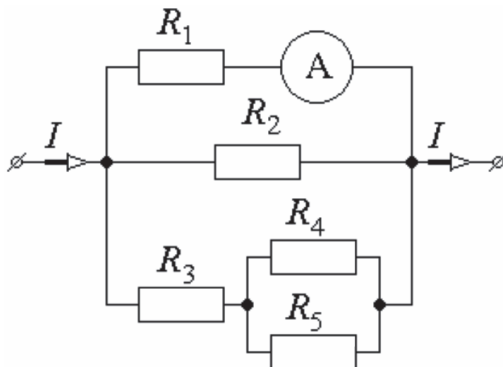


Рис. 4.5.

Задача 68. Визначити покази амперметра в електричному колі, зображеному на рис. 4.6. Дано: $E = 4$ В, $R_{вт} = 1$ Ом, $R = 2$ Ом.

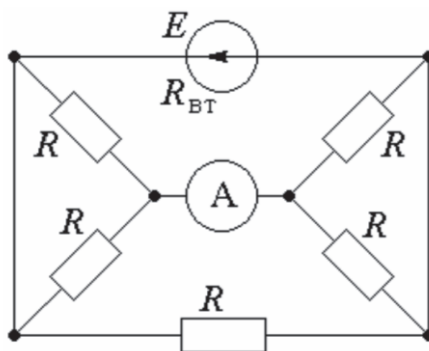


Рис. 4.6.

Задача 69. Користуючись законом Ома, визначити внутрішній опір $R_{вт}$ джерела живлення електричного кола постійного струму та напругу U_2 на резисторі R_2 (рис. 4.7), якщо $E = 70$ В, $U = 30$ В, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 38$ Ом, $U_1 = 20$ В.

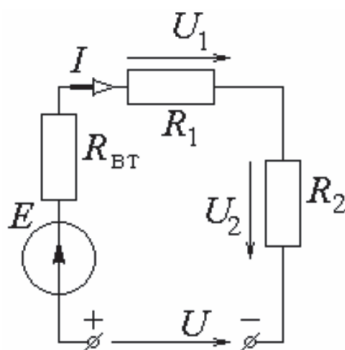


Рис. 4.7.

Задача 70. Сила струму в електричному колі постійного струму (рис. 4.8) $I = 1$ А, ЕРС джерела живлення $E_1 = 48$ В, опорів резисторів $R_1 = 120$ Ом, $R_2 = 10$ Ом. Внутрішні опори джерел однакові і рівні $R_{вТ1} = R_{вТ2} = 1$ Ом. Визначити величину та напрям ЕРС джерела живлення E_2 .

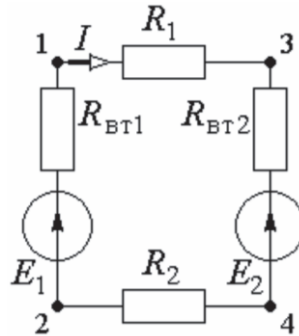


Рис. 4.8.

Задача 71. Для електричного кола рис. 4.9 визначити силу струму I в колі та напруги U_1 і U_2 на затискачах джерел живлення, якщо ЕРС джерела E_1 напрямлена від точки 1 до точки 2, а E_2 – від точки 4 до точки 3 кола.

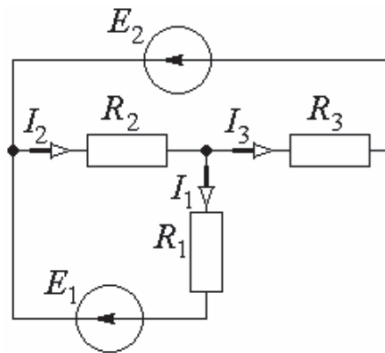


Рис. 4.9.

Задача 72. Для схеми попередньої задачі користуючись законом Ома, визначити струми I_1 , I_2 та I_3 у вітках кола. ЕРС джерел живлення: $E_1 = 100$ В, $E_2 = 110$ В. Опори резисторів: $R_1 = 35$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 16$ Ом. Внутрішнім опором джерел знехтувати.

Задача 73. Визначити струми I_1 , I_2 , I_3 , побудувати потенціальну діаграму для зовнішнього контура електричного кола (рис. 4.10) та скласти баланс потужностей, якщо опори резисторів: $R_1 = 6$ Ом; $R_2 = R_3 = 4$ Ом. Електрорушійна сила джерел живлення: $E_1 = 22$ В, $E_2 = 2$ В; внутрішні опору джерел ЕРС: $R_{вТ1} = R_{вТ2} = 1$ Ом.

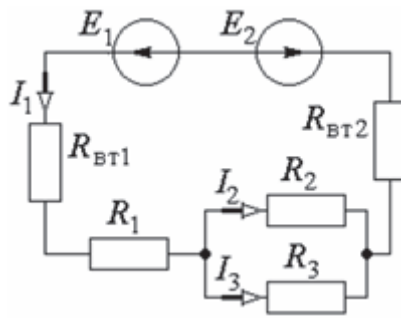


Рис. 4.10.

Задача 74. У схемі (рис. 4.11) задані струми I_1 та I_3 , опори резисторів і ЕРС. Визначити струми I_4, I_5, I_6 , а також різницю потенціалів U_{ab} між точками а і b, якщо $I_1 = 10$ мА, $I_3 = -20$ мА, $R_4 = 5$ кОм, $R_5 = 3$ кОм, $R_6 = 2$ кОм, $E_5 = 20$ В, $E_6 = 40$ В. Побудувати потенціальну діаграму.

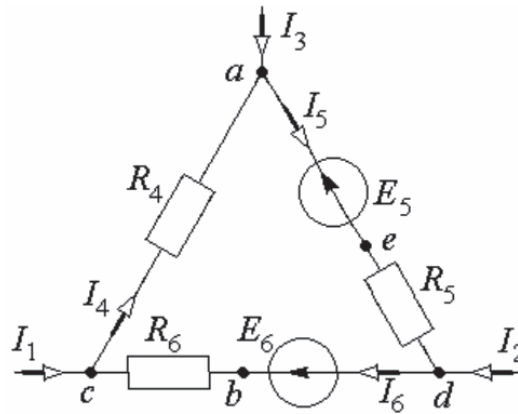


Рис. 4.11.

Задача 75. Для визначення параметрів активного двополюсника (рис. 4.12) були проведені два досліді: холостого ходу (рис. 4.12, б) і короткого замикання (рис. 4.12, в). При цьому прилади показали: вольтметр $U = 20$ В, амперметр $I_k = 10$ А. Визначити E і $R_{ВТ}$.

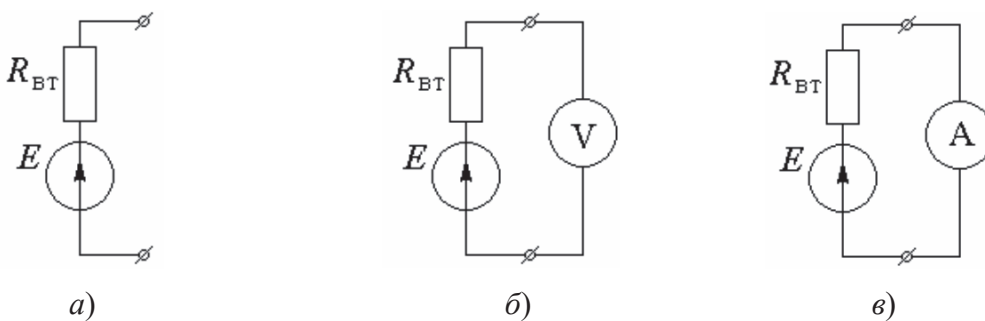


Рис. 4.12.

Задача 76. Визначити параметри j та $G_{\text{вТ}}$ активного двополюсника, якщо при проведенні дослідів холостого ходу та короткого замикання прилади (рис. 4.13) показали: $U = 10 \text{ В}$, $I_{\text{к}} = 2 \text{ А}$.

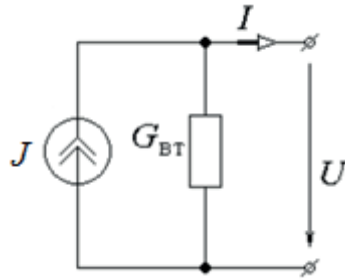


Рис. 4.13.

Задача 77. На рис. 4.14 приведено схему нерозгалуженого кола з такими параметрами: $E_1 = 24 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $E_2 = E_3 = 6 \text{ В}$, $r_2 = r_3 = 0,25 \text{ Ом}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 2,5 \text{ Ом}$. Побудувати потенціальну діаграму і вказати в якому режимі працює кожне з джерел.

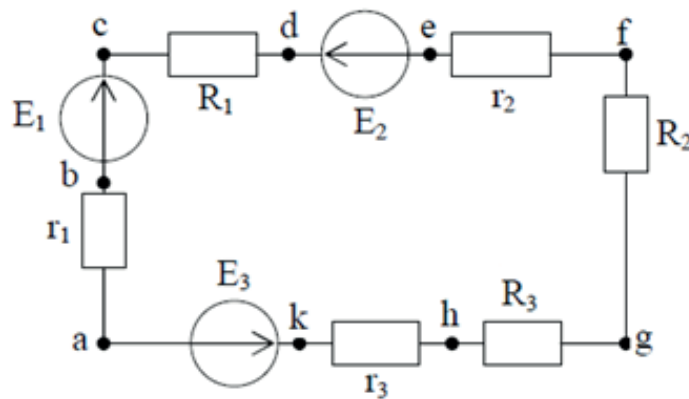


Рис. 4.14.

Задача 78. Як зміняться покази амперметра в схемі рис. 4.15. після замикання ключа K , якщо $R_1 = R_2 = R_3 = R$?

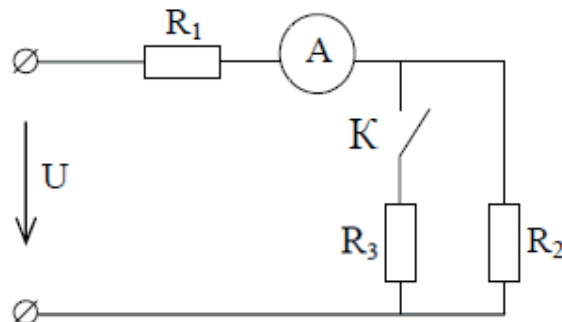


Рис. 4.15.

