

**Дрогобицький державний педагогічний університет  
імені Івана Франка**

**Роман Пелешак, Олег Кузик, Олеся Даньків**

**АКУСТООПТИЧНІ ЯВИЩА  
В НАПІВПРОВІДНИКАХ**

**Тексти лекцій**

**Дрогобич  
2020**

УДК 534.2+535

П 38

**Роман Пелешак, Олег Кузик, Олеся Даньків. Акустооптичні явища в напівпровідниках. Тексти лекцій. – Дрогобич : Видавничий відділ ДДПУ ім. І. Франка, 2020. – 128 с.**

Навчально-методичний посібник “Акустооптичні явища в напівпровідниках. Тексти лекцій” написаний відповідно до програми навчальної дисципліни “Акустооптичні явища в напівпровідниках” для підготовки фахівців другого рівня вищої освіти спеціальностей 014 Середня освіта (Фізика) та 104 Фізика та астрономія, затвердженої вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

У посібнику подані тексти лекцій з основних розділів акустооптики, до кожної з яких підібрані питання для самоконтролю.

Посібник буде корисним для підготовки фахівців третього рівня вищої освіти спеціальностей “Фізика та астрономія” і “Прикладна фізика та наноматеріали”.

**Рекомендовано до друку** вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка (протокол № \_\_\_\_\_ від “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2020 р.).

**Рецензенти:**

- доцент кафедри інформатики та інформаційних систем Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат фізико-математичних наук **Лучкевич Михайло Михайлович;**
- доцент кафедри фізики Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат фізико-математичних наук **Британ Віктор Богданович.**

# З М І С Т

ПЕРЕДМОВА.....	6
<b>ЛЕКЦІЯ 1. АКУСТИКА. ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В ТВЕРДИХ ТІЛАХ .....</b>	<b>8</b>
1.1. Природа звуку.....	8
1.2. Характеристики звуку.....	9
1.3. Поширення звуку. Ефект Доплера .....	14
1.3.1. Поширення звуку .....	14
1.3.2. Ефект Доплера.....	15
1.4. Джерела звуку. Ультразвук.....	16
1.4.1. Джерела звуку .....	16
1.4.2. Ультразвук .....	17
1.4.3. Інфразвук .....	20
1.5. Плоскі пружні хвилі в кристалах.....	21
1.5.1. Пружні хвилі в ізотропному середовищі.....	21
1.5.2. Пружні хвилі в кристалах .....	24
1.5.3. Поверхневі хвилі .....	26
Питання для самоперевірки .....	30
<b>ЛЕКЦІЯ 2. ІЗОТРОПНА ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА НА АКУСТИЧНІЙ ХВИЛІ.....</b>	<b>31</b>
2.1. Акустооптичний ефект .....	31
2.2. Дифракція Рамана-Ната та Брега.....	33
2.3. Дифракція світла на двох біжучих акустичних хвилях. Дифракція світла на стоячій хвилі.....	39
2.5. Візуалізація акустичних хвиль за допомогою акустооптичної дифракції .....	43
Питання для самоперевірки .....	45

<b>ЛЕКЦІЯ 3. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА В АНІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....</b>	<b>46</b>
3.1. Акустооптична взаємодія в анізотропному середовищі .....	46
3.2. Анізотропна дифракція Брега. Особливості геометрії акустооптичної взаємодії для кристалів різних класів.....	49
3.3. Акустооптична дифракція в одновісних кристалах .....	51
3.4. Акустооптична дифракція в двовісних кристалах.....	57
3.5. Анізотропна дифракція світла в середовищі зі штучною анізотропією .....	59
Питання для самоперевірки .....	65
<b>ЛЕКЦІЯ 4. АКУСТООПТИЧНА РЕФРАКЦІЯ .....</b>	<b>66</b>
4.1. Поняття акустооптичної рефракції.....	66
4.2. Поширення світла в неоднорідно-деформованому середовищі з аксіальною симетрією .....	68
4.3. Акустооптична рефракція в лазерних гетероструктурах з квантовою ямою .....	70
4.4. Акустооптична рефракція в лазерних гетероструктурах з квантовими точками.....	73
Питання для самоперевірки .....	80
<b>ЛЕКЦІЯ 5. ВПЛИВ АКУСТОЕЛЕКТРОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ НАПІВПРОВІДНИКІВ.....</b>	<b>81</b>
5.1. Поняття акустоелектронної взаємодії.....	81
5.2. Механізм акустоелектронної взаємодії в напівпровідниках .....	83
5.3. Вплив акустоелектронної взаємодії на край поглинання та довжину хвилі рекомбінаційного випромінювання .....	85
5.4. Модуляція частоти випромінювання гетеросистеми з квантовими точками.....	88
5.4.1. Модель гетеросистеми з квантовими точками, яка зазнає дії акустичної деформації.....	88

5.4.2. Розрахунок компонентів тензора деформації у наногетеросистемі з квантовими точками з урахуванням впливу ультразвуку .....	92
5.4.3. Модуляція частоти випромінювання гетероструктури з квантовими точками .....	96
Питання для самоперевірки .....	103
<b>ЛЕКЦІЯ 6. АКУСТООПТИЧНІ МОДУЛЯТОРИ ТА ДЕФЛЕКТОРИ .....</b>	<b>104</b>
6.1. Загальні поняття про модуляцію світла .....	104
6.2. Принцип дії та види акустооптичних модуляторів .....	106
6.3. Акустооптичний дефлектор .....	111
6.4. Застосування акустооптичних дефлекторів .....	115
Питання для самоперевірки .....	117
<b>ЛЕКЦІЯ 7. АКУСТОЛЮМІНЕСЦЕНЦІЯ ТА РОЗСІЮВАННЯ СВІТЛА НА АКУСТИЧНИХ ХВИЛЯХ .....</b>	<b>118</b>
7.1. Загальні поняття про сонолюмінесценцію .....	118
7.2. Акустолюмінесценція у напівпровідниках.....	119
7.2.2. Інжекційна акустолюмінесценція .....	122
7.2.3. Приповерхнева акустолюмінесценція .....	123
7.3. Розсіювання Мандельштама-Бріллюена.....	123
Питання для самоперевірки .....	125
<b>ЛІТЕРАТУРА .....</b>	<b>127</b>

## ПЕРЕДМОВА

Акустооптика – це розділ фізики, який вивчає взаємодію електромагнітних (світлових) хвиль та звуку в різних середовищах (акустооптична взаємодія), а також прилади, принцип роботи яких ґрунтується на акустооптичній взаємодії. До акустооптичних явищ належать: акустооптична дифракція, акустооптична рефракція, фотоакустичний ефект, розсіювання Мандельштама-Бріллюена, акустолюмінесценція, опосередковано акустоелектронна взаємодія та ін.

Оскільки останнім часом широкого використання знайшли мікро- і наноелектронні прилади на основі напівпровідників та їх гетероструктур, то важливим питанням є вивчення взаємодії світлових та акустичних хвиль саме в напівпровідниках. Метою дисципліни “Акустооптичні явища в напівпровідниках” є сформувати у студентів знання про фізичні основи акустооптики та акустоелектроніки, будову та принципи роботи акустооптичних дефлекторів та модуляторів.

Найчастіше акустичні хвилі у напівпровідниках – це високочастотні коливання (ультразвук чи гіперзвук). Суть впливу ультразвуку на середовище полягає в тому, що ультразвукова хвиля створює деформацію, яка, в свою чергу, модифікує оптичні параметри кристалу, що проявляється у зміні закономірностей поширення світла.

Вперше пружнооптичний ефект був описаний на початку ХІХ століття Д. Брюстером та А. Зеєбеком. Тоді акустооптична взаємодія зводилась лише до зміни показника заломлення під впливом ультразвуку. Це спричинило відкриття явища дифракції та рефракції світла на ультразвуці. Навпаки, вплив світла на напівпровідниковий кристал обумовлений появою в ньому локальних пружних полів у результаті високочастотної електрострикції в електричному полі електромагнітної хвилі та теплового розширення. Зокрема, фототермопружний ефект є причиною виникнення акустичних коливань під впливом електромагнітного випромінювання. Такий

ефект, який полягав у перетворенні модульованих світлових потоків у звук (фотоакустичний ефект) спостерігали в 1880 році А. Белл, В. Рентген, Д. Тіндаль.

Ще одним ефектом, який відносять до акустооптичних явищ є розсіювання світла на неоднорідності показника заломлення, що виникає в результаті теплового руху атомів і молекул. Це розсіювання світла відбувається в основному на високочастотних фонах. Таке розсіювання світла на акустичних коливаннях називають розсіюванням Мандельштама-Бріллюена, які незалежно один від одного розробили теорію розсіювання світла на неоднорідності показника заломлення (1922-1926 рр.). Експериментально це явище спостерігали вперше в 1930 р. (Е. Грос, Г. Ландсберг, Л. Мандельштам).

Цікавим явищем також є новий тип люмінесценції – акустолюмінесценція. Акустолюмінесценція у напівпровідниках обумовлена взаємодією ультразвуку з електронами та дірками. Під впливом ультразвуку відбувається просторовий перерозподіл носіїв струму, що призводить до виникнення випромінювальної рекомбінації. Експериментально виявлено власно-дефектну акустолюмінесценцію. Вона пов'язана із зарядженими дефектами кристалу, що виникають в результаті коливальних рухів дислокацій у полі ультразвукової хвилі надпорогової інтенсивності.

В 70-их роках минулого століття було показано, що спектри непрозорих твердих тіл можна вивчати за допомогою фотоакустичного ефекту.

Незважаючи на те, що акустооптика як наука виникла давно, але найбільш інтенсивного розвитку вона досягла в кінці ХХ століття, що проявляється у створенні сучасних приладів з використанням акустооптичних модуляторів та дефлекторів.

---

## ЛЕКЦІЯ 1. АКУСТИКА. ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В ТВЕРДИХ ТІЛАХ

### План

- 1.1. Природа звуку.
- 1.2. Характеристики звуку.
- 1.3. Поширення звуку. Ефект Доплера.
- 1.4. Джерела звуку. Ультразвук.
- 1.5. Плоскі пружні хвилі в кристалах.

### 1.1. Природа звуку

Пружні хвилі, які поширюються у суцільних середовищах, називають *звуковими хвилями*. Власне *звуком* називають хвилі, частота яких лежить у межах сприйняття їх людським органом слуху, тобто від 16 до 20 000 *Гц*. Хвилі з частотою, яка лежить за межами цього діапазону, нечутні (вони не створюють слухових відчуттів).

Пружні хвилі, що мають меншу частоту, ніж 16 *Гц*, називають *інфразвуком*, а хвилі з частотою від  $2 \cdot 10^4$  до  $10^9$  *Гц* – *ультразвуком*. Розділ фізики, який вивчає методи збудження акустичних хвиль, їх поширення і взаємодію із середовищем, називають *акустикою*.

Для виникнення і поширення звукових хвиль необхідна наявність пружного середовища (тверде тіло, повітря, рідина).

Тверде тіло чинить опір деформаціям (як повздовжнім, так і зсуву). Тому в твердому тілі звукові хвилі можуть бути і повздовжніми, і поперечними.

У рідинах і газах, які не чинять у звичайних умовах опору деформації зсуву, можуть існувати тільки повздовжні звукові хвилі.

Звукові хвилі у середовищі створюються коливальним тілом. Наприклад, коливання мембрани телефону створює у прилеглому шарі повітря послідовно стиск і розтяг, які поширюються в усі сторони.

В кожній точці простору, який заповнений середовищем, що перебуває у стані звукового руху, відбуваються періодичні зміни:



- а) положення частинки відносно рівноважного стану;
- б) швидкості зміщення частинки;
- в) величини тиску (стиску і розтягу) відносно середнього їх значення, яке має місце в незбуреному середовищі.

Простір, заповнений середовищем у стані звукового руху, називається звуковим полем.

Швидкість поширення повздовжніх і поперечних звукових хвиль визначається формулами, зазначеними вище ( $v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ,  $v_{\perp} = \sqrt{\frac{N}{\rho}}$ ).

У рідинах і газах поширення звуку відбувається адіабатично, оскільки внаслідок швидкої зміни стисків та розтягів теплообмін між збуреною і незбуреною частинами середовища не встигає встановлюватися.

Швидкість звуку в газах обчислюють за формулою:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (1.1)$$

де  $R$  – універсальна газова стала,  $T$  – абсолютна температура,  $\mu$  – молярна маса газу,  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  ( $C_p$  – молярна теплоємність газу при  $p = \text{const}$ ,  $C_v$  – молярна теплоємність цього газу при  $V = \text{const}$ ).

## 1.2. Характеристики звуку

Звук можна характеризувати двома системами фізичних величин: характеристиками, які не залежать від особливостей сприйняття звуку людиною (їх можна назвати *об'єктивними*), і такими, які, навпаки, ґрунтуються на сприйнятті звуку (їх називають *суб'єктивними*).

### А) об'єктивні характеристики звуку

До них належать фізичні величини, які описують будь-який хвильовий процес:

- 1) *частота звуку*  $\nu$ , яка вимірюється числом коливань за секунду частинок середовищ, що беруть участь у хвильовому процесі (Гц);
- 2) густина потоку енергії (або *інтенсивність звуку*), яка вимірюється кількістю енергії, що переноситься акустичною хвилею за 1 с через площадку  $1 \text{ м}^2$ , поставлену перпендикулярно до напрямку поширення хвилі ( $\frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2}$  або  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ ).

Нехай в деякому об'ємі середовища поширюється плоска звукова хвиля, в якій зміщення частинок відбувається за законом:

$$\xi = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{\nu} \right). \quad (1.2)$$

Відомо, що середній за період потік хвильової енергії знаходиться за формулою:

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \nu. \quad (1.3)$$

Величину  $I$  в акустиці прийнято називати *інтенсивністю звуку* (або *силою звуку*).

Спектральний склад звуку показує, з яких частот складений даний звук і як розподілені амплітуди між окремими складовими. Наприклад, акорд має лінійчастий спектр, а шум – суцільний спектр.

### **Б) суб'єктивні характеристики звуку**

До суб'єктивних характеристик звуку належать висота тону, гучність, тембр.

*Висота тону* – це суб'єктивна оцінка частоти звуку, чим більша частота, тим вищий тон звуку, що сприймається. Але здатність вуха розрізняти звуки за їх частотою залежить від частоти. При малих і великих частотах зміна частоти звуку має бути значною, щоб вухо могло відчути зміну тону. Область найбільшої гостроти вуха припадає на частоти (600 – 1000) Гц.

*Гучність* (голосність) є суб'єктивною оцінкою інтенсивності звуку. Сприйняття інтенсивності залежить від частоти звуку. Може

виявитися, що звук великої інтенсивності однієї частоти сприймається нами як менш гучний, ніж звук малої інтенсивності іншої частоти.

Дослід показує, що для кожної частоти в області чутних звуків ( $20 - 20000 \text{ Гц}$ ) існує так званий *порог чутності*. Це мінімальна інтенсивність, коли вухо не реагує на звук.

Емпірично також встановлено, що для кожної частоти існує так званий поріг больових відчуттів, тобто таке значення інтенсивності звуку, яке викликає больові відчуття у вухах (рис. 1.1).

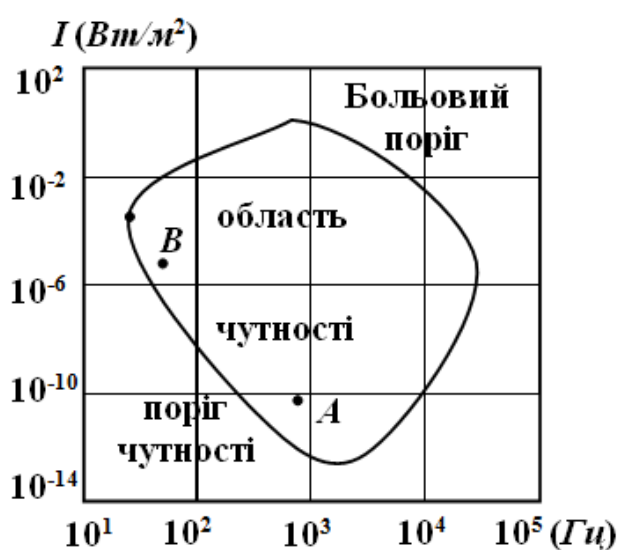


Рис. 1.1

Сукупність точок, які відповідають порогу чутності, і точок, які відповідають порогу больових відчуттів, на діаграмі ( $I, \nu$ ) утворюють дві криві. Область, обмежена цими кривими, називається *областю чутності*.

З рис. 1.1 видно, що менш інтенсивний звук, який відповідає т.  $A$ , буде сприйматися голосніше, ніж інтенсивніший звук, що

відповідає т.  $B$ , оскільки точка  $A$  більш віддалена від порогу чутності, ніж точка  $B$ .

Із рис. 1.1 також видно, що наше вухо має можливість сприймати звуки, які відрізняються за інтенсивністю в  $10^{13}$  разів. Дослід показує, що гучність (суб'єктивна оцінка інтенсивності звуку) зростає значно повільніше, ніж сама інтенсивність звуку. Якщо інтенсивність звуку зростає в геометричній прогресії, то гучність зростає приблизно в арифметичній, тобто лінійно.

Тому гучність доцільно визначати як десятковий логарифм відношення інтенсивності  $I$  до деякої інтенсивності  $I_0$ , яка прийнята за початкову:

$$L = \lg \frac{I}{I_0}. \quad (1.4)$$

За початкову беруть інтенсивність  $I_0 = 10^{-9} \frac{\text{ерг}}{\text{см}^2}$ . Це є інтенсивність порогу чутності на частоті  $10^3 \text{ Гц}$ . Гучність звуку, що відповідає цій інтенсивності, дорівнює нулю (звук не сприймається).

Одиниця гучності  $L$  називається *белом*. Часто гучність звуку виражають у децибелах (*дб*); цю дольну одиницю ще називають фоном (*фон*):

$$1 \text{ бел} = 1 \text{ дб (фон)}.$$

Якщо гучність виражається у децибелах, то формулу (1.4) переписують так:

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}.$$

Усьому діапазону інтенсивностей звуку, які сприймаються вухом від порогу чутливості до порогу больових відчуттів, відповідають значення чутливості від нуля до  $130 \text{ дб}$ .

*Тембр* – суб'єктивна оцінка спектрального складу звуку.

Найпростішим звуком є чистий тон (чистий звук). Під ним розуміють слухове відчуття, яке одержується від простого гармонічного (синусоїдального) коливання (рис. 1.2).

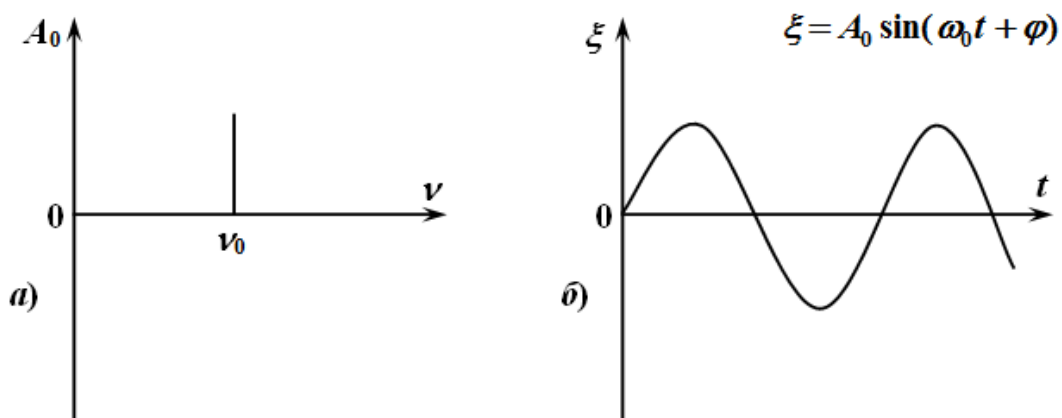


Рис. 1.2

На рис. 1.2 показані спектр чистого тону (*a*) і графік зміщення частинок (*б*) у відповідній хвилі залежно від часу. Складні звуки є сумішшю тонів, результатом суперпозиції чистих тонів з частотами  $\nu$ ,  $2\nu$ ,  $3\nu$ ... Висота звуку визначається основною частотою  $\nu$ . Гармоніки (обертони) з частотами  $2\nu$ ,  $3\nu$ , ... створюють тембр звуку.

Отже, *тембр* – це певний відтінок, яким відрізняються звуки однакової висоти та сили від різних джерел. *Фізична інтерпретація тембру*: тембр характеризується сукупністю частот елементарних коливань (спектром), що містить звук.

Наявність у людини парного слухового органу обумовлює так званий бінауральний ефект, тобто можливість визначати положення джерела звуку. Коли вуха розміщені симетрично відносно напрямку на джерело, звукова хвиля приходить до них в одній фазі, а при несиметричному розміщенні хвилі потрапляють у вуха з деякою різницею фаз. Через високу чутливість до цієї різниці фаз людина здатна визначати напрям на джерело звуку з точністю до  $2,5-3^\circ$ . Бінауральний ефект можна підсилити, якщо до вух прикласти довгі рупори. Цей принцип застосовують у звукоуловлювачах.

*Акорд* – це одночасне звучання двох або декількох чистих тонів. Він може спричинити приємне відчуття – консонанс, або неприємне – дисонанс.

*Шумом* називається аперіодична складна суміш звуків, спектр якої у деякому інтервалі частот є неперервним.

На рис. 1.3, *a* показано спектр мови людини, а на рис. 1.3, *б* – спектр шуму водоспаду, лісу, моря.

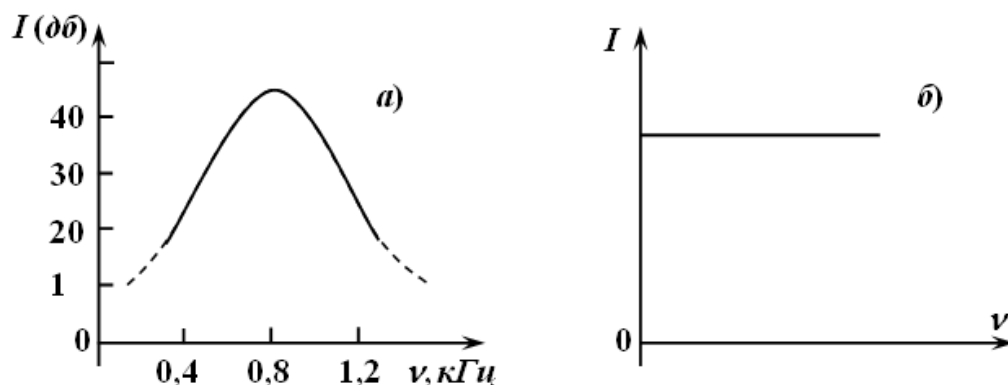


Рис. 1.3

## 1.3. Поширення звуку. Ефект Доплера

### 1.3.1. Поширення звуку

Розрахунки поглинання звуку в повітрі показують, що хвиля з частотою  $10^3$  Гц при  $20^\circ\text{C}$  послаблюється в  $e$  разів на віддалі приблизно 115 км. Урахування впливу теплопровідності понижує цю величину до 81 км. Але насправді звук в атмосфері затухає значно швидше. Причиною цього є те, що на поширення звуку впливають вітер, температура та вологість повітря, наявність шарів різної густини.

Сферична хвиля від точкового джерела в однорідній атмосфері повинна поширюватися з однаковою швидкістю в усіх напрямках. Але якщо має місце вітер, то його швидкість і швидкість хвилі додаються геометрично. Оскільки швидкість вітру біля землі менша (внаслідок тертя), а із збільшенням висоти зростає, то окремі частини фронту хвилі рухаються відносно землі з різною швидкістю (рис. 1.4).

Промені загинаються вгору, а з протилежного боку від джерела притискуються до землі. Тому звук чути на більшій від джерела віддалі у противітровому напрямку, ніж у напрямку вітру (рис. 1.4).

На рис. 1.5 показано поширення звукової хвилі, коли температура повітря зменшується з висотою. У теплому повітрі звук поширюється швидше, ніж в холодному. Тому в звуковій хвилі промені загинаються вгору.

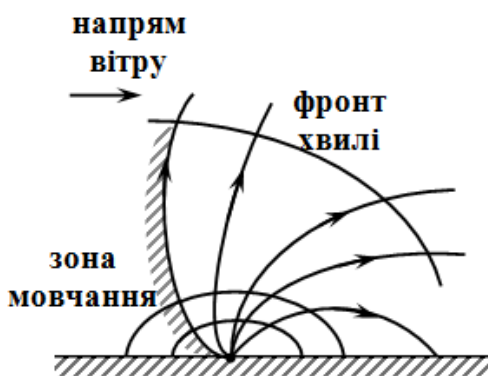


Рис. 1.4

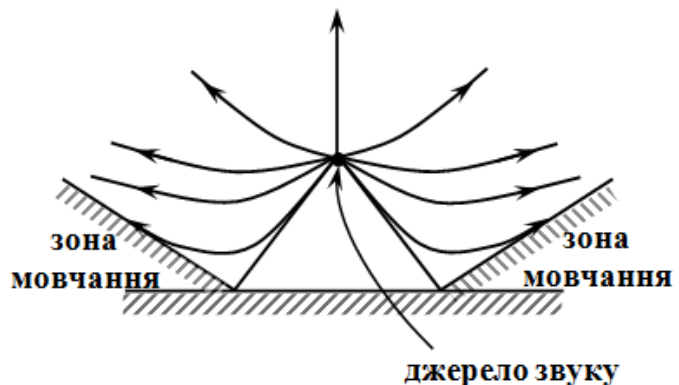


Рис. 1.5

Якщо ж температура шарів повітря, які прилягають до землі, нижча, ніж на деякій висоті (що буває в ясні ночі, коли земля і прилеглі до неї шари повітря швидко вистигають внаслідок випромінювання), промені притискуються до землі.

У гарячий день, коли земля і нижні шари повітря сильно нагріті, віддаль, на якій чути звук, помітно менша, ніж в ясну ніч.

У воді звук поширюється на значно більші віддалі, ніж у повітрі. А оскільки світлові хвилі та радіохвилі затухають у воді дуже швидко, то єдиним способом сигналізації під водою залишаються звукові та ультразвукові хвилі.

### 1.3.2. Ефект Доплера

У випадку, коли джерело та приймач звуку є нерухомими відносно середовища, в якому поширюється звук, тоді частоти коливань, які сприймає приймач, будуть співпадати з частотами  $\nu_0$  коливань джерела.

Вплив руху джерела або приймача на сприйняття звуку (його частоту) встановив австрійський фізик Доплер. У 1842 році він дослідив, що частота  $\nu$  звуку, який сприймається приймачем, залежить як від швидкості, з якою рухається джерело (відносно середовища), так і від швидкості руху спостерігача (приймача): вона вища від частоти  $\nu_0$  джерела, якщо спостерігач і джерело наближаються, і нижча від  $\nu_0$ , якщо вони віддаляються. У цьому суть *ефекту Доплера*.

Якщо і джерело, і спостерігач рухаються одночасно, то частота, яка реєструється приймачем, буде визначатися за формулою:

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + \frac{v_n}{c}}{1 - \frac{v_d}{c}}, \quad (1.5)$$

де  $v_n$  – швидкість приймача;  $v_d$  – швидкість джерела;  $c$  – швидкість світла;  $\nu_0$  – частота хвиль, що випромінюються джерелом. При цьому  $v_n > 0$ , якщо приймач буде рухатися назустріч джерелу;  $v_d > 0$ , якщо

джерело буде рухатися до приймача. У протилежному випадку обидві величини слід вважати від'ємними.

Якщо швидкості  $v_n$  і  $v_d$  не напрямлені по прямій, яка їх з'єднує, то у формулу (1.5) потрібно підставляти не самі швидкості  $v_n$  і  $v_d$ , а їх проекції на пряму, що з'єднує джерело та приймач.

## 1.4. Джерела звуку. Ультразвук

### 1.4.1. Джерела звуку

Джерелами звуку можуть бути будь-які тіла, у яких виникли власні або вимушені коливання звукової частоти. Розрізняють три види джерел.

1. *Джерела, які випромінюють звук у результаті вільних коливань систем з розподіленими параметрами.*

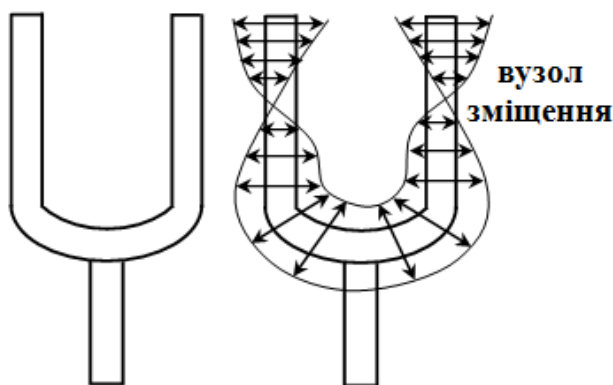


Рис. 1.6

До таких джерел належать камертони (рис. 1.6), дзвони, пластини, стержні, а також струни, що збуджуються ударом (рояль) або щипком (гітара, арфа і т.д.). Перераховані джерела мають мале затухання і одержані від них звуки наближаються до чистих тонів

(до синусоїдального виду). Особливо слід виділити камертон (рис. 1.6). При вільних коливаннях у ньому встановлюється стояча хвиля тільки основного тону. Форма камертона така, що збудження в ньому гармонік утруднене.

2. *Автоколивальні системи.*

До них належать смичкові та духові інструменти, органні труби, свистки тощо.

Розглянемо наприклад, як виникають автоколивання струни у смичкового інструмента. При русі волосу смичка струна під дією сили тертя спокою почне віддалятися від положення рівноваги. Коли



сила пружності деформованої струни перевищує силу тертя спокою, струна відривається від волоска, переходить на інший бік відносно положення рівноваги та в момент найбільшого відхилення знову захоплюється смичком. Так, двічі за період струна одержує поповнення енергії, що й забезпечує коливання з незмінною амплітудою.

### *3. Системи, які здійснюють вимушені коливання.*

Такі системи лише відтворюють коливання, до яких їх змушують зовнішні періодичні сили. Прикладом джерел звуку даного виду є гучномовці, мембрани грамофонів, сирени тощо.

У гучномовці головною частиною є дифузор: він коливається з частотою струму, що живить звукову обмотку приладу.

Колівання мембрани грамофона викликаються голкою, яка ковзає борознами грамплатівки.

У сирені потік повітря періодично переривається обертовим диском, що має ряд отворів.

## **1.4.2. Ультразвук**

*Ультразвук* – механічна хвиля, частота якої перевищує  $2 \cdot 10^4$  Гц. Для отримання ультразвуку використовують три явища:

- обернений п'єзоелектричний ефект,
- магніострикцію,
- електрострикцію.

Обернений п'єзоелектричний ефект полягає в тому, що пластинка, яка вирізана певним чином із кристалу кварцу (або іншого анізотропного кристалу), під впливом електричного поля вкорочується або видовжується залежно від напрямку поля.

Якщо розмістити таку пластину між обкладками плоского конденсатора, на які подається змінна напруга, то пластинка зазнає вимушених коливань. Ці коливання будуть мати найбільшу амплітуду, коли частота зміни електричної напруги співпадатиме з частотою власних коливань пластинки.

---

Коливання пластинки передаються частинкам навколишнього середовища (повітря або рідини), що й викликає ультразвукову хвилю.

*Явище магнітострикції* полягає в тому, що феромагнітні стержні (сталь, залізо, нікель і їх сплави) змінюють свої лінійні розміри під дією магнітного поля, напрямленого вздовж осі стержня.

