

**Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка**

Олег Кузик, Олеся Даньків

**АКУСТООПТИЧНІ ЯВИЩА
В НАПІВПРОВІДНИКАХ**

**Збірник задач
з прикладами розв'язування**

**Дрогобич
2020**

УДК 534.2+535

П 39

Олег Кузик, Олесь Даньків. Акустооптичні явища в напівпровідниках. Збірник задач з прикладами розв'язування. – Дрогобич : Видавничий відділ ДДПУ ім. І. Франка, 2020. – 54 с.

Навчально-методичний посібник “Акустооптичні явища в напівпровідниках. Збірник задач з прикладами розв'язування” написаний відповідно до програми навчальної дисципліни “Акустооптичні явища в напівпровідниках” для підготовки фахівців другого рівня вищої освіти спеціальностей 014 Середня освіта (Фізика) та 104 Фізика та астрономія, затвердженої вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

У посібнику зібрані задачі з основних розділів акустооптики. На початку кожного параграфу викладено короткі теоретичні відомості та приклади розв'язування типових задач. До більшості задач наведено відповіді.

Рекомендовано до друку вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка (протокол № _____ від “ _____ ” _____ 2020 р.).

Рецензенти:

- доцент кафедри технологічної та професійної освіти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат фізико-математичних наук **Угрин Юрій Орестович**;
- доцент кафедри фізики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат фізико-математичних наук **Павловський Юрій Вікторович**.

З М І С Т

Передмова.....	4
1. Пружні хвилі в кристалах	5
2. Дифракція Рамана-Ната	13
3. Ізотропна дифракція Брега	19
4. Анізотропна дифракція Брега.....	25
5. Акустооптична рефракція.....	33
6. Акустoeлектронний ефект та акустооптичні прилади.....	41
7. Акустолюмінесценція та розсіювання світла на акустичних хвилях.....	47
Література.....	52
Додаток	54

ПЕРЕДМОВА

Серед акустооптичних явищ в першу чергу можна виділити акустооптичну дифракцію, акустооптичну рефракцію, фотоакустичний ефект, розсіювання Мандельштама-Бріллюена, акустолюмінесценцію й опосередковано акустоелектронну взаємодію.

Від середини 60-х років, коли були створені перші лазерні дефлектори і модулятори на основі акустооптичного ефекту, і до сьогодні акустооптика динамічно розвивається і знаходить все більше застосування в різних областях науки і техніки. На даний час існує багато приладів, що дозволяють керувати інтенсивністю, поляризацією, частотою, фазою і напрямком поширення оптичного випромінювання. Окрім цього, акустооптичні методи дозволяють контролювати багато параметрів світлових пучків, що формують зображення.

Велика увага в збірнику приділяється акустооптичній дифракції, особливо в анізотропних кристалах. Більшість матеріалів, що застосовуються в сучасній акустооптиці, є одновісними кристалами. Це не випадково, оскільки акустооптична дифракція в анізотропному середовищі є значно складнішою і представляє більший науковий інтерес як для фундаментального знання, так і для прикладних задач. У подібних анізотропних середовищах геометрія акустооптичної взаємодії дозволяє здійснювати просторову і спектральну фільтрацію світлових пучків найбільш ефективно.

Метою даного посібника є поглиблення і розширення знань студентів про акустооптичні явища в напівпровідниках шляхом розв'язування задач з цієї області фізики. У посібнику зібрані задачі з основних розділів акустооптики.

На початку кожного параграфу приведені стислі теоретичні відомості, що дозволяють пригадати основні поняття і закони даного розділу акустооптики, наведені формули, які використовуються при розв'язуванні задач. Далі йдуть приклади розв'язування типових задач. Кожний параграф закінчується задачами для самостійного розв'язування. До більшості задач наведено відповіді.

1. Пружні хвилі в кристалах



Теоретичні відомості та основні формули

У твердих тілах поширюються поздовжні та поперечні хвилі. Для поперечної хвилі вектор зміщення \vec{u}_T задовольняє рівняння:

$$\operatorname{div} \vec{u}_T = 0. \quad (1.1)$$

Для поздовжньої хвилі вектор зміщення \vec{u}_l задовольняє рівняння:

$$\operatorname{rot} \vec{u}_l = 0. \quad (1.2)$$

Відповідні хвильові рівняння:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}_T}{\partial t^2} - c_T^2 \Delta \vec{u}_T = 0, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{u}_l}{\partial t^2} - c_l^2 \Delta \vec{u}_l = 0, \quad (1.4)$$

де c_l , c_T – відповідно, швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль, які визначаються наступними формулами через пружні модулі (модуль Юнга E і коефіцієнт Пуасона ν або модулі всебічного стиску K і зсуву μ) та густину середовища ρ :

$$c_l = \sqrt{\frac{3K + 4\mu}{3\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}},$$

$$c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}.$$

У монохроматичній пружній хвилі вектор зміщення має вигляд:

$$\vec{u} = \operatorname{Re}[\vec{u}_0(\vec{r})e^{-i\alpha t}], \quad (1.5)$$

де функція $\vec{u}_0(\vec{r})$ задовольняє рівняння

$$c_T^2 \Delta \vec{u}_0 + (c_l^2 - c_T^2) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}_0 + \omega^2 \vec{u}_0 = 0. \quad (1.6)$$

Поздовжня і поперечна частини монохроматичної хвилі задовольняють рівнянням:

$$\Delta \vec{u}_l + k_l^2 \vec{u}_l = 0, \quad \Delta \vec{u}_T + k_T^2 \vec{u}_T = 0, \quad (1.7)$$

де $k_l = \omega / c_l$, $k_T = \omega / c_T$ – хвильові вектори поздовжньої і поперечної хвиль.

Поширення пружних хвиль в анізотропному середовищі описується хвильовим рівнянням:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \lambda_{iklm} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k \partial x_l}, \quad (1.8)$$

де λ_{iklm} – адіабатні значення модулів пружності.

Механічна напруга σ_{ij} в кристалі виражається через компоненти тензора деформації ε_{ij} :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= K \sum_k \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \left(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sum_k \varepsilon_{kk} \right), \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Радіальна механічна напруга:

$$\sigma_{rr} = \left(K + \frac{4}{3} \mu \right) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \left(K - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{2u_r}{r}.$$

При розв'язуванні задач теорії пружності часто переходять до скалярного потенціалу $\vec{u}_l = \vec{\nabla} \varphi$. Тоді рівняння (1.4) набуде вигляду:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (1.10)$$

Приклади розв'язування задач



Приклад 1. Знайдіть частоти радіальних коливань пружної кулі, радіус якої дорівнює R_0 . Швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль дорівнюють c_l та c_t .

Розв'язування.

Розв'язувати задачу зручно у сферичній системі координат з початком відліку в центрі кулі. При радіальних коливаннях вектор зміщення \vec{u} залежить тільки від однієї координати r та від часу t . Тому виконується умова (1.2). Введемо скалярний потенціал

зміщення $u_r = u = \frac{\partial \varphi(r, t)}{\partial r}$. Тоді хвильове рівняння відносно скалярного потенціалу має вигляд (1.10).

Розв'язок цього рівняння шукатимемо у вигляді:

$$\varphi(r, t) = \varphi(r) e^{-i\omega t}. \quad (1.11)$$

Підставивши (1.11) в (1.10), отримаємо:

$$\Delta \varphi(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi(r)}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 \varphi(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi(r)}{\partial r} = -k^2 \varphi(r), \quad (1.12)$$

де $k = \frac{\omega}{c_l}$.

Для знаходження розв'язку цього рівняння зробимо заміну $\varphi = \frac{\chi}{r}$. Тоді рівняння (1.12) прийме вигляд:

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} + k^2 \chi = 0. \quad (1.13)$$

Отже, розв'язок рівняння (1.12) з урахуванням скінченності зміщення в центрі кулі (в точці $r = 0$) набуде вигляду:

$$\varphi(r) = \frac{A \sin kr}{r}$$

або

$$\varphi(r, t) = \frac{A \sin kr}{r} e^{-i\omega t}.$$

Визначимо механічну напругу:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \left(K + \frac{4}{3} \mu \right) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \left(K - \frac{2}{3} \mu \right) \frac{2u_r}{r} = \rho \left(c_l^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2(c_l^2 - 2c_T^2) \frac{u_r}{r} \right) = \\ &= \rho \left(c_l^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + 2(c_l^2 - 2c_T^2) \frac{\partial \varphi / \partial r}{r} \right) = \rho \left((c_l^2 - 2c_T^2) \Delta \varphi + 2c_T^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right) = \\ &= \rho \left(c_l^2 \Delta \varphi - 4c_T^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{1}{r} \right). \end{aligned}$$

Враховавши, що $\Delta \varphi = -k^2 \varphi$, механічну напругу можна представити наступним чином:

$$\sigma_{rr} = \rho \left(-\omega^2 \varphi - 4c_T^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{1}{r} \right).$$

Спектр власних частот знайдемо з граничної умови $\sigma_{rr}(R_0) = 0$:

$$\frac{\sin kR_0}{kR_0} \left(\frac{4c_T^2 k}{R_0^2} - \omega^2 k \right) = \frac{4c_T^2 k \cos kR_0}{R_0^2},$$

або


$$\frac{\operatorname{tg} kR_0}{kR_0} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2 R_0^2}{4c_T^2}},$$

$$\frac{\operatorname{tg} kR_0}{kR_0} = \frac{1}{1 - \left(\frac{c_l k R_0}{2c_T} \right)^2}.$$

Враховавши, що $k = \frac{\omega}{c_l}$, отримаємо трансцендентне рівняння

для визначення частот радіальних коливань пружної кулі:

$$\operatorname{tg} \frac{\omega R_0}{c_l} = \frac{\frac{\omega R_0}{c_l}}{1 - \left(\frac{\omega R_0}{2c_T} \right)^2}.$$

 **Приклад 2.** Пружна куля радіусом R_0 (швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль у матеріалі кулі дорівнюють c_{l1} та c_{t1}) поміщена в іншу пружну кулю радіусом R_1 , де швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль дорівнюють c_{l2} та c_{t2} . Знайдіть частоти радіальних коливань такої системи.

Розв'язування.

Аналогічно до попередньої задачі, виберемо сферичну систему координат з початком відліку в центрі кулі. При радіальних коливаннях вектор зміщення \vec{u} залежить тільки від однієї координати r та від часу t . Тому виконується умова (1.2). Введемо скалярний потенціал зміщення для кожного середовища:

$$u_{r1} = u_1 = \frac{\partial \varphi_1(r, t)}{\partial r}, \quad 0 < r \leq R_0,$$

$$u_{r2} = u_2 = \frac{\partial \varphi_2(r, t)}{\partial r}, \quad R_0 \leq r < R_1.$$

Тоді хвильові рівняння відносно кожного скалярного потенціалу матимуть вигляд (1.10).

Розв'язок цих рівнянь шукатимемо у вигляді:

$$\varphi_i(r, t) = \varphi_i(r) e^{-i\omega t} \quad (i = 1, 2). \quad (1.14)$$

Підставивши (1.14) в (1.10), отримаємо:

$$\Delta \varphi_i(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi_i(r)}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 \varphi_i(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi_i(r)}{\partial r} = -k_i^2 \varphi_i(r), \quad (1.15)$$

де $k_i = \frac{\omega}{c_{ii}}$.