Задача 79. Як зміняться покази вольтметра в схемі рис. 4.16 після замикання ключа K , якщо $R_1 = R_2 = R_3 = R$?

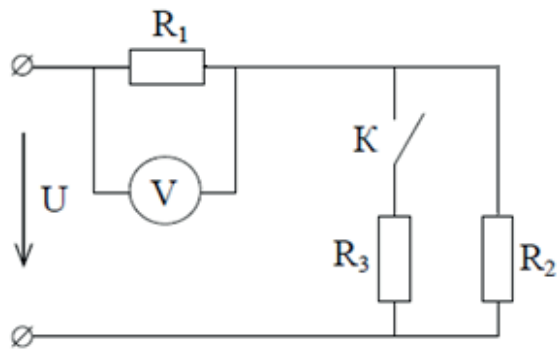


Рис. 4.16.

Задача 80. Як зміняться покази амперметра після замикання ключа К в схемі рис. 4.17, якщо $R_1 = R_2 = R_3 = R$?

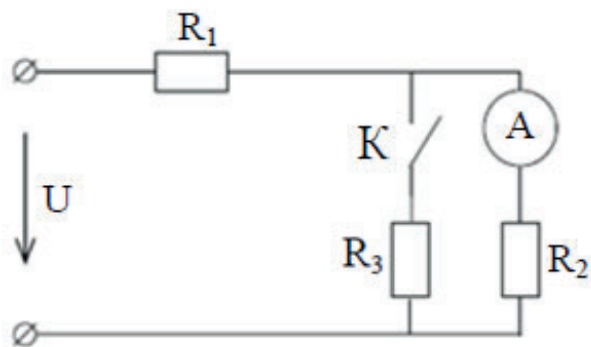


Рис. 4.17.

Задача 81. Як зміняться покази вольтметра в схемі, зображеній на рис. 4.18 після замикання ключа К, якщо $R_1 = R_2 = R_3 = R$?

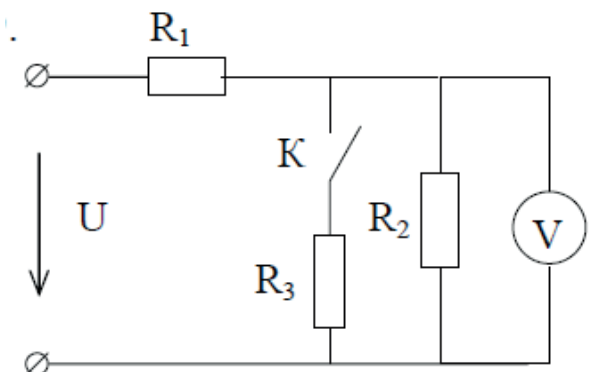


Рис. 4.18.

Задача 82. Чи можна використовувати реостат з номінальним опором 200 Ом і номінальним струмом 1 А, для регулювання напруги приймача, який має опір $R_{\text{п}} = 100$ Ом, в діапазоні 75-150 В? Напруга мережі 220 В (рис. 4.19).

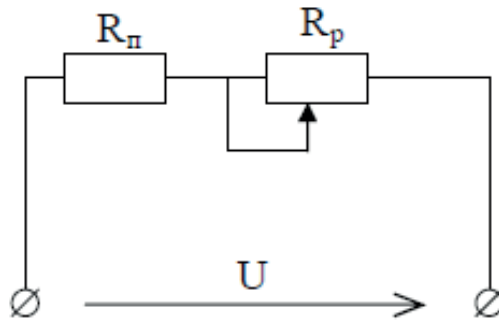


Рис. 4.19.

Задача 83. Підібрати реостат для регулювання напруги приймача в діапазоні 75-150 В. Опір приймача 100 Ом, а напруга мережі 220 В. Схема увімкнення реостата представлена на рис. 4.19.

Задача 84. Дві лампи розжарювання потужності яких $P_H = 40$ Вт і $P_{2H} = 100$ Вт, а номінальні напруги 110 В, включені послідовно і мають напругу $U = 220$ В (рис. 4.20). Як зміниться яскравість ламп у порівнянні з номінальним режимом?

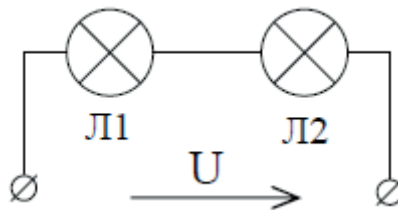


Рис. 4.20.

Задача 85. Методом еквівалентного перетворення знайти силу струму в усіх вітках електричного кола рис. 4.21 і скласти баланс потужностей, якщо $E = 15$ В, $R_1 = R_2 = 5$ Ом, $R_3 = R_4 = 1,5$ Ом, $R_5 = 2,5$ Ом.

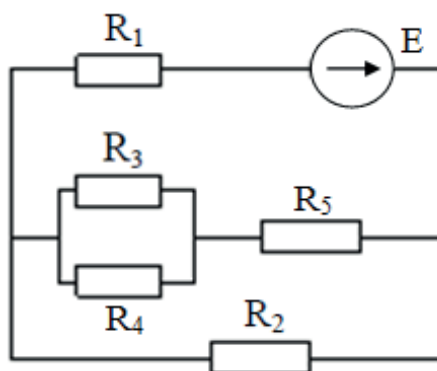


Рис. 4.21.

Задача 86. Знайдіть опір резисторів R_2 і R_3 (рис. 4.22), якщо $R_1 = 10$ Ом, $I_2 = 0,3$ А, $I_3 = 0,6$ А, $U = 180$ В.

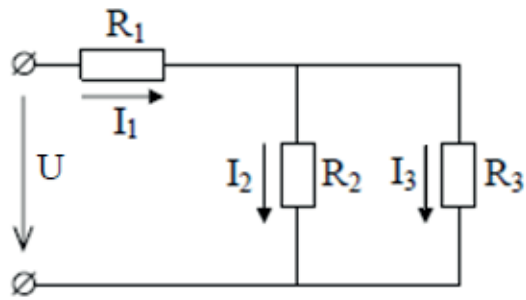


Рис. 4.22.

Задача 87. Для электрического кола, представленного на рис. 4.22, найти струми I_2 та I_3 , а також опір резистора R_1 , якщо $U = 100$ В, $I_2 = 10$ А, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом.

Задача 88. В электрическом колі, представленному на рис. 4.22, найти струми у всіх вітках, якщо $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $U = 50$ В.

Задача 89. Визначити покази амперметра, якщо напруга на затискачах електричного кола (рис. 4.23) $U = 100$ В, $R_1 = 15$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_4 = 10$ Ом, $R_5 = 8$ Ом, $R_6 = 2$ Ом.

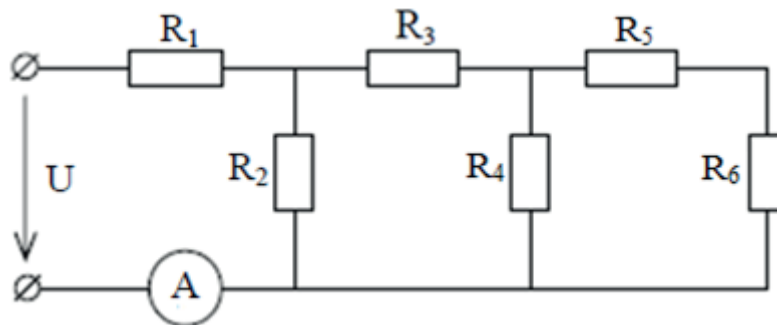


Рис. 4.23.

Задача 90. Визначте ЕРС джерела, електричного кола представленого на рис. 4.24, якщо $R_1 = 7$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $r_0 = 1$ Ом, $I_2 = 2$ А.

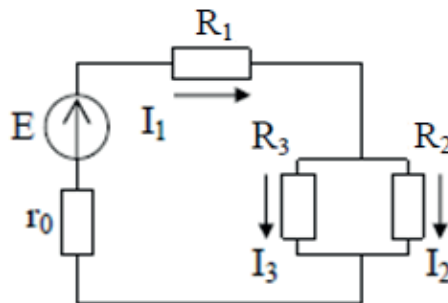


Рис. 4.24.

Задача 91. Знайти потужності віток електричного кола, представленого на рис. 4.22, якщо $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом, а потужність що віддається джерелом – 550 Вт.

Задача 92. Знайти покази приладу в колі рис. 4.25, якщо $U = 120$ В, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 3$ Ом.

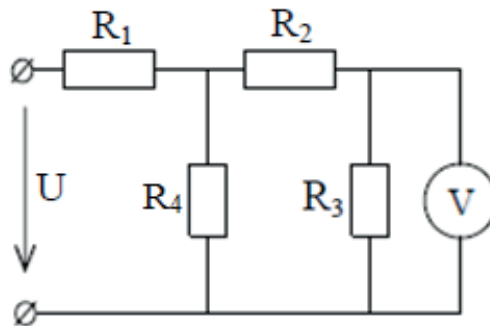


Рис. 4.25.

Задача 93. При замиканні ключа в положення 1 прилади показують: вольтметр 2,1 В, амперметр 0 А, а при замиканні ключа в положення 2 прилади показують: вольтметр 0 В, амперметр 1 А (рис. 4.26). Знайти внутрішній опір джерела, якщо $R = 2$ Ом.

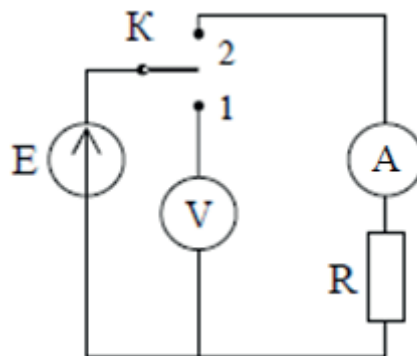


Рис. 4.26.