Помістивши такий стержень у змінне магнітне поле (наприклад, всередину котушки, по якій тече змінний струм), у стержні збуджуються вимушені коливання, амплітуда яких буде особливо високою при резонансі.

Торець стержня, що коливається, створює у навколишньому середовищі ультразвукові хвилі, інтенсивність яких перебуває у прямій залежності від амплітуди коливань стержня.

Деякі матеріали (наприклад, кераміка) мають властивість змінювати свої розміри в електричному полі. Це явище, яке одержало назву *електрострикції*, відрізняється від оберненого п'єзоелектричного ефекту тим, що зміна розмірів залежить тільки від напруженості прикладеного поля, але не залежить від його знаку. До числа таких матеріалів належать титанат барію і титанат-цирконат свинцю.

Перетворювачі, в яких використовуються описані вище явища, називаються відповідно п'єзоелектричними, магнітострикційними й електрострикційними. Останні знайшли найбільше застосування у техніці.

Реєстрація ультразвуку здійснюється перетворювачем, дія якого ґрунтується або на прямому п'єзоелектричному ефекті, або на явищі, оберненому до електрострикції.

При стиску кварцової пластини на її паралельних площинах виникають різнойменні заряди, тобто утворюється різниця потенціалів, яка залежить від стиску.

Дія кварцового й електрострикційного керамічного перетворювача наступна. Звукові хвилі створюють змінний тиск на поверхню пластини, що веде до появи на її поверхні змінної різниці

потенціалів, яка і фіксується електричною частиною приймального пристрою.

Відзначимо два напрямки практичного використання ультразвуку.

Один із них пов'язаний з використанням ультразвуку великої інтенсивності, який може чинити на матеріал руйнівну дію.

Другий полягає у використанні ультразвуку малої інтенсивності з метою одержання інформації про середовище, в якому поширюються ультразвукові хвилі (звукові локатори, ехолоти тощо).

#### *А) Застосування ультразвуку великої інтенсивності*

1. *Кавітація* – утворення у рідині бульбашок, які заповнені газом або паром. Ультразвукові хвилі, проходячи через рідину, утворюють області стиску та розрідження. Якщо тиск всередині рідини не дорівнює тиску насиченої пари, то відбувається розрив рідини. В утвореній порожнині перебуває, як правило, повітря, яке туди проникає з оточуючої рідини, і пара рідини. Час життя такої порожнини дуже малий, бо за розрідженням швидко наступає стиск, що веде до зникнення порожнин. Коли порожнина зникає (захлопується), утворюються сильні ударні хвилі. Дію цих хвиль і використовують на практиці для очистки від бруду різних предметів. Для цього деталь розміщують у ванні, заповненій певним розчином, у який опускають випромінювач ультразвуку (частинки бруду прилипають до повітряних бульбашок і виносяться на поверхню рідини у вигляді піни).

2. Інтенсивний ультразвук знайшов застосування для приготування однорідних сумішей і, зокрема, для одержання емульсій (фарби, лаки, косметичні засоби, фармацевтичні засоби, продукти дитячого харчування, мазі, соуси, плавлені сирки, маргарин, майонез, зубна паста тощо).

3. Ультразвук використовують для паяння алюмінієвих деталей (на повітрі алюміній швидко покривається тонкою плівкою окислу, яка перешкоджає паянню і яку не можна забрати за допомогою флюсів). Проходячи через ванну ультразвукові хвилі викликають

---

кавітацію, яка знищує плівку окису алюмінію і забезпечує з'єднання деталей за допомогою припою.

4. Ультразвук також застосовується для зварювання двох різних металів. Ультразвукова (точкова) зварка застосовується для з'єднання деталей напівпровідникових приладів (діодів і тріодів). Ультразвук дає змогу робити отвори різноманітної форми в крихких матеріалах (скло, кераміка) і в дуже твердих матеріалах (карбіди, бориди, алмази).

5. У медицині інтенсивний ультразвук знайшов застосування, наприклад, при лікуванні хвороби Паркінсона (неконтрольоване хитання голови та кінцівок). Хвороба виліковується при ультразвуковій дії на деякі ділянки мозку.

#### *Б) Застосування слабого ультразвуку*

1. Ультразвукова локація, яка дає можливість заглянути як в глибину металу, так і всередину людини.

2. Ультразвукова локація застосовується на морських пароплавах для виявлення перешкод у воді (сонари) і для дослідження рельєфу морського дна (ехолоти).

3. У медицині слабкий ультразвук знайшов застосування в діагностиці хвороб.

### **1.4.3. Інфразвук**

Звукові хвилі, частота яких є меншою ніж 20 Гц, називають *інфразвуком*.

Інфразвукова область частот ще мало вивчена. Але встановлено, що на противагу ультразвуку, інфразвук має високу проникаючу здатність. В атмосфері, наприклад, він може поширюватися на десятки тисяч кілометрів.

Дослідження останніх років показали, що як природний, так і штучний інфразвук чинить сильну дію на стан і поведінку людей та тварин.

У природних умовах інфразвук породжується морськими хвилями, штормом, виверженням вулканів, землетрусами, смерчами.

Є позитивний досвід прогнозування за допомогою інфразвуку наближення цунамі – гігантських припливних хвиль, що утворюються підводними землетрусами.

Джерелами ультразвуку можуть бути об'єкти, створені людиною: турбіни, двигуни внутрішнього згорання, сталеплавильні печі тощо.

Для виявлення інфразвуку порівняно високих частот часто використовують мікрофони великих розмірів. А взагалі індикатори інфразвуку дуже складні і ми їх будову розглядати не будемо.

Більш детальний виклад теми “Акустика” приведено в навчальному посібнику [2].

## 1.5. Плоскі пружні хвилі в кристалах

### 1.5.1. Пружні хвилі в ізотропному середовищі

Якщо в деформованому тілі відбувається рух, то температура такого тіла не є сталою величиною, а змінюється в просторі та з часом. Але якщо теплообмін практично не відбувається на протязі проміжків часу порядку періоду коливань, то кожен ділянку тіла можна розглядати як теплоізолювану, тобто рух буде адіабатичним. А при адіабатичних деформаціях механічна напруга  $\sigma_{ik}$  виражається через компоненти тензора деформацій  $\varepsilon_{ik}$  відомими формулами, але замість ізотермічних значень модуля Юнга  $E$  та коефіцієнта Пуасона  $\nu$  потрібно використовувати їх адіабатичні значення.

Для того, щоб отримати рівняння руху пружного середовища, потрібно прирівняти силу внутрішньої напруги  $\partial\sigma_{ik} / \partial x_k$  до добутку прискорення  $\ddot{u}_i$  на масу одиниці об'єму тіла, тобто на його густину  $\rho$ :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}. \quad (1.6)$$

Зокрема, рівняння руху ізотропного пружного середовища можна написати по аналогії з рівнянням рівноваги:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta \bar{\mathbf{u}} + \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \mathbf{grad div} \bar{\mathbf{u}}, \quad (1.7)$$

де  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

Оскільки всі деформації вважаються малими, то розглянуті рухи є малими пружними коливаннями або хвилями.

Розглянемо плоску пружну хвилю в необмеженому середовищі, тобто хвилі, в яких деформація є функцією тільки однієї координати та часу.

Тоді рівняння для окремих компонентів вектора зміщень мають вигляд:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2},$$

де  $c_l = \sqrt{\frac{3K + 4\mu}{3\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$ ,  $c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$  –

відповідно, поздовжні та поперечні швидкості акустичних коливань;  $K$ ,  $\mu$  – модулі всебічного стиску і зсуву кристалу, які виражаються через пружні сталі  $C_{11}$  та  $C_{12}$ :

$$K = \frac{C_{11} + 2C_{12}}{3}, \quad \mu = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}.$$

Таким чином, пружна хвиля представляє собою дві незалежні хвилі (поздовжню та поперечну).

Для поперечної хвилі справедливими є рівняння:

$$\mathbf{div} \bar{\mathbf{u}}_T = 0.$$

Поділ хвилі на дві незалежні можна здійснити і в загальному випадку (для неплоскої хвилі) в необмеженому середовищі. Перепишемо рівняння (1.7) у вигляді:

$$\frac{\partial^2 \bar{\mathbf{u}}}{\partial t^2} = c_T^2 \Delta \bar{\mathbf{u}} + (c_l^2 - c_T^2) \mathbf{grad div} \bar{\mathbf{u}}. \quad (1.8)$$

Представимо вектори зміщень  $\bar{\mathbf{u}}$  у вигляді суми двох доданків  $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}_l + \bar{\mathbf{u}}_T$ , які задовільняють умовам:

$$\mathbf{rot} \bar{\mathbf{u}}_l = 0, \quad \mathbf{div} \bar{\mathbf{u}}_T = 0. \quad (1.9)$$

При підстановці  $\bar{u} = \bar{u}_l + \bar{u}_T$  в (1.8) отримуємо:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_l}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_T}{\partial t^2} = c_T^2 \Delta (\bar{u}_l + \bar{u}_T) + (c_l^2 - c_T^2) \text{grad div } \bar{u}_l. \quad (1.10)$$

Застосуємо до двох сторін цього рівняння операцію **div**. Тоді, враховуючи (1.9), отримаємо:

$$\text{div} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_l}{\partial t^2} \right) = c_T^2 \Delta \text{div } \bar{u}_l + (c_l^2 - c_T^2) \Delta \text{div } \bar{u}_l$$

або

$$\text{div} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_l}{\partial t^2} - c_l^2 \Delta \bar{u}_l \right) = 0.$$

З іншого боку, **rot** виразу в дужках також дорівнює нулю. Але якщо **rot** і **div** деякого вектора дорівнюють нулю у всьому просторі, то й цей вектор дорівнює нулю. Таким чином,

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_l}{\partial t^2} - c_l^2 \Delta \bar{u}_l = 0. \quad (1.11)$$

Аналогічно застосовуючи до рівняння (1.10) операцію **rot** і пам'ятаючи, що **rot** будь-якого градієнта дорівнює нулю, а також, враховуючи (1.9), отримаємо:

$$\text{rot} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_T}{\partial t^2} - c_T^2 \Delta \bar{u}_T \right) = 0.$$

Оскільки **div** виразу в дужках також дорівнює нулю, то отримуємо рівняння:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}_T}{\partial t^2} - c_T^2 \Delta \bar{u}_T = 0. \quad (1.12)$$

Рівняння (1.11) та (1.12) є звичайними хвильовими рівняннями. Кожне з них відповідає поширенню пружної хвилі з відповідною швидкістю. Одна з цих хвиль не пов'язана зі зміною об'єму, а інша супроводжується об'ємним стиском та розтягом.

У монохроматичній пружній хвилі вектор зміщення має вигляд:

$$\bar{u} = \text{Re} \left[ \bar{u}_0(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right], \quad (1.13)$$

де функція  $\bar{u}_0(\vec{r})$  задовольняє рівняння

$$c_T^2 \Delta \bar{\mathbf{u}}_0 + (c_l^2 - c_T^2) \text{grad div } \bar{\mathbf{u}}_0 + \omega^2 \bar{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{0}, \quad (1.14)$$

яке отримують при підстановці (1.13) у (1.8). Поздовжня і поперечна частини монохроматичної хвилі задовольняють рівнянням

$$\Delta \bar{\mathbf{u}}_l + k_l^2 \bar{\mathbf{u}}_l = \mathbf{0}, \quad \Delta \bar{\mathbf{u}}_T + k_T^2 \bar{\mathbf{u}}_T = \mathbf{0}, \quad (1.15)$$

де  $k_l = \omega/c_l$ ,  $k_T = \omega/c_T$  – хвильові вектори поздовжньої і поперечної хвиль.

### 1.5.2. Пружні хвилі в кристалах

Поширення пружних хвиль в анізотропному середовищі, тобто в кристалі, задовольняє більш складні закономірності, ніж поширення хвиль в ізотропному тілі. Для дослідження таких хвиль звернемося до загальних рівнянь руху (1.6) і скористаємось для  $\sigma_{ik}$  загальним виразом

$$\sigma_{ik} = \lambda_{iklm} \varepsilon_{lm}.$$

Під  $\lambda_{iklm}$  слід розуміти адабатичні значення модулів пружності.

Підставивши  $\sigma_{ik}$  в рівняння руху (1.6), отримаємо:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \lambda_{iklm} \frac{\partial \varepsilon_{lm}}{\partial x_k} = \frac{\lambda_{iklm}}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right) = \\ &= \frac{\lambda_{iklm}}{2} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_k \partial x_m} + \frac{\lambda_{iklm}}{2} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k \partial x_l}. \end{aligned}$$

Оскільки тензор  $\lambda_{iklm}$  симетричний за індексами  $l$  і  $m$ , то змінивши у другому доданку позначення індексів сумування  $l$  і  $m$  на протилежні, побачимо, що перший і другий доданки тотожні. Таким чином, отримуємо рівняння руху у вигляді:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \lambda_{iklm} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k \partial x_l}. \quad (1.16)$$

Розглянемо монохроматичну пружну хвилю в кристалі. Для цього будемо шукати розв'язок рівняння руху у вигляді:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{0i} e^{i(\bar{\mathbf{k}}\bar{\mathbf{r}} - \omega t)} \quad (\mathbf{u}_{0i} - \text{сталі}),$$



причому співвідношення між хвильовим вектором  $\vec{k}$  і частотою  $\omega$  повинно бути визначене так, щоб записана функція дійсно задовольняла рівняння (1.16). Диференціювання  $u_i$  за часом призводить до множення на  $-i\omega$ , а диференціювання за  $x_k$  – до множення на  $ik_k$ . Тому рівняння (1.16) після підстановки набуде вигляду:

$$\rho\omega^2 u_i = \lambda_{iklm} k_k k_l u_m.$$

Запишемо, що  $u_i = \delta_{im} u_m$ , і тоді перепишемо дану рівність у вигляді:

$$(\rho\omega^2 \delta_{im} - \lambda_{iklm} k_k k_l) u_m = 0. \quad (1.17)$$

Співвідношення (1.17) – це система трьох лінійних однорідних рівнянь відносно невідомих  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ . Така система має відмінні від нуля розв'язки лише при умові рівності нулю визначника коефіцієнтів рівнянь:

$$\det(\rho\omega^2 \delta_{im} - \lambda_{iklm} k_k k_l) = 0. \quad (1.18)$$

Цим рівнянням визначається залежність частоти хвилі від хвильового вектора. Таку залежність називають *законом дисперсії хвиль*, а відповідне рівняння називають *дисперсійним*. Рівняння (1.18) – рівняння третього степеня за  $\omega^2$ . Воно має три різних корені  $\omega^2 = \omega_j^2(\vec{k})$ , або, як кажуть, *три гілки закону дисперсії*. Підставивши кожен з коренів у рівняння (1.17) і розв'язуючи їх, знайдемо напрямки вектора зміщення  $\vec{u}$  у цих хвилях, або, як кажуть, *напрямки їх поляризації*. Зрозуміло, що через однорідність, рівняння (1.17) не визначає абсолютної величини вектора  $\vec{u}$ . В ізотропному середовищі цими гілками є  $\omega = c\vec{k}$  (поздовжньо поляризовані хвилі) і два співпадаючі корені  $\omega = c_T\vec{k}$ , що відповідають хвилям з двома незалежними поперечними напрямками поляризації. Напрямки поляризації трьох хвиль з одним і тим же хвильовим вектором взаємно перпендикулярні. Це важливе твердження випливає з того, що рівняння (1.18) можна розглядати як рівняння, що визначає головні значення симетричного тензора другого рангу  $\lambda_{iklm} k_k k_l$ , а рівняння (1.17) визначає головні напрямки цього тензора, які, як відомо, є перпендикулярними. Але жоден з цих напрямків не є ні

чисто поздовжнім, ні чисто поперечним відносно напрямку хвильового вектора.

Швидкість поширення хвилі (її групова швидкість) визначається співвідношенням:

$$\vec{U} = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}}. \quad (1.19)$$

В ізотропному середовищі залежність  $\omega(\vec{k})$  зводиться до пропорційності абсолютному значенню хвильового вектора. Тому напрям групової швидкості співпадає з напрямом вектора  $\vec{k}$ . Вектори  $\vec{k}$  та  $\vec{U}$  колінеарні для деяких виняткових напрямків осей симетрії кристалу.

З дисперсійного співвідношення (1.18) видно, що в кристалі частота є однорідною функцією першого порядку від компонентів хвильового вектора (якщо ввести як невідому величину відношення  $\omega/k$ , то коефіцієнти рівняння не залежать від  $k$ ). Тому групова швидкість – однорідна функція нульового порядку від  $k_x, k_y, k_z$ . Іншими словами, швидкість поширення хвилі – це функція, яка залежить від напрямку, але не залежить від частоти.

### 1.5.3. Поверхневі хвилі

Особливим видом пружних хвиль є хвилі, які поширюються поблизу поверхні середовища і не проникають в глибину – *хвилі Релея*.

Запишемо рівняння руху у вигляді:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - c^2 \Delta \mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (1.20)$$

де  $\mathbf{u}$  – будь-яка з компонентів векторів  $\vec{u}_l, \vec{u}_T$ , а  $c$  – відповідна їй швидкість. Поверхню пружного середовища будемо вважати плоскою. Виберемо її так, щоб вона співпадала з площиною  $xoy$ , а область середовища відповідала  $z < 0$ .

Розглянемо плоску монохроматичну поверхневу хвилю, яка поширюється вздовж осі  $x$ . Функція  $u(t, x, z)$  матиме вигляд:

$$u = e^{i(kx - \omega t)} f(z),$$

де  $f(z)$  задовольняє рівняння  $f''(z) = \chi^2 f(z)$ ,

$$\chi = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}. \quad (1.21)$$

Якщо  $k^2 - \omega^2/c^2 < 0$ , то  $f(z)$  – періодична функція, тобто отримаємо звичайну плоску хвилю, яка не зникає у всьому середовищі. Тому потрібно вважати, що  $k^2 - \omega^2/c^2 > 0$ . Рівняння має розв'язки виду  $\exp(\pm \chi z)$ ; з них потрібно вибрати той, що затухає при  $z \rightarrow \infty$ .

Таким чином, розв'язок рівняння руху має вигляд:

$$u = \text{conste}^{i(kx - \omega t)} e^{\chi z}. \quad (1.22)$$

Величина  $\chi$  визначає швидкість затухання хвилі.

Вектор зміщення  $\vec{u}$  є сумою двох векторів  $\vec{u}_l$ ,  $\vec{u}_T$ . У випадку об'ємних хвиль в необмеженому середовищі ці дві частини є двома хвилями, які незалежно поширюються. У випадку поверхневих хвиль такий поділ на дві незалежні частини є неможливим (завдяки наявності межових умов). Вектор зміщення  $\vec{u}$  повинен бути визначений лінійною комбінацією векторів  $\vec{u}_l$ ,  $\vec{u}_T$ . У даному випадку ці вектори не мають наочного змісту паралельних і перпендикулярних до напрямку поширення компонентів вектора зміщення.

Для визначення лінійної комбінації векторів  $\vec{u}_l$ ,  $\vec{u}_T$  потрібно використати межові умови. З цих же умов можна визначити зв'язок між хвильовим вектором і частотою, а отже, й швидкість акустичної хвилі. На вільній поверхні повинна виконуватись умова  $\sigma_{ik} n_k = 0$ . Оскільки вектор нормалі  $\vec{n}$  напрямлений вздовж осі  $z$ , то звідси випливають умови

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0. \quad (1.23)$$

Таким чином,

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0, \quad \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + (1 - \nu)\varepsilon_{zz} = 0. \quad (1.24)$$

Оскільки всі величини не залежать від координати  $y$ , то друга з цих умов дає

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial u_y}{\partial z} = 0.$$

Звідси з урахуванням (1.22) отримаємо, що

$$u_y = 0. \quad (1.25)$$

Поперечна складова хвилі задовольняє другу з умов (1.9), тобто

$$\frac{\partial u_{Tx}}{\partial x} + \frac{\partial u_{Tz}}{\partial z} = 0.$$

Отже, врахувавши (1.22), отримаємо:

$$iku_{Tx} + \chi_T u_{Tz} = 0.$$

Тобто

$$\begin{aligned} u_{Tx} &= \chi_T a e^{(ikx + \chi_T z - i\omega t)}, \\ u_{Tz} &= -ika e^{(ikx + \chi_T z - i\omega t)}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

де  $a$  – стала величина.

Поздовжня частина хвилі повинна задовольняти умові (1.9), тобто

$$\frac{\partial u_{lx}}{\partial z} - \frac{\partial u_{lz}}{\partial x} = 0.$$

Звідси з урахуванням (1.22) слідує, що

$$iku_{lz} - \chi_l u_{lx} = 0, \quad \chi_l = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_l^2}.$$

Таким чином,

$$\begin{aligned} u_{lx} &= k b e^{(ikx + \chi_l z - i\omega t)}, \\ u_{lz} &= -i\chi_l b e^{(ikx + \chi_l z - i\omega t)}, \end{aligned} \quad (1.27)$$

де  $b$  – стала величина.

Скориставшись умовою (1.24), виразивши деформації через зміщення та ввівши швидкості, отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} &= 0, \\ c_l^2 \frac{\partial u_z}{\partial z} + (c_l^2 - 2c_T^2) \frac{\partial u_x}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Підставимо в (1.28)

$$u_x = u_{lx} + u_{Tx}, \quad u_z = u_{lz} + u_{Tz}.$$

У результаті перше з рівнянь (1.28) дає співвідношення

$$a(k^2 + \chi_T^2) + 2bk\chi_l = 0. \quad (1.29)$$

З другої умови (1.28) випливає, що

$$2ac_T^2\chi_T k + b[c_l^2(\chi_l^2 - k^2) + 2c_T^2k^2] = 0,$$

або

$$2ak\chi_l + b(k^2 + \chi_T^2) = 0. \quad (1.30)$$

Умова сумісності двох однорідних рівнянь (1.29) та (1.30) дає

$$(k^2 + \chi_T^2)^2 = 4k^2\chi_l\chi_T,$$

або піднісши до квадрату і підставивши значення  $\chi_l$ ,  $\chi_T$ :

$$\left(2k^2 - \frac{\omega^2}{c_T^2}\right)^4 = 16k^4 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c_T^2}\right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right). \quad (1.31)$$

Цим рівнянням визначається зв'язок між частотою та хвильовим вектором. Очевидно, що  $\omega = \text{const} \cdot k$ . Для визначення коефіцієнта пропорційності запишемо це співвідношення у вигляді

$$\omega = c_T k \xi. \quad (1.32)$$

Тоді спільний множник  $k^8$  скоротиться і ми отримаємо рівняння для  $\xi$ :

$$\xi^6 - 8\xi^4 + 8\xi^2 \left(3 - 2\frac{c_T^2}{c_l^2}\right) - 16 \left(1 - \frac{c_T^2}{c_l^2}\right) = 0. \quad (1.33)$$

Звідси видно, що число  $\xi$  залежить тільки від відношення  $c_T/c_l$  і, відповідно, є деякою характеристикою даної речовини, що залежить тільки від коефіцієнта Пуассона:

$$\frac{c_T^2}{c_l^2} = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}.$$

Величина  $\xi$  повинна бути дійсною додатною, причому  $\xi < 1$ . Рівняння (1.33) має тільки один корінь, що задовольняє цим умовам.

Таким чином, як для поверхневих, як і для об'ємних хвиль частота пропорційна хвильовому вектору. Коефіцієнт пропорційності між ними – це швидкість поширення хвилі

$$\vec{U} = \bar{c}_T \xi. \quad (1.34)$$



## Питання для самоперевірки

1. Що називають звуком?
2. Запишіть формулу для швидкості звуку в твердих тілах і газах. Поясніть їх.
3. Назвіть об'єктивні характеристики звуку. Поясніть їх фізичний зміст.
4. Назвіть суб'єктивні характеристики звуку. Поясніть їх фізичний зміст.
5. Як гучність звуку пов'язана з його інтенсивністю?
6. Що називають порогом чутності? Больовим порогом?
7. Намалюйте діаграму чутності. Поясніть її.
8. Що називають чистим тоном? Від чого залежить тембр звуку?
9. Що називають акордом? Шумом?
10. Замалюйте спектри чистого тону та шуму. Поясніть їх.
11. У чому суть ефекту Доплера? Запишіть формулу та поясніть її.
12. Які є види джерел звуку? Поясніть їх особливості.
13. Що називають ультразвуком? Які є методи утворення ультразвуку? Поясніть їх.
14. Де використовують ультразвук? Наведіть приклади та поясніть їх.
15. Що називають інфразвуком? Чим інфразвук відрізняється від ультразвуку?
16. Що таке поперечна і поздовжня хвилі?
17. Запишіть хвильове рівняння.
18. Які види деформацій створюють поздовжня та поперечна хвилі, відповідно?
19. Які особливості поширення хвиль в кристалах?
20. Що таке поверхнева акустична хвиля?
21. Запишіть дисперсійне співвідношення для об'ємних хвиль.
22. Запишіть дисперсійне співвідношення для поверхневих хвиль.
23. Як визначається групова швидкість?

## ЛЕКЦІЯ 2. ІЗОТРОПНА ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА НА АКУСТИЧНІЙ ХВИЛІ

### План

- 2.1. Акустооптичний ефект.
- 2.2. Дифракція Рамана-Ната та Брега.
- 2.3. Дифракція світла на двох біжучих акустичних хвилях.  
Дифракція світла на стоячій хвилі.
- 2.4. Дифракція світла на поверхневій акустичній хвилі.
- 2.5. Візуалізація акустичних хвиль за допомогою акустооптичної дифракції.

### 2.1. Акустооптичний ефект

*Акустооптичний ефект* полягає у зміні показника заломлення середовища під дією пружної напруги, спричиненої акустичними хвилями у цьому середовищі. Акустооптична взаємодія зводиться до ефектів оптичної рефракції і дифракції за різної інтенсивності оптичного випромінювання та різних співвідношеннях між довжиною акустичної хвилі та шириною світлового пучка.

У випадку, коли ширина оптичного променя набагато більша, ніж довжина акустичної хвилі, має місце *акустооптична дифракція*.

При розгляді дифракції світла на монохроматичній хвилі в першу чергу виділяють два режими: раман-натівський і брегівський. *Режим Рамана-Ната* відповідає відносно низьким акустичним частотам  $f$  і малій довжині акустооптичної взаємодії  $l$  (зазвичай  $f < 10$  МГц і  $l < 1$  см), а дифракційна картина може мати багато дифракційних максимумів із симетричним розподіленням інтенсивності світла. На відміну від нього, *режим Брега* спостерігається на високих частотах ультразвуку, зазвичай більших 100 МГц. Дифракційна картина, навіть при великій акустичній потужності  $P_a$ , складається, як правило, тільки з двох дифракційних максимумів нульового і першого порядків.

---

На основі акустооптичного ефекту працюють акустооптичні модулятори і дефлектори.

*Акустооптичний модулятор* – прилад, який керує інтенсивністю світлових пучків на основі розподілення світлої енергії між падаючим і дифрагованим світлом.

*Акустооптичний дефлектор* – це прилад, призначений для керування напрямком світлового променя в просторі. Принцип його роботи побудований на взаємодії світла зі звуковими хвилями.

Акустооптичний ефект відомий також як акустооптична взаємодія або дифракція світла на акустичних хвилях. Цей ефект був вперше передбачений Бріллюеном в 1921 році і потім експериментально встановлений Люка, Бікаром, Дебаєм і Сірсом у 1932 році.

В основі акустооптичної взаємодії лежить більш загальний *ефект фотопружності*, який полягає в зміні діелектричної проникності  $\tilde{\epsilon}$  середовища під дією механічної деформації  $\epsilon_{\mu}$ . Цей ефект описується як зміна коефіцієнтів оптичної індикатриси  $B_{\lambda}$ , зумовленої деформацією  $\epsilon_{\mu}$ :

$$\Delta B_{\lambda} = \sum_{\mu=1}^6 p_{\lambda\mu} \epsilon_{\mu}, \quad (2.1)$$

де  $p_{\lambda\mu}$  – компоненти тензора фотопружності;  $\lambda, \mu = 1, 2, \dots, 6$ ;  $\lambda = i = j$  при  $i = j$  та  $\lambda = 9 - i - j$  при  $i \neq j$ . Тобто  $\lambda = 1 \rightarrow xx$ ,  $\lambda = 2 \rightarrow yy$ ,  $\lambda = 3 \rightarrow zz$ ,  $\lambda = 4 \rightarrow yz$ ,  $\lambda = 5 \rightarrow xz$ ,  $\lambda = 6 \rightarrow xy$ .

*Оптична індикатриса* – поверхня показників заломлення. Нагадаємо, що хвильова поверхня – це поверхня швидкостей поширення світла. У кристалах вищої симетрії (кубічної сингонії) швидкості поширення світла і показник заломлення в усіх напрямках однакові, тому індикатриса – сфера. Форма індикатриси кристалів середньої категорії описується двовісним еліпсоїдом. У кристалооптиці напрямком, який є перпендикулярним до кругового перерізу індикатриси, називають *оптичною віссю кристалу*. Тому індикатриси кристалів середньої категорії називають оптично одноосьовими. Бувають оптично додатні і оптично від’ємні



індикатриси. Форма індикатриси кристалів ромбічної, моноклінної і триклінної сингоній описується поверхнею тривісного еліпсоїда, що має три нерівні півосі. Індикатриси кристалів нижчої категорії є оптично двовісними.

У випадку акустооптичного ефекту деформація  $\varepsilon_{\mu}$  створюється акустичною хвилею, збудженою у прозорому середовищі. Тому кожна акустична хвиля супроводжується зміною діелектричної проникності середовища:

$$\Delta \tilde{\varepsilon}_{ij} = -\tilde{\varepsilon}_{ik} \Delta B_{kl} \tilde{\varepsilon}_{lj}, \quad (2.2)$$

або

$$\Delta \tilde{\varepsilon}_{ij} = - \sum_{klmn} \tilde{\varepsilon}_{ik} \tilde{\varepsilon}_{lj} p_{klmn} \varepsilon_{mn}.$$

Для плоскої монохроматичної акустичної хвилі, що поширюється вздовж осі  $z$  у кубічному кристалі, можна записати:

$$n(z, t) = n + \Delta n \cdot \cos(2\pi f t - Kz), \quad (2.3)$$

де  $n$  – показник заломлення;  $f$ ,  $K$  – частота і хвильове число акустичної хвилі, відповідно;  $\Delta n$  – амплітуда зміни показника заломлення під дією ультразвуку. З врахуванням (2.3):

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 p \varepsilon. \quad (2.4)$$

## 2.2. Дифракція Рамана-Ната та Брега

Фізичну природу дифракції світла на акустичних хвилях можна описати наступним чином. При поширенні акустичної хвилі в пружному середовищі виникає періодична деформація і, відповідно, періодична зміна показника заломлення. За умови, що довжина акустичної хвилі є менша, ніж ширина світлового пучка, в середовищі спостерігається дифракція електромагнітних хвиль на біжучій із швидкістю звуку фазовій дифракційній ґратці. Для падаючого електромагнітного випромінювання середовище із показником заломлення (2.4) є дифракційною ґраткою, яка рухається із швидкістю звуку  $v$ . Проходячи через це середовище, світло зазнає дифракції на

---

неоднорідностях показника заломлення, формуючи в дальній зоні характерну дифракційну картину. Природа такої дифракції суттєво залежить від довжини просторової області  $l$ , в якій відбувається взаємодія світлової і звукової хвиль. За достатньо малих значень параметра  $l$  дифракційну ґратку можна вважати плоскою. За таких умов напрямком на кожен з дифракційних максимумів можна визначити як в звичайній плоскій дифракційній ґратці:

$$\Lambda \sin \theta_k = k\lambda / n, \quad (2.5)$$

де  $\theta_k$  – кут відхилення на  $k$ -ий дифракційний максимум;  $\Lambda$ ,  $\lambda$  – довжина акустичної та електромагнітної хвилі, відповідно.