Для знаходження розв'язку цього рівняння зробимо заміну $\varphi_i = \frac{\chi_i}{r}$. Тоді рівняння (1.15) прийме вигляд:

$$\frac{\partial^2 \chi_i}{\partial r^2} + k_i^2 \chi_i = 0. \quad (1.16)$$

Отже, розв'язок рівняння (1.16) з урахуванням скінченності зміщення в центрі кулі (в точці $r = 0$) набуде вигляду:

$$\varphi_1(r) = \frac{A \sin k_1 r}{r},$$

$$\varphi_2(r) = \frac{B \sin k_2 r}{r} + \frac{C \cos k_2 r}{r}$$

або

$$\varphi_1(r, t) = \frac{A \sin k_1 r}{r} e^{-i\omega t},$$

$$\varphi_2(r) = \left(\frac{B \sin k_2 r}{r} + \frac{C \cos k_2 r}{r} \right) e^{-i\omega t}.$$

Визначимо механічну напругу для кожного з двох середовищ:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \left(K^{(i)} + \frac{4}{3} \mu^{(i)} \right) \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + \left(K^{(i)} - \frac{2}{3} \mu^{(i)} \right) \frac{2u_r^{(i)}}{r} =$$

$$\begin{aligned}
&= \rho^{(i)} \left(c_l^2 \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + 2(c_{li}^2 - 2c_{Ti}^2) \frac{u_r^{(i)}}{r} \right) = \\
&= \rho^{(i)} \left(c_{li}^2 \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial r^2} + 2(c_{li}^2 - 2c_{Ti}^2) \frac{\partial \varphi_i / \partial r}{r} \right) = \rho^{(i)} \left((c_{li}^2 - 2c_{Ti}^2) \Delta \varphi_i + 2c_{Ti}^2 \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial r^2} \right) = \\
&= \rho^{(i)} \left(c_{li}^2 \Delta \varphi_i - 4c_{Ti}^2 \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \frac{1}{r} \right).
\end{aligned}$$

Врахувавши, що $\Delta \varphi_i = -k_i^2 \varphi_i$, механічну напругу можна представити наступним чином:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \rho^{(i)} \left(-\omega^2 \varphi_i - 4c_{Ti}^2 \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \frac{1}{r} \right).$$

На межі між пружною кулею та іншим пружним середовищем повинні виконуватись умови рівності механічних напруг та зміщень, а також повинна виконуватися умова $\sigma_{rr}(R_1) = 0$:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{(1)}(R_0) = \sigma_{rr}^{(2)}(R_0); \\ u_r^{(1)}(R_0) = u_r^{(2)}(R_0); \\ \sigma_{rr}^{(2)}(R_1) = 0. \end{cases} \quad (1.17)$$

Система (1.17) є системою лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих A, B, C . Спектр власних частот знайдемо з умови нетривіальності розв'язків цієї системи, тобто рівності нулю визначника, складеного з коефіцієнтів біля невідомих:

$$\begin{vmatrix} \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(2)}} a^{(1)}(R_0) & -a^{(2)}(R_0) & -b^{(2)}(R_0) \\ c^{(1)} & -c^{(2)} & d^{(2)} \\ 0 & a^{(2)}(R_1) & b^{(2)}(R_1) \end{vmatrix} = 0,$$

$$\text{де } a^{(i)}(R_0) = \left(\frac{4c_{Ti}^2}{R_0^2} - \omega^2 \right) \sin k_i R_0 - 4c_{Ti}^2 k_1 \frac{\cos k_i R_0}{R_0};$$

$$b^{(i)}(R_0) = \left(\frac{4c_{Ti}^2}{R_0^2} - \omega^2 \right) \cos k_i R_0 + 4c_{Ti}^2 k_1 \frac{\sin k_i R_0}{R_0};$$

$$c^{(i)} = k_i \frac{\cos k_i R_0}{R_0} - \frac{\sin k_i R_0}{R_0^2}; \quad d^{(i)} = k_i \frac{\sin k_i R_0}{R_0} + \frac{\cos k_i R_0}{R_0^2}.$$

У результаті отримаємо трансцендентне рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(2)}} a^{(1)}(R_0) \left(c^{(2)} b^{(2)}(R_1) + a^{(2)}(R_1) d^{(2)} \right) = \\ = c^{(1)} \left(a^{(2)}(R_1) b^{(2)}(R_0) + a^{(2)}(R_0) b^{(2)}(R_1) \right). \end{aligned}$$

Це рівняння визначає власні частоти радіальних коливань досліджуваної системи.

Задачі для самостійного розв'язування

- 1.1. Знайдіть коефіцієнт відбивання поздовжньої монохроматичної хвилі, що падає під довільним кутом θ_0 на межу тверде тіло – вакуум. Швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль у твердому тілі дорівнюють c_l та c_t , відповідно.
- 1.2. Виведіть формулу, що встановлює зв'язок між відношенням швидкостей поздовжньої та поперечної хвиль і коефіцієнтом Пуассона.
- 1.3. Визначте коефіцієнт відбивання поперечної монохроматичної хвилі (напрямок коливань лежить в площині падіння), що падає під деяким кутом θ_0 на межу тверде тіло – вакуум. Швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль у твердому тілі дорівнюють c_l та c_t , відповідно.
- 1.4. Знайдіть частоти радіальних коливань пружної кулі з радіусом R_0 . Швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль дорівнюють c_l та c_t , відповідно.
- 1.5. Визначте частоту радіальних коливань сферичної порожнини радіусом R_0 в необмеженому пружному середовищі. Вважати, що швидкість поздовжніх хвиль є набагато більшою, ніж поперечних. Швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль дорівнюють c_l та c_t , відповідно.
- 1.6. Пружна куля радіусом R_0 (швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль у матеріалі кулі дорівнюють c_{II} та c_{II})

поміщена в іншу пружну кулю радіусом R_1 , де швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль дорівнюють c_{l2} та c_{t2} . Знайдіть частоти радіальних коливань такої системи.

- 1.7. Визначте закон дисперсії пружних хвиль, що поширюються у кубічному кристалі в кристалографічній площині (001) (площина грані куба). Густина середовища ρ , пружні модулі $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.
- 1.8. Встановіть закон дисперсії пружних хвиль, що поширюються у кубічному кристалі в кристалографічному напрямку [111] (напрямок діагоналі куба). Густина середовища ρ , пружні модулі $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.
- 1.9. Встановіть закон дисперсії пружних хвиль, що поширюються у кристалі гексагональної системи. Густина середовища дорівнює ρ . Врахуйте, що в гексагональних кристалах є п'ять незалежних модулів пружності ($\lambda_{xxxx} = \lambda_{yyyy} = a$, $\lambda_{xyxy} = b$, $\lambda_{xxyy} = a - 2b$, $\lambda_{xxzz} = \lambda_{yyzz} = c$, $\lambda_{xzxz} = \lambda_{yzyz} = d$, $\lambda_{zzzz} = f$).
- 1.10. Плоскопаралельний шар товщиною h (середовище 1) лежить на пружному напівбезмежному просторі (середовище 2). Визначте залежність частоти від хвильового вектора для поперечних хвиль в шарі 1 з напрямками коливань, паралельними межах шару. Вважати, що модулі зсуву та швидкості звуку в обох середовищах відомі.
- 1.11. Визначте частоти власних поперечних коливань стержня довжиною l , один з кінців якого закріплений, а інший – вільний. Модуль Юнга матеріалу дорівнює E , а густина – ρ .
- 1.12. Визначте частоти власних поперечних коливань стержня довжиною l , два кінці якого закріплені. Модуль Юнга матеріалу дорівнює E , а густина – ρ .
- 1.13. Запишіть вираз для пружної енергії ізотропного тіла в третьому наближенні (з урахуванням ангармонічних доданків).

2. Дифракція Рамана-Ната



Теоретичні відомості та основні формули

Напряма на кожен з дифракційних максимумів у випадку дифракції Рамана-Ната можна визначити як в звичайній плоскій дифракційній ґратці:

$$\lambda_{us} \sin \theta_k = k \lambda / n, \quad (2.1)$$


де θ_k – кут відхилення на k -ий дифракційний максимум; λ_{us} , λ – відповідно, довжина акустичної та електромагнітної хвилі; n – показник заломлення.

З рівняння (2.1) можна отримати:

$$\sin \theta_k = \frac{k \lambda f}{n v_{us}}, \quad (2.2)$$

де f – частота ультразвуку; v_{us} – швидкість звуку.

Приклади розв'язування задач

 *Приклад 1.* При спостереженні дифракційної картини Рамана-Ната в кристалі з показником заломлення **1,5** для монохроматичного випромінювання (**4,5 мкм**) виявили, що максимум 10-го порядку є відхилений на кут **18°**. Визначте швидкість звуку в цьому кристалі, якщо для спостереження дифракції використовували ультразвук частотою **30 МГц**.

Розв'язування.

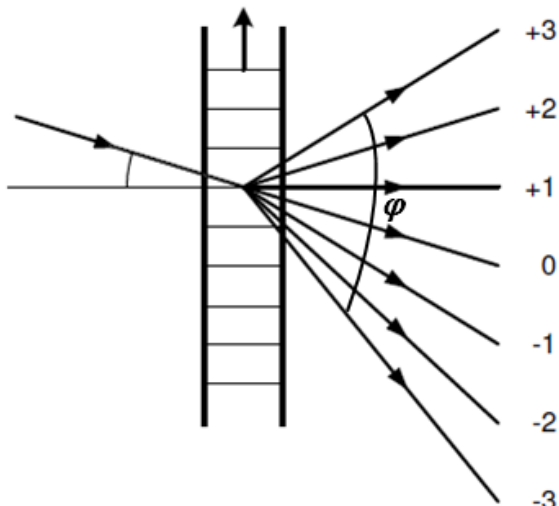
Скористаємося формулою (2.2). Тоді швидкість звуку:

$$v_{us} = \frac{k \lambda f}{n \sin \theta_k} = \frac{10 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 3 \cdot 10^7 \text{ Гц}}{1,5 \cdot \sin 18^\circ} = 2912 \text{ м/с}.$$



Приклад 2. На кристал ($n = 1,5$) під деяким кутом до напрямку поширення акустичної хвилі (довжина хвилі $0,01 \text{ мм}$) падає монохроматична світлова хвиля. Зорова труба спектрометра наведена на максимум третього порядку дифракційної картини Рамана-Ната. Щоб навести трубу на інший симетричний дифракційний максимум, трубу потрібно повернути на кут 20° . Яка довжина світлової хвилі?

Розв'язування.



На рисунку приведено схему дифракційної картини Рамана-Ната. З рисунку бачимо, що кут відхилення на 3-ій дифракційний максимум $\theta_3 = \frac{\varphi}{2}$ (відповідно до умови задачі $\varphi = 20^\circ$). Скориставшись формулою (2.1),

отримаємо:

$$\lambda_{us} \sin \varphi / 2 = k \lambda / n \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_{us} n \sin \varphi / 2}{k} = \frac{10^{-5} \cdot 1,5 \cdot \sin 10^\circ}{3} = 0,87 \text{ мкм.}$$



Приклад 3. Для спостереження дифракції Рамана-Ната через рідкий кристал ($n = 1,3$) пропускають ультразвукову хвилю довжиною $0,055 \text{ мм}$. На цей кристал нормально до напрямку поширення ультразвуку падає електромагнітна хвиля, яку пропустили через світлофільтр. Фільтр пропускає хвилі довжиною від 6 мкм до $6,5 \text{ мкм}$. Чи будуть накладатися один на одного спектри різних порядків?

Розв'язування.

Спочатку визначимо, який максимальний порядок дифракції $k_{1\max}$ та $k_{2\max}$ може спостерігатися для найбільшої ($\lambda_1 = 6,5 \text{ мкм}$) та найменшої довжини ($\lambda_2 = 6 \text{ мкм}$) світлової хвилі. Оскільки найбільше

значення функції \sin дорівнює одиниці, то з формули (2.1) отримуємо:

$$k_{1\max} = \frac{\lambda_{us} n}{\lambda_1} = \frac{55 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3}{6,5 \cdot 10^{-6}} = 11;$$

$$k_{2\max} = \frac{\lambda_{us} n}{\lambda_2} = \frac{55 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3}{6 \cdot 10^{-6}} \approx 11.$$

Тепер визначимо, з якого порядку дифракції відбувається перекриття спектрів різних порядків. Очевидно, що найшвидше перекриття відбувається для крайніх довжин хвиль, які пропускає світлофільтр, у сусідніх порядках спектрів k та $k + 1$. Тоді повинні виконуватися умови:

$$\lambda_{us} \sin \theta_{1k} = k \lambda_1 / n \quad \text{та} \quad \lambda_{us} \sin \theta_{2k+1} = (k + 1) \lambda_2 / n.$$

Зрозуміло, що оскільки має місце перекриття, то $\sin \theta_{1k} = \sin \theta_{2k+1}$. Отже,

$$k \lambda_1 = (k + 1) \lambda_2 \quad \text{або} \quad k = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = 12.$$

Оскільки теоретично перекриття можливе тільки з 12 порядку, а максимальний порядок дифракції, який може спостерігатися не перевищує 11, то перекриття спектрів неможливе.

Задачі для самостійного розв'язування

- 2.1. Яка довжина звукової хвилі, якщо при спостереженні в монохроматичному світлі ($\lambda = 0,6$ мкм) дифракції Рамна-Ната на цій акустичній хвилі максимум п'ятого порядку є відхилений на кут 18° .