Задача 94. Який опір повинен мати реостат, щоб при його включенні послідовно з приймачем у мережу з напругою 220 В струм приймача зменшився з 5 А до 1 А?

Задача 95. Номінальна напруга та потужність декоративних ламп 12 В і 1,8 Вт. Яка кількість ламп буде потрібна для ялинкової гірлянди та який струм буде в колі гірлянди, якщо її приєднують до мережі напругою 220 В?

Задача 96. В електричному колі (рис. 4.27) опір першого резистора $R_1 = 100$ Ом. Через нього протікає струм силою $I_1 = 0,5$ А. Спад напруги на виводах $U = 40$ В. Визначити опір резистора R_2 , силу струму, що протікає через нього, повний опір кола та загальну силу струму в колі.

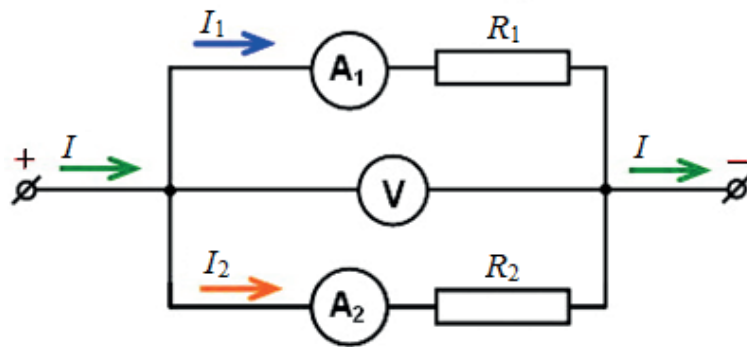


Рис. 4.27.

Задача 97. Знайти загальний опір кола (рис. 4.28), силу струму через амперметр А та спад напруги на другій лампі, опір якої $R_2 = 21$ Ом. Спад напруги на першій лампі, опір якої $R_1 = 4$ Ом, становить 16 В.

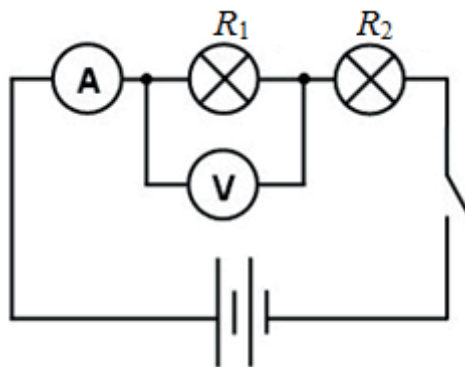


Рис. 4.28.

Задача 98. В електричному колі (рис. 4.29) амперметр показує величину сили струмку $I = 4$ мА, спад напруги на опорі R_2 становить $U_2 = 60$ В. Визначити опори R_1 , R_2 та R_3 , загальний опір R , спади напруг опорах R_1 і R_3 та загальну напругу на трьох опорах.

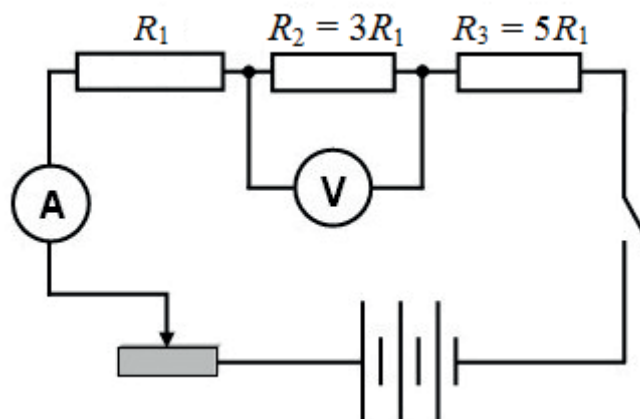


Рис. 4.29.

Задача 99. В електричному колі (рис. 4.30) амперметр показує силу струму $I_3 = 4$ мА, а вольтметр спад напруги $U = 80$ В. Визначити опори R_1 , R_2 та R_3 ,

загальний опір R , силу струму через опори R_1 і R_2 та загальну силу струму.

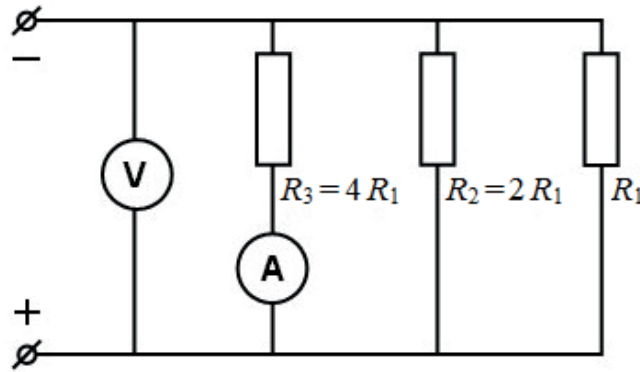


Рис. 4.30.

Задача 100. У схемі, зображеній на рис. 4.31, опір резисторів, ємність конденсатора та напруга на затискачах кола відомі. Визначити заряд на конденсаторі.

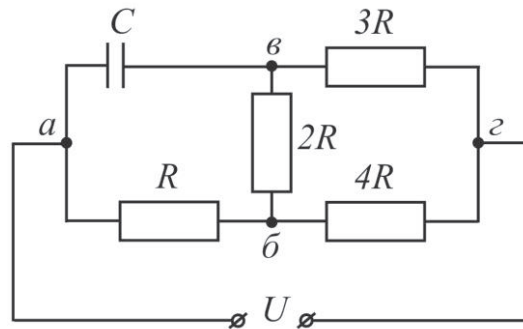


Рис. 4.31.

Задача 101. Два джерела струму з'єднані паралельно та підключені до навантаження опором 6 Ом. Накреслити електричну схему та визначити силу струму в навантаженні і в кожному з джерел, якщо $\varepsilon_1 = 10$ В і $\varepsilon_2 = 8$ В, внутрішній опір джерел $r_1 = 1$ Ом і $r_2 = 2$ Ом.

Задача 102. Обчислити величини струмів у гілках та спади напруг на опорах в електричному колі рис. 4.32 Де $E_1 = 25$ В, $R_1 = 10$ кОм, $R_2 = 40$ кОм, $R_3 = 15$ кОм.

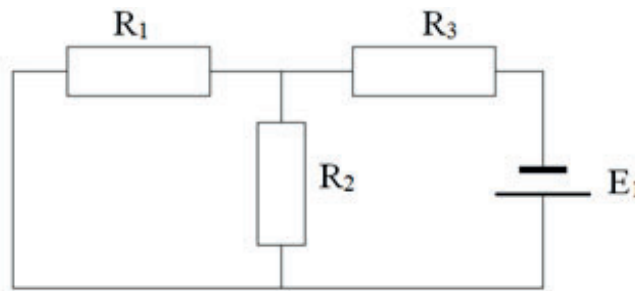


Рис. 4.32.

Задача 103. Обчислити величини струмів у гілках та спади напруг на опорах в електричному колі рис. 4.32, де $E_1 = 40$ В, $R_1 = 100$ кОм, $R_2 = 80$ кОм, $R_3 = 60$ кОм, $R_4 = 70$ кОм.

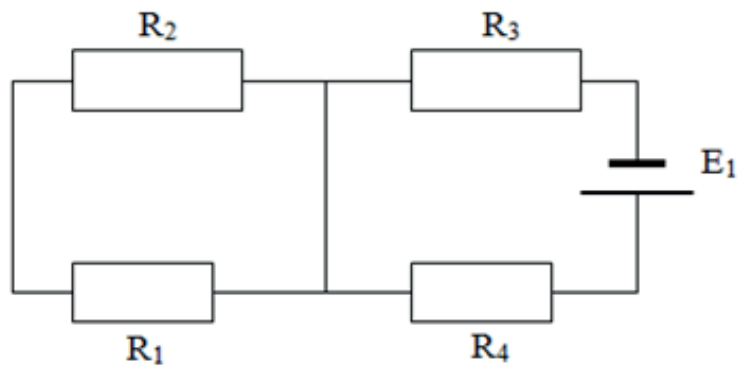


Рис. 4.32.

Задача 104. У схемі рис. 4.33 дано: $P_2 = 72$ Вт, $R = 1,4$ Ом, $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Визначити E , I_1 , I_2 .

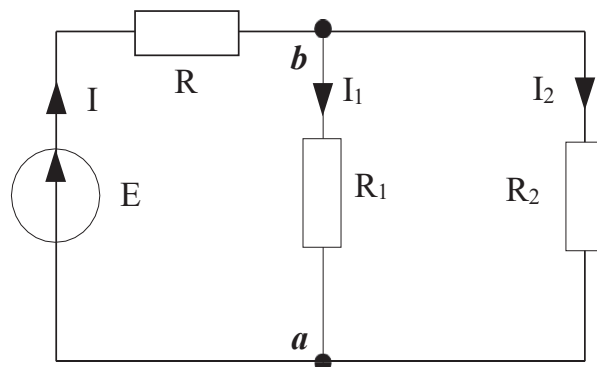


Рис. 4.33.

Задача 105. У колі постійного струму (рис. 4.34) напругою $U = 110$ В неперервно впродовж однієї доби світять лампи H_1 і H_2 потужністю 60 Вт і 40 Вт. Визначити струми ламп, загальний струм у колі, опори ниток накалу засвічених ламп та одержану енергію за добу.

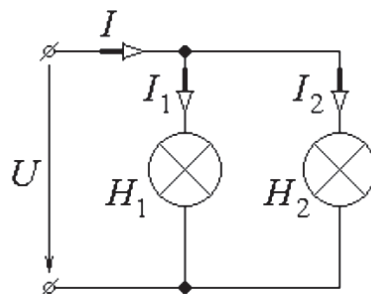


Рис. 4.34.

Задача 106. Дано електричне коло, схема якого представлена на рис. 4.35.