Отже, за незначної величини  $l$  дифракційна картина є сукупністю значної кількості дифракційних піків, що розташовані симетрично відносно напрямку падіння електромагнітної хвилі. Дифракцію такого типу називають *дифракцією Рамана-Ната*. Дифракція Рамана-Ната, яка відповідає відносно низьким частотам акустичних хвиль, спостерігається при довільному куті падіння  $\theta_0$  світлового променя на акустооптичну комірку (рис. 2.1, а), а дифракційна картина може мати багато дифракційних піків із симетричним розподіленням інтенсивності світла. У випадку дифракції Рамана-Ната вважається, що промінь світла поширюється в області взаємодії прямолінійно. Нехтування кривизною світлового променя в межах області взаємодії є рівносильним до припущення про суто фазову модуляцію електромагнітної хвилі при її взаємодії зі звуком.

Зовсім іншої природи є дифракція світла на ультразвуці, яка спостерігається за великих значень  $l$ . За такої умови дифракційна ґратка є тривимірною і при вивченні дифракційної картини потрібно враховувати співвідношення між фазами хвиль в напрямку довжини області акустооптичної взаємодії. Фізична природа дифракції світла на ультразвуковій хвилі з великим значенням  $l$  є аналогічною до дифракції рентгенівських променів на кристалічній ґратці. У цьому випадку дифракція спостерігається за певних значень кута падіння електромагнітної хвилі на ультразвуковий шар, що задовольняє умові Вульфа-Бреґа. Таку дифракцію називають *дифракцією Бреґа*.

Брегівська дифракційна картина складається переважно з двох дифракційних максимумів нульового і першого порядків, які проявляються тільки за певних кутів падіння електромагнітної хвилі поблизу так званого *кута Брега*  $\theta_B$  (рис. 2.1, б). За таких умов боковий максимум (брегівський максимум) утворюється як селективне відбивання світла від хвильових фронтів ультразвуку.

Кут Брега визначається співвідношенням:

$$\sin\theta_B = -\frac{\lambda f}{2n_i v} \left[ 1 + \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right], \quad (2.6)$$

де  $n_i$  і  $n_d$  – показники заломлення відповідно для падаючого променя і дифрагованого променя;  $v$  – швидкість звуку.

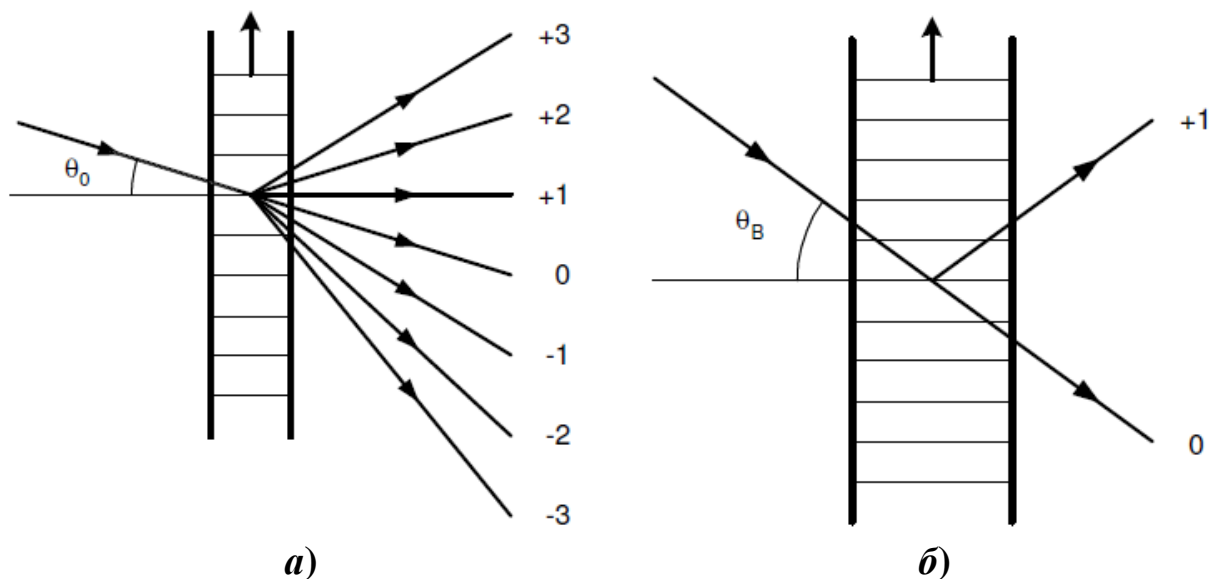


Рис. 2.1. Дифракція світла для режиму Рамана-Ната (а) та режиму Брега (б)

Чітко виділеної межі між двома описаними режимами дифракції не існує. Зі збільшенням частоти ультразвуку кутова селективність акустооптичної взаємодії збільшується, число дифракційних максимумів поступово зменшується. Традиційно раман-натівський і брегівський режими визначаються умовами  $q \ll 1$  та  $q \gg 1$ ,

відповідно, де  $q$  – параметр Кляйна-Кука, який визначається формулою

$$q = \frac{\lambda}{\Lambda^2} = \frac{\lambda f^2}{v^2}. \quad (2.7)$$

Оскільки тільки один дифракційний максимум використовується в акустооптичних приладах (як правило, перший порядок), то брегівський режим кращий, оскільки має малі світлові втрати. Але, з іншого боку, акустооптична селективність, притаманна брегівському режиму, обмежує частотний діапазон акустооптичної взаємодії і, як наслідок, швидкодію акустооптичних приладів.

Якщо акустооптичне середовище є оптично ізотропним, то  $n_i = n_d = n$  і вираз (2.6) спроститься:

$$\sin \theta_B = -\frac{\lambda f}{2n v}. \quad (2.8)$$

Крива 1 на рис. 2.2 показує залежність  $\theta_B(f)$  для цього випадку. В анізотропних середовищах можливими є два варіанти акустооптичної взаємодії. Якщо в процесі акустооптичної взаємодії не змінюється тип оптичної моди, то  $n_i = n_d$  або  $n_i \approx n_d$  і кут Брега визначатиметься виразом (2.8). Цей випадок акустооптичної взаємодії відомий як *ізотропна дифракція*.

У другому варіанті, відомому як *анізотропна дифракція*, тип оптичної моди трансформується в процесі акустооптичної взаємодії. Тому  $n_i \neq n_d$  і залежність  $\theta_B(f)$  стає складнішою. Криві 2 та 3 на рис. 2.2 показують цю залежність для відносно простого випадку, коли площина акустооптичної взаємодії перпендикулярна оптичній осі кристалу.

З точки зору практичного застосування всі переваги анізотропної дифракції є наслідком більш складної залежності кута Брега від частоти ультразвуку. Так, наприклад, найкращі характеристики акустооптичних дефлекторів є в тій області, де  $d\theta_B/df = 0$  (точка  $d$  на рис. 2.2).

Аналогічно, оптимальними областями для модуляторів та фільтрів є області поблизу точок  $m$  і  $f$ , відповідно, де  $\theta_B = 0$  і  $d\theta_B/df = \infty$ .

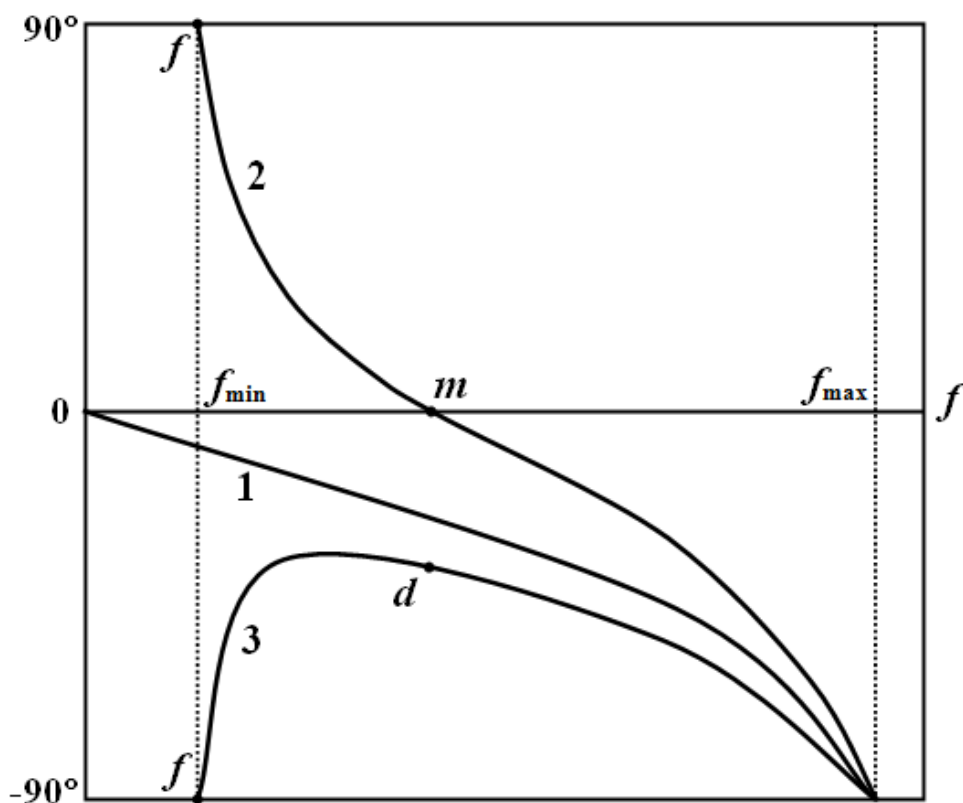


Рис. 2.2. Залежність кута Брега від частоти акустичної хвилі:

$$1 - n = n_d; \quad 2 - n < n_d; \quad 3 - n > n_d$$

Аналітичні розв'язки задачі акустооптичної взаємодії можуть бути отримані тільки для граничних режимів раман-натівської і брегівської дифракції. В останньому випадку, якщо додатково припустити, що світло падає на комірку під кутом Брега, отримаємо наступний вираз для ефективності дифракції:

$$\zeta = \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} l \Delta n\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{MP_a l}{2b}}\right). \quad (2.9)$$

Параметр  $M$  визначається формулою:

$$M = \frac{p^2 n^6}{\rho v^3}, \quad (2.10)$$

де  $\rho$  – густина середовища.

Параметр  $M$  називають *акустооптичною якістю*; за його допомогою оцінюють придатність матеріалу для акустооптичних застосувань. Це пояснюється тим, що чим вища акустооптична якість,

---

---

тим потрібно меншу акустичну потужність  $P_a$  для отримання необхідної ефективності дифракції.

На сьогодні акустооптичний ефект широко використовують як в наукових дослідженнях, так і при конструюванні сучасних оптоелектронних приладів. Акустооптичним методом здійснюють візуалізацію акустичних полів і контролюють добротність прозорих матеріалів. Акустооптичні фільтри дають можливість здійснювати дистанційно аналіз середовища. Окрім цього, акустооптичні прилади є дуже ефективними для аналізу високочастотних радіосигналів. Також акустооптичні прилади використовують у системах оптичної обробки інформації, зокрема в елементах систем оптичного зв'язку і оптичних процесорах.

Дифракція світла на ультразвуці дозволяє визначати локальні характеристики ультразвукових полів. За кутовими залежностями дифракційного світла визначаються діафрагма напрямлення і спектр акустичних коливань. Аналіз ефективності дифракції в різних просторових областях кристалу дозволяє встановити картину розподілу інтенсивності звуку. В тому числі, на основі акустооптичних ефектів здійснюється візуалізація звукових полів. За допомогою брегівської дифракції вдається отримати інформацію про спектральний, кутовий і просторовий розподіли акустичних фонів у довгохвильовій області фонного спектру. Цей метод є особливо цінним для випромінювання нерівномірних акустичних фонів, наприклад, в умовах фонної (акустоелектричної) нестійкості в напівпровідниках, обумовленої посиленням УЗ надзвукового дрейфу носіїв заряду.

Акустооптична дифракція також дозволяє визначити деякі параметри речовини:

- швидкість і коефіцієнт поглинання звуку;
- пружні сталі 2-го, 3-го і вищих порядків;
- пружнооптичні сталі та інші величини.

У випадку поширення звукових хвиль великої інтенсивності дані про пружні сталі вищих порядків отримують, вимірюючи за

допомогою брегівської дифракції амплітуди хвилі, які пропорційні нелінійним модулям пружності відповідних порядків.

На основі акустооптичної генерації звуку створено *метод фотоакустичної спектроскопії* для отримання спектрів оптичного поглинання речовин у різних фізичних станах. Відповідно до цього методу коефіцієнт поглинання світла вимірюється за інтенсивністю звукових коливань, збуджених періодично перерваним світлом. Наприклад, при періодичному нагріванні кристалу в ньому виникають звукові коливання з амплітудою, пропорційною поглинутій світловій енергії. Змінюючи довжину хвилі падаючого світла, можна отримати фотоакустичний спектр речовини – повний аналог спектру поглинання, виміряного звичайними методами. Перевага фотоакустичної спектроскопії полягає в отриманні спектрів оптичного поглинання в широкому діапазоні світлових довжин хвиль, що включає як області сильного поглинання, так і області прозорості. Окрім цього, цим методом вимірюється тільки та частина енергії падаючого випромінювання, яка дійсно поглинається речовиною, а розсіяне випромінювання жодного вкладу не дає. Це дозволяє досліджувати спектри поглинання зразків з поганою якістю поверхні: порошоків, пористих матеріалів, біологічних об'єктів.

### 2.3. Дифракція світла на двох біжучих акустичних хвилях.

#### Дифракція світла на стоячій хвилі

Великий інтерес викликає питання про дифракцію світла на декількох біжучих хвилях, які мають спільну область взаємодії із світлом.

Розглянемо дві ультразвукові хвилі з частотами  $f_1$ ,  $f_2$  та хвильовими векторами  $\vec{K}_1$ ,  $\vec{K}_2$ , перпендикулярними до осі  $x$ . Тоді показник заломлення можна представити у вигляді:

$$n(\vec{r}, t) = n + \Delta n_1 \cdot \cos(2\pi f_1 t - \vec{K}_1 \vec{r}) + \Delta n_2 \cdot \cos(2\pi f_2 t - \vec{K}_2 \vec{r}), \quad (2.11)$$

де  $\Delta n_i$  – зміна показника заломлення, що залежить від інтенсивності  $i$ -ої акустичної хвилі.

Перейдемо тепер до розгляду задачі, яка представляє інтерес при двомірному скануванні світла в одному фотопружному зразку. У цьому випадку дві керуючі акустичні хвилі поширюються під прямим кутом (рис. 2.3). Зміна частоти  $f_1$  призводить до сканування дифракційних максимумів, для яких порядок  $p \neq 0$  є в напрямку  $\vec{K}_1$ . Зміна частоти  $f_2$  призводить до сканування дифракційних максимумів, для яких порядок  $m \neq 0$  в напрямку  $\vec{K}_2$ . Наявність двох керуючих ортогональних акустичних хвиль дозволяє сканувати дифракційні максимуми, для яких  $p$  і  $m$  не дорівнює нулю в двох взаємно перпендикулярних напрямках (рис. 2.3).

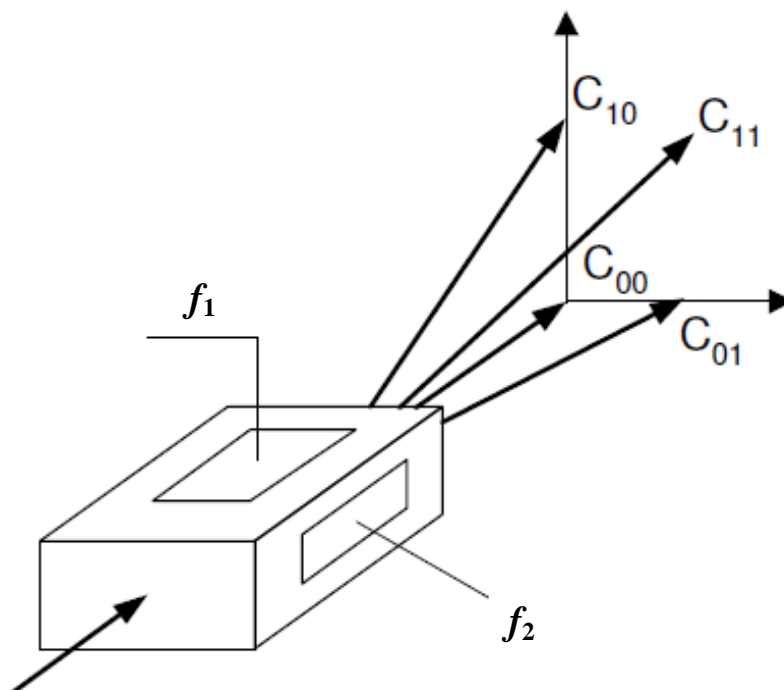


Рис. 2.3. Схема дифракції світла на двох ортогональних акустичних хвилях

Нехай світлова хвиля падає на область взаємодії під кутом, який є близький до кута Брега для кожної з акустичних хвиль. При достатній довжині області взаємодії необхідно враховувати чотири дифракційних максимуми  $C_{00}$ ,  $C_{10}$ ,  $C_{01}$ ,  $C_{11}$ .

Наближено ці амплітуди можуть бути визначені за формулами:



$$C_{00} = \cos(q_1 x/2) \cos(q_2 y/2); \quad C_{10} = \sin(q_1 x/2) \cos(q_2 y/2);$$

$$C_{01} = \cos(q_1 x/2) \sin(q_2 y/2); \quad C_{11} = \sin(q_1 x/2) \sin(q_2 y/2).$$

Ці формули показують, що при  $q_1 x = q_2 y = \pi$  вся інтенсивність може бути перекачана в найбільш цікавий максимум  $C_{11}$ , який при зміні частот  $f_1, f_2$  сканує в двох взаємно перпендикулярних напрямках.

Слід зазначити, що при дифракції світла на біжучій акустичній хвилі за рахунок ефекту Доплера спостерігається зсув частоти дифрагovanого світла  $\omega_m$ :

$$\omega_m = \omega + 2m\pi f.$$

При відхиленні дифрагovanого світла в бік поширення акустичної хвилі спостерігається збільшення частоти електромагнітної хвилі, і, навпаки, при відхиленні дифрагovanого світла у протилежному напрямку до поширення акустичної хвилі спостерігається зменшення частоти світлової хвилі.

Важливим випадком є стояча хвиля. Такий випадок реалізується, коли вектори  $\vec{K}_1$  та  $\vec{K}_2$  є колінеарними, а частоти та амплітуди хвиль – однаковими. При дифракції світла на таких двох хвилях в кожен дифракційний максимум потрапляє світлова енергія в результаті дифракції як на прямій, так і на зворотній акустичних хвилях. Наприклад, **+1**-ий максимум на прямій хвилі геометрично співпадає з **-1**-им максимумом, що утворюється на акустичній хвилі, яка поширюється у протилежному напрямку. Але частоти хвиль **+1**-го і **-1**-го максимумів відрізняються на  $2f$ . Це призводить до появи биття світлової енергії в кожному з дифракційних максимумів з частотою, кратною  $2f$ . Нехай стояча хвиля виникає вздовж осі  $z$ . Тоді зміну показника заломлення в області взаємодії світла і звуку можна записати у вигляді:

$$\Delta n_0 \cdot \sin(Kz - 2\pi ft) + \Delta n_0 \cdot \sin(Kz + 2\pi ft) = 2\Delta n_0 \cdot \cos 2\pi ft \sin Kz. \quad (2.12)$$

Введемо позначення

$$\Delta n = 2\Delta n_0 \cdot \cos 2\pi ft. \quad (2.13)$$

Таким чином, показник заломлення буде мати вигляд:

$$n(z, t) = n + \Delta n(t) \cdot \sin Kz. \quad (2.14)$$

Вираз (2.14) показує, що наявність стоячої акустичної хвилі еквівалентна появі в середовищі нерухомої дифракційної ґратки з амплітудою, що періодично змінюється з часом. Як правило, частота цієї зміни є набагато меншою, ніж частота оптичних коливань. Тоді можна вважати, що  $\Delta n$  залежить від часу як від параметра. Таким чином, при дифракції світла на стоячій акустичній хвилі інтенсивності світла у всіх дифракційних максимумах (окрім нульового) є промодульовані на 100% частотою  $2f$  та її гармоніками.

## 2.4. Дифракція світла на поверхневій акустичній хвилі

Дослідження дифракції світла на поверхневій акустичній хвилі (ПАХ) дають можливість визначити параметри і основні характеристики цієї хвилі, а також можуть бути використані при створенні комірок оптичної обробки інформації в інтегральному виконанні. Практично реалізуються два основних варіанти такої дифракції. Це дифракція об'ємної світлової хвилі, яка перетинає поверхню з ПАХ, і дифракція світлової хвилі, яка поширюється вздовж хвилевода, розташованого на тій же поверхні, по якій біжить ПАХ.

У загальному випадку анізотропного середовища  $\Delta n(x)$  можна записати у такому вигляді:

$$\Delta n(x) = \sum_{i=1}^3 D_i \exp(-d_i x), \quad (2.15)$$

де  $D_i$ ,  $d_i$  – комплексні коефіцієнти. Вважається, що акустична хвиля поширюється вздовж осі  $z$  і швидко затухає в додатному напрямку осі  $x$ .

Дифракція на гофрованій поверхні (за рахунок ПАХ) пов'язана тільки з фазовою модуляцією світла.

Для дифракції світла на ПАХ характерною є сильна залежність ефективності дифракції від кута падіння світла. При дифракції світла на об'ємній акустичній хвилі така залежність є значно меншою. Це пов'язано з тим, що дифракція на ПАХ відбувається одночасно на трьох фазових ґратках (викривлення поверхні, пружнооптична ґратка, електрооптична ґратка). Всі три ґратки мають між собою різні фазові

співвідношення, що й призводить до сумування їх впливу в одних напрямках і віднімання впливу ґраток при інших напрямках падаючого світла.

Значна кутова залежність ефективності дифракції на ПАХ дозволяє виявляти відхилення від режиму дифракції Рамана-Ната вже при достатньо малих значеннях параметра  $q$  (спостерігається відмінність інтенсивності першого і мінус першого максимумів). При дифракції світла на об'ємній акустичній хвилі через велику кутову ширину помітити відмінність в інтенсивності цих максимумів при малих значеннях  $q$  дуже важко. Наявність відмінності ефективності дифракції для  $+1$ -го і  $-1$ -го максимумів дозволяє за дифракційною картиною визначити напрямок поширення ПАХ.

## 2.5. Візуалізація акустичних хвиль за допомогою акустооптичної дифракції

Візуалізація структури акустичної хвилі є цікавим явищем, що знаходить різноманітне застосування в науці та техніці (рис. 2.4, 2.5). Але, слід зазначити, що це явище характерне тільки для малих значень ефективної дифракції. При збільшенні  $\Delta n$  в рядах Тейлора вже не можна обмежитись тільки першими членами. А врахування наступних членів призводить до появи в дифрагованій хвилі багатократних згорток акустичної хвилі самої з собою. Роль цих членів збільшується при збільшенні величини  $\Delta n$ .

В першу чергу спотворюються напівтони і дрібні деталі зображення. Тобто, чим більші вимоги до чіткості зображення, тим слабшим повинно бути акустичне поле. Якщо на п'єзоперетворювач акустооптичної комірки подається електричний сигнал, модульований по амплітуді з глибиною модуляції  $m$ ,

$$S(t) = S_0 (1 + m \cos 2\pi \Delta f t) \sin \omega t,$$

то в комірці вздовж осі  $z$  біжать три акустичні хвилі:

$$a(z, t) = \sin(K_0 z - 2\pi f_0 t) + \frac{m}{2} \sin(K_1 z - 2\pi f_1 t) + \frac{m}{2} \sin(K_2 z - 2\pi f_2 t),$$

де  $K_i = \frac{2\pi f_i}{v}$ ;  $f_1 = f_0 - \Delta f$ ;  $f_2 = f_0 + \Delta f$ .

На рис. 2.4 та рис. 2.5 графічно зображено механізм візуалізації акустичного зображення за дифракції Рамана-Ната та Брега, відповідно.

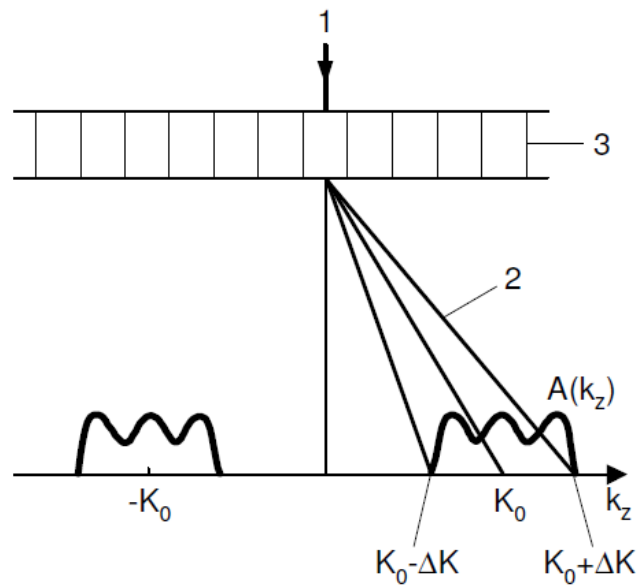


Рис. 2.4. Візуалізація акустичного зображення за дифракції Рамана-Ната:  
**1** – падаюча електромагнітна хвиля;  
**2** – дифракційні максимуми; **3** – звукова хвиля

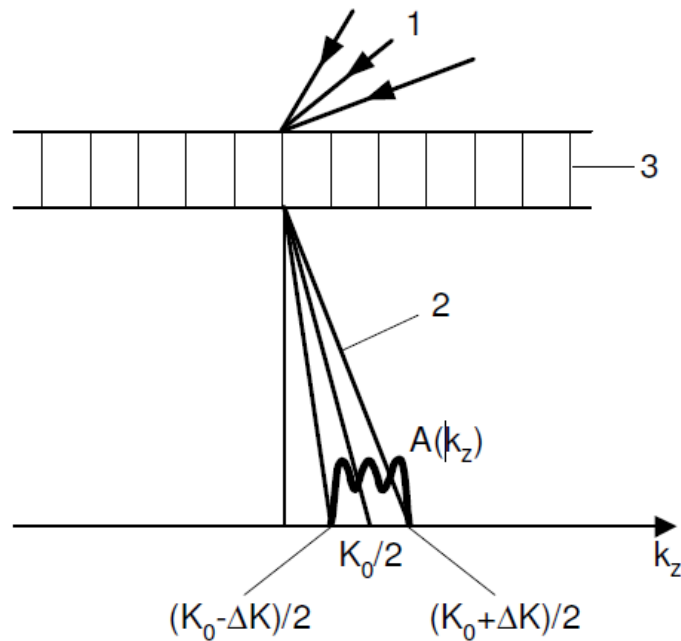


Рис. 2.5. Візуалізація акустичного зображення за дифракції Брега:  
**1** – падаюча світлова хвиля;  
**2** – дифракційний максимум; **3** – акустична хвиля



### Питання для самоперевірки

1. Що таке акустооптичний ефект?
2. За якої умови спостерігається акустооптична дифракція?
3. Назвіть режими акустооптичної дифракції.
4. За якої умови спостерігається дифракція Рамана-Ната?
5. За якої умови спостерігається дифракція Брега?
6. Запишіть формулу, що визначає положення максимумів акустооптичної дифракції Рамана-Ната.
7. Що таке брегівський кут? Як визначається його значення?
8. Схематично зобразіть залежність брегівського кута від частоти акустичної хвилі.
9. Які особливості акустооптичної дифракції на стоячій хвилі?
10. Як ефект Доплера впливає на дифраговану електромагнітну хвилю?
11. Які особливості акустооптичної дифракції на поверхневій акустичній хвилі?

---

---

## ЛЕКЦІЯ 3. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА В АНІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

### План

- 3.1. Акустооптична взаємодія в анізотропному середовищі.
- 3.2. Анізотропна дифракція Брега. Особливості геометрії акустооптичної взаємодії для кристалів різних класів.
- 3.3. Акустооптична дифракція в одновісних кристалах.
- 3.4. Акустооптична дифракція в двовісних кристалах.
- 3.5. Анізотропна дифракція світла в середовищі зі штучною анізотропією.

### 3.1. Акустооптична взаємодія в анізотропному середовищі

Нехай світло поширюється в анізотропному середовищі. Електромагнітна хвиля при дифракції на звуковій хвилі в анізотропному середовищі може створювати дві дифраговані світлові хвилі з взаємно перпендикулярною поляризацією.

Рівняння дифракції світла в прозорому анізотропному кристалі можна вивести з хвильового рівняння. Акустична хвиля змінює тензор діелектричної проникності, що описується законом:

$$\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}^0 + \Delta\epsilon \cdot \sin(\vec{K}\vec{r} - 2\pi ft).$$

Елементи тензора діелектричної проникності пов'язані з компонентами тензора деформації:

$$\Delta\tilde{\epsilon}_{ij} = \sum_{mnl} \tilde{\epsilon}_{im} \tilde{\epsilon}_{nj} P_{mnlk} \epsilon_{kl}. \quad (3.1)$$

Геометрична схема дифракції електромагнітних хвиль на ультразвуці в анізотропному кристалі представлена на рис. 3.1, 3.2. Виберемо частину кристалу, в якій відбувається взаємодія електромагнітної та акустичної хвиль. Обмежимо її двома паралельними площинами (область акустооптичної взаємодії). Виберемо вісь  $x$  перпендикулярною до цих площин. Вісь  $x$  є напрямком зміни амплітуд дифракційних максимумів.

Нехай на кристал падає електромагнітна хвиля із незмінною амплітудою та хвильовим вектором  $\vec{k}_{01}$ .