Відповідь: 9,7 мкм

- 2.2. У напівпровіднику поширюється акустична хвиля частотою **50 МГц** зі швидкістю **1500 м/с**. На цей кристал ($n = 1,5$), перпендикулярно до напрямку поширення акустичної хвилі, спрямовано пучок монохроматичного світла ($\lambda = 9$ мкм). Визначте кут між початковим напрямком світла і напрямком на четвертий дифракційний максимум.

Відповідь: 53°

2.3. При спостереженні дифракційної картини Рамана-Ната у кристалі з показником заломлення **1,5** для монохроматичного випромінювання (**4,5 мкм**) виявили, що максимум 10-го порядку відхилений на кут **18°**. Визначте швидкість звуку в цьому кристалі, якщо для спостереження дифракції використовували ультразвук частотою **30 МГц**.

Відповідь: 2910 м/с

2.4. На кристал ($n = 1,5$), перпендикулярно до напрямку поширення акустичної хвилі довжиною хвилі **0,01 мм**, падає монохроматична світлова хвиля. Зорова труба спектрометра наведена на максимум третього порядку дифракційної картини Рамана-Ната. Щоб навести трубу на інший симетричний дифракційний максимум, трубу потрібно повернути на кут **20°**. Яка довжина світлової хвилі?

Відповідь: 870 нм

2.5. У дифракційній картині раман-натівського режиму максимум 2-го порядку відхилений на кут **14°**. На який кут відхилений максимум 3-го порядку?

Відповідь: 21°17'

2.6. Акустична хвиля довжиною **5 мкм** поширюється у прозорому напівпровідниковому кристалі ($n = 1,5$). На кристал, перпендикулярно до напрямку поширення акустичної хвилі, падає монохроматичне світло з довжиною хвилі **0,9 мкм**. Якого найбільшого порядку можна спостерігати дифракційний максимум при раман-натівському режимі?

Відповідь: 8

2.7. Акустична хвиля з частотою **30 МГц** поширюється у прозорому напівпровідниковому кристалі ($n = 1,5$) зі швидкістю **1500 м/с**. На кристал, перпендикулярно до

напрямку поширення акустичної хвилі, падає електромагнітна хвиля довжиною **10 мкм**. Яка загальна кількість дифракційних максимумів спостерігається при дифракції Рамана-Ната?

Відповідь: 15

2.8. У прозорому кристалі поширюється електромагнітна хвиля довжиною **1,06 мкм** і акустична хвиля довжиною **3 мкм**. Напрями поширення цих хвиль є взаємоперпендикулярні. Знайти кут, на який відхиляється електромагнітна хвиля у максимумі 3-го порядку.

Відповідь: 45°

2.9. Для спостереження дифракції Рамана-Ната через рідкий кристал пропускають ультразвукову хвилю довжиною **0,075 мм**. На цей кристал, нормально до напрямку поширення ультразвуку, падає світло, яке пропустили через світлофільтр. Фільтр пропускає хвилі довжиною від **600 нм** до **650 нм**. З якого найменшого порядку дифракційної картини починають накладатися спектри різних порядків?

Відповідь: 12

2.10. Для спостереження дифракції Рамана-Ната через рідкий кристал ($n = 1,4$) пропускають ультразвукову хвилю довжиною **0,055 мм**. На цей кристал, нормально до напрямку поширення ультразвуку, падає електромагнітна хвиля, яку пропустили через світлофільтр. Фільтр пропускає хвилі довжиною від **6 мкм** до **6,5 мкм**. Чи будуть накладатися один на одного спектри різних порядків?

2.11. При спостереженні дифракції білого світла на акустичній хвилі спектри другого і третього порядків частково перекриваються. На яку довжину хвилі у спектрі другого

порядку накладається фіолетове світло (**400 нм**) спектру третього порядку?

Відповідь: 600 нм

2.12. Довжина акустичної хвилі в 10 разів більша за довжину світлової хвилі, що нормально падає на поверхню твердого тіла ($n = 2$). Визначити відстань між другими дифракційними максимумами (дифракція Рамана-Ната) на екрані, який розташований на відстані **1 м** від прозорого кристалу.

Відповідь: 20 см

2.13. На акустичній хвилі довжиною **0,02 мм** спостерігається дифракція інфрачервоного немонахроматичного випромінювання з довжиною хвилі в інтервалі від **4 мкм** до **7,8 мкм** (режим Рамана-Ната). Спектр проектується на екран за допомогою лінзи, яка розташована біля кристалу. Визначте ширину спектру 1-го порядку, якщо відстань від лінзи до екрану дорівнює **3 м**. Показник заломлення вважати рівним **1**.

Відповідь: 0,66 м

2.14. У напівпровіднику вздовж поверхні поширюється акустична хвиля. На цей кристал нормально падає світло (**650 нм**), для якого кут другого дифракційного максимуму дорівнює **45°**. Знайти кут дифракції для лінії **500 нм** у третьому порядку спектру.

Відповідь: 55°

3. Ізотропна дифракція Брега



Теоретичні відомості та основні формули

Брегівська дифракційна картина складається переважно з двох дифракційних максимумів нульового і першого порядків, які проявляються тільки за певних кутів падіння електромагнітної хвилі поблизу кута Брега θ_B . За таких умов боковий максимум (брегівський максимум) утворюється як селективне відбивання світла від хвильових фронтів ультразвуку.

Закон збереження імпульсу та енергії для взаємодіючих електромагнітної та акустичної хвиль:

$$\begin{aligned}\vec{k}_d &= \vec{k}_i \pm \vec{K}, \\ \omega_d &= \omega_i \pm 2\pi f,\end{aligned}$$

де ω_i і \vec{k}_i , ω_d і \vec{k}_d – циклічні частоти і хвильові вектори падаючого та дифрагованого світла; f , \vec{K} – частота та хвильовий вектор акустичної хвилі. В ізотропному середовищі абсолютні значення хвильових векторів падаючого та дифрагованого світла є однаковими і визначаються наступним чином

$$|\vec{k}_i| = |\vec{k}_d| = 2\pi/\lambda; \quad |\vec{K}| = 2\pi/\lambda_{us}.$$

При ізотропній дифракції кут Брега визначається співвідношенням:


$$\sin\theta_B = \frac{\lambda f}{2n v}, \quad (3.1)$$

де n – показник заломлення; v – швидкість звуку; λ – довжина електромагнітної хвилі. Також можна записати, що

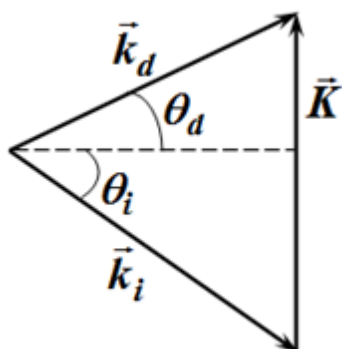
$$\sin\theta_B = \frac{\lambda}{2n \lambda_{us}}, \quad (3.2)$$

де λ_{us} – довжина звукової хвилі.

Приклади розв'язування задач


 **Приклад 1.** Виведіть формулу для кута Брега при дифракції електромагнітної хвилі довжиною λ на акустичній хвилі довжиною λ_{us} , яка поширюється в ізотропному кристалі з показником заломлення n .

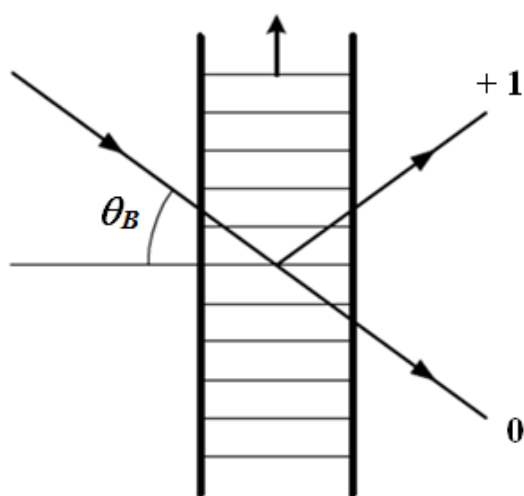
Розв'язування.



Скористаємось векторною діаграмою (див. рисунок), яка виражає закон збереження імпульсу $\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{K}$. Оскільки в ізотропному середовищі показники заломлення падаючого та дифрагованого променя є однаковими, даний трикутник є рівнобедреним, а кути θ_d (θ_B) і θ_i є рівними.

$$\text{Таким чином, } \sin\theta_B = \frac{|\vec{K}|/2}{|\vec{k}_i|} = \frac{\lambda}{2n\lambda_{us}}.$$

 **Приклад 2.** У прозорому кристалі ($n = 1,8$) вздовж поверхні поширюється ультразвукова хвиля з частотою 2 ГГц . На поверхню кристалу для спостереження 1-го дифракційного



максимуму на акустичній хвилі потрібно спрямувати паралельний пучок світла ($\lambda = 532 \text{ нм}$) під кутом 5° до фронту плоскої акустичної хвилі. Визначте швидкість звуку в цьому кристалі.

Розв'язування.

На рисунку приведено схему дифракційної картини Брега. Для

визначення швидкості звуку скористаємося формулою (3.1):

$$\begin{aligned}\sin\theta_B &= \frac{\lambda f}{2n\nu} \Rightarrow \nu = \frac{\lambda f}{2n\sin\theta_B} = \\ &= \frac{532 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^9}{2 \cdot 1,8 \cdot \sin 5^\circ} = 3391 \text{ м/с}.\end{aligned}$$



Приклад 3. Визначте мінімальну довжину акустичної хвилі, для якої ще спостерігається брегівська дифракція, якщо довжина світлової хвилі **1 мкм**, а показник заломлення дорівнює **1,5**. Показник заломлення падаючого та дифрагованого світла вважати однаковими.

Розв'язування.

З формули (3.2) бачимо, що при зменшенні довжини акустичної хвилі, збільшується кут Брега. Оскільки найбільше значення функції **sin** дорівнює одиниці, то з формули (3.2) отримуємо:

$$\lambda_{us \min} = \frac{\lambda}{2n} = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 1,5} = 0,33 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

3.1. Виведіть формулу для кута Брега при дифракції електромагнітної хвилі довжиною λ на акустичній хвилі довжиною λ_{us} , яка поширюється в ізотропному кристалі з показником заломлення n .

$$\text{Відповідь: } \sin\theta_B = \frac{\lambda}{2n\lambda_{us}}$$

3.2. У кристалі ніобіту літію збуджується поздовжня акустична хвиля з частотою **1 ГГц** за допомогою п'єзоелектричного перетворювача. Визначте кут падіння лазерного пучка з довжиною хвилі **630 нм** на поверхню кристалу ($n = 2,29$) для

спостереження дифракції Брега. Швидкість поширення акустичної поздовжньої хвилі в кристалі LiNbO_3 дорівнює **6550 м/с**.

Відповідь: 6°

3.3. У кристалі парателуриту (TeO_2) збуджується стояча акустична хвиля з частотою **1 ГГц** за допомогою п'єзоелектричного перетворювача. Визначте кут падіння лазерного пучка на поверхню кристалу для спостереження дифракції Брега, якщо довжина світлової хвилі в кристалі **532 нм**. Швидкість поширення акустичної поздовжньої хвилі в кристалі TeO_2 дорівнює **616 м/с**.

Відповідь: $12,5^\circ$

3.4. На грань кристалу арсеніду галію ($n = 3,8$), по якій поширюється акустична хвиля, падає паралельний пучок променів з довжиною хвилі **1,1 мкм**. Визначте довжину ультразвукової хвилі, якщо дифракційний максимум спостерігається, коли випромінювання падає під кутом **16°** до фронту плоскої акустичної хвилі.

Відповідь: 0,525 мкм

3.5. У прозорому кристалі ($n = 1,8$) вздовж поверхні поширюється ультразвукова хвиля з частотою **2 ГГц**. На поверхню кристалу для спостереження 1-го дифракційного максимуму на акустичній хвилі потрібно спрямувати паралельний пучок світла ($\lambda = 532 \text{ нм}$) під кутом **5°** до фронту плоскої акустичної хвилі. Визначте швидкість звуку в цьому кристалі.

Відповідь: 3391 м/с

3.6. Яка довжина монохроматичного інфрачервоного випромінювання, що падає на кристал GaAs ($n = 3,8$), якщо дифракційний максимум (ізотропна дифракція Брега)

спостерігається тоді, коли кут між напрямком випромінювання та фронтом плоскої акустичної хвилі довжиною **3 мкм** дорівнює **3°**?