Параметри кола: $E_1 = 18$ В; $E_2 = 24$ В; $J = 5$ А; $R_1 = 6$ Ом; $R_2 = R_3 = R_4 = 2$ Ом, $R_5 = 1$ Ом; $R_6 = 12$ Ом. Розрахувати методом контурних струмів. Схему попередньо перетворити до триконтурної.

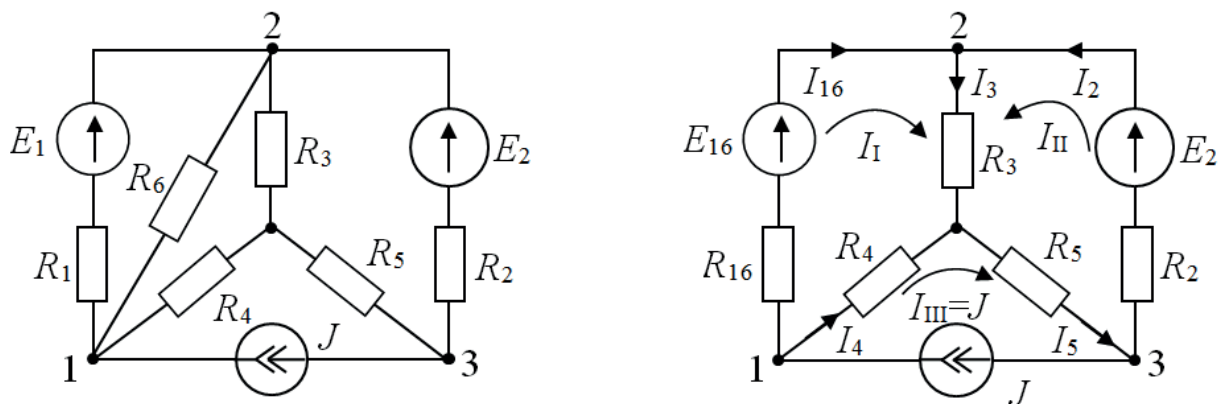


Рис. 4.35.

Задача 107. Дано електричне коло (рис. 4.36) з такими параметрами: $E_2 = 10$ В; $E_3 = 24$ В; $J_1 = 3$ А; $J_6 = 5$ А; $R_1 = 4$ Ом; $R_3 = R_4 = 2$ Ом, $R_5 = 1$ Ом. Зробити розрахунок методом вузлових потенціалів.

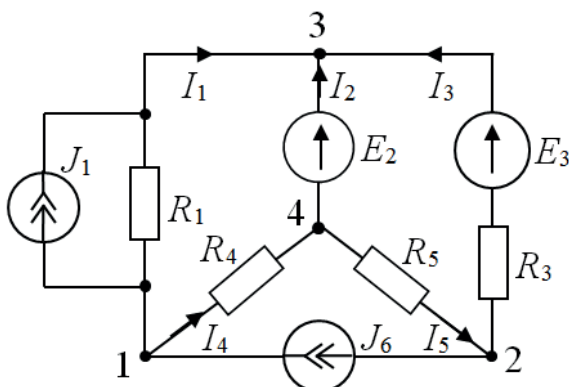


Рис. 4.36.

Задача 108. Визначити еквівалентний опір R_{ab} пасивного кола (рис. 4.37), якщо $R_1 = 2,5$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 6$ Ом, $R_5 = 3$ Ом.

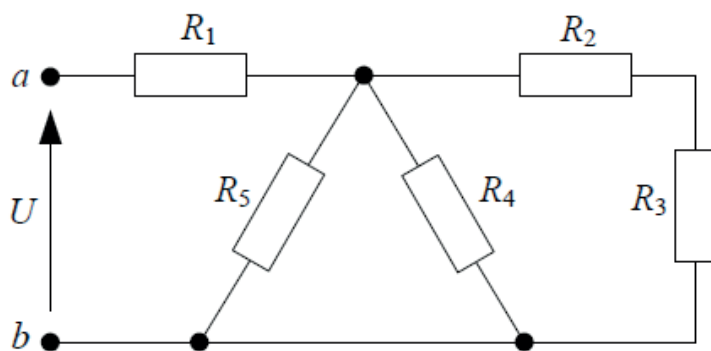


Рис. 4.37.

Задача 109. Визначити еквівалентний опір R_{ab} пасивного кола (рис. 4.38), якщо $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 7 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $R_5 = 2 \text{ Ом}$.

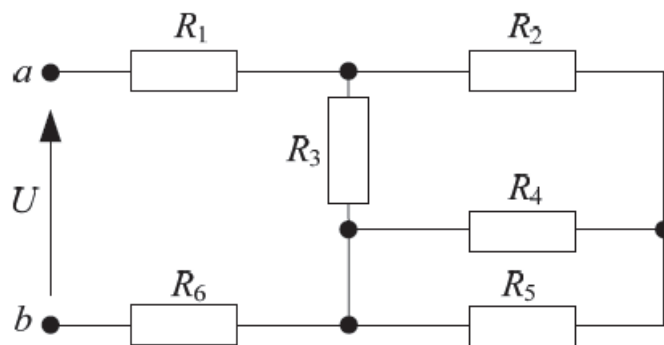


Рис. 4.38.

Задача 110. Визначити еквівалентний опір R_{ab} пасивного кола (рис. 4.39), якщо $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = 3 \text{ Ом}$.

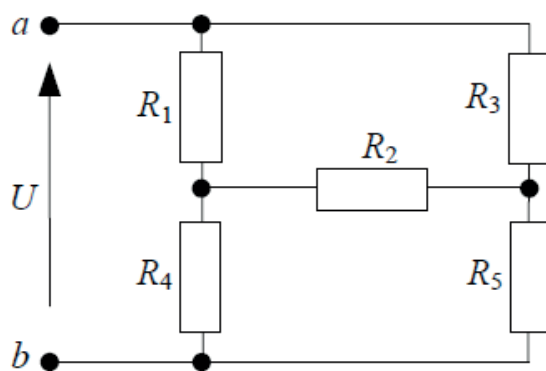


Рис. 4.39.

Задача 111. Визначити силу струму I в електричному колі (рис. 4.40), якщо ключ розімкнений. $U = 100 \text{ В}$, $R_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 7 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$.

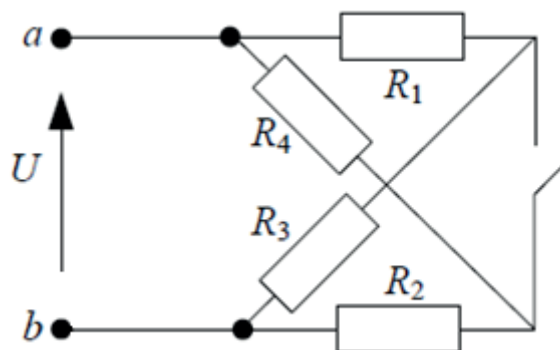


Рис. 4.40.

Задача 112. Визначити силу струм I в електричному колі (рис. 4.41), якщо $E = 30 \text{ В}$, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$.

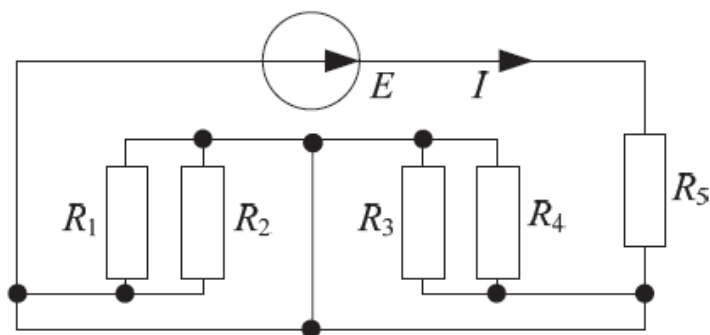


Рис. 4.41.

Задача 113. У колі, схема якого приведена на рис. 4.42, відомі всі опори та струм I_4 через резистор R_4 . Знайти ЕРС E джерела. Внутрішнім опором джерела знехтувати.

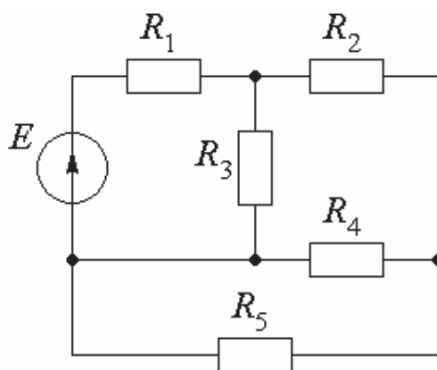


Рис. 4.42.

Задача 114. У колі постійного струму (рис. 4.43) $E = 10$ В; $R_1 = 5$ Ом; $R_2 = R_3 = 1$ Ом; $R_4 = R_5 = 3$ Ом. Знайти струми в кожній вітці. Внутрішнім опором джерела знехтувати.

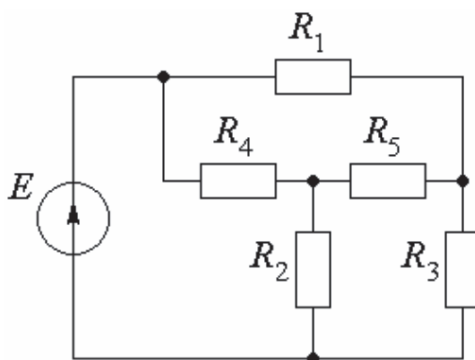


Рис. 4.43.

Задача 115. В електричному колі, схема якого приведена на рис. 4.44, відомі опори R_1 , R_2 і R_3 , струм I в джерелі ЕРС E та різниця потенціалів U_{21} між точками 2 і 1. Знайти опір резистора R_4 .

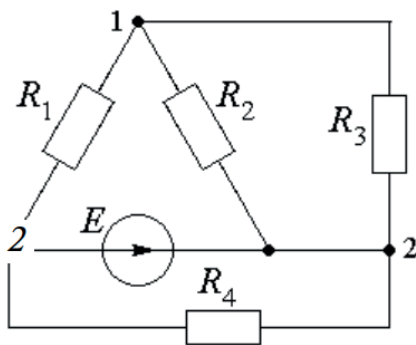


Рис. 4.44.