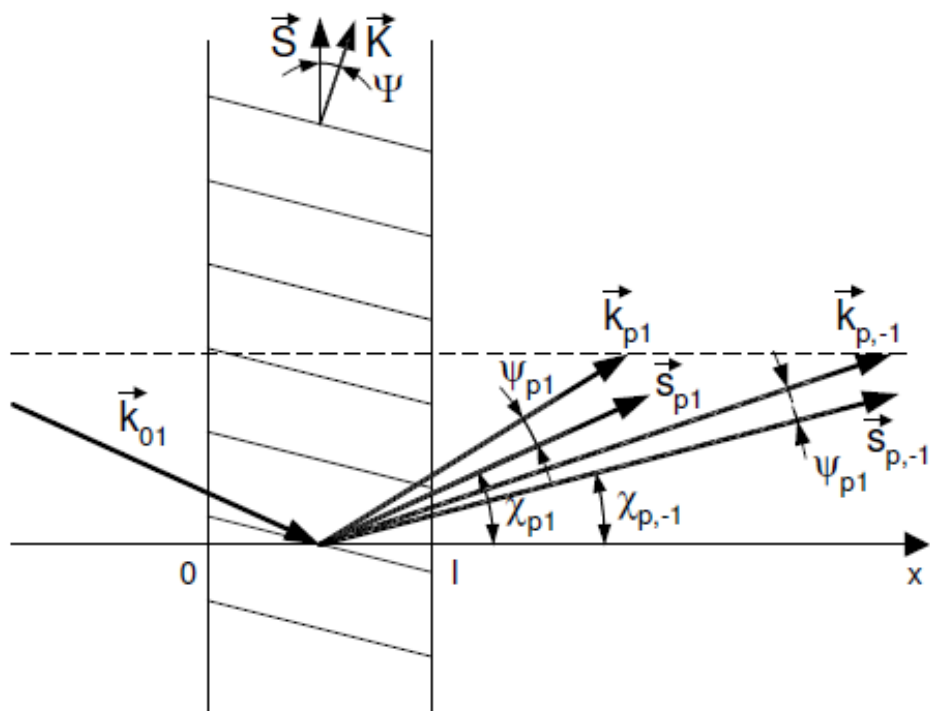


Рис. 3.1. Геометрична схема акустооптичної взаємодії в анізотропному кристалі

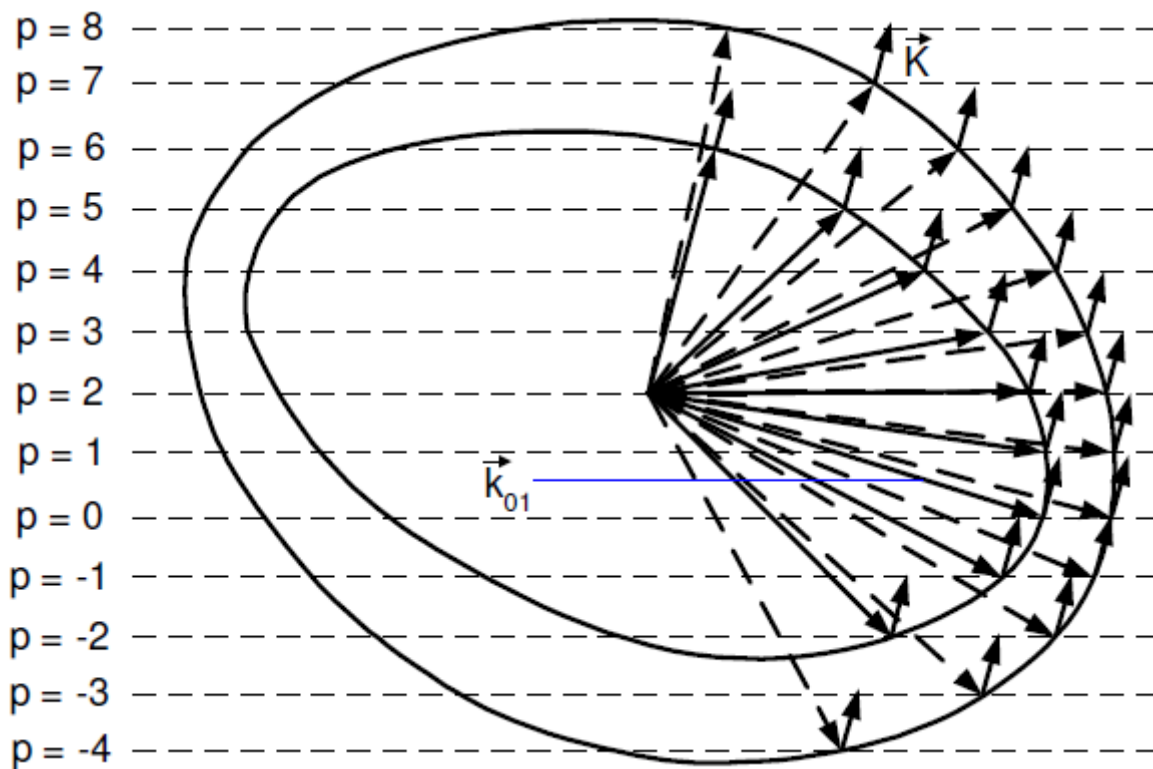


Рис. 3.2. Схема дифракційних піків в анізотропному кристалі

---

---

В анізотропному кристалі хвильовий та променевий вектори акустичних і електромагнітних хвиль в принципі не співпадають.

Найбільш природним є випадок, коли групова швидкість акустичної хвилі напрямлена вздовж меж області акустооптичної взаємодії. Вектор фазової швидкості акустичної хвилі утворює кут  $\Psi$  з вектором групової швидкості. Відповідно, для хвильового і променевого векторів хвиль, які зазнали відхилення в результаті дифракції, аналогічний кут дорівнює  $\Psi_{pa}$ .

На рис. 3.2 зображено перерізи хвильових поверхонь анізотропного середовища. Суцільними стрілками, що виходять з однієї точки, на рисунку представлені хвильові вектори  $\vec{k}_{p1}$ , які мають індекс поляризації  $a = 1$ , а штриховими – хвильові вектори  $\vec{k}_{p,-1}$ , які мають індекс поляризації  $a = -1$ . Кожній з паралельних прямих, зображених на рис. 3.2, відповідає свій номер дифракційних максимумів  $p$ .

В анізотропному кристалі кожен дифракційний максимум пов'язаний не з двома (що характерно для ізотропної дифракції), а з чотирма сусідніми. Два з них мають таку ж саму поляризацію, а два інших відрізняються індексом поляризації. У випадку переходів із збереженням індексів поляризації маємо справу з ізотропною дифракцією в анізотропному середовищі, а у випадку переходів із зміною індексу поляризації маємо справу з анізотропною дифракцією.

Якщо напрям коливань акустичної хвилі і властивості середовища підібрані таким чином, що відбувається лише зміна показника заломлення без повороту власних осей середовища, то можлива лише ізотропна дифракція (без зміни індексу поляризації). У випадку, коли під дією ультразвуку в середовищі відбувається поворот осей без зміни показника заломлення, спостерігається лише анізотропна дифракція світла.



### 3.2. Анізотропна дифракція Брега. Особливості геометрії акустооптичної взаємодії для кристалів різних класів

У попередній лекції йшла мова, що режим брегівської дифракції реалізується в граничному випадку великих довжин області взаємодії електромагнітної та акустичної хвиль. У цьому випадку зробимо наближення, що кванти акустичного поля – фонони – поширюються в необмеженому середовищі, а тому мають точне значення імпульсу. Сама дифракція може бути представлена як розсіювання фотонів на фононах, яке можливе із сумісним виконанням закону збереження енергії та закону збереження імпульсу. Ці закони визначають частоту і хвильові вектори взаємодіючих хвиль:

$$\omega_d = \omega_i \pm 2\pi f, \quad \vec{k}_d = \vec{k}_i \pm \vec{K}, \quad (3.2)$$

де  $\omega_i$  і  $\vec{k}_i$  та  $\omega_d$  і  $\vec{k}_d$  – циклічні частоти і хвильові вектори падаючого і дифрагованого світла, відповідно. Знак “+” у формулах (3.2) відповідає появі антистоксової компоненти розсіювання, а знак мінус – стоксовій компоненті. Ці формули встановлюють зв’язок між хвильовими векторами падаючого і дифрагованого світла, а також ультразвуку. В найбільш компактному вигляді цей зв’язок виражається у вигляді векторних діаграм, які широко використовують при якісному аналізі дифракції і дозволяють зробити деякі кількісні висновки для конкретних дифракційних пристроїв (рис. 3.3). Векторні діаграми є графічними зображеннями закону збереження імпульсу при акустооптичній взаємодії.

Якщо нехтувати малою зміною частоти світла при розсіюванні та відповідній зміні показника заломлення, то модулі хвильових векторів падаючої і дифрагованої хвилі дорівнюють

$$|\vec{k}_i| = 2\pi n_i / \lambda; \quad |\vec{k}_d| = 2\pi n_d / \lambda.$$

Тут  $n_i$  і  $n_d$  – показники заломлення для падаючого і дифрагованого світла,  $\lambda$  – довжина світлової хвилі у вакуумі.

В ізотропному середовищі ці показники однакові, тому (3.2) відповідає рівнобедрений трикутник, зображений на рис. 3.3, а. З векторного трикутника випливає, що

$$\sin\theta_i = -\sin\theta_d = \pm \frac{K}{2k_i} = \pm \frac{\lambda f}{2nv}. \quad (3.3)$$

Знак плюс у правій частині (3.3) відповідає антистоксовому розсіюванню, знак мінус – стоксовому. З формули (3.3) видно, що дифракція Брега в ізотропному середовищі є можливою при зміні частот ультразвуку від нуля до  $\frac{2nv}{\lambda}$  (див рис. 2.2).

В анізотропному середовищі зміна напрямку світла при дифракції призводить до зміни показника заломлення. Тому в загальному випадку векторний трикутник в анізотропному середовищі не є рівнобедреним.

З цих трикутників (рис. 3.3, а, б) можна визначити кути падіння і дифракції, які мають вигляд:

$$\begin{aligned} \sin\theta_i &= -\frac{\lambda f}{2n_i v} \left[ 1 + \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right], \\ \sin\theta_d &= \frac{\lambda f}{2n_d v} \left[ 1 - \frac{v^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

При рівності показників заломлення падаючого і дифрагованого світла формула (3.4) співпадає з формулою (3.3), що показує їх справедливність в самому загальному випадку дифракції Брега. Але співвідношення (3.4) ще не дають явної залежності кутів падіння і дифракції від частоти акустичної хвилі, оскільки показники

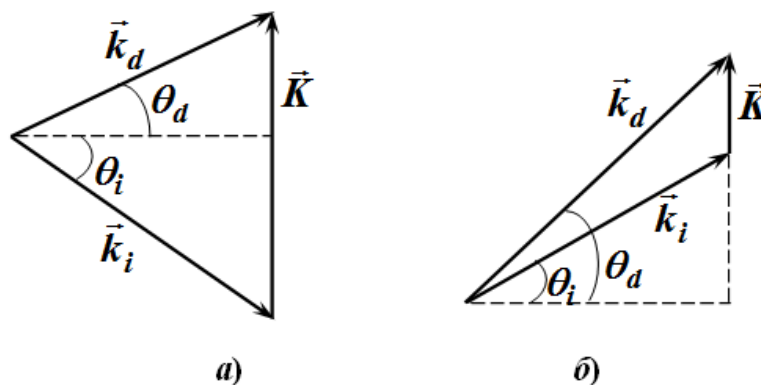


Рис. 3.3. Векторні діаграми

заломлення падаючого і дифрагованого світла також залежать від кутів  $\theta_i$  і  $\theta_d$ .

Розглянемо залежність кутів  $\theta_i$  і  $\theta_d$  від частоти акустичної хвилі для кристалів різних класів та різних геометрій акустооптичної взаємодії.

### 3.3. Акустооптична дифракція в одновісних кристалах

Розглянемо спочатку простіший випадок – дифракцію світла в одновісних кристалах. У цих кристалах, що належать до тригональної, тетрагональної, гексагональної сингоній, поверхні показників заломлення є сферами для звичайної хвилі і еліпсоїдами обертання навколо осі  $c$  для хвилі з незвичайною поляризацією. Еліпсоїд дотикається до сфери на осі  $c$ . Кристал вважається додатнім, якщо показник заломлення звичайного променя менший, ніж незвичайного. В іншому випадку кристал називається від'ємним. Показник заломлення звичайної хвилі в одновісному кристалі дорівнює  $n_0$  при будь-якому напрямку поширення світла. Для незвичайної хвилі показник заломлення  $n_e$  змінюється від значення  $n_0$  для хвилі, що поширюється вздовж осі  $c$ , до значення  $N_e$  для хвилі, що поширюється перпендикулярно до осі  $c$ .

Нехай  $n_0 > N_e$ .

1. Якщо світлова та ультразвукова хвилі поширюються в кристалі перпендикулярно до оптичної осі, то показник заломлення для незвичайної хвилі дорівнює  $N_e$ . Нехай падаюча хвиля є звичайною, а дифрагована – незвичайною. Тоді для всіх можливих  $\theta_i$  і  $\theta_d$  кінці вектора  $\vec{k}_i$  лежать на колі радіусом  $2\pi n_0 / \lambda$ , а кінці вектора  $\vec{k}_d$  лежать на колі радіусом  $2\pi N_e / \lambda$ . Ці кола є концентричними з центрами в початку координат (рис. 3.4, а). При заданому напрямку  $\vec{K}$  його величина і, відповідно, частота  $f$  визначають кути  $\theta_i$  і  $\theta_d$ . З векторних діаграм (рис. 3.4, а) та формули (3.4) випливає, що дифракція в цьому випадку спостерігається тільки у певному

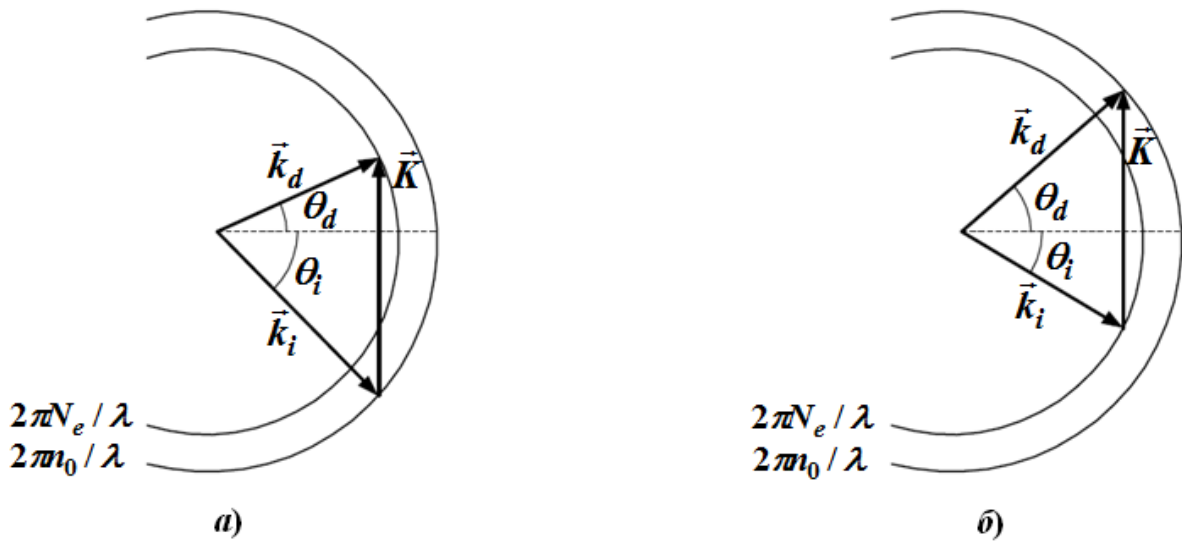


Рис. 3.4. Векторні діаграми:

а) падаюча хвиля – звичайна; б) падаюча хвиля – незвичайна

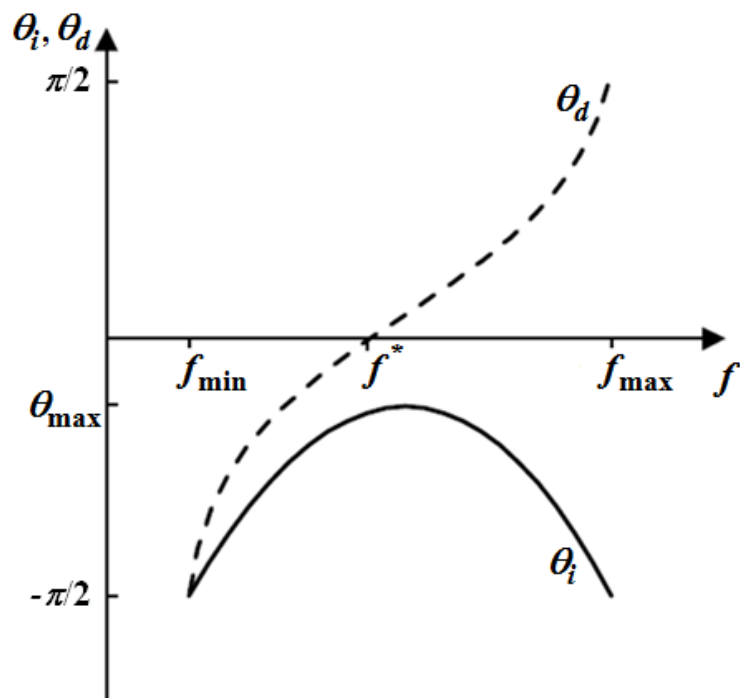


Рис. 3.5. Залежність  $\theta_i$  і  $\theta_d$  від частоти  $f$ .

Площина акустооптичної взаємодії  
ортогональна до оптичної осі кристалу

діапазоні частот: від  $f_{\min}$  до  $f_{\max}$ . Ці частоти відповідають колінеарній взаємодії світла і звуку. На частоті  $f_{\min} = \frac{v(n_0 - N_e)}{\lambda}$  кути  $\theta_i$  і  $\theta_d$  дорівнюють  $-\pi/2$ , а на частоті  $f_{\max} = \frac{v(n_0 + N_e)}{\lambda}$  кут  $\theta_i = -\pi/2$ , а кут  $\theta_d = \pi/2$ .

Залежності  $\theta_i$  і  $\theta_d$  від частоти  $f$  для даного випадку зображені на рис. 3.5.

Істотною особливістю такої анізотропної дифракції є наявність екстремального кута падіння  $\theta_{\max}$ . Цей кут відповідає частоті  $f^* = v\sqrt{n_0^2 - N_e^2} / \lambda$ . Векторна діаграма на частоті  $f^*$  представляє собою прямокутний трикутник:  $\theta_d = 0$  і  $\vec{k}_d \perp \vec{K}$ .

Оскільки в точці екстремуму  $d\theta_i/df = 0$ , кут  $\theta_i$  квадратично залежить від частоти  $f$ . Експериментальні дослідження показують, що при частоті  $f^*$  смуга частот, в якій відбувається дифракція Брега, може бути розширена більше, ніж в 10 разів, порівняно зі смугою при ізотропній дифракції. Подібна геометрія взаємодії широко використовується при побудові акустооптичних дефлекторів.

Якщо падаюча хвиля є незвичайною, а дифрагована – звичайною, то  $n_i = N_e$ , а  $n_d = n_0$ . Векторна діаграма для цього випадку зображена на рис. 3.4, б. З неї випливає, що графіки  $\theta_i(f)$  і  $\theta_d(f)$  міняються місцями.

При стоксівському розсіюванні описані вище закономірності зберігаються, але  $\theta_i$  і  $\theta_d$  змінюють знак.

**2.** Розглянемо тепер випадок, коли акустична хвиля поширюється перпендикулярно до оптичної осі кристалу, а площина, в якій лежать вектори  $\vec{k}_i$ ,  $\vec{k}_d$  і  $\vec{K}$  (площина взаємодії), утворює з оптичною віссю кут  $\alpha$ . Перерізи поверхонь показників заломлення є колом для звичайного променя та еліпсом для незвичайного (рис. 3.6, а). Довжина півосей еліпса дорівнює  $2\pi N_e / \lambda$  і  $2\pi n_\alpha / \lambda$ , де

$$n_\alpha = n_0 N_e \left( n_0^2 \sin^2 \alpha + N_e^2 \cos^2 \alpha \right)^{-1/2}.$$

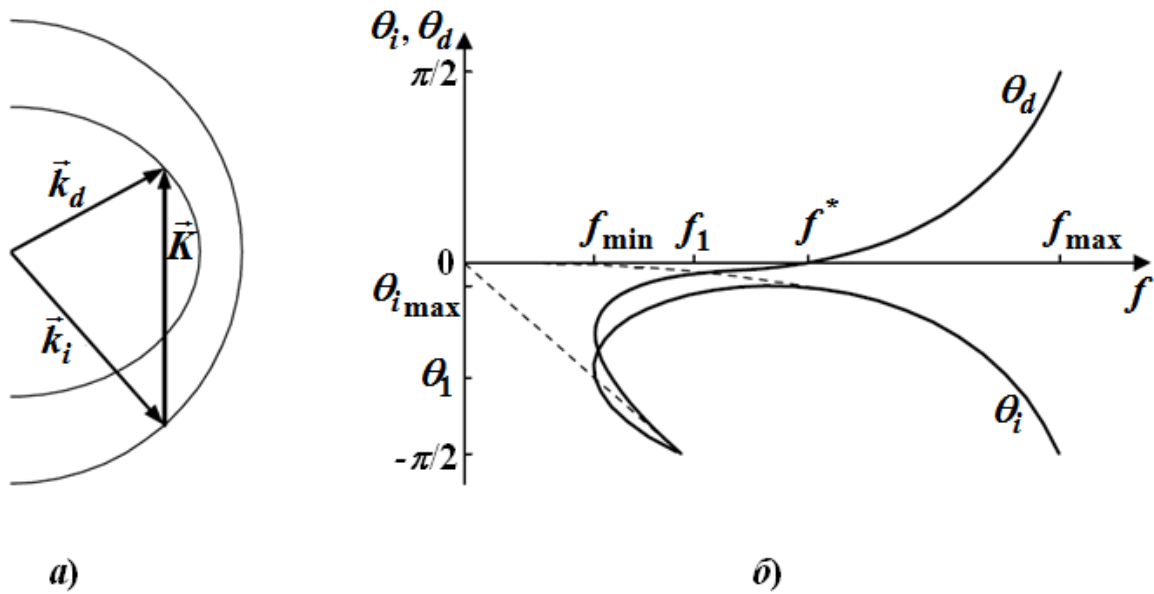


Рис. 3.6. Оптична вісь і площина взаємодії утворюють кут  $\alpha$ ;  $\vec{K} \perp c$ :  
 а) векторна діаграма; б) залежність  $\theta_i$  і  $\theta_d$  від частоти  $f$

Криві залежності кутів падіння і дифракції від частоти ультразвуку для цього випадку показані на рис. 3.6, б.

Частоти  $f_{min}$ ,  $f_{max}$ ,  $f^*$  і  $f_1$  визначаються формулами:

$$f_{min} = v n_\alpha (n_0^2 - N_e^2) (2n_0 N_e \lambda)^{-1} \sin 2\alpha;$$

$$f_1 = \frac{v(n_0 - N_e)}{\lambda};$$

$$f^* = v \sqrt{n_0^2 - n_\alpha^2} / \lambda;$$

$$f_{max} = \frac{v(n_0 + N_e)}{\lambda}.$$

Частоти  $f_{max}$  і  $f_1$ , які відповідають колінеарній взаємодії світла і звуку, не залежать від кута  $\alpha$ , а частоти  $f_{min}$  і  $f^*$  змінюються при зміні кута  $\alpha$ . При цьому відбувається деформація кривих  $\theta_i(f)$  і  $\theta_d(f)$ . Штрихові криві показують як переміщуються мінімум і точка перегину кривої  $\theta_i(f)$ . У діапазоні частот від  $f_{min}$  до  $f_1$  дифракція існує при двох різних кутах падіння  $\theta_i$ , але така двозначність

спостерігається тільки при  $\alpha < \alpha_0$ . Кут  $\alpha_0$  визначається формулою

$$\sin \alpha_0 = \sqrt{\frac{N_e}{n_0 + N_e}}. \text{ При } \alpha = \alpha_0 \text{ частота } f_{min} \text{ співпадає з } f_1.$$

Кут падіння, який відповідає мінімальній частоті дифракції Брега  $\theta_1$ , визначається рівністю  $\sin \theta_1 = -n_\alpha N_e^{-1} \operatorname{tg} \alpha$ , а максимальний кут падіння, при якому ще спостерігається дифракція, дорівнює  $\theta_{\max} = \lambda f^* / v n_\alpha = \sqrt{n_0^2 - n_\alpha^2} / n_\alpha$ . При  $\alpha = 0$  кожна з кривих  $\theta_i(f)$  і  $\theta_d(f)$  складається з двох гілок, які виходять з початку координат (рис. 3.7, б), а при  $\alpha = 90^\circ$  вони співпадають з кривими рис. 3.5.

У результаті симетрії всіх розглянутих вище векторних діаграм відносно кута  $\theta = 0$  врахування стоксівського розсіювання призводить до появи на графіках  $\theta_i$  і  $\theta_d$  від частоти  $f$  ще такої ж кількості кривих, які зображені на рис. 3.5 – 3.7, відповідно, які відрізняються знаком  $\theta_i$  і  $\theta_d$ . Розглянемо випадок, коли такої симетрії немає.

**3.** Нехай площина взаємодії світла з ультразвуком паралельна до оптичної осі кристалу і фронт акустичної хвилі утворює з оптичною віссю деякий кут  $\beta$ . Залежність кутів падіння і дифракції від частоти ультразвуку приведені на рис. 3.8. Оскільки умови для стоксівського і антистоксівського розсіювання в цьому випадку суттєво відрізняються, на рис. 3.8. приведені обидві криві. Показник заломлення для дифрагованого світла визначається співвідношенням  $n_d \approx n_0 + (N_e - n_0) \sin^2(\theta_d - \beta)$ .

З векторної діаграми (рис. 3.8, а) видно, що умови колінеарної взаємодії для стоксівської і антистоксівської взаємодій виконуються при одній і тій же частоті  $f_1 \approx (n_0 - N_e) v \lambda^{-1} \cos \beta$ . Кут дифракції перетворюється в нуль на частоті  $f^* = v \sqrt{2n_0(n_0 - N_e)} \sin \beta / \lambda$ . Екстремуми кутів падіння для стоксівської і антистоксівської компонентів дифракції рівні між собою, але досягаються на різних частотах. При зміні кута  $\beta$  точки  $f_1$  і  $f^*$  переміщуються по осі частот, що дає можливість здійснювати різну зручну для тих чи інших акустооптичних пристроїв геометрію взаємодії.

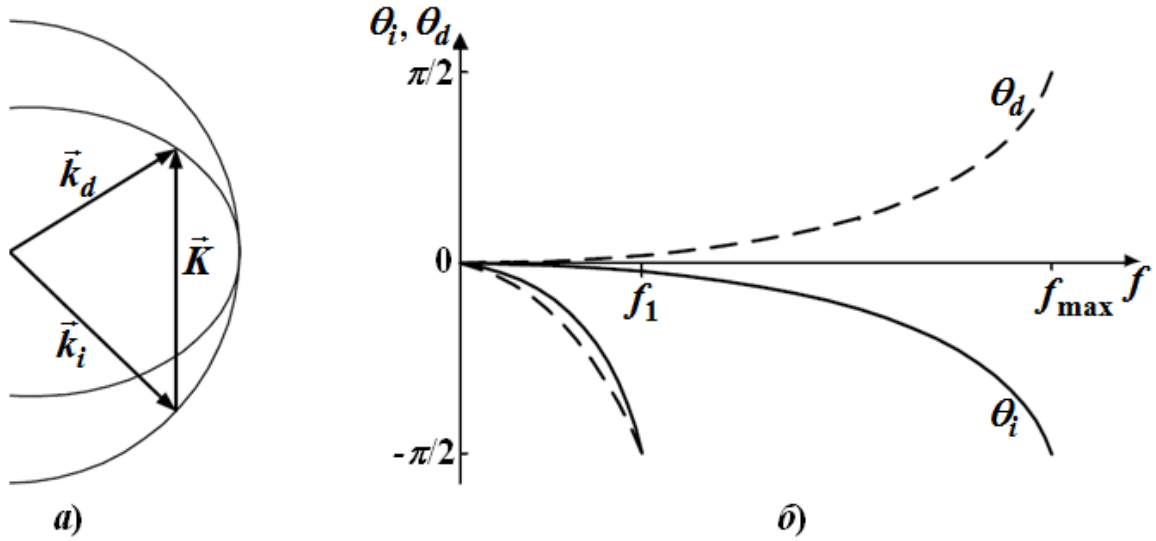


Рис. 3.7. Площина взаємодії і оптична вісь паралельні між собою:  
 а) векторна діаграма; б) залежність  $\theta_i$  і  $\theta_d$  від частоти  $f$

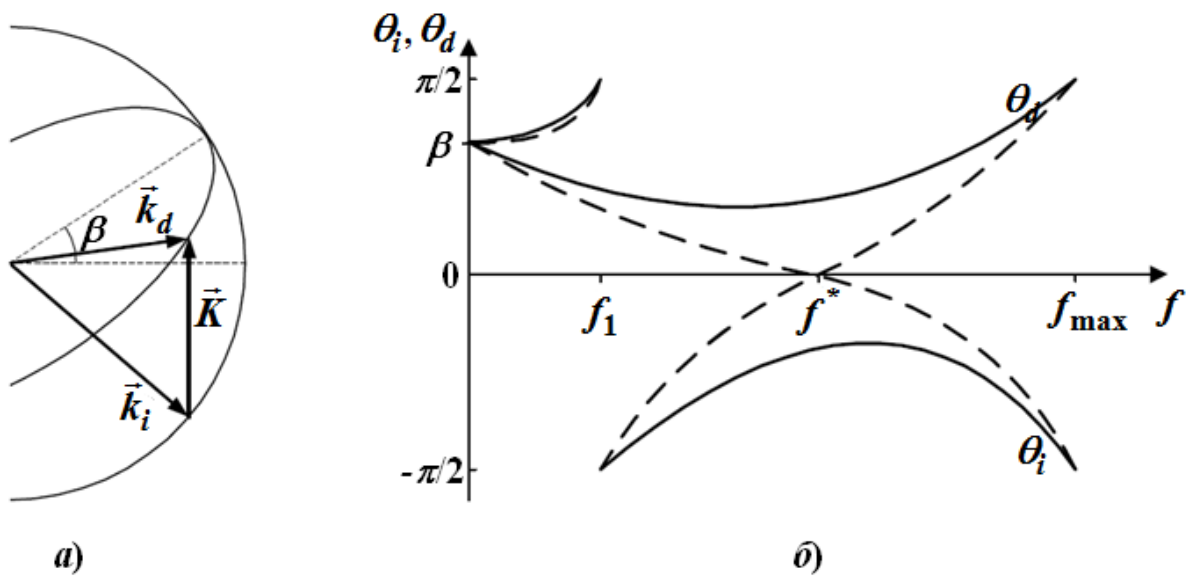


Рис. 3.8. Площина взаємодії паралельна до оптичної осі і фронт акустичної хвилі утворює з оптичною віссю деякий кут  $\beta$ :  
 а) векторна діаграма;  
 б) залежність  $\theta_i$  (суцільна лінія) і  $\theta_d$  (штрихова лінія) від частоти  $f$



### 3.4. Акустооптична дифракція в двовісних кристалах

Ще більше різноманіття геометрій акустооптичної взаємодії, що відповідає точному виконанню умов Брега, можна отримати, використовуючи двовісні анізотропні середовища.

Основні особливості брегівського розсіювання світла в таких кристалах пов'язані з видом залежності показників заломлення від напрямку поширення світла. Ця залежність має вигляд двосмугової самоперетинаючої поверхні, точками самоперетинання якої є осі.

Якщо  $N_1 < N_2 < N_3$ , то оптичні осі лежать в площині  $xz$  під кутом  $V$  до осі  $z$ .