Відповідь: 1,19 мкм

3.7. Паралельний пучок інфрачервоного випромінювання падає на грань кристалу з показником заломлення **1,88**. Вздовж цієї грані в кристалі поширюється ультразвукова хвиля з частотою **500 МГц**. Максимум брегівської дифракції спостерігається під кутом падіння **9°12'**. Визначте довжину хвилі інфрачервоного випромінювання, якщо швидкість звуку в кристалі дорівнює **2500 м/с**.

Відповідь: 3 мкм

3.8. Максимум ізотропної дифракції Брега для електромагнітної хвилі довжиною **739 нм** спостерігається тоді, коли кут між напрямком випромінювання і фронтом плоскої акустичної хвилі дорівнює **30°**. Яким повинен бути брегівський кут для світла з довжиною хвилі **600 нм**?

Відповідь: 38°

3.9. Який показник заломлення кристалу, якщо брегівський кут дорівнює **6°**, а довжина акустичної хвилі вдвічі більша за довжину електромагнітної хвилі?

Відповідь: 2,39

3.10. Чи може спостерігатися брегівська дифракція в ізотропному кристалі арсеніду галію ($n = 3,8$) для електромагнітної хвилі довжиною **1,5 мкм**, якщо довжина ультразвукової хвилі дорівнює **1 мкм**?

Відповідь: Так

3.11. Визначте мінімальну довжину акустичної хвилі, для якої ще спостерігається брегівська дифракція, якщо довжина світлової

хвилі **1 мкм**, а показник заломлення дорівнює **1,5**. Показник заломлення падаючого та дифрагованого світла вважати однаковими.

Відповідь: 0,33 мкм

3.12. Визначте максимальну частоту ультразвуку, за якої спостерігається брегівська дифракція в кристалі ніобіту літію ($n = 2,29$) для світла з довжиною хвилі **550 нм**. Швидкість звуку в кристалі LiNbO_3 дорівнює **6550 м/с**.

Відповідь: 54,5 ГГц

3.13. Найбільша частота акустичної хвилі, за якої в прозорому кристалі можна спостерігати брегівську дифракцію, для світла з довжиною хвилі **600 нм** дорівнює **20 ГГц**. За якої максимальної частоти ультразвуку в цьому кристалі можна спостерігати дифракцію Брега для світла з довжиною хвилі **650 нм**?

Відповідь: 18,46 ГГц

3.14. Визначте швидкість звуку в ізотропному твердому тілі ($n = 1,5$), якщо для випромінювання з довжиною хвилі **1,1 мкм** брегівська дифракція може спостерігатися на ультразвуці, частота якого не перевищує **6 ГГц**.

Відповідь: 2200 м/с

3.15. Визначте показник заломлення ізотропного кристалу, якщо для електромагнітної хвилі довжиною **1 мкм** мінімальна довжина акустичної хвилі, при якій можна ще спостерігати дифракцію Брега, дорівнює **0,2 мкм**.

Відповідь: 2,5

4. Анізотропна дифракція Брега



Теоретичні відомості та основні формули

При анізотропній дифракції кут Брега та кут дифракції визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned}\sin\theta_i = \sin\theta_B &= -\frac{\lambda f}{2n_i v} \left[1 + \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right], \\ \sin\theta_d &= \frac{\lambda f}{2n_d v} \left[1 - \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right],\end{aligned}\quad (4.1)$$

де n_i , n_d – показники заломлення, відповідно, для падаючого і дифрагованого променя; v , f – швидкість та частота звуку; λ – довжина електромагнітної хвилі.

В анізотропному середовищі абсолютні значення хвильових векторів падаючого і дифрагованого світла є різними і визначаються наступним чином:

$$|\vec{k}_i| = 2\pi n_i / \lambda; \quad |\vec{k}_d| = 2\pi n_d / \lambda.$$

Анізотропна дифракція спостерігається тільки в певному діапазоні частот акустичної хвилі $f \in [f_{\min}, f_{\max}]$. В одновісних кристалах, якщо світлова і ультразвукова хвилі поширюються перпендикулярно до оптичної осі і $n_0 > N_e$:

$$f_{\min} = \frac{v(n_0 - N_e)}{\lambda}, \quad (4.2)$$

$$f_{\max} = \frac{v(n_0 + N_e)}{\lambda}, \quad (4.3)$$


де n_0 – показник заломлення звичайної хвилі в одновісному кристалі; N_e – мінімальне значення показника заломлення для незвичайної хвилі. У цьому випадку вважається, що падаюча хвиля є звичайною, а дифрагована – незвичайною.

Залежність кута Брега від частоти акустичної хвилі при штучно створеній анізотропії за рахунок деформації кристалу:

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda f}{2n\nu} \left[1 \pm \frac{2n\nu^2}{\lambda^2 f^2} \Delta n \right],$$

де Δn – наведене статичною деформацією подвійне заломлення середовища.

Приклади розв'язування задач

 **Приклад 1.** Виведіть формулу для кута Брега при дифракції електромагнітної хвилі довжиною λ на акустичній хвилі довжиною λ_{us} , яка поширюється в анізотропному кристалі, якщо показники заломлення для падаючого та дифрагованого променя дорівнюють n_i і n_d .

Розв'язування.

При вивченні дифракційної картини Брега необхідно враховувати співвідношення між фазами хвиль в напрямку довжини області акустооптичної взаємодії. Фізична природа дифракції світла на ультразвуковій хвилі є аналогічною до дифракції рентгенівських променів на кристалічній ґратці. Для виведення закономірностей такої дифракції розглянемо два когерентні промені (AD і BC), які відбиваються від двох сусідніх областей, що коливаються в однаковій фазі. Очевидно, що оптична різниця ходу між цими променями:

$$\Delta = ABn_i + BCn_d - ADn_d. \quad (4.4)$$

З рисунка бачимо, що $AB = \lambda_{us}/\sin \theta_B$, $BC = \lambda_{us}/\sin \theta_d$, $AD = \frac{\lambda_{us} \cos \theta_d}{\text{tg } \theta_B} + \frac{\lambda_{us} \cos \theta_d}{\text{tg } \theta_d}$. Тоді, підставляючи дані значення у формулу (4.4), отримаємо:

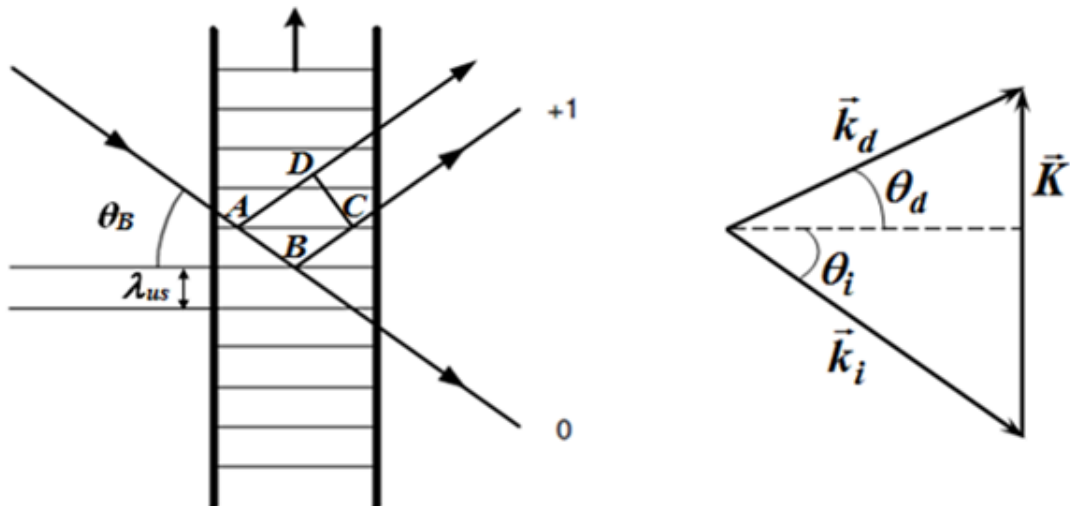
$$\Delta = \frac{\lambda_{us}}{\sin \theta_B} n_i + \frac{\lambda_{us}}{\sin \theta_d} n_d - \left(\frac{\lambda_{us} \cos \theta_d}{\text{tg } \theta_B} + \frac{\lambda_{us} \cos \theta_d}{\text{tg } \theta_d} \right) n_d. \quad (4.5)$$

З векторної діаграми бачимо, що

$$n_d \cos \theta_d = n_i \cos \theta_i \quad (\theta_i \equiv \theta_B). \quad (4.6)$$

Тоді формулу (4.5) можна переписати у вигляді:

$$\Delta = \lambda_{us} \sin \theta_B n_i + \lambda_{us} \sin \theta_d n_d.$$



Згідно принципу Гюйгенса-Френеля, максимум дифракції спостерігатиметься за умови, що $\Delta = \lambda$. Тоді отримуємо рівняння для визначення кута Брега:

$$\lambda_{us} \sin \theta_B n_i + \lambda_{us} \sin \theta_d n_d = \lambda. \quad (4.7)$$

Аналогічне співвідношення можна отримати з векторної діаграми (див. рисунок):


$$|\vec{k}_i| \sin \theta_B + |\vec{k}_d| \sin \theta_d = |\vec{K}| \quad (4.8)$$

або

$$\frac{n_i \sin \theta_B}{\lambda} + \frac{n_d \sin \theta_d}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_{us}}. \quad (4.9)$$

Розв'язавши систему рівнянь (3) і (4), отримаємо:

$$\sin \theta_i = \sin \theta_B = \frac{\lambda}{2n_i \lambda_{us}} \left[1 + \frac{\lambda_{us}^2}{\lambda^2} (n_i^2 - n_d^2) \right]. \quad (4.10)$$

 **Приклад 2.** В анізотропному кристалі показник заломлення для падаючого променя дорівнює **1,65**, а для дифрагованого – **1,71**. Визначте кут, на який відхиляється промінь при дифракції світла на акустичній хвилі, якщо довжина ультразвукової хвилі в 4 рази більша, ніж світлової.

Розв'язування.

При анізотропній дифракції кут дифракції визначається співвідношенням:

$$\sin\theta_d = \frac{\lambda f}{2n_d v} \left[1 - \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right], \quad (4.11)$$

де $n_i = 1,65$ і $n_d = 1,71$ – показники заломлення для падаючого та дифрагованого променя, відповідно. Врахувавши, що $\frac{v}{f} = \lambda_{us}$ (λ_{us} – довжина звукової хвилі), формулу для визначення кута дифракції можна переписати наступним чином:

$$\sin\theta_d = \frac{\lambda}{2n_d \lambda_{us}} \left[1 - \frac{\lambda_{us}^2}{\lambda^2} (n_i^2 - n_d^2) \right]. \quad (4.12)$$

Оскільки за умовою задачі $\frac{\lambda}{\lambda_{us}} = \frac{1}{4}$, то

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{1}{2 \cdot 1,71 \cdot 4} \left[1 - 4^2 \cdot (1,65^2 - 1,71^2) \right]\right) = 18^\circ.$$



Приклад 3. Визначте швидкість звуку в ізотропному кристалі, якщо при наведеному статичною деформацією подвійному заломленні середовища $\Delta n = 0,12$, брегівський кут для дифракції електромагнітного випромінювання (**1 мкм**) на акустичній хвилі частотою **0,9 ГГц** у кристалі з показником заломлення **1,5** дорівнює **30°**.

Розв'язування.

Зовнішній статичний тиск у заданому напрямку порушує ізотропність кристалу, змінюючи компоненти тензора діелектричної проникності. В результаті такий кристал стає подібним до одновісного, в якому можливе подвійне променезаломлення. У такому випадку брегівський кут обчислюється за формулою

$$\sin\theta_B = \frac{\lambda f}{2n v} \left[1 \pm \frac{2n v^2}{\lambda^2 f^2} \Delta n \right], \quad \text{де знак “-” відповідає від’ємній}$$

величині Δn (і навпаки). Зробимо заміну $x = \frac{\lambda f}{v}$. Тоді отримаємо

квадратне рівняння $\sin \theta_B = \frac{x}{2n} \left[1 + \frac{2n\Delta n}{x^2} \right]$, або

$$x^2 - 2n \sin \theta_B x + 2n\Delta n = 0, \quad (4.13)$$

$$x = n \sin \theta_B \pm \sqrt{(n \sin \theta_B)^2 - 2n\Delta n} = 1,5 \cdot 0,5 \pm \sqrt{(1,5 \cdot 0,5)^2 - 2 \cdot 1,5 \cdot 0,12}.$$

Звідси отримуємо, що $x_1 = 0,3$, $x_2 = 1,2$. Тепер знайдемо швидкість звуку:

$$v_1 = \frac{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^8}{0,3} = 3000 \text{ м/с}, \quad v_2 = \frac{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^8}{1,2} = 750 \text{ м/с}.$$

Другий корінь слід відкинути, оскільки довжина звукової хвилі буде менша, ніж електромагнітної. У такому випадку явище дифракції не спостерігається.