Задача 116. Опори віток кола (рис. 4.45) $R_1 = R_2 = R_3 = 60 \text{ Ом}$; $R_4 = R_5 = R_6 = 30 \text{ Ом}$, внутрішній опір джерела не враховується. Визначити ЕРС джерела, якщо струм $I = 3 \text{ А}$.

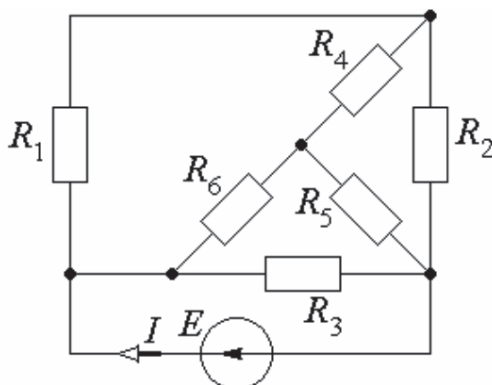


Рис. 4.45.

Задача 117. Визначити потужність кола (рис. 4.46), якщо напруга $U = 20 \text{ В}$; опори віток $R_1 = R_4 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = R_6 = R_7 = 6 \text{ Ом}$.

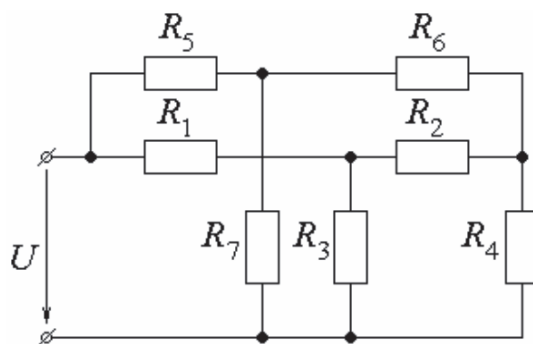


Рис. 4.46.

Задача 118. Знайти розподіл струмів у колі (рис. 4.47), якщо $R_1 = R_2 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_3 = R_4 = 6 \text{ Ом}$; $R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}$; $R_7 = 2 \text{ Ом}$, а напруга на вході $U = 120 \text{ В}$.

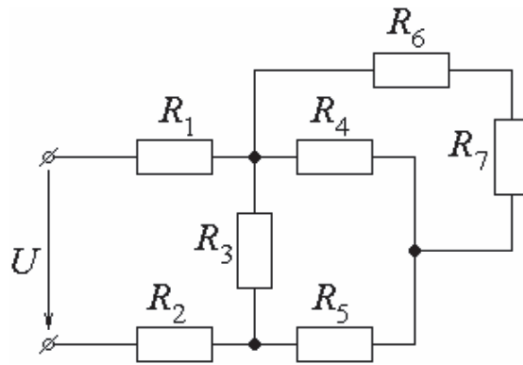


Рис. 4.47.

Задача 119. У схемі кола (рис. 4.48) визначити струм I_{cd} (за значенням і напрямом), якщо $E = 48$ В; $R_1 = R_3 = 8$ Ом; $R_2 = R_4 = 4$ Ом; $R_5 = R_6 = 2$ Ом.

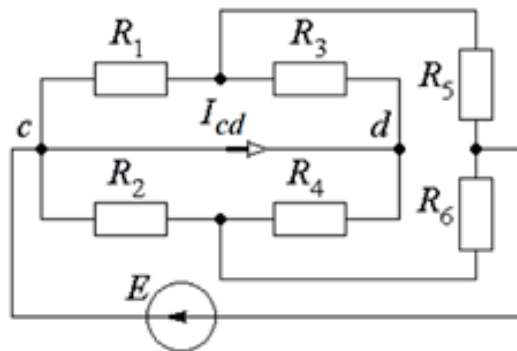


Рис. 4.48.

Задача 120. Визначити вхідний опір схеми R_{ab} (рис. 4.49) відносно точок а і b, якщо J_5 і J_6 – джерела струму.

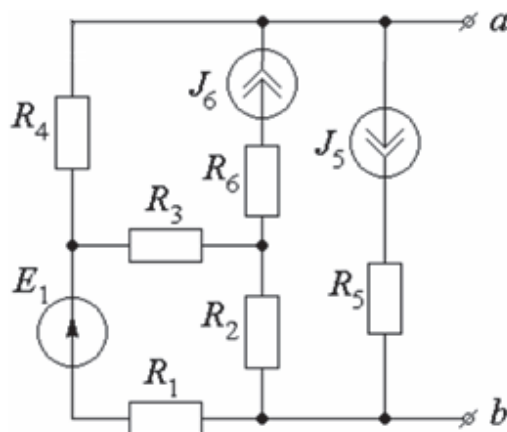


Рис. 4.49.

Задача 121. У колі (рис. 4.50) опори резисторів задані в Омах. Визначити вхідний опір схеми відносно точок а і b.

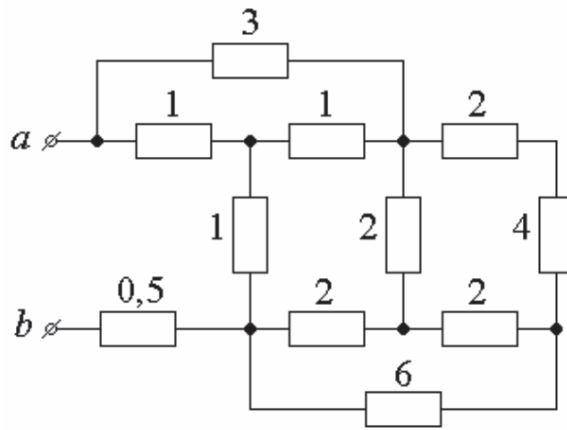


Рис. 4.50.

Задача 122. Визначити струм I_3 в колі (рис. 4.51) методом еквівалентного генератора, якщо $E_1 = 20$ В; $J = 1$ А; $R_1 = R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 5$ Ом; $R_4 = 15$ Ом; $R_5 = R_6 = 5$ Ом.

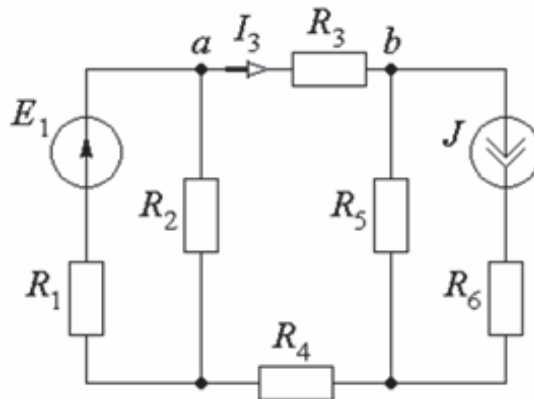


Рис. 4.51.

Задача 123. В електричному колі (рис. 4.53) $U = 100$ В, $E = 40$ В, $R_1 = R_4 = 30$ Ом, $R_2 = R_3 = 20$ Ом, $R = 15$ Ом, $R_{вт} = 1$ Ом. Користуючись методом еквівалентного генератора, визначити струм I в резисторі R і напругу U_{ab} .

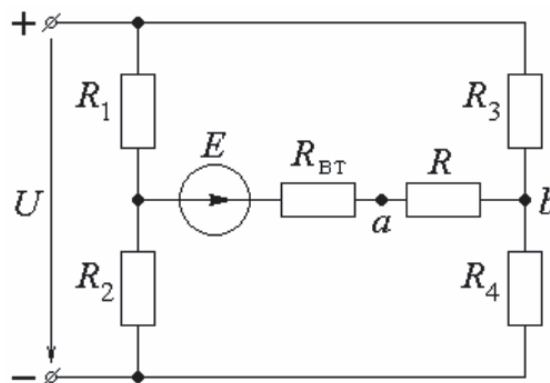


Рис. 4.53.

Задача 124. Методом еквівалентного генератора визначити струм I_5 в діагоналях ab мостових схем, показаних на рис. 4.52, $a - z$. Параметри елементів схем: $J = 1$ А; $E_6 = 5,1$ В; $E_5 = 1$ В; $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом; $R_4 = 4$ Ом; $R_5 = 0,6$ Ом; $R_6 = 3$ Ом.