Вирази для показників заломлення світла, що поширюється в довільному напрямку, зручно записувати через кути  $\theta_1$ ,  $\theta_{-1}$ , які утворюють напрямки вектора  $\vec{k}$  з оптичними осями середовища, тобто

$$\cos\theta_1 = \frac{k_x}{|\vec{k}|} \sin V + \frac{k_z}{|\vec{k}|} \cos V; \quad \cos\theta_{-1} = -\frac{k_x}{|\vec{k}|} \sin V + \frac{k_z}{|\vec{k}|} \cos V.$$

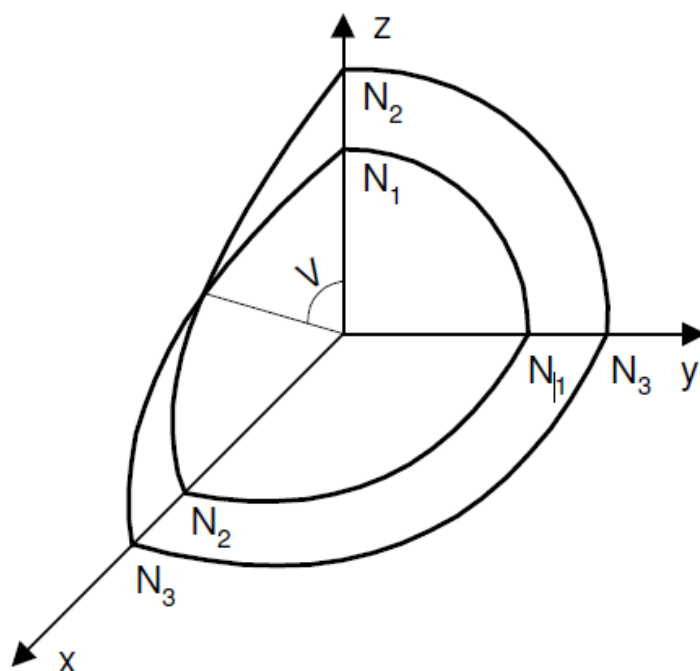


Рис. 3.9. Переріз поверхні показників заломлення двовісного кристалу координатними площинами

Переріз поверхні показників заломлення двовісного кристалу координатними площинами приведено на рис. 3.9. Якщо площина розсіювання співпадає з однією з головних діелектричних площин кристалу, то переріз поверхні показників заломлення має вигляд кола, розташованого всередині еліпса (площина розсіювання  $yz$ ), еліпса, розташованого всередині кола (площина розсіювання  $xy$ ) і еліпса та кола, що перетинаються (площина розсіювання  $xz$ ) (рис. 3.10).

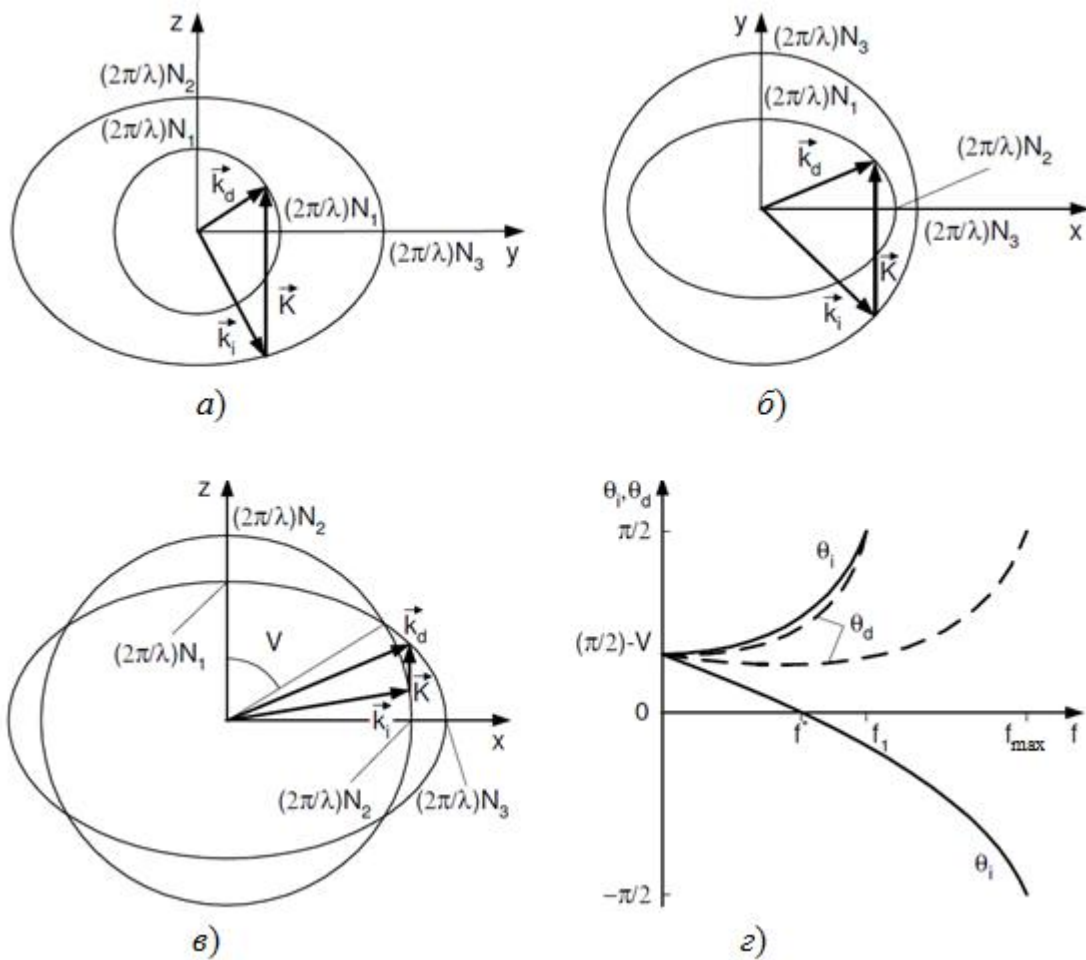


Рис. 3.10. Дифракція світла в двовісному кристалі:

- a)** векторна діаграма в площині  $yz$ ; **б)** векторна діаграма в площині  $xy$ ;  
**в)** векторна діаграма в площині  $xz$ ; **г)** залежність  $\theta_i$  (суцільна лінія)  
і  $\theta_d$  (штрихова лінія) від частоти  $f$  в площині  $xz$

Запишемо залежності кута падіння і дифракції від частоти ультразвуку для геометрії взаємодії, зображеної на рис. 3.10, в. Показник заломлення для падаючого променя в даному випадку не залежить від кута падіння і дорівнює  $N_2$ . Для дифрагованого променя кути між  $\vec{k}_d$  і оптичними осями кристалу дорівнюють  $\theta_1 = \pi/2 - V - \theta_d$ ,  $\theta_{-1} = \pi/2 + V - \theta_d$ . Тоді вирази для показника заломлення дифрагованої хвилі:

$$n_d^{-2} \approx N_3^{-2} + (N_1^{-2} - N_3^{-2}) \sin^2 \theta_d. \quad (3.5)$$

Звідси

$$n_d \approx N_3 \left( 1 - \frac{N_3^2 - N_1^2}{2N_1^2} \sin^2 \theta_d \right). \quad (3.6)$$

Підставляючи ці вирази в (3.4), отримаємо явну залежність кутів дифракції та падіння від частоти акустичної хвилі.

### 3.5. Анізотропна дифракція світла в середовищі зі штучною анізотропією

Ряд особливостей анізотропної дифракції світла дозволяє істотно покращити характеристики акустооптичних пристроїв порівняно з тими, які можуть бути отримані в аналогічних пристроях з ізотропною дифракцією. Але ефективних матеріалів для анізотропної дифракції відносно мало. Одночасно існує велика кількість кубічних кристалів і різних стекол, які володіють високою акустооптичною якістю, але не мають оптичної анізотропії. Анізотропію в таких середовищах можна створити штучно, а потім використовувати їх в акустооптичних пристроях з анізотропною дифракцією.

Штучну анізотропію створюють різними способами: механічним стиском чи розтягом, електричним полем і т.д.

**1.** Розглянемо задачу, в якій поздовжня акустична хвиля поширюється вздовж осі  $z$  кубічного кристалу, що належить до кристалографічного класу **23** або **m<sub>3</sub>**. Будемо вважати, що зовнішній

тиск створює в середовищі поздовжню статичну деформацію  $\varepsilon$  в площині  $xz$  під кутом  $\alpha$  до осі  $x$ . Ця деформація в матричній формі має вигляд:

$$\varepsilon_{\mu} \approx \hat{\varepsilon} \left\{ \cos^2 \alpha; 0; \sin^2 \alpha; 0; \sin 2\alpha; 0 \right\}. \quad (3.7)$$

Елементи тензора діелектричної проникності середовища з штучною анізотропією, спричиненою деформацією (3.7), дорівнюють

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{11} &= \tilde{\varepsilon}_0 + \hat{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}_0^2 \left( p_{11} \cos^2 \alpha + p_{13} \sin^2 \alpha \right), \\ \tilde{\varepsilon}_{22} &= \tilde{\varepsilon}_0 + \hat{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}_0^2 \left( p_{12} \sin^2 \alpha + p_{13} \cos^2 \alpha \right), \\ \tilde{\varepsilon}_{33} &= \tilde{\varepsilon}_0 + \hat{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}_0^2 \left( p_{11} \sin^2 \alpha + p_{12} \cos^2 \alpha \right), \\ \tilde{\varepsilon}_{13} &= \hat{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}_0^2 p_{44} \sin 2\alpha; \quad \tilde{\varepsilon}_{12} = \tilde{\varepsilon}_{23} = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Власні осі тензора (3.8) не співпадають з кристалографічними осями вихідного кристалу. Для переходу до головних осей анізотропного середовища необхідно повернути систему координат навколо осі  $y$  на кут  $\beta$ , який визначається формулою

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2\tilde{\varepsilon}_{13}}{\tilde{\varepsilon}_{33} - \tilde{\varepsilon}_{11}} = \frac{2p_{44} \sin 2\alpha}{(p_{11} - p_{13}) \sin^2 \alpha + (p_{12} - p_{11}) \cos^2 \alpha}. \quad (3.9)$$

Таким чином, кут повороту  $\beta$  є незалежним від величини постійної деформації, а визначається фотопружними константами середовища і напрямком дії статичної сили.

В системі координат, повернутій на кут  $\beta$  відносно кристалографічних осей вихідного середовища, тензор діелектричної проникності (3.8) є діагональним з трьома різними головними значеннями. Якщо тепер у такому середовищі зі штучною анізотропією вздовж кристалографічної осі  $z$  поширюється поздовжня звукова хвиля з амплітудою деформації  $\varepsilon_0$ , то ця хвиля призводить до зміни всіх головних компонентів діелектричної проникності і появи компоненти  $\Delta\tilde{\varepsilon}_{13}$ , пропорційної  $\varepsilon_0$ :

$$2\Delta\tilde{\varepsilon}_{13} = (\tilde{\varepsilon}'_{33} - \tilde{\varepsilon}'_{11}) \sin 2\beta - 2\tilde{\varepsilon}'_{13} \cos 2\beta, \quad (3.10)$$

де  $\tilde{\varepsilon}'_{11}$ ,  $\tilde{\varepsilon}'_{33}$  і  $\tilde{\varepsilon}'_{13}$  – компоненти тензора (3.8), модифікованого в результаті поширення акустичної хвилі. Поздовжня акустична хвиля з

амплітудою  $\varepsilon_0$  змінює тільки третю компоненту деформації (3.7).

Тому  $\tilde{\varepsilon}'_{13} = \tilde{\varepsilon}_{13}$ , а

$$\Delta\tilde{\varepsilon}_{13} = \frac{\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}_0^2(p_{11} - p_{13})}{2\sqrt{1 + \left[ \frac{(p_{11} - p_{13})\sin^2\alpha + (p_{12} - p_{11})\cos^2\alpha}{2p_{44}\sin 2\alpha} \right]^2}}, \quad (3.11)$$

Компонента  $\Delta\tilde{\varepsilon}_{13}$  визначає анізотропну дифракцію в середовищі зі штучною анізотропією, яка описується тензором (3.7). Наприклад, світлова хвиля, що поширюється вздовж осі  $y$  і має поляризацію по  $x$ , після дифракції буде поляризована по осі  $z$ .

Відповідно до (3.1) коефіцієнт у правій частині (3.11) при  $\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}_0^2$  є ефективною фотопружною сталою  $p_{ef}$ .

Максимум ефективності дифракції повинен спостерігатися тоді, коли поздовжня статична деформація  $\hat{\varepsilon}$  напрямлена під кутом  $45^\circ$  до напрямку поширення звуку. При цьому  $p_{ef} = \frac{p_{12} - p_{11}}{2}\sin 2\alpha$ . Такому ж значенню дорівнює  $p_{ef}$  на поперечній акустичній хвилі, але максимальне значення досягається при  $\alpha = 0$  або  $\alpha = \pi/2$ .

Основною характеристикою матеріалів в акустооптичних пристроях є акустооптична якість  $M = \frac{p_{ef}^2 n^6}{\rho v^3}$ . В таблиці 3.1

приведені числові значення  $M$  для стекол і кубічних кристалів [1], які можуть бути використані як середовища зі штучною анізотропією. Оскільки  $p_{ef}$  і  $v$  залежать від напрямку поширення світлових і акустичних хвиль та статичної деформації, то в таблиці приведені значення  $M$ , що відповідають оптимальним варіантам.

Ефективність анізотропної дифракції не залежить від величини статичної деформації. Вплив статичної деформації полягає в тому, що створюючи умови для появи анізотропної дифракції, вона в цей же час визначає характер залежності кута Брега від частоти акустичної хвилі:

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda f}{2n\nu} \left[ 1 \pm \frac{2n\nu^2}{\lambda^2 f^2} \Delta n \right],$$

де  $\Delta n$  – наведене статичною деформацією подвійне заломлення середовища, яке можна визначити з формули

$$2n\Delta n = \sqrt{(\tilde{\epsilon}_{11} - \tilde{\epsilon}_{33})^2 + 4\tilde{\epsilon}_{13}^2}.$$

Для ізотропного середовища  $\Delta n = \frac{p_{11} - p_{12}}{2} \hat{\epsilon} n^3$ .

В акустооптичних дефлекторах з анізотропною дифракцією світла оптимальною є область частот поблизу мінімуму кута Брега.

Таблиця 3.1. Характеристики пружнооптичних матеріалів [2]

Матеріал	$\lambda$ , мкм	$n$	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Напрямок і поляризація акустичної хвилі	$\nu$ , м/с	$p_{ij}$	$M$ , 10 <sup>-15</sup> с <sup>3</sup> /кг
Плавлений кварц	0,63	1,46	2200		5950	$p_{11} = 0,121$	0,12
				⊥	3760	$p_{12} = 0,270$	0,47
As <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	0,63	2,61	3200		2600	$p_{11} = 0,277$ $p_{12} = 0,272$	0,035
KRS-5	0,63	2,75	7360	[100],	2078	$p_{11} = 0,213$ $p_{12} = 0,144$	5,2
				[100], ⊥	874	$p_{44} = 0,149$	1300
KRS-6	0,63	2,31	7140	[100],	2032	$p_{11} = 0,091$ $p_{12} = 0,066$	0,27
				[100], ⊥	1075	$p_{44} = 0,086$	130
GaP	0,63	3,31	4180	[100], ⊥	4130	$p_{44} = -0,074$	25
SrTiO <sub>3</sub>	0,63	2,38	5120	[100], ⊥	4910	$p_{44} = 0,072$	1,6
GaAs	1,15	3,37	5340	[100], ⊥	3320	$p_{44} = -0,072$	39
Ge	10,6	4,00	5400	[100], ⊥	3510	$p_{44} = -0,073$	93,5

Частота, на якій досягається цей мінімум, визначається виразом

$$f^* = \sqrt{(p_{11} - p_{12})\hat{\epsilon}} \frac{n^2 v}{\lambda}. \text{ Оцінки показують, що допустимі значення}$$

зовнішнього тиску дозволяють отримати оптимальну частоту в діапазоні (100 – 500) МГц.

Схема експериментальних дослідження анізотропної дифракції світла в середовищі зі штучною анізотропією представлені на рис. 3.11.

Вхідний поляроїд  $P_1$  встановлює поляризацію падаючого світла. Вихідний поляризатор  $P_2$  дозволяє виділити в дифрагованому світлі компоненту, поляризовану паралельно чи перпендикулярно відносно поляризації падаючого світла. Статична деформація створювалась стиском зразка.

На рис. 3.12 приведені експериментальні залежності кута Брега від частоти ультразвукової хвилі для різних поляризацій падаючого та дифрагованого променя і при різному статичному тиску для кристалу фосфіду галію (кристал кубічної симетрії). Поляризація падаючого світла встановлювалася по одній з осей наведеної анізотропії. У тому випадку, коли в дифрагованому світлі реєструвалася компонента з поляризацією паралельною поляризації падаючого світла, залежність була лінійною. При цьому числові значення кута Брега співпадали для двох можливих поляризацій падаючого світла і не залежали від величини зовнішнього тиску. Цей випадок відповідає ізотропній дифракції.

Якщо вихідний поляроїд був встановлений перпендикулярно до вхідного, то залежність брегівського кута від частоти звукової хвилі має зовсім іншу залежність (криві 2, 3, 4).

Зміна анізотропії під дією зовнішніх чинників може бути використана і в анізотропному середовищі, наприклад, щоб забезпечити умову Брега в широкій смузі частот.

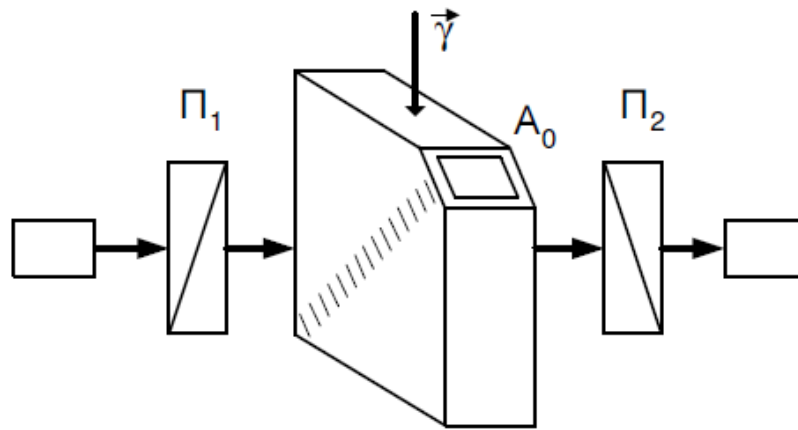


Рис. 3.11. Схема установки для спостереження анізотропної дифракції в середовищі зі штучною анізотропією

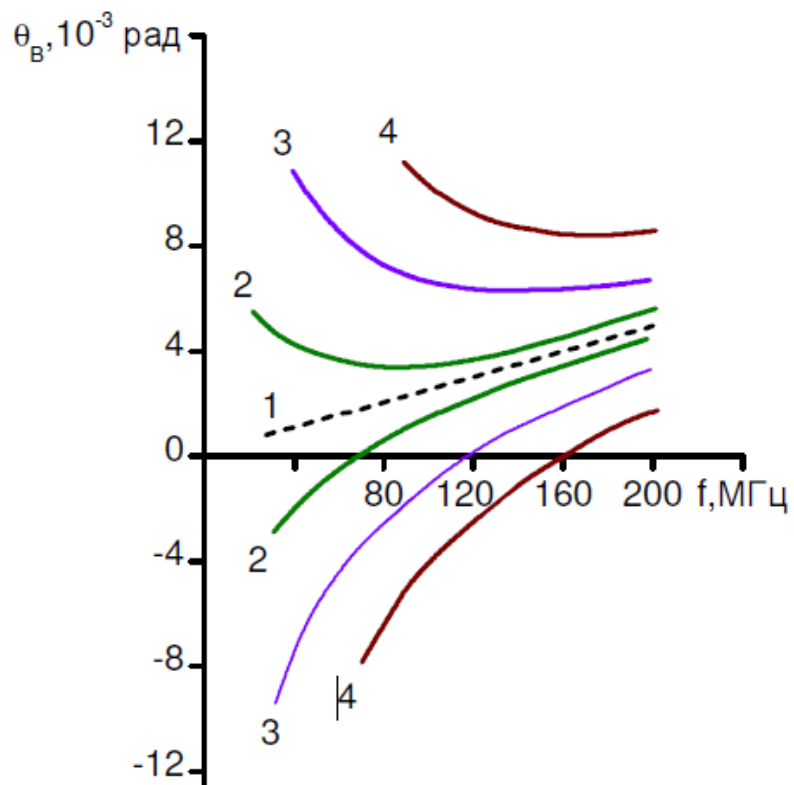


Рис. 3.12. Частотні залежності кута Брега:  
**1** – ізотропна дифракція при будь-якому тиску;  
**2** –  $\varepsilon = 0,000016$ ; **3** –  $\varepsilon = 0,000041$ ; **4** –  $\varepsilon = 0,000082$





### Питання для самоперевірки

1. Які особливості акустооптичної дифракції в анізотропному середовищі?
2. Запишіть формули, які встановлюють зв'язок між хвильовими векторами падаючого і дифрагованого променя, а також звукової хвилі.
3. Запишіть формули, які встановлюють зв'язок між частотами падаючого і дифрагованого світла, а також ультразвуку.
4. Які кристали називають одновісними?
5. Які кристали називають двовісними?
6. Які кристали називають додатними?
7. Запишіть формулу, що визначає залежність кута Брега від частоти акустичної хвилі в анізотропному середовищі.

---

---

## ЛЕКЦІЯ 4. АКУСТООПТИЧНА РЕФРАКЦІЯ

- 4.1. Поняття акустооптичної рефракції.
- 4.2. Поширення світла в неоднорідно-деформованому середовищі з аксіальною симетрією.
- 4.3. Акустооптична рефракція в лазерних гетероструктурах з квантовою ямою.
- 4.4. Акустооптична рефракція в лазерних гетероструктурах з квантовими точками.

### 4.1. Поняття акустооптичної рефракції

У випадку, коли ширина оптичного променя менша, ніж довжина акустичної хвилі має місце *акустооптична рефракція*.

*Акустооптична рефракція* – викривлення світлових променів у неоднорідно-деформованому звуковою хвилею середовищі.

Виділимо область кристалу шириною  $l$ , в якій поширюється звукова хвиля  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\left(\Omega t - \frac{2\pi}{\Lambda} x\right)$  (рис. 4.1). У кристалі

поширюється світловий пучок товщиною  $dx$ . Акустична хвиля спричиняє деформацію середовища і, відповідно, зміну його показника заломлення  $\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 p \varepsilon$  (формула (2.4). Промені 1 та 2

поширюються з різною швидкістю і, відповідно, пройшовши область акустооптичної взаємодії шириною  $l$ , мають оптичну різницю ходу  $l \Delta n$ . Згідно принципу Гюйгенса-Френеля така різниця ходу повинна компенсуватися при виході з області акустооптичної взаємодії, тобто

$$l \Delta n = n dx \sin \alpha. \quad (4.1)$$

Звідси отримуємо величину кута, на який відхиляється світловий промінь:

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{l}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{2\pi l \Delta n_0}{\Lambda n} \sin \Omega t, \quad (4.2)$$

$$\text{де } \Delta n_0 = -\frac{1}{2} n^3 p \varepsilon_0.$$

Очевидно, що промінь заломлюється не тільки при виході з неоднорідного середовища. Цей процес відбувається плавно і неперервно (промінь 1' на рис. 4.1).

Отже, кут, на який відхиляється світловий промінь, пропорційний ширині області акустооптичної взаємодії  $l$ , показнику заломлення середовища та потужності (амплітуді деформації) ультразвуку. З часом знак кута відхилення періодично змінюється на протилежний.

Величина кута відхилення обмежена, оскільки при великих кутах викривлений світловий промінь потрапляє в область дії ультразвуку, де градієнт деформації змінює знак і починається відхилення променя в протилежну сторону.

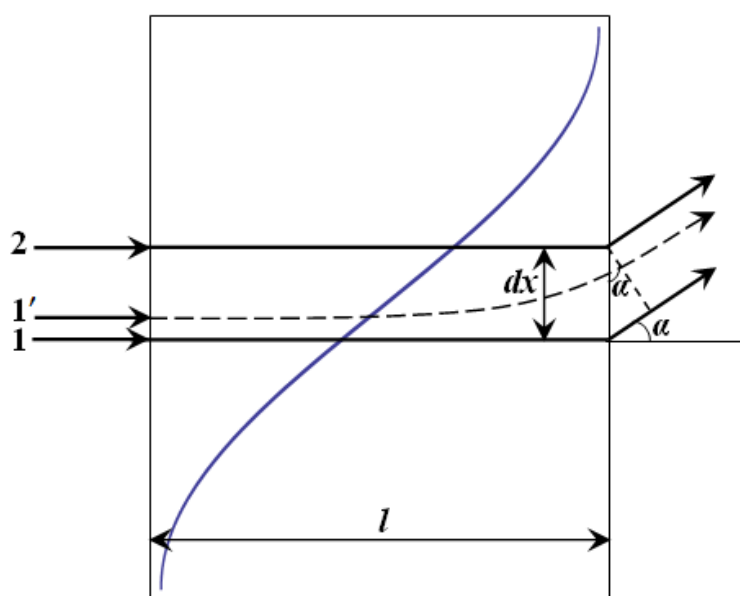


Рис. 4.1. Схематичне зображення ходу світлового променя в неоднорідно-деформованому акустичною хвилею кристалі

## 4.2. Поширення світла в неоднорідно-деформованому середовищі з аксіальною симетрією

Нехай світловий промінь поширюється в кристалічній структурі з аксіально-симетричною деформацією, яка створюється ультразвуком (рис. 4.2).

Нехай параксіальний промінь напрямлений вздовж осі  $Z$ . Позначимо віддаль до осі  $Z$  через  $r$ .

Математичний запис закону заломлення в безмежно тонкому шарі товщиною  $\Delta r$ , де показник заломлення плавно приймає значення від  $n(r)$  до  $n(r + \Delta r)$ :

$$n(r) \cdot \cos \alpha_1 = n(r + \Delta r) \cdot \cos(\alpha_1 + \Delta \alpha). \quad (4.3)$$

Розкладемо  $n(r + \Delta r)$  в ряд Тейлора за змінною  $\Delta r$  і обмежимося тільки лінійними за  $\Delta r$  членами. Після цього використаємо тригонометричні формули для  $\cos(\alpha_1 + \Delta \alpha)$ . В результаті матимемо:

$$n(r) \cdot \cos \alpha_1 = \left( n(r) + \Delta r \frac{\partial n}{\partial r} \right) \cdot (\cos \alpha_1 \cdot \cos \Delta \alpha - \sin \alpha_1 \cdot \sin \Delta \alpha). \quad (4.4)$$

Оскільки розглядаються тільки параксіальні промені, то  $\sin \Delta \alpha \approx \Delta \alpha$ ,  $\cos \Delta \alpha \approx 1$ . У результаті з похибкою до величин першого порядку за  $\Delta \alpha$  з (4.4) отримуємо:

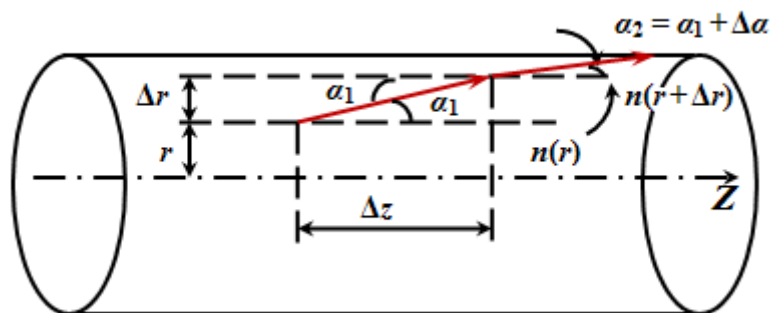


Рис. 4.2. Поширення світлового променя в неоднорідному середовищі з аксіальною симетрією

$$\frac{\partial n}{\partial r} = n(r) \cdot \frac{\Delta \alpha}{\Delta r} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1, \quad (4.5)$$

де доданками, що містять  $\Delta \alpha$   $\Delta r$ , які є параметрами другого порядку малості, нехтуємо. Врахувавши, що  $\operatorname{tg} \alpha_1 = \Delta r / \Delta z$ , запишемо вираз:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \frac{\Delta \alpha}{\Delta r} = \frac{\Delta r}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta \alpha}{\Delta r} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta z} = \frac{\Delta}{\Delta z} \left( \frac{\Delta r}{\Delta z} \right) \rightarrow \frac{d^2 r}{dz^2}. \quad (4.6)$$

Підставимо (4.6) в (4.5) і отримаємо диференціальне рівняння, що встановлює закономірність розповсюдження світла в оптично-неоднорідному середовищі:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{1}{n(r)} \frac{\partial n(r)}{\partial r}. \quad (4.7)$$

Нехай в кристалі поширюється стояча хвиля, створюючи деформацію  $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \Omega t \sin \frac{2\pi}{\Lambda} r$ . Така деформація викликає зміну показника заломлення:

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 p \varepsilon_0 \sin \Omega t \cos \frac{2\pi}{\Lambda} r. \quad (4.8)$$

Підставивши (4.8) в диференціальне рівняння (4.7), отримаємо:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{\pi n^2}{\Lambda} p \varepsilon_0 \sin \Omega t \sin \frac{2\pi}{\Lambda} r. \quad (4.9)$$

Враховуючи, що  $\frac{2\pi}{\Lambda} r \ll 1$ , розкладемо  $\sin$  в ряд Тейлора:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\Lambda^2} p \varepsilon_0 r \sin \Omega t. \quad (4.10)$$

Розв'язок диференціального рівняння (4.10) з урахуванням крайових умов

$$\begin{cases} r(z=0) = r_0; \\ \frac{dr(z=0)}{dz} = 0. \end{cases} \quad (4.11)$$

має вигляд:

$$r(z,t) = r_0 \operatorname{ch} \sqrt{q \sin \Omega t} z, \quad 2\pi k \leq \Omega t \leq (2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.12)$$

$$r(z, t) = r_0 \cos \sqrt{q |\sin \Omega t|} z, \quad (2k + 1)\pi \leq \Omega t \leq 2\pi(k + 1), \quad (4.13)$$

$$\text{де } q = \frac{2\pi^2 n^2}{\Lambda^2} p \varepsilon_0.$$

В площині  $z = L$  (межа оптичного резонатора) найбільше значення кута  $\alpha_{\max}$ , на який відхиляється випромінювання в гетеролазері відносно незбуреного напрямку дорівнюватиме

$$\text{tg } \alpha_{\max} = \frac{dr(z = L)}{dz} = r_0 q L.$$

Врахувавши, що  $\sqrt{qL} \ll 1$ , одержимо:

$$\alpha_{\max} \approx r_0 q L.$$

З цієї формули випливає, що кут відхилення променя пропорційний до його віддалі від осі. Таким чином, оптичний резонатор під впливом ультразвуку має властивості лінзи (півперіоду збиральної, а іншу половину – розсіювальної), а фокусна відстань

$$\text{дорівнює } f = \pm \frac{1}{qL \sqrt{|\sin \omega t|}}.$$

### 4.3. Акустооптична рефракція в лазерних гетероструктурах з квантовою ямою

Джерела, які перебудовують напрям та довжину інфрачервоного та видимого випромінювання, є важливими складовими лазерної спектроскопії надвисокої роздільної здатності і оптичних систем зв'язку. При цьому системи контролю швидкоплинних процесів, як і оптичні системи зв'язку, потребують розробки методів швидкої перебудови як частот, так і напрямку оптичного випромінювання. Останні десятиліття проводяться активні дослідження ефектів впливу ультразвукової деформації на процес генерації гетеролазера (на квантових ямах чи квантових точках), що забезпечують швидку і точну перебудову довжини хвилі випромінювання.

Ефект зміни напрямку випромінювання гетеролазера є наслідком градієнта деформації, що виникає при проходженні ультразвукової хвилі впоперек лазерного резонатора. Збудження

змінної деформації в лазерних гетероструктурах забезпечується шляхом введення поверхневих чи об'ємних акустичних хвиль з різною частотою (як правило, мегагерцового або гігагерцового діапазону).