Задачі для самостійного розв'язування

4.1. Виведіть формулу для кута Брега при дифракції електромагнітної хвилі довжиною λ на акустичній хвилі довжиною λ_{us} , яка поширюється в анізотропному кристалі, якщо показники заломлення для падаючого та дифрагованого променя дорівнюють n_i і n_d .

$$\text{Відповідь: } \sin \theta_i = \frac{\lambda}{2n_i \lambda_{us}} \left[1 + \frac{\lambda_{us}^2}{\lambda^2} (n_i^2 - n_d^2) \right]$$

4.2. В анізотропному кристалі показник заломлення для падаючого променя дорівнює **1,5**, а для дифрагованого – **1,46**. Визначте кут падіння для спостереження дифракції світла на акустичній хвилі, якщо довжина ультразвукової хвилі в 4 рази більша, ніж світлової.

Відповідь: 14°

4.3. В анізотропному кристалі показник заломлення для падаючого променя дорівнює **1,65**, а для дифрагованого – **1,71**. Визначте кут, на який відхиляється промінь при дифракції світла на

акустичній хвилі, якщо довжина ультразвукової хвилі в 4 рази більша, ніж світлової.

Відповідь: 18°

- 4.4. Акустична хвиля поширюється вздовж поверхні кристалу. Визначте, у скільки разів відрізняються довжини звукової та електромагнітної хвиль, якщо брегівська дифракція спостерігається при нормальному падінні на кристал. Показники заломлення падаючого і дифрагованого променів дорівнюють **1,5** та **1,45**, відповідно.

Відповідь: 2,6

- 4.5. Кут падіння для спостереження дифракції Брега на ультразвуці з довжиною хвилі **8 мкм** становить **30°** . Знайдіть довжину електромагнітної хвилі. Показники заломлення падаючого і дифрагованого світла дорівнюють **1,5** та **1,38**.

Відповідь: 2,27 мкм

- 4.6. Знайдіть мінімальну частоту акустичної хвилі, за якої спостерігається дифракція Брега для електромагнітної хвилі довжиною **0,6 мкм**, якщо швидкість звуку в кристалі **4200 м/с**, а показники заломлення падаючого і дифрагованого променів відрізняються на **0,02**.

Відповідь: 0,14 ГГц

- 4.7. Мінімальна та максимальна частоти акустичної хвилі, за яких спостерігається дифракція Брега, дорівнюють **20 МГц** та **1 ГГц**. Визначте відносну різницю між показниками заломлення для падаючого і дифрагованого світла.

Відповідь: 4%

- 4.8. Мінімальна та максимальна частоти акустичної хвилі, за якої спостерігається дифракція Брега, дорівнюють f_1 та f_2 . Знайдіть частоту акустичної хвилі, за якої спостерігається екстремальне значення кута падіння для брегівської дифракції ($n_i > n_d$).

Відповідь: $\sqrt{f_1 f_2}$

4.9. В одновісному кристалі світлова (довжина хвилі λ) і ультразвукова хвилі (швидкість звуку v , частота f) поширюються перпендикулярно до оптичної осі. Показник заломлення звичайного променя n_0 , а незвичайного $N_e \leq n \leq n_0$. Запишіть формулу, яка визначає брегівський кут, якщо падаюча електромагнітна хвиля є звичайною, а дифрагована незвичайною.

$$\text{Відповідь: } \sin\theta_i = \frac{\lambda f}{2n_0 v} \left[1 + \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_0^2 - N_e^2) \right]$$

4.10. В одновісному кристалі світлова (довжина хвилі λ) і ультразвукова хвилі (швидкість звуку v) поширюються перпендикулярно до оптичної осі. Показник заломлення звичайного променя n_0 , а незвичайного $N_e \leq n \leq n_0$. Визначте найменшу частоту акустичної хвилі, за якої спостерігається брегівська дифракція.

$$\text{Відповідь: } f_{\min} = \frac{v(n_0 - N_e)}{\lambda}$$

4.11. В одновісному кристалі світлова (довжина хвилі λ) і ультразвукова хвилі (швидкість звуку v) поширюються перпендикулярно до оптичної осі. Показник заломлення звичайного променя n_0 , а незвичайного $N_e \leq n \leq n_0$. Визначте найбільшу частоту акустичної хвилі, за якої спостерігається брегівська дифракція.

$$\text{Відповідь: } f_{\max} = \frac{v(n_0 + N_e)}{\lambda}$$

4.12. В одновісному кристалі світлова (довжина хвилі λ) і ультразвукова хвилі (швидкість звуку v) поширюються перпендикулярно до оптичної осі. Показник заломлення звичайного променя n_0 , а незвичайного $N_e \leq n \leq n_0$. Знайдіть частоту акустичної хвилі, за якої спостерігається екстремальне значення кута падіння для брегівської дифракції.

$$\text{Відповідь: } v\sqrt{n_0^2 - N_e^2} / \lambda$$

4.13. Мінімальна та максимальна частоти акустичної хвилі, за якої спостерігається дифракція Брега, дорівнюють **40 МГц** та **1 ГГц**. Знайдіть частоту акустичної хвилі, за якої брегівська дифракція спостерігається при нормальному падінні світлової хвилі відносно напрямку поширення акустичної хвилі ($n_i < n_d$).

Відповідь: 200 МГц

4.14. В одновісному кристалі світлова (довжина хвилі λ) і ультразвукова хвилі (швидкість звуку v) поширюються перпендикулярно до оптичної осі. Показник заломлення звичайного променя n_0 , а незвичайного $N_e \leq n \leq n_0$. Знайдіть кут відхилення дифрагованого променя за частоти акустичної хвилі, яка відповідає екстремальному значенню кута падіння для брегівської дифракції.

Відповідь: 0

4.15. Знайдіть швидкість звуку в ізотропному кристалі, якщо при наведеному статичною деформацією подвійному заломленні середовища $\Delta n = 0,12$, брегівський кут для дифракції електромагнітного випромінювання (**1 мкм**) на акустичній хвилі частотою **0,9 ГГц** у кристалі з показником заломлення **1,5** дорівнює **30°**.

Відповідь: 3000 м/с

4.16. В ізотропному кристалі ($n = 1,5$), який піддається статичній одновісній деформації, спостерігається брегівська дифракція світла на ультразвуковій хвилі при куті падіння **9°**. Знайдіть величину статичного механічного тиску, якщо довжина ультразвукової хвилі в 10 разів більша, ніж довжина електромагнітної хвилі. Вважати, що наведене статичною деформацією подвійне заломлення є прямопропорційним до механічного тиску з коефіцієнтом пропорційності **2 ГПа⁻¹**.

Відповідь: 6,16 МПа

5. Акустооптична рефракція



Теоретичні відомості та основні формули

Зміна елементів тензора діелектричної проникності $\Delta\tilde{\epsilon}_{ij}$ пов'язана з компонентами тензора деформації ϵ_{kl} :

$$\Delta\tilde{\epsilon}_{ij} = \sum_{mnl} \tilde{\epsilon}_{im} \tilde{\epsilon}_{nj} p_{mnl} \epsilon_{kl}, \quad (5.1)$$

де p_{mnl} – компоненти тензора фотопружності (акустооптичні сталі); $\tilde{\epsilon}_{im}$ – елементи тензора діелектричної проникності за відсутності деформації.

Зміна показника заломлення в ізотропному середовищі під впливом деформації:

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 p \epsilon. \quad (5.2)$$


Кут, на який відхиляється світловий промінь при проходженні через кристал, де перпендикулярно до напрямку світла поширюється плоска біжуча акустична хвиля $\epsilon = \epsilon_0 \cos\left(\Omega t - \frac{2\pi}{\lambda_{us}} x\right)$:

$$\alpha = \frac{2\pi l \Delta n_0}{\lambda_{us} n} \sin \Omega t, \quad (5.3)$$

де $\Delta n_0 = -\frac{1}{2} n^3 p \epsilon_0$; l – ширина області акустооптичної взаємодії; n – показник заломлення середовища; ϵ_0 – амплітуда ультразвукової деформації.

Диференціальне рівняння, яке описує поширення параксіальних відносно осі z променів в оптично-неоднорідному середовищі:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{n(r)} \frac{dn(r)}{dr}. \quad (5.4)$$

 **Приклад 1.** Доведіть, що кубічний кристал під впливом плоскої поздовжньої акустичної хвилі набуває властивостей

одновісного кристалу. Знайдіть зміну показника заломлення в такому кристалі, якщо показник заломлення дорівнює n , деформація, спричинена акустичною хвилею дорівнює ε .

Розв'язування.

Нехай поздовжня акустична хвиля поширюється вздовж осі z . Тоді єдина відмінна від нуля компонента тензора деформації $\varepsilon_{33} = \varepsilon$ і тільки три компоненти тензора фотопружності в ізотропному тілі відмінні від нуля: $p_{3333} = p_{11}$; $p_{2233} = p_{1133} = p_{12}$.

З формули $\Delta \tilde{\varepsilon}_{ij} = \sum_{mnl} \tilde{\varepsilon}_{im} \tilde{\varepsilon}_{nj} p_{mnl} \varepsilon_{kl}$, з урахуванням ізотропності кристалу ($\tilde{\varepsilon}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_0$), можна отримати компоненти тензора діелектричної проникності:

$$\Delta \tilde{\varepsilon}_{ij} = -\tilde{\varepsilon}_0^2 p_{ij33} \varepsilon_{33}$$

або

$$\Delta \tilde{\varepsilon}_{11} = \Delta \tilde{\varepsilon}_{22} = -\tilde{\varepsilon}_0^2 p_{12} \varepsilon, \quad \Delta \tilde{\varepsilon}_{33} = -\tilde{\varepsilon}_0^2 p_{11} \varepsilon. \quad (5.5)$$

Показник заломлення:


$$\begin{aligned} n = \sqrt{\tilde{\varepsilon}} &= \sqrt{\tilde{\varepsilon}_0 + \Delta \tilde{\varepsilon}} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_0} \sqrt{1 + \frac{\Delta \tilde{\varepsilon}}{\tilde{\varepsilon}_0}} \approx \sqrt{\tilde{\varepsilon}_0} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta \tilde{\varepsilon}}{\tilde{\varepsilon}_0} \right) = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_0} + \frac{1}{2} \frac{\Delta \tilde{\varepsilon}}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_0}} = \\ &= n_0 + \Delta n, \end{aligned}$$

де $\Delta n = \frac{1}{2} \frac{\Delta \tilde{\varepsilon}}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_0}}$.

Скориставшись формулами (5.5), отримаємо:

$$\Delta n_1 = \Delta n_2 = -\frac{1}{2} n^3 p_{12} \varepsilon; \quad \Delta n_3 = -\frac{1}{2} n^3 p_{11} \varepsilon.$$

Таким чином, кубічний кристал, в якому поширюється поздовжня акустична хвиля, набуває властивостей одновісного кристалу з оптичною віссю, що співпадає з напрямком поширення хвилі.

 **Приклад 2.** Ультразвук (**1 Гц**) з амплітудою деформації **10^{-5}** поширюється вздовж поверхні ізотропного кристалу (**$n = 1,5$**) і взаємодіє з електромагнітною хвилею, яка падає нормально на

кристал, у просторовій області шириною **0,3 мм**. Випромінювання зазнає рефракції і максимальний кут відхилення дорівнює **6°**. Визначте фотопружну сталу цього кристалу, якщо швидкість звуку **3000 м/с**.

Розв'язування.

Максимальний кут відхилення при рефракції світла на акустичній хвилі дорівнює

$$\alpha = \frac{2\pi d \Delta n_0}{\lambda_{us} n},$$


де $\Delta n_0 = \frac{1}{2} n^3 p \varepsilon_0$; p – фотопружна стала.