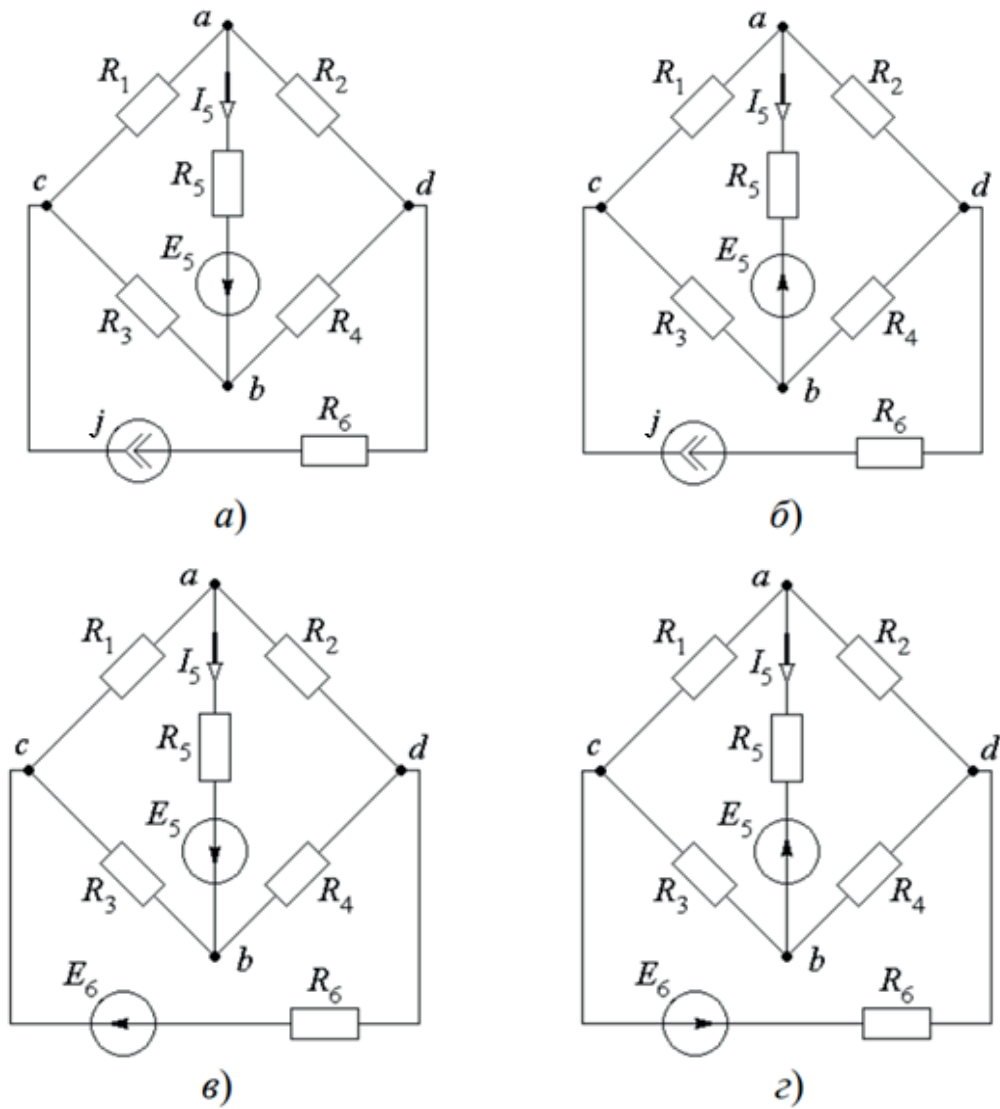


Рис. 4.52.

Задача 124. У колі постійного струму (рис. 4.54) $j = 4$ А, $U_6 = 6$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 2$ Ом. Визначити струм у вітці R_3 .

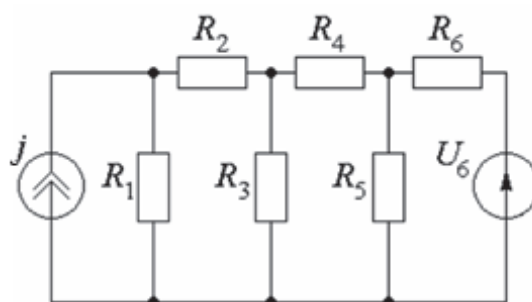


Рис. 4.54.

Задача 125. У колі (рис. 4.55) $U_1 = 2U_2 = 180$ В. Визначити напругу U_{ab} для двох випадків: 1) при полярностях напруг U_1 і U_2 , зображених на схемі; 2) при зворотній полярності напруги U_2 .

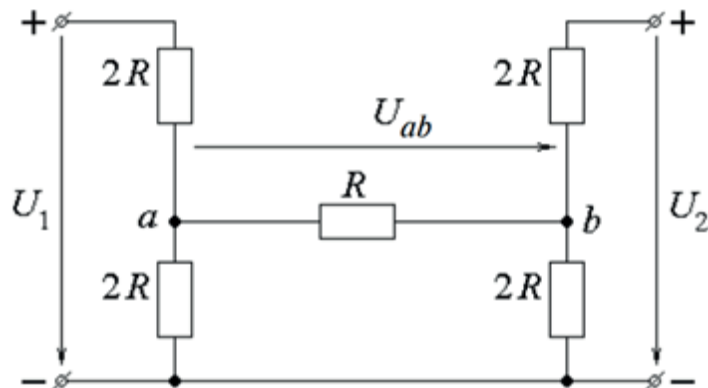


Рис. 4.55.

Задача 126.

1. Скласти систему рівнянь для визначення струмів у вітках електричного кола за методом законів Кірхгофа.
2. Перетворити схему до двох контурів. Розрахувати струми в усіх вітках схеми: 2.1) методом контурних струмів; 2.2) методом міжвузлової напруги.
3. Скласти баланс потужностей.
4. Розрахувати струм однієї вітки без джерела методом еквівалентного генератора.
5. Визначити покази вольтметра в будь-якій вітці.
6. Побудувати потенціальну діаграму.

Таблиця 4.1.

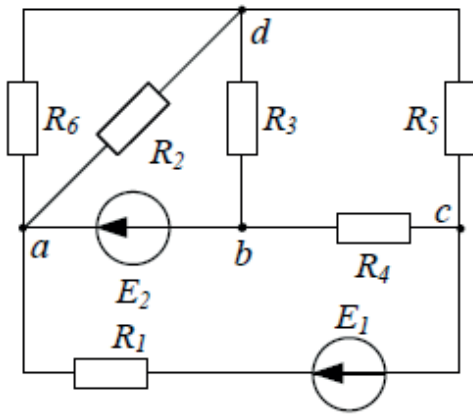
Параметри

№	$E_1, \text{В}$	$E_2, \text{В}$	$J, \text{А}$	№	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$	$R_5, \text{Ом}$	$R_6, \text{Ом}$
1	40	20	4	1	5	2	10	5	6	8
2	20	40	2	2	2	1	30	10	10	2
3	40	10	6	3	4	5	3	3	4	2
4	10	40	8	4	6	3	5	5	10	5
5	50	20	1	5	2	1	30	10	10	2
6	20	50	3	6	6	8	5	10	9	4
7	60	20	7	7	4	2	6	6	8	5
8	20	60	9	8	3	1	2	8	10	4
9	10	30	5	9	5	4	1	4	5	8
10	30	10	10	10	3	4	10	4	6	3
11	10	50	4	11	6	7	8	6	3	5
12	50	10	2	12	7	8	9	10	5	7
13	60	10	6	13	6	7	10	5	3	2
14	10	60	8	14	7	9	6	10	8	6
15	10	70	1	15	6	8	9	5	7	9

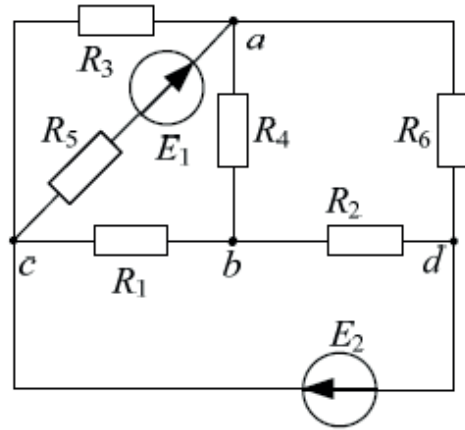
16	70	10	3
17	80	20	7
18	20	80	9
19	80	10	5
20	10	80	10