Експериментальна установка для дослідження відхилення лазерного випромінювання в структурах з квантовою ямою під впливом акустичних хвиль зображена на рис. 4.3.

Для тонкого аналізу спектру використовують динамічні методики. Одна з них полягає в залежності резонансної довжини хвилі еталона Фабрі-Перо (ЕФП) від кута падіння оптичного випромінювання. Інший метод ґрунтується на використанні акустооптичного фільтру високої роздільної здатності.

Зміна інтенсивності випромінювання після ЕФП в присутності ПАХ пояснюється модуляцією частоти генерованого випромінювання. Ефект є наслідком модуляції спектрального положення лінії підсилення через акустоелектронну взаємодію і ліній лазерного резонатора через акустооптичну взаємодію.

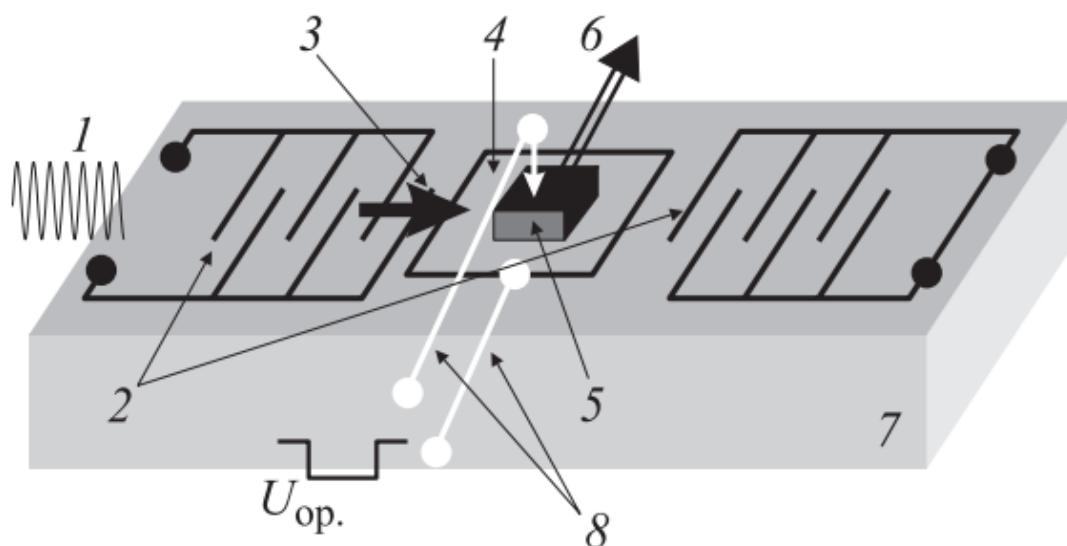


Рис. 4.3. Схема збудження акустичних хвиль:

**1** – ВЧ імпульс; **2** – зустрічно-штирьові перетворювачі; **3** – акустична хвиля; **4** – тонка металева плівка; **5** – гетероструктура з КТ; **6** – лазерний промінь; **7** – п'єзопідкладка; **8** – електричні контакти

Слід враховувати, що деяка зміна форми сигналу після ЕФП (у положенні його максимального пропускання за відсутності звуку) є наслідком прийнятого наближення, що величина деформації в кожен момент часу вважається однаковою вздовж перерізу лазерного резонатора. Насправді ж це не так, оскільки ми маємо справу з біжучою звуковою хвилею і скінченною (хоча й суттєво меншою від довжини звукової хвилі) шириною лазерного резонатора. Тому спостерігається деякий змінний по перерізу результат впливу біжучої синусоїдальної деформації.

З іншого боку, слід зазначити, що акустооптична взаємодія повинна призводити не тільки до зміни коефіцієнта заломлення  $\Delta n$ , однакового вздовж всієї довжини резонатора і зумовленого зміною резонансної частоти резонатора, але й до його градієнту, спричиненого біжучою звуковою хвилею впоперек резонатора (акустооптична рефракція, рис. 4.4). Тобто, можна передбачити,

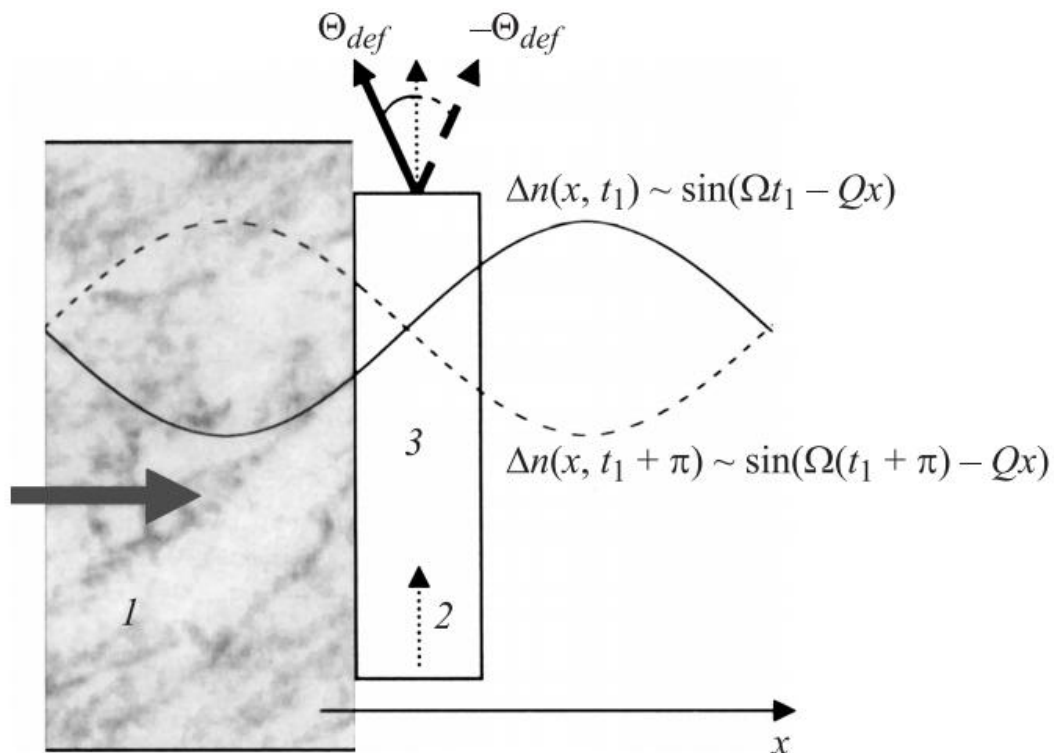


Рис. 4.4. Розподіл коефіцієнта заломлення в лазерному резонаторі під дією ультразвуку:  
**1** – звукова хвиля, **2** – оптичне випромінювання,  
**3** – лазерний резонатор



що синхронно до зміни градієнта показника заломлення з часом змінюватиметься і напрямок поширення лазерного променя у резонаторі. Як було показано вище, кут відхилення  $\theta_{def}$  пропорційний довжині лазерного резонатора  $L$ .

Амплітуда модуляції  $\theta_{def}^0$  кута, на який відхиляється промінь не залежить від ширини резонатора (ширини квантової ями). Максимальний кут відхилення  $\theta_{def}^0$  досягається при  $\Omega t = k\pi$ , коли зміни довжини електромагнітної хвилі під впливом механічної напруги немає, тобто ці два ефекти повинні бути зсунуті по фазі на  $\pi/2$ . Величина  $\theta_{def}^0$  однозначно зв'язана з амплітудою модуляції  $L_R$  довжини хвилі випромінювання і пропорційна частоті ультразвукової хвилі.

#### 4.4. Акустооптична рефракція в лазерних гетероструктурах з квантовими точками

На рис. 4.5 схематично представлено наногетероструктуру InAs/GaAs з квантовими точками (КТ) InAs, що піддається впливу ультразвукової деформації. У багатошаровій структурі локальна поверхнева напруга, спричинена КТ, акумулюється і, в результаті, виявляє себе у вигляді стовпчикowego розташування острівців (КТ). Тому таку напівпровідникову структуру, що є робочою областю оптичного резонатора, можна представити як циліндричну матрицю арсеніду галію з радіусом  $R_1$ . В неї вставлено циліндр, в якого радіус збігається з радіусом КТ  $R_0$ . Висота циліндра  $L$  є довжиною резонатора (рис. 4.5). Аксиальна вісь збігається із напрямком електромагнітного випромінювання за відсутності ультразвуку, а кут  $\alpha(t)$  вказує на девіацію лазерного променя за рахунок механічної ультразвукової напруги.

Оскільки стала кристалічної ґратки КТ InAs ( $a_1 = 0,61 \text{ нм}$ ) є більшою, ніж GaAs ( $a_2 = 0,57 \text{ нм}$ ), то в результаті псевдоморфного

росту арсеніду індію на поверхні GaAs матеріал КТ піддається деформації стиску, а арсеніду галію – розтягу. Таким чином, у напівпровідниковій структурі арсенід індію – арсенід галію існує механічна напруга, створена як впливом ультразвуку, так і неузгодженням сталих ґраток напівпровідників, що контактують.

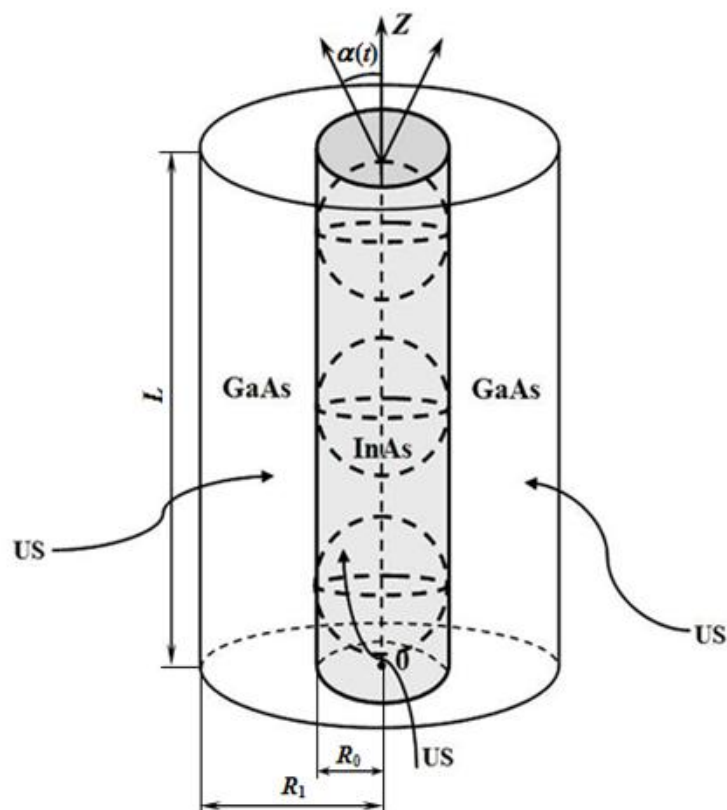


Рис. 4.5

Щоб знайти елементи тензора деформації потрібно

спочатку визначити вектор зміщення  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r})$   $\left( i = \begin{cases} 1 \equiv \text{InAs} \\ 2 \equiv \text{GaAs} \end{cases} \right)$  у

квантовій точці та матриці за допомогою рівняння:

$$\rho^{(i)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^{(i)}}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}^{(i)}}{\partial x_j},$$

де  $\rho^{(i)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(i)}$  – густина та складові тензора механічної напруги КТ і матриці;

$$\sigma_{ij}^{(i)} = K^{(i)} \sum_k \varepsilon_{kk}^{(i)} \delta_{ij} + 2\mu^{(i)} \left( \varepsilon_{ij}^{(i)} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sum_k \varepsilon_{kk}^{(i)} \right); \quad (4.14)$$

$K^{(i)}$ ,  $\mu^{(i)}$  – пружні сталі всебічного стиску та зсуву;  $\varepsilon_{ij}^{(i)}$  – елементи тензора деформації:

$$\varepsilon_{ij}^{(i)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.15)$$

Запишемо вектор зміщення  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r})$  як суму двох доданків  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r}) = \vec{u}_l^{(i)}(t, \vec{r}) + \vec{u}_T^{(i)}(t, \vec{r})$ . Кожен з цих доданків має задовольняти наступним умовам:

$$\text{rot } \vec{u}_l^{(i)}(t, \vec{r}) = \mathbf{0}, \quad \text{div } \vec{u}_T^{(i)}(t, \vec{r}) = \mathbf{0}.$$

У результаті отримаємо:

$$\Delta \vec{u}_l^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \vec{u}_l^{(i)}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{u}_T^{(i)} = \frac{1}{c_T^{(i)2}} \frac{\partial^2 \vec{u}_T^{(i)}}{\partial t^2}, \quad (4.16)$$

де  $c_l^{(i)} = \sqrt{\frac{3K^{(i)} + 4\mu^{(i)}}{3\rho^{(i)}}}$ ,  $c_T^{(i)} = \sqrt{\frac{\mu^{(i)}}{\rho^{(i)}}}$  – швидкість поширення поздовжньої та поперечної акустичної хвилі в КТ арсеніду індію та в арсеніді галію.

Відомо, що поперечні акустичні хвилі  $\vec{u}_T^{(i)}$  в (4.16) не можуть змінити об'єм кристалу тому, що  $\text{div } \vec{u}_T^{(i)}(t, \vec{r}) = \mathbf{0}$ . На відміну від цього, поздовжня хвиля призводить до об'ємного розширення і стиску напівпровідникової структури.

Пружну акустичну деформацію у гетеросистемі з КТ розглянемо на фоні статичної деформації, яка обумовлена неспівпадінням сталих ґраток контактуючих напівпровідників. Запишемо зміщення таким чином:

$$\vec{u}_l^{(i)}(\vec{r}, t) = \vec{u}_0^{(i)}(\vec{r}) + \vec{u}_{1l}^{(i)}(\vec{r}, t), \quad (4.17)$$

де  $\vec{u}_0^{(i)}(\vec{r})$  – вектор статичних зміщень у матеріалах КТ та напівпровідникової матриці, які зумовлені неузгодженням сталих ґраток матеріалів, що контактують. Оскільки метою розробленої моделі є визначення кута, на який відхиляється лазерний промінь, тому достатнім буде обмежитися визначенням компоненти зміщення  $\vec{u}_{1l}^{(i)}(\vec{r}, t)$  у матеріалах арсеніду індію та арсеніду галію, які спричинені впливом ультразвуку.

В аксіально-симетричній системі радіальна механічна напруга записується таким чином:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \left( K^{(i)} + \frac{4}{3} \mu^{(i)} \right) \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + \left( K^{(i)} - \frac{2}{3} \mu^{(i)} \right) \frac{u_r^{(i)}}{r}. \quad (4.18)$$

Перейдемо до скалярних потенціалів  $\vec{u}_{1l}^{(i)} = \vec{\nabla} \varphi^{(i)}$ . Тоді рівняння (4.16) прийме вигляд:

$$\Delta \varphi^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial t^2}. \quad (4.19)$$

Виберемо наступні крайові умови для диференціального рівняння (4.19):

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{(1)}(t)|_{r=R_0} = \sigma_{rr}^{(2)}(t)|_{r=R_0}; \\ u_r^{(1)}(t)|_{r=R_0} = u_r^{(2)}(t)|_{r=R_0}; \\ \sigma_{rr}^{(2)}(t)|_{r=R_1} = -\sigma_{us} \sin \Omega t. \end{cases} \quad (4.20)$$

В останній крайовій умові системи (4.20) враховано дію ультразвуку на механічну напругу досліджуваної системи. Тут  $\Omega$  – частота ультразвуку;  $\sigma_{us}$  – амплітуда ультразвукової хвилі в точці  $r = R_1$ . Напрямок дії сили, створеної ультразвуком, та напрям квазіпружної сили, яка виникає у гетеросистемі, є протилежними. Це й визначає вибір знаку “–” у третьому рівнянні системи (4.20).

У результаті, врахувавши (4.18) – (4.20), а також те, що  $u_r^{(i)} = \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial r}$ , знайдемо формули, які визначають радіальні складові вектора зміщення у КТ арсеніду індію та напівпровідниковій матриці арсеніду галію:

$$u_r^{(1)}(r, t) = C_1 \frac{\omega}{c_l^{(1)}} J_1 \left( \frac{\omega r}{c_l^{(1)}} \right) \sin \Omega t, \quad (4.21)$$

$$u_r^{(2)}(r, t) = C_2 \frac{\omega}{c_l^{(2)}} J_1 \left( \frac{\omega r}{c_l^{(2)}} \right) \sin \Omega t + C_3 \frac{\omega}{c_l^{(2)}} Y_1 \left( \frac{\omega r}{c_l^{(2)}} \right) \sin \Omega t. \quad (4.22)$$

Тут  $J_1, Y_1$  – функції Бесселя 1-го та 2-го роду. Сталі  $C_1, C_2, C_3$  можуть бути знайдені з крайових умов (4.20). Також в (4.21) враховано необхідність забезпечення регулярності зміщення  $u_r^{(1)}(r, t)$  у центрі КТ ( $r = 0$ ).

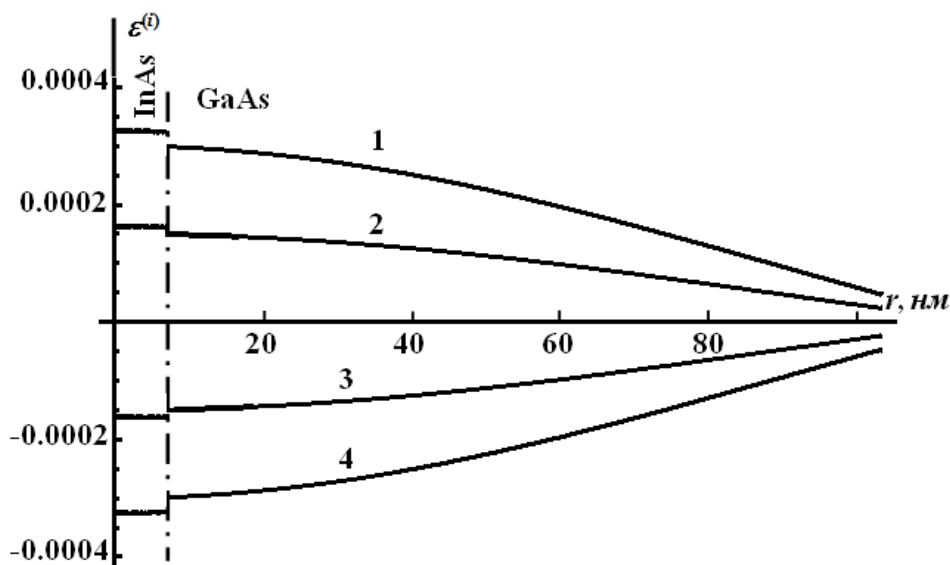
Складові тензорів деформації КТ та матриці:

$$\varepsilon_{rr}^{(i)} = \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r^{(i)}}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)} = \frac{u_r^{(i)}}{r^{(i)}}, \quad \varepsilon_{zz}^{(i)} = -\frac{\nu^{(i)}}{1-\nu^{(i)}} (\varepsilon_{rr}^{(i)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)}),$$

$$\varepsilon^{(i)} = Sp \varepsilon^{(i)} = \varepsilon_{rr}^{(i)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)} + \varepsilon_{zz}^{(i)}. \quad (4.23)$$

Тут  $\nu^{(i)}$  – стала Пуассона матеріалів КТ InAs ( $i = 1$ ) і напівпровідникової матриці ( $i = 2$ ).

На рис. 4.6 зображено координатну залежність всебічної деформації матеріалів гетероструктури InAs/GaAs з КТ InAs у різні часові моменти за частоти ультразвуку  $8,8 \cdot 10^8$  Гц.



**Рис. 4.6.** Координатна залежність всебічної деформації  $\varepsilon(r)$  у КТ InAs та матриці GaAs для різних моментів часу:

$$1 - \Omega t = \frac{\pi}{2}; \quad 2 - \Omega t = \frac{\pi}{6}; \quad 3 - \Omega t = \frac{7\pi}{6}; \quad 4 - \Omega t = \frac{3\pi}{2}$$

Дія ультразвуку є причиною виникнення градієнта деформації, а тому і показника заломлення у напрямку, який є перпендикулярним до випромінювання. На протязі періоду ультразвукової хвилі зміни зазнає і модуль градієнта деформації, і його напрям. Отже, з часом зазнаватиме варіації траєкторія поширення електромагнітної хвилі. У неоднорідному кристалі така траєкторія описується диференціальним рівнянням (4.7) з крайовими умовами (4.11).

У першій умові враховано, що початкова віддаль лазерного променя від аксіальної осі дорівнює  $r_0$ . У другій умові вказано, що електромагнітне випромінювання у площині  $z = 0$  напрямлене паралельно осі  $OZ$ .

Взявши до уваги зв'язок між показником заломлення та діелектричною проникністю кристалів ( $n^{(i)}(r,t) = \sqrt{\tilde{\epsilon}^{(i)}(r,t)}$ ), рівняння (4.7) перепишемо наступним чином:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{2\epsilon_0^{(i)}} \frac{d\tilde{\epsilon}^{(i)}}{dr}. \quad (4.24)$$

Тут  $\tilde{\epsilon}_0^{(i)}$  – діелектрична проникність кристалів InAs та GaAs за відсутності ультразвуку.

Діелектрична проникність  $\tilde{\epsilon}^{(1)}(r,t)$  КТ, яка періодично змінюється під впливом ультразвуку:

$$\tilde{\epsilon}^{(i)}(r,t) = \tilde{\epsilon}_0^{(i)} + p^{(i)} \epsilon^{(i)}(r,t), \quad (4.25)$$

де  $p^{(i)} < 0$  – акустооптичні сталі.

З урахуванням (4.21), (4.23) та (4.25) у наближенні  $\frac{\Omega r}{c_l^{(1)}} \ll 1$  запишемо рівняння (4.24), яке визначає траєкторію електромагнітного випромінювання у внутрішньому циліндрі (рис. 4.5):

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{4\tilde{\epsilon}_0^{(1)}} p^{(1)} \frac{1 - 2\nu^{(1)}}{1 - \nu^{(1)}} Q_1 \left( \frac{\omega}{c_l^{(1)}} \right)^4 r \sin \Omega t. \quad (4.26)$$

Тоді розв'язок (4.26) з урахуванням крайових умов (4.11) має вигляд:

$$r(z, t) = r_0 \cos \sqrt{|q|} \sin \Omega t z, \quad 2\pi n \leq \Omega t \leq (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$r(z, t) = r_0 \operatorname{ch} \sqrt{|q|} \sin \Omega t z, \quad (2n + 1)\pi \leq \Omega t \leq 2\pi(n + 1)$$

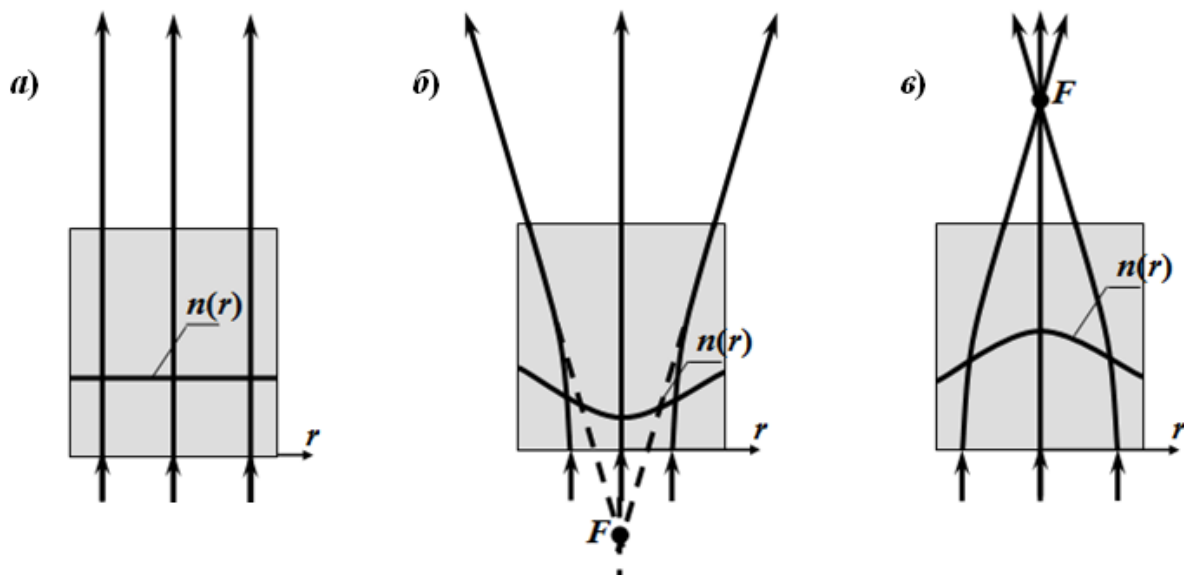
$$\text{де } q = \frac{p^{(1)}}{4\tilde{\epsilon}_0^{(1)}} \frac{1 - 2\nu^{(1)}}{1 - \nu^{(1)}} Q_1 \left( \frac{\Omega}{c_l^{(1)}} \right)^4.$$

За межами оптичного резонатора, який має довжину  $L$ , найбільше значення кута  $\alpha_{\max}$ , на який відхиляється лазерний промінь, дорівнює

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} = \frac{dr(z=L)}{dz} = r_0 q(\omega, R_0) L.$$

Враховавши, що  $\sqrt{|q|} L \ll 1$ , одержимо:

$$\alpha_{\max} \approx r_0 q(\omega, R_0) L.$$



**Рис. 4.7.** Хід світлового променя в оптичному резонаторі та координатна залежність показника заломлення  $n(r)$ :

$$a) \quad \omega t = \pi; \quad б) \quad \omega t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \quad в) \quad \omega t = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

---

---

З цієї формули видно, що девіація променя є пропорційна до  $r_0$  (початкова відстань між променем та аксіальною віссю). Звідси робимо висновок, що оптичний резонатор при дії ультразвуку веде себе подібно до лінзи (півперіоду збиральної, а іншу половину – розсіювальної). Фокусна відстань залежить від часу і визначається формулою (рис. 4.7):

$$f = \pm \frac{1}{q|L\sqrt{|\sin \alpha|}}.$$



### Питання для самоперевірки

1. Що таке акустооптична рефракція?
2. При яких умовах спостерігається акустооптична рефракція?
3. Запишіть закон Снеліуса, який визначає закономірності заломлення світла в неперервно-неоднорідному середовищі.
4. Які особливості акустооптичної рефракції в структурах з квантовими ямами?
5. Які особливості акустооптичної рефракції в гетероструктурах з квантовими точками?
6. Поясніть принцип фокусування світлової енергії за допомогою ультразвуку.



## ЛЕКЦІЯ 5. ВПЛИВ АКУСТОЕЛЕКТРОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА ОПТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ НАПІВПРОВІДНИКІВ

### План

- 5.1. Поняття акустoeлектронної взаємодії.
- 5.2. Механізм акустoeлектронної взаємодії в напівпровідниках.
- 5.3. Вплив акустoeлектронної взаємодії на край поглинання та довжину хвилі рекомбінаційного випромінювання.
- 5.4. Модуляція частоти випромінювання гетероструктури з квантовими точками.

### 5.1. Поняття акустoeлектронної взаємодії

*Акустoeлектронна взаємодія* – це взаємодія акустичних хвиль з електронами провідності в металах і напівпровідниках. Вона зумовлена тим, що при поширенні акустичних хвиль в твердих тілах відбувається деформація їхньої кристалічної ґратки і в таких матеріалах виникають сили, що діють на електрони. При акустoeлектронній взаємодії відбувається обмін енергією та імпульсом між акустичною хвилею і електронами провідності. В металах має місце електромагнітний механізм акустoeлектронної взаємодії, який зумовлений дією на електрони та йони ґратки електромагнітного поля, викликаного зсувом йонів під впливом ультразвуку. Єдиним для будь-яких напівпровідників механізмом акустoeлектронної взаємодії є взаємодія через деформаційний потенціал, зумовлений зміною ширини забороненої зони під дією механічної напруги, створеної акустичною хвилею. Це призводить до появи діючої на електрон сили, пропорційної амплітуді хвилі деформації. Одночасно виникають і діють з боку електронів на ґратку локальні сили, пропорційні градієнту концентрації електронів.

Взаємодія через деформаційний потенціал послаблюється при зменшенні частоти акустичної хвилі. На частотах, менших  $1 \text{ ГГц}$ , вона стає дуже незначною порівняно з п'єзоелектричною взаємодією, яка є

---

---

основним механізмом акустоелектронної взаємодії в п'єзоелектричних напівпровідниках (CdS, CdSe, GaAs, InSb, Te). Передача частини енергії акустичної хвилі електронам провідності призводить до електронного поглинання звуку, а передача імпульсу – до виникнення акустоелектричного струму або ЕРС (акустоелектричного ефекту). Якщо до кристалу прикласти зовнішнє постійне електричне поле, що створює дрейф електронів у напрямку поширення ультразвукової хвилі, то при швидкості дрейфу, яка є більшою, ніж швидкість звуку, максимумами концентрації в хвилі заряду випереджають по фазі мінімуми в хвилі електричного потенціалу і знаходяться в областях, де поле хвилі їх гальмує. Електрони передають акустичній хвилі частину енергії, отриманої ними від поля, внаслідок чого відбувається електронне підсилення акустичних хвиль дрейфуючими носіями заряду. Реально досягнутий коефіцієнт підсилення – десятки  $дБ/см$  на частотах до  $10 ГГц$ .

Електричне поле, зумовлене хвилею об'ємного заряду електронів провідності, викликає (внаслідок зворотного п'єзоефекту) деформацію кристалу п'єзонапівпровідника і відповідно зміну швидкості поширення акустичної хвилі. В результаті швидкість поширення акустичної хвилі залежить від концентрації і рухливості електронів у твердому тілі, а також від швидкості їх дрейфу.

Акустична хвиля призводить до виникнення численних акустоелектронних, акустомагнітних і акустотермічних ефектів (явищ, аналогічних ефектам Нернста, Еттінгсхаузена, Пельтьє і ін.), що спричиняються струмом захоплення носіїв заряду акустичною хвилею.

Акустоелектронна взаємодія має місце і при поширенні поверхневих акустичних хвиль в п'єзоелектричних напівпровідниках і шаруватих структурах, що складаються з п'єзоелектрика та контактуючого з ним напівпровідника.

При малій інтенсивності акустичних хвиль поглинання і підсилення звуку, що виникають внаслідок акустоелектронної взаємодії, мають лінійний характер, тобто практично не залежать від амплітуди хвилі.

## 5.2. Механізм акустоелектронної взаємодії в напівпровідниках

Як уже зазначалося, загальним для всіх напівпровідників механізмом акустоелектронної взаємодії є взаємодія через деформаційний потенціал, обумовлений зміною ширини забороненої зони під дією деформації, спричиненої акустичної хвилею.

У результаті взаємодії електронної підсистеми з пружним середовищем змінюється зонна структура напівпровідника, а саме, зміщується дно зони провідності і вершина валентної зони на величину:

$$\Delta E_c = a_c \varepsilon, \quad (5.1)$$

$$\Delta E_v = a_v \varepsilon, \quad (5.2)$$

де  $a_c$ ,  $a_v$  – сталі всебічного деформаційного потенціалу зони провідності і валентної зони, відповідно.

Стала всебічного деформаційного потенціалу зони провідності (валентної зони) – це фізична величина, яка чисельно дорівнює зміщенню енергії краю зони провідності (валентної зони) при збільшенні об'єму кристалу вдвічі (при  $\varepsilon = 1$ ).