Враховавши, що $\frac{v}{f} = \lambda_{us}$, отримаємо формулу для кута відхилення променя:

$$\alpha = \frac{\pi p n^2 f \varepsilon_0}{v},$$

з якої можна визначити акустооптичну (фотопружну) сталу:

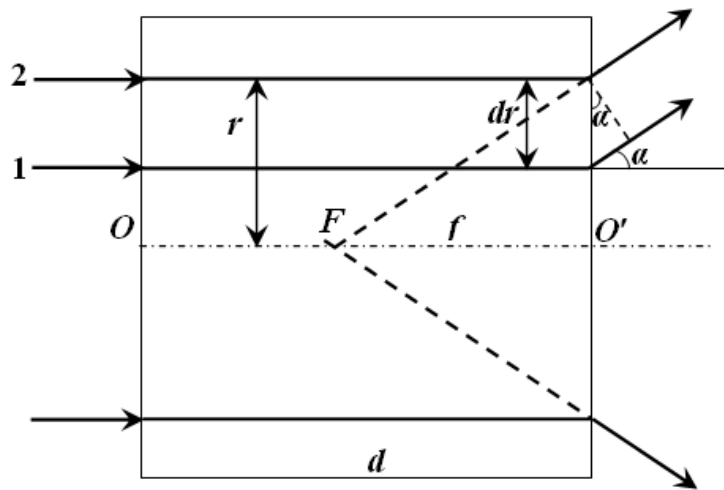
$$p = \frac{\alpha v}{\pi n^2 f \varepsilon_0} = \frac{\frac{6\pi}{180} \cdot 3000 \text{ м/с}}{\pi \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 1,5^2 \cdot 10^9 \text{ Гц} \cdot 10^{-5}} = 14,8.$$

 *Приклад 3.* Паралельний пучок світла потрапляє на прозорий ізотропний кристал у вигляді паралелепіпеда товщиною d . Через кристал, перпендикулярно до напрямку поширення світлового пучка, пропускають акустичну хвилю, яка періодично змінює показник заломлення кристалу за законом $n = n_0(1 - r^2/a^2)\sin\Omega t$ ($r = 0$ – центр світлового пучка; $a \gg R$, R – радіус світлового пучка). Визначте фокусну відстань такої системи. Вважати, що акустична та світлові хвилі взаємодіють у всьому кристалі.

Розв'язування.

Виберемо два промені (**1** і **2**), які розташовані нескінченно близько один від одного на відстані dr і, відповідно, на відстані r від центру світлового пучка (див. рисунок).

Промені 1 та 2 поширюються з різною швидкістю (за умовою задачі показник заломлення на різній відстані r є різним) і, відповідно, пройшовши через кристал товщиною d , мають оптичну різницю ходу $d \cdot dn$.



Згідно принципу Гюйгенса-Френеля така різниця ходу повинна компенсуватися при виході з кристалу, тобто

$$d \cdot dn = dr \cdot \sin \alpha. \quad (5.6)$$

Звідси отримуємо, величину кута, на який відхиляється світловий промінь:

$$\alpha \approx \sin \alpha = d \frac{dn}{dr} = -\frac{2dn_0 r}{a^2} \sin \Omega t. \quad (5.7)$$

З формули (5.7) випливає, що кут, на який відхиляється промінь при виході з кристалу, є прямопропорційним до відстані від аксіальної осі (від центру світлового пучка). З рисунка видно, що відстань $O'F$ не залежить від r (F – точка, в якій світлові промені уявно чи дійсно перетинають оптичну вісь):

$$O'F = f = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{a^2}{2dn_0 \sin \Omega t}.$$

Таким чином, кристал, по якому проходить звукова хвиля, має властивості лінзи: пів періоду збиральної, а пів – розсіювальної.

Задачі для самостійного розв'язування

- 5.1. Доведіть, що кубічний кристал під впливом плоскої поздовжньої акустичної хвилі набуває властивостей одновісного кристалу. Знайдіть зміну показника заломлення в

такому кристалі, якщо показник заломлення дорівнює n , а деформація, спричинена акустичною хвилею дорівнює ε .

$$\text{Відповідь: } \Delta n_1 = \Delta n_2 = -\frac{1}{2} n^3 p_{12} \varepsilon; \Delta n_3 = -\frac{1}{2} n^3 p_{11} \varepsilon$$

- 5.2. Паралельний пучок світла падає нормально на прозорий кристал товщиною **1 мм**, в якому вздовж поверхні поширюється акустична хвиля (діаметр пучка менший, ніж довжина звукової хвилі). В результаті було встановлено, що максимальний кут відхилення світла від початкового напрямку дорівнює **6°**, а відносна зміна показника заломлення **0,1%**. Визначте довжину звукової хвилі, якщо ширина області акустооптичної взаємодії дорівнює половині товщини кристалу.

Відповідь: 30 мкм

- 5.3. Світловий промінь, проходячи через кристал з показником заломлення **1,8**, в якому поширюється акустична хвиля (**0,02 мм**) перпендикулярно до напрямку поширення світла, періодично заломлюється і максимальний кут відхилення від початкового напрямку дорівнює **4°**. Визначте ширину області акустооптичної взаємодії, якщо максимальна зміна показника заломлення під впливом акустичної хвилі дорівнює **0,0004**.

Відповідь: 1 мм

- 5.4. Ультразвук (**10 МГц**) з амплітудою деформації **10^{-5}** поширюється вздовж поверхні ізотропного кристалу ($n = 1,5$) і взаємодіє з електромагнітною хвилею, яка падає нормально на кристал, у просторовій області шириною **0,3 мм**. Випромінювання зазнає рефракції і максимальний кут відхилення дорівнює **6°**. Визначте фотопружну сталу цього кристалу, якщо швидкість звуку **3000 м/с**.

Відповідь: 14,8

- 5.5. Визначте величину амплітуди деформації, яку створює акустична хвиля в ізотропному кристалі ($n = 2$), якщо максимальний кут відхилення, спричинений акустооптичною рефракцією становить **3°**. Акустооптична стала кристалу

дорівнює 8, а ширина області акустооптичної взаємодії дорівнює довжині акустичної хвилі.

Відповідь: 0,00052

- 5.6. При спостереженні заломлення світла на біжучій плоскій ультразвуковій хвилі в напівпровідниковому кристалі, в якому швидкість звуку дорівнює **3000 м/с**, встановили, що максимальний кут відхилення променя дорівнює **4°**. При аналогічному дослідженні для іншого напівпровідникового кристалу ця ж ультразвукова хвиля спричинила максимальне відхилення променя на **3°** при однаковій зміні показника заломлення. Яка швидкість звуку в даному напівпровіднику?

Відповідь: 4000 м/с

- 5.7. Паралельний пучок світла потрапляє на прозорий ізотропний кристал у вигляді паралелепіпеда товщиною d . Через кристал, перпендикулярно до напрямку поширення світлового пучка, пропускають акустичну хвилю, яка періодично змінює показник заломлення кристалу за законом $n = n_0(1 - r^2/a^2)\sin\Omega t$ ($r = \mathbf{0}$ – центр світлового пучка; $a \gg R$, R – радіус світлового пучка). Визначте фокусну відстань такої системи. Вважати, що акустична та світлові хвилі взаємодіють у всьому кристалі, а діаметр пучка менший, ніж довжина звукової хвилі.

Відповідь: $-\frac{a^2}{2dn_0 \sin\Omega t}$

- 5.8. Паралельний пучок світла потрапляє на прозорий ізотропний кристал у вигляді паралелепіпеда товщиною d . Через кристал, перпендикулярно до напрямку поширення світлового пучка, пропускають акустичну хвилю, яка періодично змінює показник заломлення кристалу за законом $n = n_0(1 + r^2/a^2)\sin\Omega t$ ($r = \mathbf{0}$ – центр світлового пучка; $a \gg R$, R – радіус світлового пучка). Визначте найменшу за абсолютною величиною фокусну відстань такої системи. Вважати, що акустична та світлові хвилі взаємодіють у всьому кристалі, а діаметр пучка менший, ніж довжина звукової хвилі.

Відповідь: $a^2/(2dn_0)$

- 5.9. На прозорий кристал товщиною l , падає пучок паралельних світлових променів, утворюючи на поверхні пляму діаметром d . Визначте, яким буде діаметр світлової плями на протилежній грані кристалу, якщо через нього перпендикулярно до напрямку поширення світла пропустити ультразвукову хвилю довжиною λ_{us} (діаметр пучка менший, ніж довжина звукової хвилі). Вважати, що взаємодія акустичної та електромагнітної хвиль відбувається у всьому кристалі, а максимальна відносна зміна показника заломлення дорівнює α^2 .

$$\text{Відповідь: } d \operatorname{ch}\left(\frac{2\pi l \alpha}{\lambda_{us}}\right)$$

- 5.10. Розв'яжіть попередню задачу за умови, що ширина області акустооптичної взаємодії дорівнює довжині акустичної хвилі, а товщина кристалу в k разів більша, ніж довжина ультразвукової хвилі.

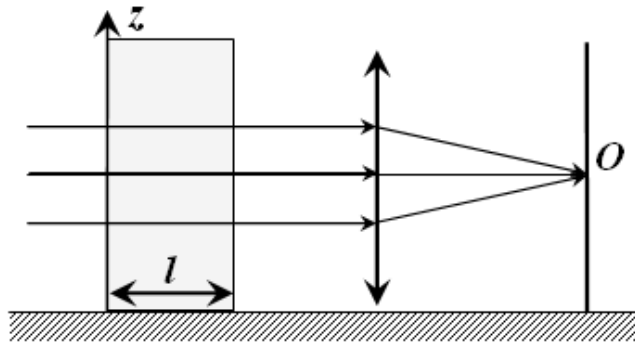
$$\text{Відповідь: } d(1 + 8\pi^2 \alpha(k - 1))$$

- 5.11. Перпендикулярно до аксіальної осі оптичного світловода поширюється ультразвук частотою Ω , який створює періодичну деформацію з амплітудою ϵ_0 . Визначте траєкторію руху світлових променів, які поширюються по оптичному світловоду з показником заломлення n та акустооптичною сталою p .

$$\text{Відповідь: } r(z, t) = r_0 \operatorname{ch}\left(\frac{\Omega n}{v} \sqrt{\frac{p\epsilon_0}{2}} \sin \Omega t z\right) \text{ або}$$

$$r(z, t) = r_0 \cos\left(\frac{\Omega n}{v} \sqrt{\frac{p\epsilon_0}{2}} |\sin \Omega t| z\right)$$

- 5.12. Світловий пучок паралельних променів проходить через прозорий кристал товщиною l і фокусується за допомогою збиральної лінзи у точці O на екрані, який розташований на відстані f від лінзи (фокусна відстань лінзи). Перпендикулярно до напрямку поширення світла в кристалі збуджують ультразвукову хвилю, яка змінює показник заломлення



за законом

$$n = n_0(1 + z/a) \sin \Omega t$$

($a \gg R$, R – радіус світлового пучка). Якої форми набуде зображення на екрані? Знайдіть геометричні розміри цього

зображення. Вважати, що взаємодія акустичної та електромагнітної хвиль відбувається по всій товщині кристалу.

Відповідь: Відрізок довжиною $2ln_0f/a$

5.13. Пучок паралельних променів радіусом r потрапляє на прозорий кристал у вигляді паралелепіпеда товщиною d . У кристалі, перпендикулярно до напрямку поширення світлового пучка, збуджують стоячу ультразвукову хвилю $\xi = \xi_0 \sin \omega t \cdot \cos kx$ з довжиною хвилі набагато більшою, ніж діаметр світлового пучка, що потрапляє на кристал. Така система поводить себе як лінза. Визначте фокусну відстань цієї лінзи. Акустооптичну сталу та показник заломлення кристалу вважати відомими.

5.14. Джерело монохроматичного світла розташоване у фокусі збиральної лінзи. Пучок світла, пройшовши через лінзу, потрапляє на прозорий кристал у вигляді паралелепіпеда товщиною d і фокусується за допомогою іншої лінзи на екран у фокусі лінзи. Фокусна відстань лінзи f . Через кристал, пропускають ультразвукову хвилю $\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$ з довжиною хвилі набагато більшою, ніж діаметр світлового пучка, що потрапляє на кристал. Визначте максимальне зміщення світлової плями на екрані. Акустооптичну сталу та показник заломлення кристалу вважати відомими.

6. Акустoeлектронний ефект та акустooптичні прилади



Теоретичні відомості та основні формули

У результаті взаємодії електронної підсистеми напівпровідника з пружним середовищем зміщується дно зони провідності і вершина валентної зони на величину:

$$\Delta E_c = a_c \varepsilon, \quad (6.1)$$

$$\Delta E_v = a_v \varepsilon, \quad (6.2)$$

де a_c, a_v – сталі всебічного деформаційного потенціалу зони провідності і валентної зони, відповідно.