16	8	9	10	7	5	6
17	7	8	6	9	5	10
18	6	9	10	5	7	8
19	7	8	9	10	5	7
20	6	7	9	8	10	8

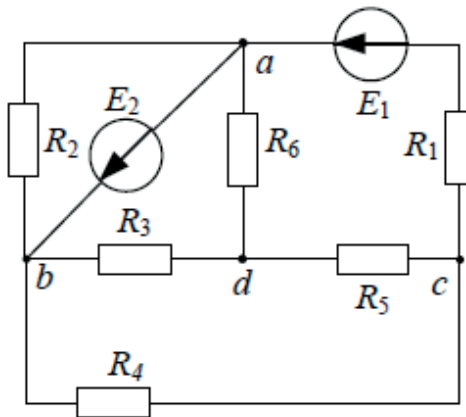
Схеми для розрахунків



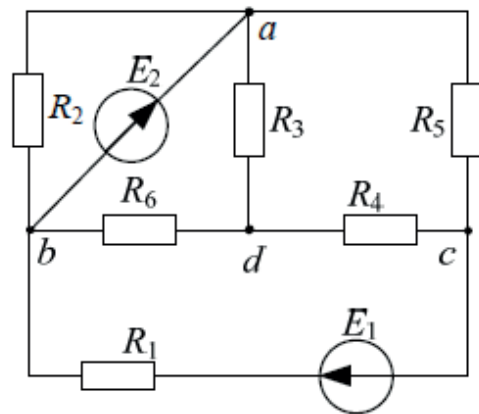
№1



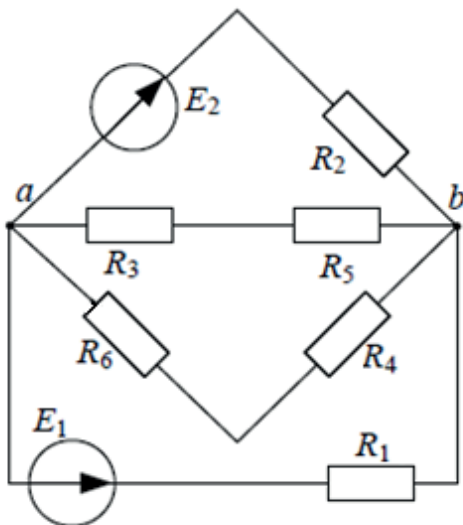
№2



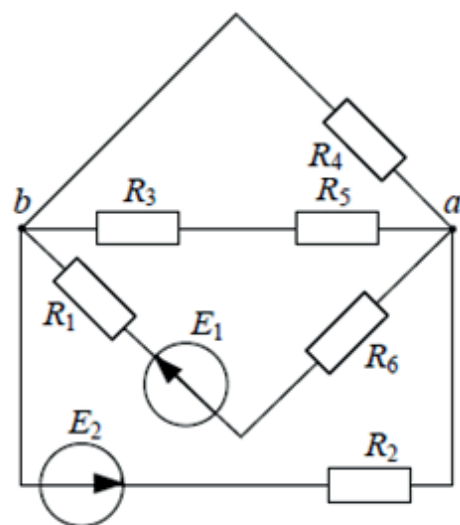
№3



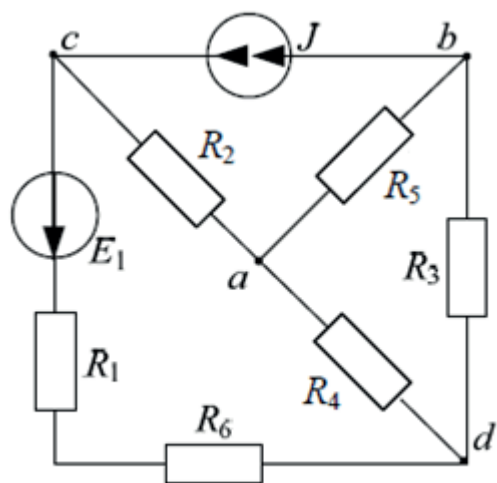
№4



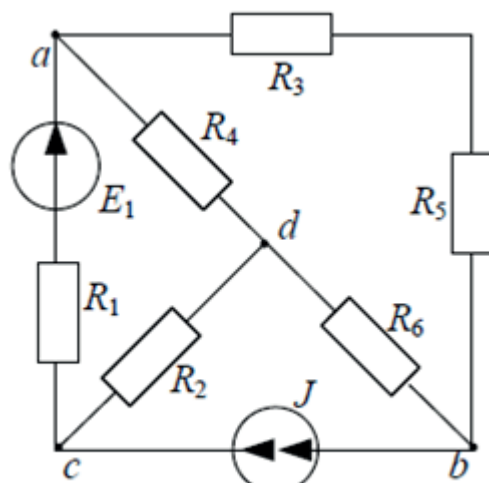
№5



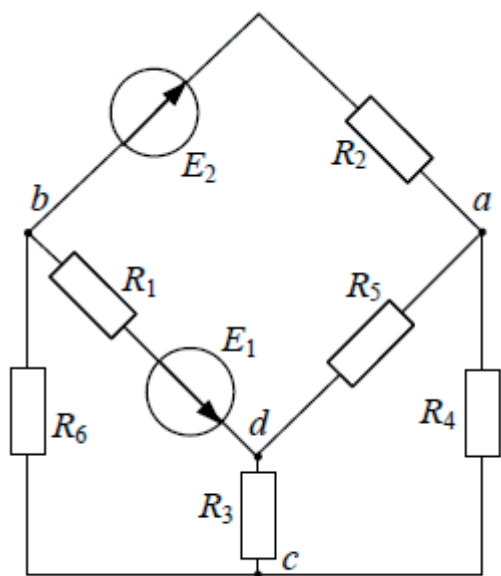
№6



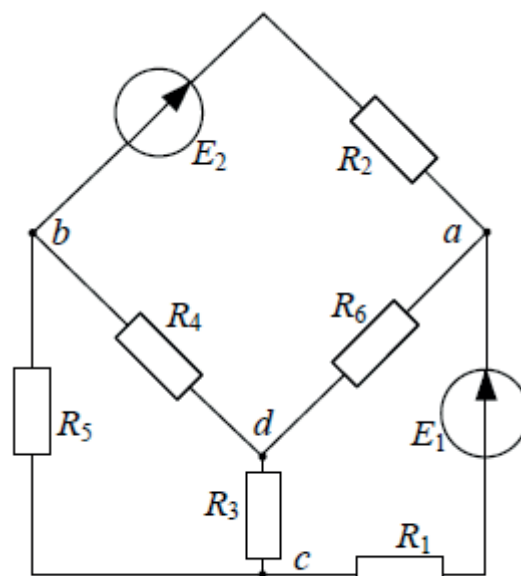
№7



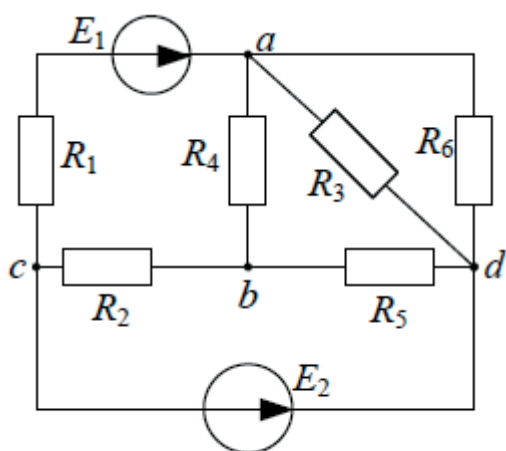
№8



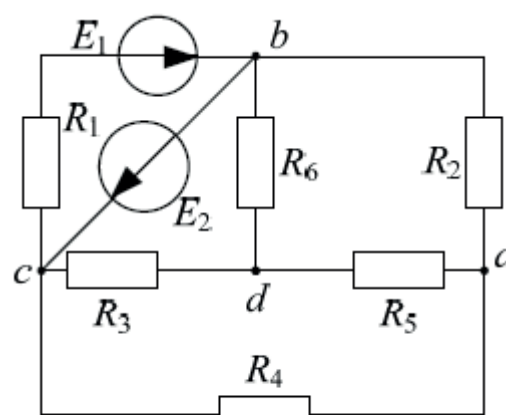
№9



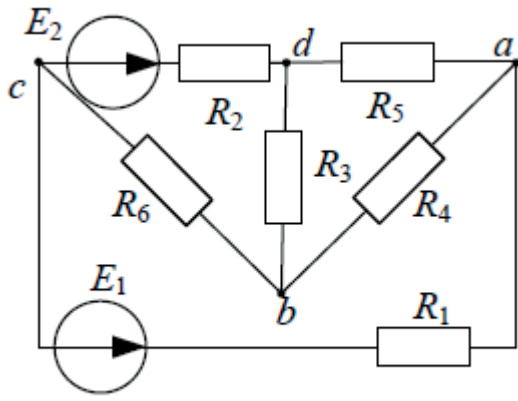
№10



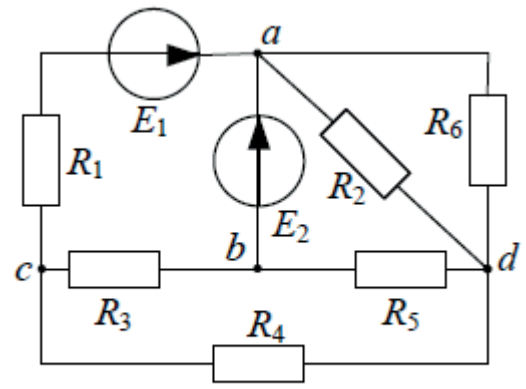
№11



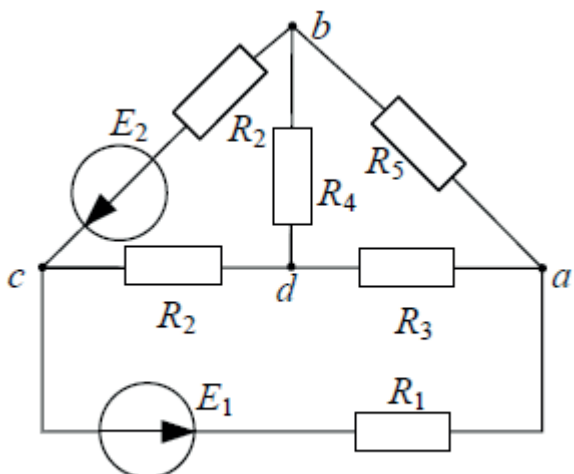
№12



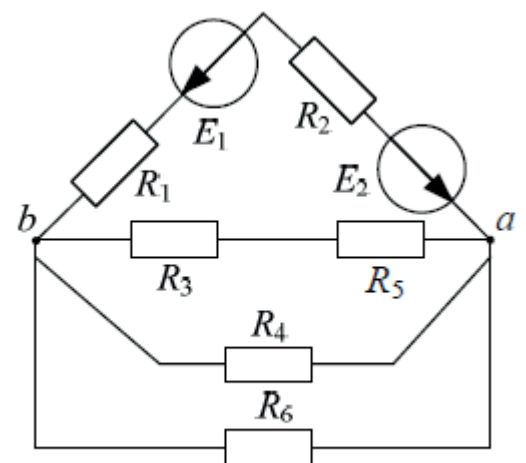
№13



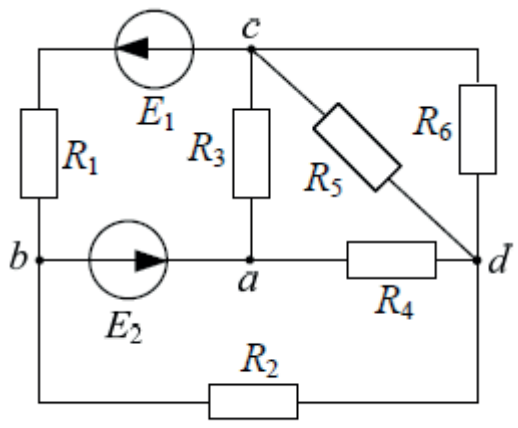
№14



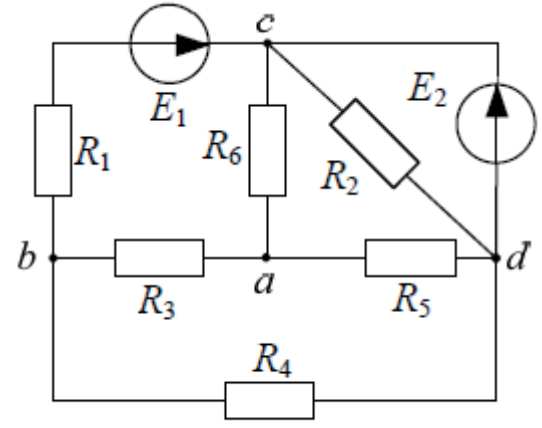
№15



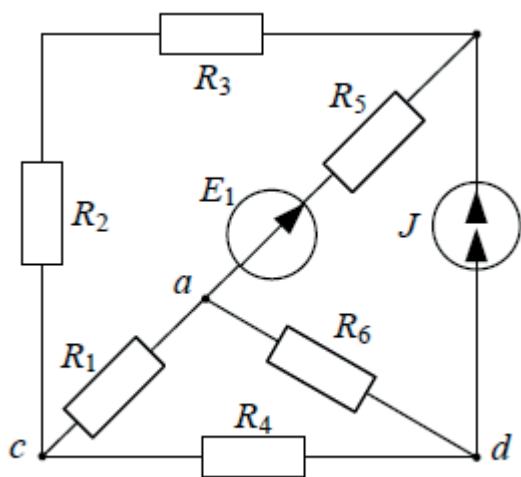
№16



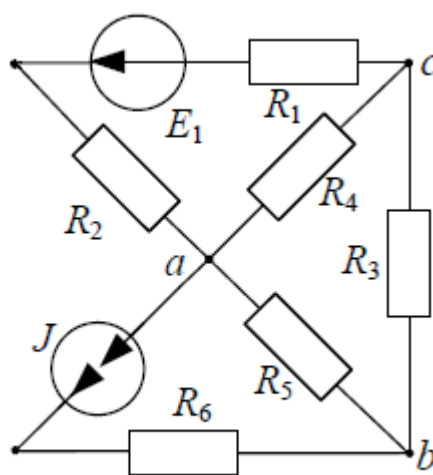
№17



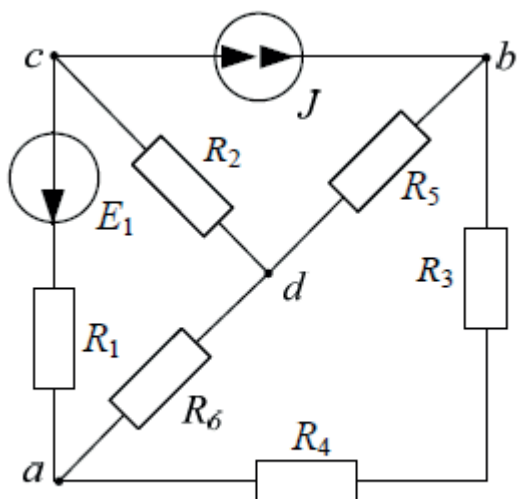
№18



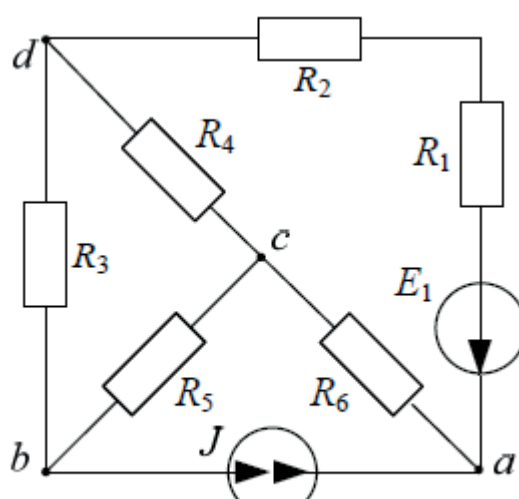
№19



№20



№21



№22

Задача 127. Визначити енергію конденсатора, електроємність якого 200 мкФ, якщо різниця потенціалів на його обкладках становить 1000 В.

Задача 128. Заряд конденсатора $4,8 \cdot 10^{-3}$ Кл, різниця потенціалів на обкладках 600 В. Яка енергія конденсатора?

Задача 129. Визначити енергію плоского конденсатора з площею кожної обкладки 400 см^2 . Товщина діелектрика між пластинами 1,5 мм, заряд на обкладці $2 \cdot 10^{-9}$ Кл ($\epsilon = 6$).

Задача 130. Енергія зарядженого конденсатора ємністю 400 мкФ дорівнює 200 Дж. Визначити різницю потенціалів між його обкладками.

Задача 131. Визначити ємність конденсатора, якщо при різниці потенціалів на його обкладках 1000 В його енергія дорівнює 100 Дж.

Задача 132. Конденсатор з площею пластин по 200 см^2 і відстанню між ними 3 см заряджається до різниці потенціалів $2 \cdot 10^3$ В, після чого від'єднується

від джерела. Потім пластини розсуваються до відстані 7 см. Визначити виконану роботу.

Задача 133. ЕРС джерела струму 100 В, внутрішній опір 5 Ом, опори резисторів $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10$ Ом. Ємність конденсатора 1 мкФ. Визначити величину заряду конденсатора (мкКл) (рис. 4.56).

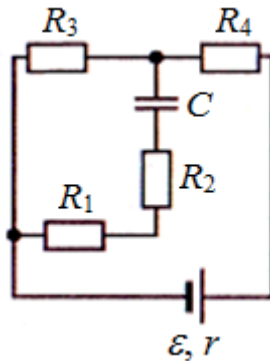


Рис. 4.56.

Задача 134. В електричній схемі, зображеній на рис. 1, $\varepsilon = 4$ В, $r = 0$, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 4$ мкФ. Визначити заряд q_1 (мкКл) на обкладках конденсатора C_1 (рис. 4.57).

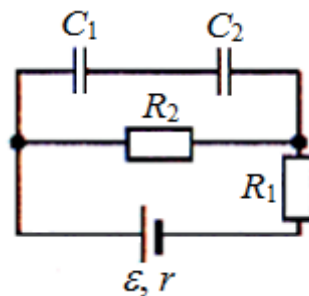


Рис. 4.57.

Задача 135. Резистор і конденсатор з'єднані послідовно з джерелом електрорушійної сили, при цьому заряд на обкладках конденсатора $q_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл. Якщо резистор і конденсатор підключені до джерела електрорушійної сили паралельно, то заряд на обкладках конденсатора $q_2 = 4 \cdot 10^{-4}$ Кл. Знайти внутрішній опір джерела електрорушійної сили r , якщо опір резистора $R = 45$ Ом.

Використані літературні джерела

1. Интенсивный курс физики: электростатика, постоянный электрический ток, магнетизм: учеб. пособие / Е.Н. Бодунов и др. Санкт-Петербург: ФГБОУ ВПО ПГУПС, 2015. 98 с.
2. Антоняк О.Т. Загальна фізика. Основи електрики і магнетизму / Навч. посібн.: [для вищ. навч. закл.]. Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2009. 268 с.
3. Колонтаєвський Ю.П. Короткий нарис історії електрики в особистостях: монографія. Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О.М. Бекетова. Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2017. 111 с.