Так, сталі деформаційного потенціалу визначаються наступним чином:

$$a_c = \frac{dE_c}{d \ln V}, \quad (5.3)$$

$$a_v = \frac{dE_v}{d \ln V}, \quad (5.4)$$

де  $V$  – об'єм кристалічної ґратки;  $d \ln V = \frac{dV}{V} = \varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ .

В таблиці 5.1 приведено значення сталих гідростатичного деформаційного потенціалу дозволених зон та ширини забороненої зони деяких напівпровідників.

Таблиця 5.1. Значення сталих гідростатичного деформаційного потенціалу зони провідності і валентної зони та ширини забороненої зони деяких напівпровідників [20]

Напівпровідник	$a_v, eV$	$a_c, eV$	$E_g, eV$
Si	2.46	1.98	3.37
Ge	1.24	-8.24	0.89
GaAs	1.16	-7.17	1.52
AlAs	2.47	-5.64	3.13
InAs	1.00	-5.08	0.41
GaP	1.70	-7.14	2.90
AlP	3.15	-5.54	3.63
InP	1.27	-5.04	1.42
GaSb	0.79	-6.85	0.75
AlSb	1.38	-6.97	2.32
InSb	0.36	-6.17	0.24
ZnSe	1.65	-4.17	2.83
ZnS	2.31	-4.09	3.84
ZnTe	0.79	-5.83	2.39
CdTe	0.55	-3.96	1.59
HgTe	-0.13	-4.60	-0.30

Як видно з таблиці, у більшості напівпровідників деформація розтягу призводить до пониження дна зони провідності ( $a_c < 0$ ) і підвищення енергетичного рівня валентної зони ( $a_v > 0$ ), тобто до зменшення ширини забороненої зони (рис. 5.1, а). При деформації розтягу картина змінюється на протилежну (рис. 5.1, б).

Таким чином, за допомогою деформації можна змінювати зонну структуру напівпровідників. А це, в свою чергу, впливатиме на їхні оптичні властивості (наприклад, край поглинання, спектр випромінювання і т.д.).

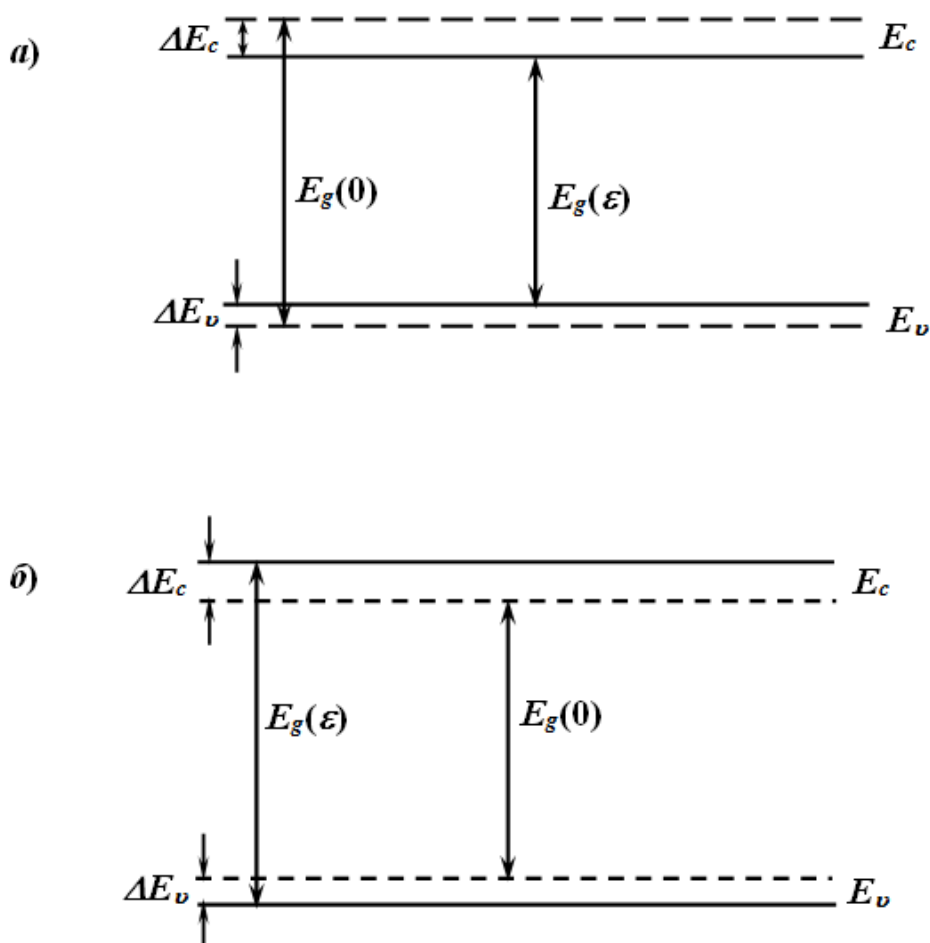


Рис. 5.1. Зонна схема напівпровідника, що зазнає деформації (суцільна лінія) та без деформації (штрихова лінія):  
 а) деформація розтягу; б) деформація стиску

### 5.3. Вплив акустoeлектронної взаємодії на край поглинання та довжину хвилі рекомбінаційного випромінювання

Нехай вздовж осі  $x$  у напівпровіднику поширюється біжуча хвиля (рис. 5.2). У цьому випадку в напівпровідниковому кристалі існує періодична деформація, яка відповідно призводить до зсуву країв дозволених зон та модуляції ширини забороненої зони. Причому така картина періодично змінюється з часом. Це, в свою чергу, призводить до зміни краю власного (фундаментального) поглинання:

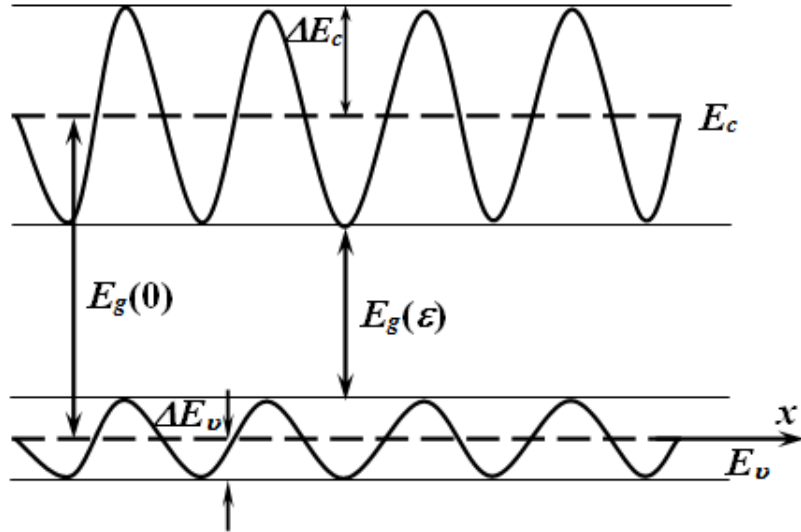


Рис. 5.2. Зонна схема напівпровідника, що зазнає акустичної (періодичної) деформації (суцільна лінія) та без впливу акустичної деформації (штрихова лінія)

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E_g(0)} - \frac{hc}{E_g(\varepsilon)} = \frac{hc}{E_g} \frac{\Delta E_g}{E_g} = \lambda_0 \frac{\Delta E_g}{E_g}, \quad (5.5)$$

де  $\lambda_0$  – край поглинання за відсутності акустичної хвилі.

Слід відмітити, що зміщення країв дозволених зон також призводить до зміни енергії активації домішок, які містяться у напівпровіднику. Тому акустоелектронна взаємодія впливає і на домішкове поглинання.

Розглянемо гетероструктуру з квантовою ямою для електронів та дірок (рис. 5.3). Нехай акустична хвиля поширюється перпендикулярно до шарів такої структури. Вважатимемо, що довжина звукової хвилі є набагато більшою, ніж ширина квантової ями  $\Lambda \gg a$ . У цьому випадку деформацію в межах квантової ями можна вважати однорідною:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\Omega t.$$

За рахунок того, що константи деформаційних потенціалів різних матеріалів гетероструктури відрізняються, під дією ультразвуку періодично змінюється глибина квантової ями (штрихова

чи пунктирна лінія для різних моментів часу). Таким чином, будуть зміщуватися і енергетичні положення основних станів носіїв струму  $E_{e0}$  та  $E_{h0}$ . Також з часом змінюватиметься і ширина забороненої зони. Отже, періодичної модуляції зазнаватиме довжина електромагнітної хвилі, яка відповідає рекомбінаційним переходам між основним станом електрона і дірки (рис. 5.3).

На експерименті спостерігають усереднену за часом картину. Це проявляється в спектральному зсуві лінії та її спектральному розширенні.

Таким чином, на довжину хвилі випромінювання в напівпровідникових структурах, де поширюється акустична хвиля, впливають два ефекти акустооптичний (зміна показника заломлення) та акустоелектронний (зміна відстані між енергетичними рівнями).

При умові  $\Lambda \gg a$  біжуча та стояча хвиля якісно дають однаковий ефект.

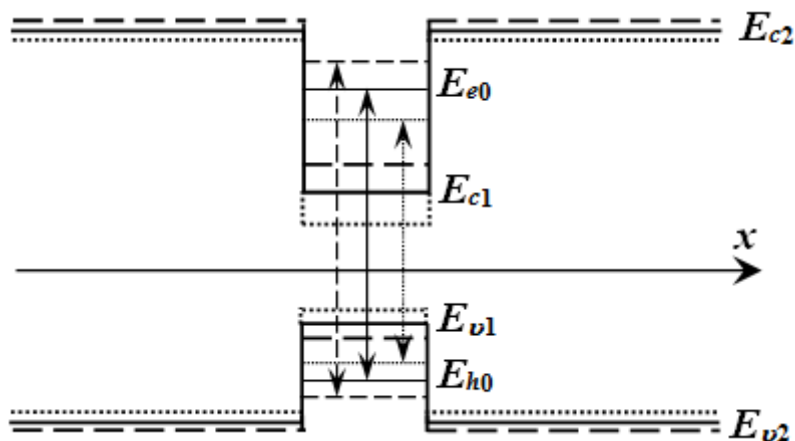


Рис. 5.3. Зонна схема напівпровідникової гетероструктури з квантовою ямою, яка піддається дії ультразвуку:

**суцільна лінія** – без впливу ультразвуку;

**пунктирна лінія** – ультразвукова хвиля створює деформацію розтягу;

**штрихова лінія** – ультразвукова хвиля створює деформацію стиску

---

---

## 5.4. Модуляція частоти випромінювання гетеросистеми з квантовими точками

### 5.4.1. Модель гетеросистеми з квантовими точками, яка зазнає дії акустичної деформації

Відомо, що джерела інфрачервоного випромінювання, які можуть надшвидко змінювати частоту генерації, є невід'ємною частиною лазерної спектроскопії з доброю роздільною здатністю, а також оптичних систем зв'язку. Останнім часом значно зросла дослідницька зацікавленість до напівпровідникових гетероструктур арсенід індію – арсенід галію з нульвимірними КТ InAs. Такі наноб'єкти володіють значним квантовим виходом фотолюмінесценції та є оптимальними компонентами для побудови гетеролазера у ближній інфрачервоній частині спектру. Один з важливих напрямків дослідження – це можливість керування частотою випромінювання гетеролазерів на основі КТ.

Нехай наногетеросистема арсенід індію – арсенід галію з сферичними КТ InAs піддається дії акустичної деформації (ультразвуку).

Відомо, що стала кристалічної ґратки напівпровідника InAs є більшою, ніж напівпровідника GaAs (матриця), тому в результаті гетероепітаксійного нарощування InAs на GaAs при псевдоморфному рості квантова точка InAs піддається стиску, а GaAs – розтягу. Отже, квантову точку сферичної форми, яка має радіус  $R_0$  можна представити пружним сферичним дилатаційним нановключенням (рис. 5.4, суцільна тонка лінія), яке поміщене у порожнину (рис. 5.4, пунктирна лінія) у напівпровіднику GaAs. Порожнина має менший об'єм, ніж об'єм нановключення на величину  $\Delta V$ . Радіус матриці GaAs дорівнює  $R_1$ . Для того, щоб нановключення помістилося в порожнину, його необхідно стиснути, а навколишню матрицю GaAs розтягнути в радіальному напрямку. Підсумок сумісного впливу напружень контактуючих напівпровідників представлено суцільною товстою лінією на рис. 5.4.



Під дією ультразвуку в матеріалі наногетеросистеми виникає періодичне деформаційне поле  $\epsilon_{out}(t)$ .

Глибина і форма потенціальної енергії сферичної КТ визначається профілями країв зони провідності і валентної зони гетероструктури з КТ. Розрив зони провідності і валентної зони на межі InAs – GaAs спричинений різницею між ширинами заборонених зон матеріалів КТ і матриці і формує потенціальну енергію електрона та дірки у наногетеросистемі.

Для гетеросистеми з напруженими КТ глибина квантової ями для носіїв струму (електронів та дірок) визначається як внутрішньою деформацією матеріалів матриці і КТ, що виникає через розбіжність сталих ґраток контактуючих напівпровідників, так і зовнішніми чинниками (у даному випадку деформацією, спричиненою ультразвуком).

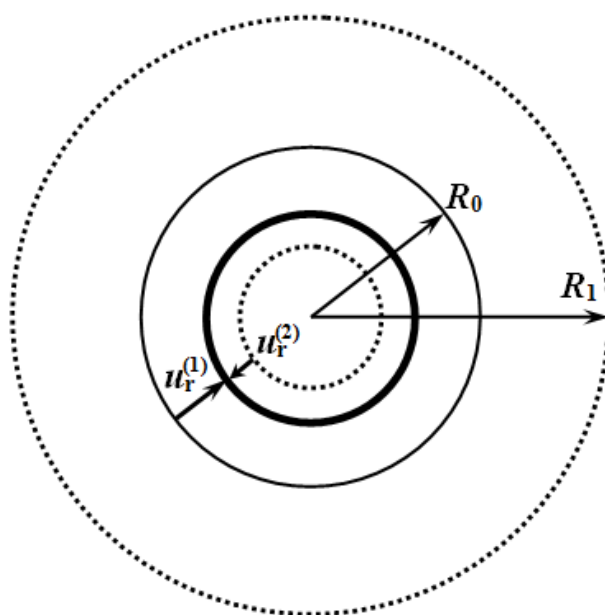


Рис. 5.4. Модель напруженої сферичної квантової точки

$(u_r^{(i)})$  – радіальні компоненти вектора зміщень  
в матеріалах квантової точки ( $i = 1$ ) та матриці ( $i = 2$ )

На рис. 5.5 схематично зображена геометрія напівпровідникової гетеросистеми InAs/GaAs із сферичними КТ InAs та просторовий профіль потенціальної енергії електрона і дірки без впливу ультразвуку (суцільна лінія) та при існуванні (пунктирна та штрихова лінії) деформації матеріалу КТ, створеної ультразвуковою хвилею. Пунктирні (штрихові) лінії відповідають моментам часу, коли зовнішнє поле створює максимальну деформацію розтягу (стиску).

Енергетичний зсув країв дозволених зон під впливом пружної деформації становить:

$$\begin{aligned}\Delta E_c^{(i)}(t) &= a_c^{(i)} \varepsilon^{(i)}(t) = \Delta E_{c1}^{(i)} + \Delta E_{c2}^{(i)}(t); \\ \Delta E_v^{(i)}(t) &= a_v^{(i)} \varepsilon^{(i)}(t) = \Delta E_{v1}^{(i)} + \Delta E_{v2}^{(i)}(t);\end{aligned}$$

де  $\Delta E_{c1}^{(i)}$ ,  $\Delta E_{v1}^{(i)}$  – відповідно, енергетичний зсув нижнього краю зони провідності і верхнього рівня валентної зони у напівпровідниках КТ та матриці за рахунок неузгодження сталих ґраток контактуючих напівпровідників;  $\Delta E_{c2}^{(i)}(t)$ ,  $\Delta E_{v2}^{(i)}(t)$  – відповідно, енергетичний зсув країв зони провідності і валентної зони у КТ та напівпровідниковій матриці за рахунок акустичної деформації;  $\varepsilon^{(i)} = \text{Sp} \varepsilon^{(i)}$  – всебічна деформація, обумовлена як неузгодженням сталих ґраток напівпровідникового арсеніду індію та арсеніду галію, так і ультразвуком хвилею;  $a_c^{(i)}$ ,  $a_v^{(i)}$  – сталі всебічного деформаційного потенціалу дозволених зон;  $i = \begin{cases} 1 \equiv \text{InAs}; \\ 2 \equiv \text{GaAs}. \end{cases}$

Отже, потенціальні енергії електрона і дірки  $W^{(e,h)}(r)$  у деформованій наногетероструктурі InAs/GaAs із сферичними нанокластерами InAs:

$$W^{(e,h)}(r,t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r \leq R_0 \\ W^{(e,h)}(r,t); & R_0 \leq r \leq R_1 \end{cases} \quad (5.6)$$

де  $W^{(e)} = \Delta E_c(0) - a_c^{(1)} \varepsilon^{(1)} + a_c^{(2)} \varepsilon^{(2)}$ ;  $W^{(h)} = \Delta E_v(0) + a_v^{(1)} \varepsilon^{(1)} - a_v^{(2)} \varepsilon^{(2)}$ ;  $\Delta E_{c,v}(0)$  – глибина квантової ями електрона і дірки в недеформованій квантовій точці:

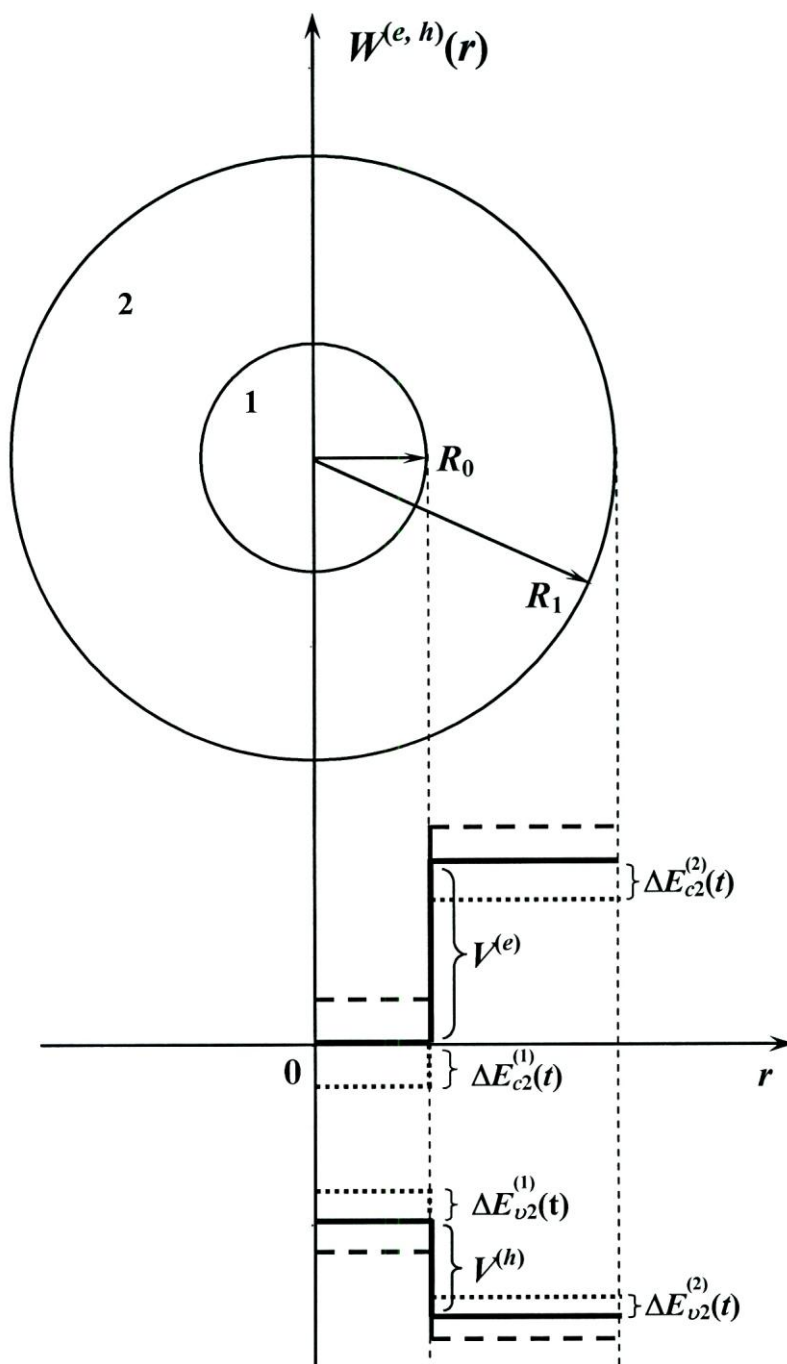


Рис. 5.5. Координатна залежність потенціальної енергії електрона і дірки в гетеросистемі InAs/GaAs зі сферичними квантовими точками InAs ( $V^{(e)}$ ,  $V^{(h)}$  – глибина потенціальної ями для електрона, дірки, відповідно):

- без впливу ультразвукової хвилі (**суцільна лінія**);
- в момент часу, коли ультразвукова хвиля створює максимальну деформацію розтягу (**пунктирна лінія**);
- в момент часу, коли ультразвукова хвиля створює максимальну деформацію стиску (**штрихова лінія**)

$$\Delta E_c(\mathbf{0}) = \chi_1 - \chi_2; \quad \Delta E_v(\mathbf{0}) = E_g^{(2)}(\mathbf{0}) + \chi_2 - E_g^{(1)}(\mathbf{0}) - \chi_1; \quad (5.7)$$

$\chi_i$ ,  $E_g^{(i)}(\mathbf{0})$  – електронна спорідненість і ширина забороненої зони недеформованих напівпровідників InAs та GaAs, відповідно. Енергія відраховується від країв відповідної дозволеної зони у матеріалі InAs.

#### 5.4.2. Розрахунок компонентів тензора деформації у наногетеросистемі з квантовими точками з урахуванням впливу ультразвуку

Для того, щоб визначити складові тензора деформації, потрібно знайти вектор зміщення  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r})$  в КТ InAs та напівпровіднику GaAs. Вектор зміщення  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r})$  знайдемо з рівняння:

$$\rho^{(i)} \frac{\partial^2 u_i^{(i)}}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}^{(i)}}{\partial x_j}. \quad (5.8)$$

Тут  $\rho^{(i)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(i)}$  – густина і складові тензора механічної напруги матеріалів КТ та матриці;

$$\sigma_{ij}^{(i)} = K^{(i)} \sum_k \varepsilon_{kk}^{(i)} \delta_{ij} + 2\mu^{(i)} \left( \varepsilon_{ij}^{(i)} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sum_k \varepsilon_{kk}^{(i)} \right), \quad (5.9)$$

де  $K^{(i)}$ ,  $\mu^{(i)}$  – пружні сталі всебічного стиску і зсуву;  $\varepsilon_{ij}^{(i)}$  – складові тензора деформації:

$$\varepsilon_{ij}^{(i)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (5.10)$$

Запишемо вектор зміщення  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r})$  як суми двох доданків  $\vec{u}^{(i)}(t, \vec{r}) = \vec{u}_l^{(i)}(t, \vec{r}) + \vec{u}_T^{(i)}(t, \vec{r})$ . Кожен з цих доданків повинен задовольняти такі умови:

$$\text{rot } \vec{u}_l^{(i)}(t, \vec{r}) = \mathbf{0}, \quad \text{div } \vec{u}_T^{(i)}(t, \vec{r}) = \mathbf{0}.$$

У результаті отримаємо:

$$\Delta \bar{u}_l^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \bar{u}_l^{(i)}}{\partial t^2}, \quad \Delta \bar{u}_T^{(i)} = \frac{1}{c_T^{(i)2}} \frac{\partial^2 \bar{u}_T^{(i)}}{\partial t^2}; \quad (5.11)$$

де  $c_l^{(i)} = \sqrt{\frac{3K^{(i)} + 4\mu^{(i)}}{3\rho^{(i)}}}$ ,  $c_T^{(i)} = \sqrt{\frac{\mu^{(i)}}{\rho^{(i)}}}$  – відповідно, поздовжня та поперечна швидкість акустичних коливань у КТ (InAs) та матриці (GaAs).

Аналогічно, як і в попередній лекції, пружну акустичну деформацію у гетеросистемі з КТ розглянемо на фоні статичної деформації, яка обумовлена неспівпадінням параметрів ґраток контактуючих напівпровідників. Запишемо зміщення таким чином:

$$\bar{u}_l^{(i)}(\vec{r}, t) = \bar{u}_0^{(i)}(\vec{r}) + \bar{u}_{1l}^{(i)}(\vec{r}, t), \quad (5.12)$$

де  $\bar{u}_0^{(i)}(\vec{r})$  – вектор статичного зміщення у КТ та напівпровідниковій матриці, який задовольняє рівняння

$$\vec{\nabla} \operatorname{div} \bar{u}_0^{(i)}(r) = \mathbf{0}. \quad (5.13)$$

Виберемо граничні умови наступним чином:

$$\begin{cases} 4\pi R_0^2 \left( u_{0r}^{(2)}|_{r=R_0} - u_{0r}^{(1)}|_{r=R_0} \right) = \Delta V, \\ \sigma_{0rr}^{(1)}|_{r=R_0} = \sigma_{0rr}^{(2)}|_{r=R_0} - P_L, \\ \sigma_{0rr}^{(2)}|_{r=R_1} = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (5.14)$$

У формулі (5.14)  $\sigma_{0rr}^{(i)}(\vec{r})$  – радіальна складова статичного напруження КТ та напівпровідникової матриці, спричиненого неузгодженням сталих ґраток контактуючих напівпровідників;

$P_L = \frac{2\alpha}{R_0}$  – Лапласівський тиск;  $\alpha$  – густина поверхневої енергії КТ

(InAs), яку можна визначити з рівності:

$$\int_0^{R_1} \rho^{(i)} c_l^{(i)2} \varepsilon^{(i)2}(r) r^2 dr = \alpha \Delta S,$$

де  $\Delta S = 2\pi R_0 u^{(1)}(R_0)$  – зміна площі поверхні КТ;  $\varepsilon^{(i)}$  – всебічна деформація матеріалів КТ та матриці. Вибір знаків у другому рівнянні

системи (5.14) обумовлений співвідношенням напрямків сил, що викликають деформацію стиску матеріалу КТ, деформацію розтягу матеріалу матриці та сили поверхневого натягу в квантовій точці, що обумовлює її додатковий стиск.

Самоорганізоване розташування КТ у напівпровіднику обумовлене пружною взаємодією. Зведемо задачу із значною кількістю КТ до простішої задачі з однією КТ. Замінімо енергію попарної пружної взаємодії КТ енергією взаємодії окремої КТ з усередненим полем механічної напруги  $\sigma_{ef}$ , яке створюють всі інші квантові точки.

Другий доданок в (5.12)  $\vec{u}_{1l}^{(i)}(\vec{r}, t)$  – це вектор динамічних зміщень у КТ і напівпровідниковій матриці, спричинених впливом ультразвуку.

Оскільки розглядається сферично симетрична система, тобто вектор зміщень має лише радіальну компоненту  $u_r$ , то радіальне напруження матиме вигляд:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \left( K^{(i)} + \frac{4}{3} \mu^{(i)} \right) \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + \left( K^{(i)} - \frac{2}{3} \mu^{(i)} \right) \frac{2u_r^{(i)}}{r}. \quad (5.15)$$

Розв'язок рівняння (5.13) з урахуванням умови (5.14) при забезпеченні скінченності зміщення в точці  $r = 0$  для сферичних КТ можна записати так:

$$u_{0r}^{(1)} = Q_1 r, \quad 0 \leq r \leq R_0 \quad (5.16)$$

$$u_{0r}^{(2)} = Q_2 r + Q_3 \frac{1}{r^2}, \quad R_0 \leq r \leq R_1 \quad (5.17)$$

де сталі інтегрування  $Q_1, Q_2, Q_3$  визначаються з межових умов (5.14).

Перейдемо до скалярного потенціалу  $\vec{u}_{1l}^{(i)} = \vec{\nabla} \varphi^{(i)}$ . Тоді рівняння (5.11) прийме вигляд:

$$\Delta \varphi^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial t^2}. \quad (5.18)$$

Розв'язок рівняння (5.18) шукатимемо з урахуванням межових умов:

$$\begin{cases} \sigma_{1rr}^{(1)}(t)|_{r=R_0} = \sigma_{1rr}^{(2)}(t)|_{r=R_0}; \\ \sigma_{1rr}^{(2)}(t)|_{r=R_1} = -\sigma_{us} \sin \Omega t. \end{cases} \quad (5.19)$$

Тут  $\sigma_{1rr}^{(i)}(\vec{r})$  – радіальна компонента динамічної механічної напруги КТ та напівпровідникової матриці, спричинена впливом ультразвукових коливань.

Тепер можна записати формули, які дозволяють визначити радіальні складові векторів зміщень у КТ та напівпровідниковій матриці:

$$u_r^{(1)}(r, t) = Q_1 r - A_1 \left( \frac{\sin \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(1)}} + \alpha_1 \right)}{r^2} + \frac{\Omega \cos \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(1)}} + \alpha_1 \right)}{rc_l^{(1)}} \right), \quad (5.20)$$

$$u_r^{(2)}(r, t) = Q_2 r + Q_3 \frac{1}{r^2} - A_2 \left( \frac{\sin \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2 \right)}{r^2} + \frac{\Omega \cos \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2 \right)}{rc_l^{(2)}} \right), \quad (5.21)$$

де  $A_1 = -\frac{R_1}{\rho^{(1)}} \frac{\sigma_{us}}{\sqrt{(\Omega_{01}^2 - \Omega^2)^2 + 4\gamma_1^2 \Omega^2}},$

$$\alpha_1 = \frac{\Omega R_0}{c_l^{(1)}} - \frac{\Omega R_0}{c_l^{(2)}} + \frac{\Omega R_1}{c_l^{(2)}} + \arctg \frac{2\gamma_1 \Omega}{\Omega^2 - \Omega_{01}^2},$$

$$A_2 = -\frac{R_1}{\rho^{(2)}} \frac{\sigma_{us}}{\sqrt{(\Omega_{02}^2 - \Omega^2)^2 + 4\gamma_2^2 \Omega^2}}, \quad \alpha_2 = \frac{\Omega R_1}{c_l^{(2)}} + \arctg \frac{2\gamma_2 \Omega}{\Omega^2 - \Omega_{02}^2},$$

$$\Omega_{01} = \frac{2c_T^{(1)}}{R_0}, \quad \Omega_{02} = \frac{2c_T^{(2)}}{R_1}, \quad \gamma_1 = \frac{2c_T^{(1)2}}{R_0 c_l^{(1)}}, \quad \gamma_2 = \frac{2c_T^{(2)2}}{R_1 c_l^{(2)}}.$$

Елементи тензора деформації у напівпровідниках квантової точки та матриці:

$$\varepsilon_{rr}^{(i)} = \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r^{(i)}}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} = \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)} = \frac{u_r^{(i)}}{r^{(i)}}, \quad \varepsilon^{(i)} = Sp \varepsilon^{(i)} = \varepsilon_{rr}^{(i)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)}. \quad (5.22)$$

Оскільки нас цікавить вплив ультразвуку на зміну частоти електромагнітного випромінювання гетеролазера з КТ, то надалі в розрахунках братимемо до уваги тільки динамічну складову деформації.