Константи деформаційного потенціалу визначаються наступним чином:

$$a_c = \frac{dE_c}{d \ln V}, \quad (6.3)$$

$$a_v = \frac{dE_v}{d \ln V}, \quad (6.4)$$

де V – об'єм кристалічної ґратки; $d \ln V = \frac{dV}{V} = \varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$.

Зсув краю власного (фундаментального) поглинання за рахунок акустичної деформації:

$$\Delta \lambda = \frac{hc}{E_g(0)} - \frac{hc}{E_g(\varepsilon)} = \frac{hc}{E_g} \frac{\Delta E_g}{E_g} = \lambda_0 \frac{\Delta E_g}{E_g}, \quad (6.5)$$

де λ_0 – край поглинання за відсутності акустичної хвилі.

Зміна показника заломлення Δn пов'язана з акустичною потужністю P_a :

$$\Delta n = \sqrt{n^6 p^2 10^7 P_a / 2 \rho v^3 A}, \quad (6.6)$$

де n – показник заломлення матеріалу за відсутності механічної напруги; p – відповідний елемент тензора фотопружності; v –

швидкість звукових хвиль; A – площа поперечного перерізу, через яку проходить хвиля.

Акустооптична якість матеріалу:

$$M = \frac{p^2 n^6}{\rho v^3}. \quad (6.7)$$

Глибина модуляції модулятора Брега:

$$\eta = (I_0 - I) / I_0 = \sin^2 \left[(\pi / \lambda_0) \sqrt{10^7 M P_a l / 2a} \right], \quad (6.8)$$

де I_0 – інтенсивність випромінювання, що пройшло через модулятор, за відсутності акустичного поля; I – інтенсивність випромінювання в пучку нульового порядку за наявності акустичного поля; a – ширина робочої області модулятора (в напрямку, перпендикулярному до площини, в якій лежать хвильові вектори акустичної та електромагнітної хвиль); l – ширина області акустооптичної взаємодії.

Кут відхилення світлового променя в акустооптичному дефлекторі:


$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{n v_a} \Delta f, \quad (6.9)$$

де Δf – зміна частоти ультразвукової хвилі.

Перевищення кута відхилення над кутом дифракційної розбіжності пучка θ :

$$N = \frac{\Delta\varphi}{\theta_D} = \Delta f \frac{D}{v_a}, \quad (6.10)$$

де D – діаметр пучка, який визначається поперечними розмірами модулятора.

 *Приклад 1.* Визначте ширину забороненої зони арсеніду галію, в якому збуджена поздовжня акустична хвиля з амплітудою деформації 10^{-3} .

Розв'язування.

Поздовжні хвилі призводять до зміни об'єму і, відповідно, до енергетичного зсуву країв дозволених зон:

$$\Delta E_c = a_c \varepsilon, \quad \Delta E_v = a_v \varepsilon.$$


Тоді зміна ширини забороненої зони ΔE_g може бути визначена наступним чином:

$$\Delta E_g = \Delta E_c - \Delta E_v = a_c \varepsilon - a_v \varepsilon. \quad (6.11)$$

Отже, ширина забороненої зони деформованого напівпровідника:

$$E_g = E_g(0) + (a_c - a_v) \varepsilon, \quad (6.12)$$

де $E_g(0)$ – ширина забороненої зони за відсутності деформації. Підставивши значення з умови задачі та з таблиці 1, отримаємо, що $E_g = 1,44 \text{ eV}$.

 *Приклад 2.* Знайдіть довжину електромагнітної хвилі, яка відповідає краю фундаментального поглинання напівпровідникового телуриду цинку, якщо в ньому збуджені поздовжні акустичні хвилі з амплітудою 10^{-3} .

Розв'язування.

Довжину електромагнітної хвилі, яка відповідає краю фундаментального поглинання можна визначити за формулою:

$$\lambda = \frac{hc}{E_g},$$


де E_g – ширина забороненої зони. Врахуємо, що ширина забороненої зони змінюється під впливом акустичної деформації:

$$E_g = E_g(0) + \Delta E_g,$$

де $E_g(0)$ – ширина забороненої зони за відсутності деформації; ΔE_g – зміна ширини забороненої зони під впливом ультразвуку, яка може бути визначена наступним чином: $\Delta E_g = \Delta E_c - \Delta E_v = a_c \varepsilon - a_v \varepsilon$.

Таким чином, можна отримати формулу для визначення довжини хвилі, що відповідає краю власного поглинання:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{hc}{E_g(0) + (a_c - a_v) \varepsilon} = \\ &= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{2,39 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} + (-5,83 - 0,79) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot 10^{-3}} = 522 \text{ нм}. \end{aligned}$$

 *Приклад 3.* Яка глибина модуляції модулятора Брега на основі LiNbO_3 за довжини електромагнітної хвилі $0,63 \text{ мкм}$, якщо зміна показника заломлення дорівнює 10^{-4} , а ширина області акустооптичної взаємодії $0,7 \text{ мм}$.

Розв'язування.

Глибина модуляції визначається за формулою:

$$\eta = (I_0 - I) / I_0 = \sin^2 \left[(\pi / \lambda_0) \sqrt{10^7 M P_a l / 2a} \right],$$

де a, l – геометричні розміри модулятора; $M = \frac{p^2 n^6}{\rho v^3}$ – акустооптична якість матеріалу. Тобто глибину модуляції можна визначити наступним чином:

$$\eta = \sin^2 \left[(\pi / \lambda_0) \sqrt{\frac{10^7 p^2 n^6 P_a l}{2a \rho v^3}} \right].$$

Враховавши, що a – ширина робочої області модулятора (у напрямку, перпендикулярному до площини, в якій лежать хвильові вектори акустичної та електромагнітної хвиль), l – ширина області акустооптичної взаємодії, то $la = A$ – площа поперечного перерізу, через яку проходить акустична хвиля, а формулу для глибини модуляції можна записати так:

$$\eta = \sin^2 \left[(\pi / \lambda_0) \sqrt{\frac{10^7 p^2 n^6 P_a l^2}{2al \rho v^3}} \right] = \sin^2 \left[(\pi l / \lambda_0) \sqrt{\frac{10^7 p^2 n^6 P_a}{2A \rho v^3}} \right].$$

Оскільки зміна показника заломлення визначається формулою

$$\Delta n = \sqrt{n^6 p^2 10^7 P_a / 2 \rho v^3 A},$$

то

$$\eta = \sin^2 \left[(\pi l / \lambda_0) \Delta n \right] = \sin^2 \left[\frac{\pi \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4}}{0,63 \cdot 10^{-6}} \right] = 0,12.$$

Задачі для самостійного розв'язування

6.1. Визначте енергетичний зсув дна зони провідності арсеніду галію під впливом ультразвукової хвилі $\varepsilon = 0,0001 \sin(\omega t - kx)$.

Відповідь: $-0,717 \sin(\omega t - kx)$ мєВ

6.2. Як зміниться ширина забороненої зони в кристалі германію, якщо в ньому поширюється поздовжня акустична хвиля з амплітудою деформації 10^{-4} ?

Відповідь: Зменшиться на 0,95 meV

6.3. Як зміниться ширина забороненої зони в кристалі кремнію, якщо в ньому поширюється поперечна акустична хвиля з амплітудою деформації 10^{-5} ?

Відповідь: не зміниться

6.4. Визначте ширину забороненої зони арсеніду галію, в якому збуджена поздовжня акустична хвиля з амплітудою деформації 10^{-3} .

Відповідь: 1,44 eV

6.5. Визначте максимальну відносну зміну об'єму напівпровідникового телуриду кадмію під впливом ультразвуку, який призводить до зменшення ширини забороненої зони на **1 meV**.

Відповідь: $2,22 \cdot 10^{-4}$

6.6. Знайдіть довжину електромагнітної хвилі, яка відповідає краю фундаментального поглинання напівпровідникового телуриду цинку, якщо в ньому збуджені поздовжні акустичні хвилі з амплітудою 10^{-3} .

Відповідь: 522 нм

6.7. У кремнії під дією ультразвуку довжина електромагнітної хвилі, що відповідає краю фундаментального поглинання, зсувається на **1 нм**. Визначте амплітуду всебічної акустичної деформації.

Відповідь: 0,019

6.8. Оцініть зміну довжини електромагнітної хвилі міжзонного рекомбінаційного випромінювання під впливом ультразвуку з амплітудою всебічної деформації **0,001** у напівпровідниковому арсеніді галію.

Відповідь: 4,3 нм

6.9. Спектральна лінія (**800 нм**) гетеролазера InAs/GaAs при проходженні через його робочу область ультразвуку зазнає розширення **0,2 нм**. Визначте максимальну деформацію, яку створює ультразвук у кристалі, якщо відомі константи деформаційного потенціалу зони провідності та валентної зони.

6.10. У скільки разів відрізняється зміна показника заломлення під дією ультразвуку в модуляторах на основі LiNbO_3 та плавленого кварцу за довжини електромагнітної хвилі $\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$, якщо значення акустооптичної якості цих матеріалів відповідно $13,8 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2/\text{Вт}$ та $3,02 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2/\text{Вт}$?

Відповідь: 2,14

6.11. Визначте зміну показника заломлення під дією ультразвуку в кристалі LiNbO_3 за густини потужності акустичної хвилі 100 Вт/см^2 , якщо значення акустооптичної якості матеріалу дорівнює $13,8 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2/\text{Вт}$.

Відповідь: $8,3 \cdot 10^{-5}$

6.12. Яка глибина модуляції модулятора Брега на основі LiNbO_3 за довжини електромагнітної хвилі **0,63 мкм**, якщо зміна показника заломлення дорівнює 10^{-4} , а ширина області акустооптичної взаємодії **0,7 мм**?

Відповідь: 0,12

6.13. Визначте кут відхилення електромагнітної хвилі (**600 нм**) в акустооптичному дефлекторі, виготовленому зі скла ($v_a = 3000 \text{ м/с}$, $n = 1,5$), якщо частота f змінюється від **50** до **200 МГц**.

Відповідь: 0,02 рад

6.14. Знайдіть величину перевищення кута відхилення над кутом дифракційної розбіжності пучка акустооптичного дефлектора, виготовленого зі скла ($v_a = 3100 \text{ м/с}$, $n = 1,9$), якщо діаметр оптичного пучка **1 см**, а частота f змінюється від **100** до **150 МГц**.

Відповідь: 160

7. Акустолюмінесценція та розсіювання світла на акустичних хвилях



Теоретичні відомості та основні формули

Енергія рекомбінаційного випромінювання під впливом ультразвуку для донорно-акцепторної пари визначається наступним чином:

$$h\nu = E_g - \Delta E_{ga} - E_d - E_a + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ad}} - \varphi(r_{ad}), \quad (7.1)$$

де E_g – ширина забороненої зони; ΔE_{ga} – ефективна зміна ширини забороненої зони під впливом ультразвуку; E_d, E_a – енергетичні рівні залягання донора та акцептора, відповідно; r_{ad} – відстань між донором та акцептором; $\varphi(r_{ad})$ – поправка, що враховує можливість некулонівської взаємодії при малих відстанях r_{ad} .

У спектрах розсіяного світла на акустичній хвилі частотою Ω , окрім частоти падаючого випромінювання ω_0 , існують складові з частотами $\omega_0 + \Omega$ та $\omega_0 - \Omega$. Таке розсіювання називають розсіюванням Мандельштама-Бріллюена. Частоту пружної акустичної хвилі, яка спричиняє модуляцію електромагнітного випромінювання, можна записати так:

$$\Omega = v_a K = \frac{4\pi n v_a}{\lambda} \sin\theta / 2 = 2\omega_0 n \frac{v_a}{c} \sin\theta / 2, \quad (7.2)$$

де v_a – швидкість акустичної хвилі; n – показник заломлення; λ – довжина електромагнітної хвилі.

Таким чином, відносна зміна частот сателітів визначається співвідношенням:

$$\pm \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \pm \frac{\Omega}{\omega_0} = 2n \frac{v_a}{c} \sin\theta / 2. \quad (7.3)$$



Приклад 1. При обробці напівпровідникового арсеніду галію ультразвуком з амплітудою деформації 10^{-3} йонізуються міжвузлові дефекти Ga_i (донори) та As_i (акцептори). Енергія активації, відповідно, дорівнює **0,03 меВ** та **0,015 меВ**. Визначте довжину спектральної лінії, яка відповідає переходу електрона з донорного на акцепторний рівень, якщо середня відстань між донором та акцептором **0,01 мкм**, а діелектрична проникність **12**. Некулонівською взаємодією донора та акцептора можна знехтувати.