4. Ильин В.А. История физики. Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. Москва: Академия, 2003. 272 с.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Київ: Вища школа, 1990. 367 с.
6. Савельев Й.В. Курс общей физики. Т.2. Москва: Наука, 1978. 442 с.
7. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: У 3 кн. Кн. 2. Електрика і магнетизм. Навч. посібн. Київ: Вища школа, 2003. 278 с.
8. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка: електричні кола: навчальний посібник для студентів неелектротехнічних спеціальностей усіх форм навчання / О.В. Колот [та ін.]. Краматорськ: ДДМА 2012. 124 с.
9. Матвієнко М.П. Основи електротехніки. Підручник. Київ: Видавництво Ліра-К, 2017. 228 с.
10. Иванова Н.Ю., Комарова И.Э., Бондаренко И.Б., Электрорадиоэлементы. Часть 2. Электрические конденсаторы. Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2015. 94с.
11. <http://fizmat.by/kursy/jelektrichestvo/kondensator>
12. http://ens.tpu.ru/POSOBIE_FIS_KUSN/Электростатика.%20Постоянный%20Ток/05-4.htm
13. Горячева Г.А., Добромислов Е.Р. Конденсаторы. Справочник, Москва: 1984. 164 с.
14. Попов В.С., Николаев С.А. Общая электротехника с основами электроники, Москва: Энергия, 1972. 504 с.
15. Иванова М.С. Линейные электрические цепи. Часть 1. Двухполюсники. Четырехполюсники. Учебное пособие в 2 частях. Хабаровск: ДВГУПС, 2008. 66 с.
16. Матвійчук А.Я., Стінянський В.Л. Електротехніка: навчально-методичний

посібник. Вінницький державний педагогічний університет ім. М. Коцюбинського. Вінниця, 2017. 270 с.

17. Гуржій А.М., Сільвестров А.М., Поворознюк Н.І. Електротехніка з основами промислової електроніки: підруч. для проф.-тех. навч. закладів. Київ: Форум, 2002. 382 с.
18. Паначевний Б.І., Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум. Київ: Каравела, 2003. 440 с.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Активний двополюсник, 33
Густини струму, 9
Двополюсник, 33
Джерело струму, 11
Дрейфова швидкість, 9
Електрична провідність, 14
Електричний опір, 14
Електричний струм, 6
Електрорушійна сила, 12
Конденсатор, 22
Конвекційний струм, 6
Метод вузлової напруги, 40
Метод еквівалентного генератора, 43
Надпровідність, 15
Напруга холостого ходу, 34
Напрямок струму, 7
Номинальний режим, 35
Паралельне з'єднання опорів, 16
Пасивний двополюсник, 33
Питомий електричний опір, 15
Послідовне з'єднання опорів, 15
Постійний струм, 8
Потужність постійного струму, 19
Режим короткого замикання, 34
Режим холостого ходу, 34
Сила струму, 8
Сименс, 14
Спирально намотаний конденсатор, 25
Стационарне електричне поле, 12
Сторонні сили, 12
Струм провідності, 6
Сферичний конденсатор, 24
Узгоджений режим, 35
Фарад, 24
Циліндричний конденсатор, 24

ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК

Ампер, 7

Кірхгоф, 20

Джоуль, 19

Ленц, 19

Ом, 9

Навчальне видання

Павловський Юрій Вікторович
Лендел Вікторія Василівна

Електротехніки та електроніка: розрахунок електричних кіл постійного струму

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

Головний редактор
Ірина Невмержицька

Редактор
Іванна Біблій

Технічний редактор
Наталія Кізима

Коректор
Мар'яна Терес

Комп'ютерний набір
Юрій Павловський

Здано до набору 17.05.19. Підписано до друку 12.06.19.
Формат 60×84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times. Наклад 100 прим.
Ум. друк. арк. 8,6. Зам. № 12.

Редакційно-видавничий відділ Дрогобицького державного педагогічного
університету імені Івана Франка
(свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виробників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 2155
від 12.04.2005 р.)
82100, м. Дрогобич, вул. І.Франка, 24, кім. 43, тел. (0324) 42-23-78