Розв'язування.

Довжина електромагнітної хвилі визначається співвідношенням:

$$\lambda = \frac{hC}{E} = \frac{1,24}{E(eV)} (\text{мкм}), \quad (7.4)$$

де E – енергія кванта, яка може бути визначена за формулою

$$E = E_g - \Delta E_{ga} - E_d - E_a + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ad}}. \quad (7.5)$$

Ефективне зменшення ширини забороненої зони під впливом ультразвуку ΔE_{ga} (тут уже враховано, що ця величина від'ємна) визначається наступним чином:

$$\Delta E_g = \Delta E_c - \Delta E_v = a_c \epsilon - a_v \epsilon. \quad (7.6)$$

Тоді формула визначення довжини електромагнітної хвилі набуде вигляду:

$$\lambda = \frac{1,24}{E_g - \Delta E_{ga} - E_d - E_a + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ad}}} = 825 \text{ нм}.$$



Приклад 2. На ізотропний кристал GaAs ($n = 3,8$), в якому збуджені акустичні коливання, падає світло з довжиною хвилі **1200,15 нм**. Визначте всі довжини хвиль, які спостерігаються у спектрі розсіяного світла під кутом **60°** до напрямку падаючого променя. Пружні сталі кристалу та його густина: $c_{11} = 122,3 \text{ ГПа}$; $c_{12} = 57,1 \text{ ГПа}$, $\rho = 5320 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язування.

В ізотропному кристалі поширюються дві хвилі: поздовжня та поперечна зі швидкостями c_l і c_t , відповідно. Оскільки при розсіюванні світла на кожній акустичній хвилі у спектрі виникають два побічних сателіти, то в спектрі розсіяного світла можна спостерігати п'ять ліній (одна центральна незміщена з довжиною хвилі $\lambda_0 = 1200,15 \text{ нм}$ та по два сателіти $\lambda_0 \pm \delta\lambda_1$ і $\lambda_0 \pm \delta\lambda_2$).

Зміщення частот розсіяного світла $\Delta\omega$ на акустичній хвилі визначається формулою:

$$\pm \Delta\omega = 2n\omega_0 \frac{v_a}{c} \sin\theta / 2. \quad (7.7)$$

Враховавши, що $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$, можна записати:

$$\pm \Delta\lambda = 2n\lambda_0 \frac{v_a}{c} \sin\theta / 2. \quad (7.8)$$

Тоді довжини хвиль, які відповідають чотирьом зміщеним спектральним лініям:

$$\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda_1 = \lambda_0 \left(1 - 2n \frac{c_l}{c} \sin\theta / 2 \right),$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda_1 = \lambda_0 \left(1 + 2n \frac{c_l}{c} \sin\theta / 2 \right),$$

$$\lambda_3 = \lambda_0 - \Delta\lambda_2 = \lambda_0 \left(1 - 2n \frac{c_T}{c} \sin\theta / 2 \right),$$

$$\lambda_4 = \lambda_0 + \Delta\lambda_2 = \lambda_0 \left(1 + 2n \frac{c_T}{c} \sin\theta / 2 \right),$$

де $c_l = \sqrt{\frac{3K + 4\mu}{3\rho}}$, $c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ – поздовжні та поперечні швидкості

акустичних коливань, відповідно; K , μ – модулі всебічного стиску і зсуву напівпровідника, які виражаються через пружні сталі C_{11} та C_{12} :

$$K = \frac{C_{11} + 2C_{12}}{3}, \quad \mu = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}.$$

Легко показати, що швидкості поширення поздовжніх та поперечних хвиль можуть бути визначені за формулами:

$$c_l = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{C_{11} - C_{12}}{2\rho}}. \quad (7.9)$$

Отже, відповідні довжини хвиль розсіяного світла:
 $\lambda_0 = 1200,15 \text{ нм}$; $\lambda_1 = 1200,07 \text{ нм}$; $\lambda_2 = 1200,23 \text{ нм}$; $\lambda_3 = 1200,11 \text{ нм}$;
 $\lambda_4 = 1200,19 \text{ нм}$.

Задачі для самостійного розв'язування

7.1. У напівпровіднику CdS акустолюмінесценція збуджується під впливом ультразвуку з амплітудою всебічної деформації 10^{-4} . Енергія активації акцептора, яким є міжвузловий дефект S_i , дорівнює **0,17 eB**. Енергія кванта, що випромінюється при електронному переході із зони провідності на акцепторний рівень дорівнює **2,2495 eB**. Зобразіть схематично зонну структуру кристалу. Нехтуючи зсувом валентної зони під впливом акустичної деформації, оцініть значення константи деформаційного потенціалу зони провідності.

Відповідь: - 5 eB

7.2. У спектрі акустолюмінесценції напівпровідника CdS спостерігають дві зелені лінії **510 нм** і **515 нм**, які відповідають електронним переходам на акцепторний рівень S_i із зони провідності та донорного рівня Cd_i , відповідно. Визначте енергетичний зсув дна зони провідності під впливом ультразвуку, якщо енергія йонізації донора дорівнює **0,03 eB**. Зобразіть схематично зонну структуру кристалу.

Відповідь: -6,4 meB

7.3. При обробці напівпровідникового арсеніду галію ультразвуком з амплітудою деформації 10^{-3} йонізуються міжвузлові дефекти Ga_i (донори) та As_i (акцептори). Енергія активації, відповідно, дорівнює **0,03 meB** та **0,015 meB**. Визначте довжину спектральної лінії, яка відповідає переходу електрона з донорного на акцепторний рівень, якщо середня

відстань між донором та акцептором **0,01 мкм**, а діелектрична проникність **12**. Некулонівською взаємодією донора та акцептора можна знехтувати.

Відповідь: 825 нм

7.4. Визначте максимальну частоту акустичної хвилі, яка спричиняє розсіювання світла з довжиною хвилі **1,2 мкм** у кристалі арсеніду галію ($n = 3,8$), якщо швидкість поширення поздовжньої акустичної хвилі дорівнює **4400 м/с**.

Відповідь: $1,75 \cdot 10^{11}$ Гц

7.5. На ізотропний кристал GaAs ($n = 3,8$) падає світло з довжиною хвилі **1200,15 нм**. Визначте всі довжини хвиль, які спостерігаються у спектрі розсіяного світла під кутом **60°** до напрямку падаючого променя. Пружні сталі кристалу та його густина: $c_{11} = 122,3$ ГПа; $c_{12} = 57,1$ ГПа, $\rho = 5320$ кг/м³.

**Відповідь: 1200,07 нм; 1200,11 нм; 1200,15 нм;
1200,19 нм; 1200,23 нм**

7.6. При розсіюванні світла резонансної лінії ртутної лампи (**253,65 нм**) в кристалі алмазу ($n = 2,42$) під кутом **60°** до напрямку падаючого променя виявлено дві пари зміщених компонентів відносно центральної лінії на величину $\delta\lambda = 0,052$ нм та $\delta\lambda = 0,032$ нм. Визначте швидкості поздовжньої і поперечної хвилі в алмазі.

Відповідь: 18 км/с; 11 км/с

7.7. Визначте мінімальну довжину акустичної хвилі, на якій можна спостерігати розсіювання електромагнітної хвилі (**1 мкм**) у кристалі з показником заломлення **2**.

Відповідь: 0,25 мкм

7.8. У розсіяному світлі на акустичній хвилі під кутом **180°** у кристалі з показником заломлення **3,12** спостерігають п'ять спектральних ліній з довжинами хвиль **986,11 нм**, **(986,11 ± 0,1) нм** та **(986,11 ± 0,06) нм**. Визначте модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона кристалу.

Література

1. Балакший В.И. Физические основы акустооптики / В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.И. Чирков. – Москва : Наука, 2004. – 280 с.
2. Косевич А.М. Механіка кристалічної ґратки. / А.М. Косевич. – Харків : Акта, 2006. – 305 с.
3. Ландау Л.Д. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1965. – 204 с.
4. Матвеев А.Н. Оптика / А.Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1985. – С. 121 – 122.
5. Однодворець Л.В. Основи оптоелектроніки. Конспект лекцій / Л.В. Однодворець. – Суми : Видавництво СумДУ, 2010. – 44 с.
6. Островський І.В. Фізична акустооптика : навчальний посібник / І.В. Островський, О.О. Коротченков. – К. : ВЦ “Київський університет”, 2000. – 347 с.
7. Островский И.В. Акустолюминисценция – новое явление акустооптики / И.В. Островский // Соросовский образовательный журнал. – 1998. – № 1. – С. 95 – 102.
8. Пихтин А.Н. Оптическая и квантовая электроника / А.Н. Пихтин. – М. : Высшая школа, 2001. – 768 с.
9. Прокопенко В.Т. Управление параметрами световой волны / В.Т. Прокопенко, Н.Ю. Суворова, В.А. Трофимов. – СПб : НИУ ИТМО, 2013. – 97 с.
10. Ребрин Ю.К. Управление оптическим лучом в пространстве / Ю.К. Ребрин. – М. : Советское радио, 1991. – 336 с.
11. Романюк М.О. Акустооптика / М.О. Романюк. – К. : УМК ВО, 1999. – 88 с.
12. Кулакова Л.А. Градиентное управление направлением излучения InGaAsP/InP гетеролазеров / Л.А. Кулакова,

- Н.А. Пихтин, С.И. Слипченко, И.С. Тарасов // ЖЭТФ. – 2007. – Т. 131. – № 5. – С. 790 – 797.
13. Кулакова Л.А. Перестройка частоты излучения гетеролазера ультразвуковой волной / Л.А. Кулакова, И.С. Тарасов // Письма в ЖЭТФ. – 2003. – Т. 78. – № 2. – С. 77 – 81.
 14. Пелешак Р.М. Частотна модуляція рекомбінаційного випромінювання гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs під впливом акустичної хвилі / Р.М. Пелешак, О.О. Даньків, О.В. Кузик // Український фізичний журнал. – 2011. – Т. 56. – № 4. – С. 346 – 353.
 15. Пелешак Р.М. Модуляція напрямку випромінювання гетеролазера з квантовими точками InAs під впливом акустичної хвилі / Р.М. Пелешак, О.О. Даньків, О.В. Кузик // Український фізичний журнал. – 2012. – Т. 57. – № 1. – С. 71 – 75.
 16. Пелешак Р.М. Моделювання деформації гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs під впливом акустичної хвилі / Р.М. Пелешак, О.О. Даньків, О.В. Кузик // Журнал фізичних досліджень. – 2010. – Т. 14. – № 4. – С. 4402: 1 – 5.
 17. Kusters J.A. Optimum crystal orientation for acoustically tuned optic filters / J.A. Kusters, D.A. Wilson, D.L. Hammond // J. Opt. Soc. Am. – 2005. – V. 84. – № 4. – P. 434 – 440.
 18. Peleshchak R.M. The influence of acoustic deformation on the recombination radiation in InAs/GaAs heterostructure with InAs quantum dots / R.M. Peleshchak, O.V. Kuzyk, O.O. Dan'kiv // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. – 2020. – V. 119. – P. 113988 (7 p.).
 19. Van de Walle Chris G. Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory / Chris G. Van de Walle // Phys. Rev. B. – 1989. – V. 39. – P. 1871 – 1882.

Додаток

Таблиця 1. Значення сталих гідростатичного деформаційного потенціалу зони провідності та валентної зони і ширини забороненої напівпровідників

Напівпровідник	a_v, eV	a_c, eV	E_g, eV
Si	2.46	1.98	3.37
Ge	1.24	- 8.24	0.89
GaAs	1.16	- 7.17	1.52
AlAs	2.47	- 5.64	3.13
InAs	1.00	- 5.08	0.41
GaP	1.70	- 7.14	2.90
AlP	3.15	- 5.54	3.63
InP	1.27	- 5.04	1.42
GaSb	0.79	- 6.85	0.75
AlSb	1.38	- 6.97	2.32
InSb	0.36	- 6.17	0.24
ZnSe	1.65	- 4.17	2.83
ZnS	2.31	- 4.09	3.84
ZnTe	0.79	- 5.83	2.39
CdTe	0.55	- 3.96	1.59
CdS			2.42
HgTe	- 0.13	- 4.60	- 0.30