### 5.4.3. Модуляція частоти випромінювання гетероструктури з квантовими точками

Енергія та хвильові функції носіїв заряду для гетеросистеми з КТ можуть бути знайдені з розв'язку нестационарного рівняння Шредінгера:

$$\hat{H}_{e,h}(r, \theta, \varphi, t) \Psi^{(e,h)}(r, \theta, \varphi, t) = -\frac{\hbar}{i} \frac{d\Psi^{(e,h)}}{dt}(r, \theta, \varphi, t). \quad (5.23)$$

Гамільтоніан має вигляд:

$$\hat{H}(r, \theta, \varphi, t)_{e,h} = -\frac{\hbar^2}{2} \bar{\nabla} \frac{1}{m^{(e,h)}(r)} \bar{\nabla} + W^{(e,h)}(r, t),$$

$$m^{(e,h)}(r) = \begin{cases} m_1^{(e,h)}, & r \in \text{КТ} \\ m_2^{(e,h)}, & r \notin \text{КТ} \end{cases}$$

де потенціальна енергія  $W^{(e,h)}(r, t)$  квазічастинок у пружно-деформованій гетероструктурі арсенід індію – арсенід галію із сферичними КТ арсеніду індію описується виразом (5.6).

За умови, що часова зміна гамільтоніану є повільною, можна очікувати, що наближеним розв'язком рівняння Шредінгера є стаціонарні власні функції оператора енергії, обчислені в фіксований момент часу. Тоді довільна власна функція, знайдена для фіксованого часу, неперервно переходить у відповідну функцію для більш пізнього часу (адіабатичне наближення). Використане наближення буде адекватним за умови

$$\frac{1}{\hbar} \left| \frac{\partial H}{\partial t} \frac{1}{\omega_{kn}^2} \right| \ll 1, \quad (5.24)$$



де  $\omega_{kn}$  – частота випромінювання переходу між відповідними енергетичними рівнями.

Виконання умови (5.24) залежить від співвідношення між частотою ультразвукової деформації і частотою  $\omega_{kn}$  та між деформаційним потенціалом і енергетичною відстанню між основним  $E_0^{(e,h)}$  та збудженим станом електрона (дірки)  $E_1^{(e,h)}$ . Як показують подальші розрахунки,  $\Omega \ll \omega_{kn}$  і  $a_{c,\nu}^{(i)} \varepsilon^{(i)} \ll E_1^{(e,h)} - E_0^{(e,h)}$ , тобто умова (5.24) виконується.

Представимо потенціальну енергію квазічастинок у вигляді:

$$W^{(e,h)}(\mathbf{r}, t) = V^{(e,h)} + \Delta V^{(e,h)}(\mathbf{r}, t),$$

де  $\Delta V^{(e,h)}$  – складова потенціальної енергії електрона і дірки, зумовлена акустичною деформацією.

Поправка до енергії електрона та дірки від збурення, яке викликане дією ультразвуку, в першому наближенні обчислюється за формулою:

$$E_{1n}^{(e,h)} = \int_V \psi_n^{*(e,h)}(\mathbf{r}) \Delta V^{(e,h)}(\mathbf{r}, t) \psi_n^{(e,h)}(\mathbf{r}) dV, \quad (5.25)$$

де  $\psi^{(e,h)}(\mathbf{r})$  – власні функції квазічастинок у незбуреному (стаціонарному) стані. Складова потенціальної енергії електрона та дірки, обумовлена динамічною деформацією, з врахуванням (5.6) та (5.20) – (5.22) має вигляд:

$$\begin{aligned} \Delta V^{(e)}(\mathbf{r}, t) = & a_c^{(1)} A_1 \left( \frac{\Omega}{c_l^{(1)}} \right)^2 \frac{\sin \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(1)}} + \alpha_1 \right)}{r} - \\ & - a_c^{(2)} A_2 \left( \frac{\Omega}{c_l^{(2)}} \right)^2 \frac{\sin \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2 \right)}{r}, \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} \Delta V^{(h)}(r, t) = & -a_v^{(1)} A_1 \left( \frac{\Omega}{c_l^{(1)}} \right)^2 \frac{\sin \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(1)}} + \alpha_1 \right)}{r} + \\ & + a_v^{(2)} A_2 \left( \frac{\Omega}{c_l^{(2)}} \right)^2 \frac{\sin \left( \Omega t - \frac{\Omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2 \right)}{r}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Тоді періодичну зміну частоти електромагнітного випромінювання, яке виникає при рекомбінаційному переході між основними станами квазічастинок (електрона та дірки) у КТ арсеніду індію, визначимо наступним чином:

$$\Delta \nu(t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \left( E_{10}^{(e)}(t) + E_{10}^{(h)}(t) + \Delta E_g(t) \right), \quad (5.28)$$

де  $\Delta E_g = a_c^{(1)} \varepsilon^{(1)} - a_v^1 \varepsilon^{(1)}$  – зміна ширини забороненої зони у напівпровідниковій КТ під дією ультразвукової деформації. У формулі (5.28) береться до уваги, що за рахунок акустичної деформації змінюються ширина забороненої зони  $\Delta E_g$  КТ та енергія  $E_{10}^{(e,h)}$  носіїв заряду. Зміна енергії носіїв струму пов'язана із зміною глибини відповідних потенціальних ям (формула (5.6)), зумовленою різним зсувом краю зони провідності (валентної зони) у КТ та напівпровідниковій матриці.

Отже, у результаті взаємодії електронної підсистеми з періодичним деформаційним полем, яке створюється ультразвуком, спостерігається частотна модуляція електромагнітного випромінювання гетероструктури індій арсен – галій арсен з КТ арсеніду індію. Зокрема, частота електромагнітної хвилі рекомбінаційного випромінювання, яке виникає у випадку переходу з основного стану електрона на основний стан дірки у напруженій КТ InAs, змінюється з періодом ультразвукової хвилі. З урахуванням

(5.26) – (5.28) та у наближенні  $\frac{\omega r}{c_l^{(i)}} \ll 1$  зміну частоти

рекомбінаційного випромінювання визначаємо наступним чином:

$$\Delta \nu(t) = \nu_0 \sin(\alpha t + \theta), \quad (5.29)$$

де

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\hbar} \sqrt{\left(E_{10\max}^{(e)} + E_{10\max}^{(h)}\right)^2 + \Delta E_{g\max}^2 + 2\Delta E_{g\max} \left(E_{10\max}^{(e)} + E_{10\max}^{(h)}\right) \cos(\alpha_1 - \varphi)};$$

$$E_{10\max}^{(e)} = \sqrt{B_c^{(1)2} + B_c^{(2)2} - 2B_c^{(1)}B_c^{(2)} \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \int_V \psi_n^{*(e)}(r) \frac{1}{r} \psi_n^{(e)}(r) dV;$$

$$E_{10\max}^{(h)} = \sqrt{B_v^{(1)2} + B_v^{(2)2} - 2B_v^{(1)}B_v^{(2)} \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \int_V \psi_n^{*(h)}(r) \frac{1}{r} \psi_n^{(h)}(r) dV;$$

$$\Delta E_{g\max} = \frac{1}{R_0} \left(-B_c^{(1)} + B_v^{(1)}\right); \quad B_{c,v}^{(i)} = a_{c,v}^{(i)} A_i \left(\frac{\omega}{c_i^{(i)}}\right)^2;$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B_c^{(1)} \sin \alpha_1 - B_c^{(2)} \sin \alpha_2}{B_c^{(1)} \cos \alpha_1 - B_c^{(2)} \cos \alpha_2}; \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\left(E_{10\max}^{(e)} + E_{10\max}^{(h)}\right) \sin \varphi + \Delta E_{g\max} \sin \alpha_1}{\left(E_{10\max}^{(e)} + E_{10\max}^{(h)}\right) \cos \varphi + \Delta E_{g\max} \cos \alpha_1}.$$

На рис. 5.6 представлено залежність амплітуди модуляції частоти  $\nu_0$  світлової хвилі, що випромінюється при рекомбінаційному переході, від частоти ультразвуку. Розрахунки були проведені за наступних значень фізичних величин:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= 4.9 \text{ eB}; \quad \chi_2 = 4.07 \text{ eB}; \quad a_c^{(1)} = -5.08 \text{ eB}; \quad a_c^{(2)} = -7.17 \text{ eB}; \quad a_v^{(1)} = 1 \text{ eB}; \\ a_v^{(2)} &= 1.16 \text{ eB}; \quad E_g^{(1)}(0) = 0.36 \text{ eB}; \quad E_g^{(2)}(0) = 1.452 \text{ eB}; \quad m_1^{(e)} = 0.057 m_0; \\ m_2^{(e)} &= 0.065 m_0; \quad m_1^{(h)} = 0.41 m_0; \quad m_2^{(h)} = 0.45 m_0; \quad R_1 = 0,049 \text{ мкм}; \\ K^{(1)} &= 579 \text{ кбар}; \quad \mu^{(1)} = 188 \text{ кбар}; \quad K^{(2)} = 788 \text{ кбар}; \quad \mu^{(2)} = 329 \text{ кбар}; \\ \rho^{(1)} &= 5679 \text{ кг/м}^3; \quad \rho^{(2)} = 5319 \text{ кг/м}^3; \quad \sigma_{us} = 9 \text{ бар}. \end{aligned}$$

З рис. 5.6 видно, що залежність максимальної зміни частоти електромагнітної хвилі лазерної структури InAs/GaAs з КТ InAs від частоти ультразвукової деформації має немонотонну залежність з двома екстремумами в точках  $\Omega = \Omega_{01}$  та  $\Omega = \Omega_{02}$ . Такий характер залежності пояснюється наступним чином. Зміщення енергії лазерного випромінювання визначається двома чинниками, які

зумовлені дією ультразвуку: 1) зміною енергій квазічастинок у гетероструктурі з КТ; 2) зміною ширини забороненої зони КТ. За частоти ультразвуку, що дорівнює  $\Omega = \Omega_{01}$ , деформація матеріалу напівпровідникової матриці приймає максимальне значення, а деформацією матеріалу КТ можна знехтувати ( $\varepsilon^{(1)} \ll \varepsilon^{(2)}$ ). У цьому випадку суттєвим є лише зсув дна зони провідності (вершини валентної зони) у GaAs. А це призводить до зміни глибини потенціальної ями електрона (дірки) і відповідно до зсуву енергетичних рівнів носіїв струму. При подальшому зростанні частоти ультразвуку спостерігається зменшення деформації напівпровідникової матриці GaAs і, отже, зменшення впливу першого чинника на енергію рекомбінаційного випромінювання.

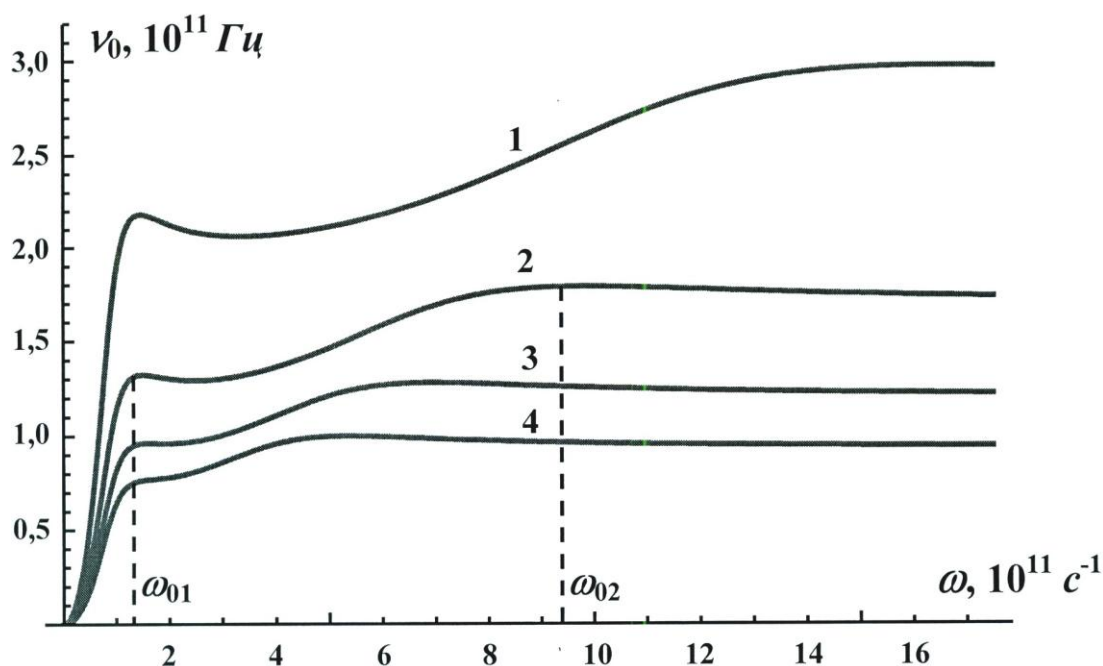


Рис. 5.6. Залежність амплітуди частотної модуляції рекомбінаційного випромінювання, що відповідає переходу між основними станами електрона та дірки в гетероструктурі InAs/GaAs з КТ InAs від частоти акустичної хвилі при різних розмірах КТ:  
**1** –  $R_0 = 3$  нм; **2** –  $R_0 = 5$  нм; **3** –  $R_0 = 7$  нм; **4** –  $R_0 = 9$  нм

За частоти ультразвуку, що співпадає зі значенням  $\Omega = \Omega_{02}$ , найбільшого свого значення набуває деформація КТ ( $\varepsilon^{(1)} \gg \varepsilon^{(2)}$ ). У такому випадку вирішальним у зміні енергії рекомбінаційного випромінювання є другий чинник, а саме, модифікація деформаційними ефектами (ультразвуком) ширини забороненої зони квантової точки.

Окрім цього, амплітуда частотної модуляції електромагнітної хвилі, яка випромінюється в результаті рекомбінації квазічастинок у наногетеросистемі InAs/GaAs з КТ InAs, значно залежить від розміру квантової точки.

Наприклад, при зміні радіуса КТ від 8.5 нм до 2,9 нм спостерігається максимальний ріст амплітуди частотної модуляції від 95 ГГц до 285 ГГц (рис. 5.6). Фізична інтерпретація цього наступна: КТ малого радіусу є чутливішими до механічної напруги. У випадку зменшення радіуса КТ спостерігається зсув максимумів амплітуди частотної модуляції в сторону більшої частоти, що можна пояснити збільшенням частот власних коливань нановключення.

Вплив акустoeлектронної взаємодії призводить до модуляції енергії (частоти) випромінювання. На експерименті це повинно проявлятися у розширенні спектральної лінії. Представимо інтенсивність електромагнітної хвилі, що виникає при рекомбінаційному переході між основними станами квазічастинок у наногетероструктурі InAs/GaAs з КТ InAs, у вигляді функції Гауса:

$$I(E) = \frac{1}{T} \int_0^T I(E, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_0 \frac{\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi} \delta} e^{-\frac{\ln 2 (E - (E_0 + \Delta E_0 \sin(\omega t + \theta)))^2}{\delta^2}} dt, \quad (5.30)$$

де  $2\delta$  визначає ширину спектральної лінії на половині максимуму інтенсивності без впливу ультразвуку ( $\delta = 0.4 \text{ meV}$ ).

Функція (5.30) має один або два симетричні піки, що визначається співвідношенням між величинами  $\Delta E_0$  і  $\delta$ . Функція (5.30) добре апроксимується функцією Гауса з двома максимумами:

$$I = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi} \delta} \left( I_1 e^{-\frac{\ln 2 (E - (E_0 - \Delta E_0 / \sqrt{2}))^2}{\delta^2}} + I_2 e^{-\frac{\ln 2 (E - (E_0 + \Delta E_0 / \sqrt{2}))^2}{\delta^2}} \right). \quad (5.31)$$

На практиці спектральні лінії не є симетричними (рис. 5.7).

Асиметричність спектральних ліній обумовлена акустооптичною взаємодією, зокрема явищем рефракції.

На рис. 5.8 графічно зображено залежність максимального зміщення енергії рекомбінаційного випромінювання під впливом акустичної деформації від величини тиску, який створює хвиля на поверхні КТ за різних їх радіусів. Як бачимо з рис. 5.8, така залежність має лінійний характер. Спектральне зміщення енергії випромінювання зростає при зменшенні радіуса КТ.

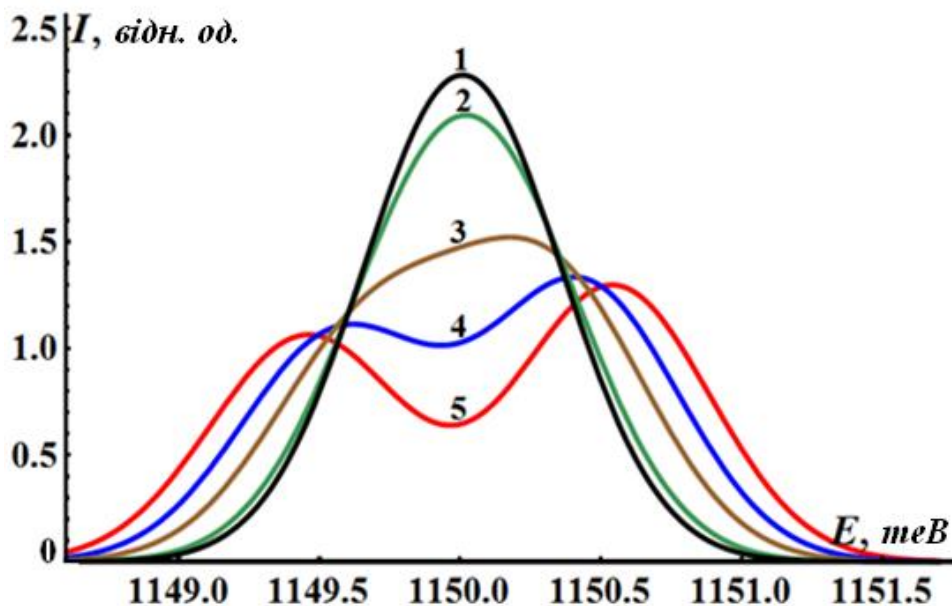


Рис. 5.7. Інтенсивність рекомбінаційного випромінювання, яке виникає при переході між основними станами електрона та дірки в КТ InAs/GaAs за таких величин акустичного тиску:

**1 –  $\sigma_0 = 15$  бар; 2 –  $\sigma_0 = 30$  бар; 3 –  $\sigma_0 = 60$  бар;**

**4 –  $\sigma_0 = 80$  бар; 5 –  $\sigma_0 = 100$  бар**

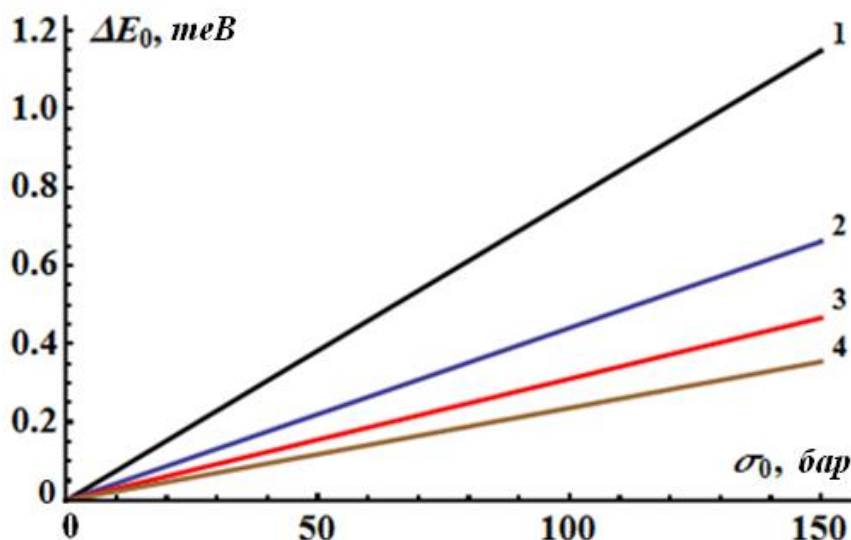


Рис. 5.8. Залежність амплітуди модуляції рекомбінаційного випромінювання КТ InAs/GaAs від величини тиску акустичної хвилі на межі КТ – матриця:  
**1** –  $R_0 = 3$  нм; **2** –  $R_0 = 5$  нм; **3** –  $R_0 = 7$  нм; **4** –  $R_0 = 9$  нм



### Питання для самоперевірки

1. Що таке акустоелектронна взаємодія?
2. Що таке акустоелектричний ефект?
3. Який механізм впливу акустоелектронної взаємодії на оптичні властивості напівпровідників?
4. Який фізичний зміст констант гідростатичного деформаційного потенціалу?
5. У чому полягає суть методу деформаційного потенціалу?
6. Поясніть механізм впливу акустоелектронної взаємодії на край власного та домішкового поглинання.
7. Який механізм впливу акустоелектронної взаємодії на енергію рекомбінаційного випромінювання напівпровідниками?
8. Що таке модуляція частоти (енергії) випромінювання?
9. Поясніть механізм частотної модуляції рекомбінаційного випромінювання лазерними гетероструктурами під впливом акустичної хвилі.

---

---

## ЛЕКЦІЯ 6. АКУСТООПТИЧНІ МОДУЛЯТОРИ ТА ДЕФЛЕКТОРИ

### План

- 6.1. Загальні поняття про модуляцію світла.
- 6.2. Принцип дії та види акустооптичних модуляторів.
- 6.3. Акустооптичний дефлектор.
- 6.4. Застосування акустооптичних дефлекторів.

### 6.1. Загальні поняття про модуляцію світла

*Модуляція світла* – це зміна його параметрів залежно від керованого (модульованого) сигналу. З її допомогою проводять накладання інформації на світлову хвилю або світловий потік, що здійснює перенесення цієї інформації. З характеристики світлової хвилі  $E = E_0 e^{i(kr - \omega t)}$  видно, що модулювати можна амплітуду, частоту, фазу, поляризацію. Проте найефективнішими є *амплітудна і фазова модуляції*.

Розрізняють *зовнішню і внутрішню модуляції*. У першому випадку (рис. 6.1, а) модулятор знаходиться поза резонатором і здійснює модуляцію випромінювання, яке генерується лазером. У другому випадку (рис. 6.1, б) модулятор знаходиться всередині резонатора, змінює його властивості (наприклад, добротність) і здійснює модуляцію генеруючого випромінювання.

Важливими характеристиками оптичних модуляторів є:

а) *глибина модуляції*

$$\eta = (I_{max} - I_{min}) / I_{max}, \quad (6.1)$$

де  $I_{max}$ ,  $I_{min}$  – відповідно, інтенсивності світла при повністю відкритому і закритому станах модулятора;

б) *ширина смуги пропускання* чи діапазон модулюючих частот  $\Delta f$ , що визначається як різниця між верхньою і нижньою частотами, при яких глибина модуляції зменшується на 50% від максимального



значення; смуга частот  $\Delta f$  визначає граничний об'єм інформації, який можна передати за допомогою модулятора;

в) *робоча апертура* – це кут, у межах якого оптичне випромінювання може бути введене в модулятор;

г) *спектральна область* – це область довжин хвиль, в якій модулятор може працювати;

д) *робоча напруга* або напруга півхвильового зміщення – це величини сигналу, які необхідно подати на вхід модулятора, щоб перевести його з “відкритого” режиму в “закритий”;

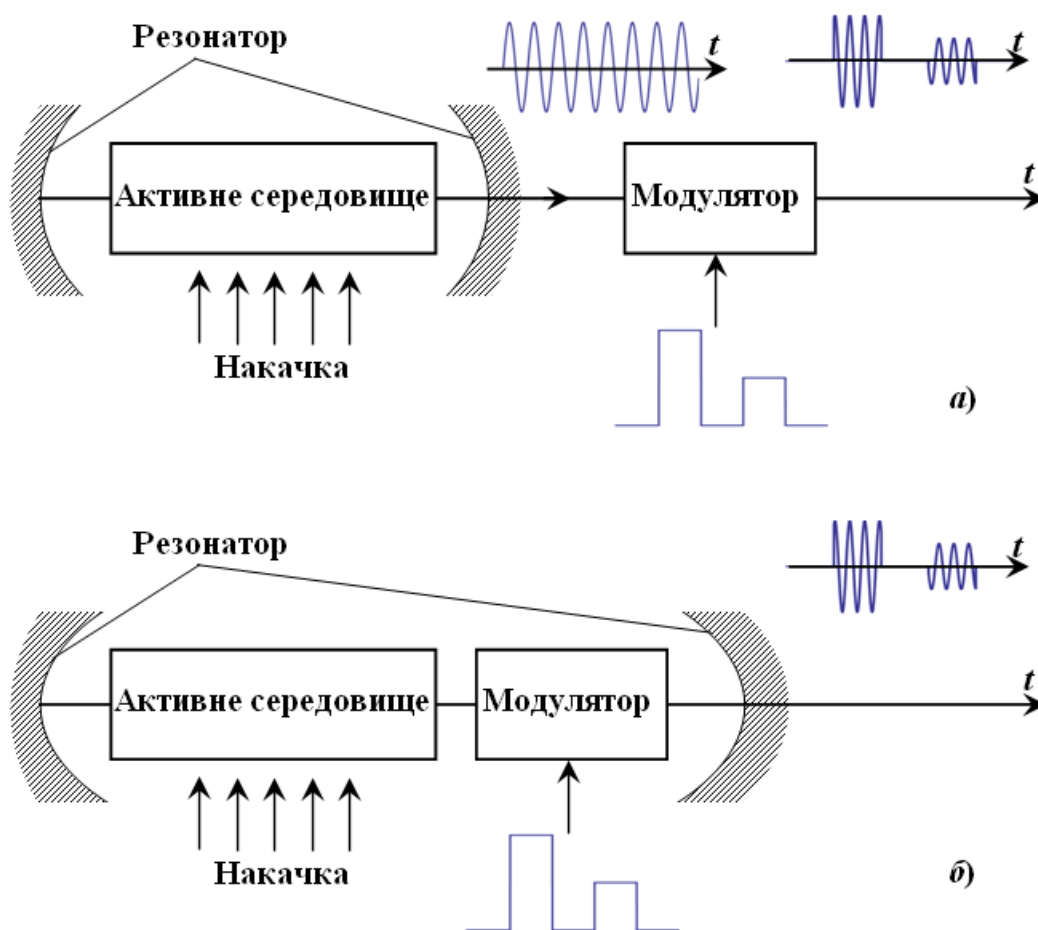


Рис. 6.1. Часові діаграми амплітудної модуляції:  
 а) зовнішня модуляція; б) внутрішня модуляція

---

---

е) *втрати*, як правило, виражаються у децибелах:

$$\beta = 10 \lg I_0/I_{max}, \quad (6.2)$$

де  $I_0$  – інтенсивність світла за відсутності модулятора;  $I_{max}$  – інтенсивність світла, що пройшло через модулятор у відкритому режимі.

Для здійснення модуляції необхідно, щоб керуючий сигнал подіяв на світло. Робота оптичного модулятора має ґрунтуватися на процесах взаємодії світла з речовиною. Можливе використання ефектів, пов'язаних із зовнішнім впливом на дійсну частину комплексного показника заломлення чи комплексну діелектричну проникність. Це електрооптичні, магнітооптичні і п'єзооптичні ефекти. Відповідні їм модулятори називають *електрооптичними, магнітооптичними і п'єзооптичними або акустооптичними*, якщо деформація в кристалі створюється за допомогою акустичної хвилі. Якщо принцип роботи модулятора побудований на використанні ефектів, пов'язаних із зовнішньою взаємодією на уявну частину її комплексного показника заломлення, то такі модулятори називаються *абсорбційними*.

За відношенням характерних геометричних розмірів робочої області до довжини світлової хвилі розрізняють *об'ємні і хвилеводні модулятори*. Перші працюють з плоскими хвилями і гаусівськими пучками, а другі є складовими елементами оптичних інтегральних систем та хвильової оптики.

## **6.2. Принцип дії та види акустооптичних модуляторів**

*Акустооптичний модулятор* – пристрій для зміни інтенсивності світла, що пропускається, внаслідок його дифракції на періодичній ґратці, яка виникає в прозорому тілі внаслідок просторової модуляції показника заломлення акустичною хвилею.

Принцип дії акустооптичного модулятора ґрунтується на акустооптичному ефекті, що пов'язаний зі зміною показника заломлення оптичного середовища під дією механічних напруг, які виникають за рахунок проходження акустичної хвилі через це середовище.

Зміна показника заломлення  $\Delta n$  пов'язана з акустичною потужністю виразом:

$$\Delta n = \sqrt{n^6 p^2 10^7 P_a / 2 \rho v^3 A}, \quad (6.3)$$

де  $n$  – показник заломлення матеріалу за відсутності механічної напруги;  $p$  – відповідний елемент тензора фотопружності;  $v$  – швидкість звукових хвиль;  $A$  – площа поперечного перерізу, через яку проходить хвиля.

У формулі (6.3) позначимо  $M = \frac{p^2 n^6}{\rho v^3}$  (акустооптична якість матеріалу). Тоді зміна показника заломлення під дією ультразвуку може бути визначена за формулою:

$$\Delta n = \sqrt{M 10^7 P_a / 2A}.$$

Для  $\text{LiNbO}_3$  при  $\lambda = 0,6328$  мкм значення  $M = 13,8 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup>/Вт, а для плавленого кварцу  $M = 3,02 \cdot 10^{-18}$  см<sup>2</sup>/Вт. Таким чином, із виразу (6.3) випливає, що значення  $\Delta n$  для цих матеріалів має порядок  $10^{-4}$  при густині потужності акустичної хвилі  $100$  Вт/см<sup>2</sup>. Незважаючи на таке мале значення  $\Delta n$ , яке можна отримати за допомогою акустичних хвиль, повна їх дія на пучок світла є суттєвою. Таким чином, можна отримати значні дифракційні ефекти.

В акустооптичних модуляторах в основному використовується біжуча акустична хвиля, тому індукована структура профілю показника заломлення матеріалу фактично рухається відносно лазерного променя. Дифракція оптичних хвиль досягається за рахунок взаємодії з об'ємними акустичними хвилями. Останній ефект використовується в оптичних інтегральних схемах.

Можливі два основні види акустооптичної модуляції. В модуляторах виду Рамана-Ната лазерний пучок падає перпендикулярно до акустичного пучка і довжина взаємодії між ними оптимально мала. Оптичні хвилі дифрагують на фазовій ґратці, що призводить до отримання ряду інтерференційних піків у картині дальнього поля.

В модуляторах виду Брега лазерний пучок падає під певним кутом (кутом Брега) до штрихів ґраткової структури; при цьому спостерігається лише один дифракційний максимум.

Схема акустичного модулятора Рамана-Ната зображена на рис. 6.2, а. Внаслідок взаємодії відбувається зсув фази:

$$\Delta\varphi = (\Delta n 2\pi l / \lambda_0) \sin(2\pi y / \Lambda), \quad (6.4)$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі випромінювання лазера;  $\Lambda$  – довжина хвилі звуку.

Лазерний промінь поширюється вздовж осі, де початок координат відповідає центру падаючого променя. Із (6.3) і (6.4) випливає, що

$$\Delta\varphi = (2\pi / \lambda_0) \sqrt{(M10^7 P_a l / 2a) \sin(2\pi y / \Lambda)}.$$

Для отримання дифракції Рамана-Ната довжина взаємодії повинна бути малою, щоб не виникало багатократних дифракцій, а також має виконуватися умова

$$l \ll \Lambda^2 / \lambda, \quad (6.5)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі матеріалу модулятора.

Лазерний промінь дифрагує на ряд пучків різних порядків, які з кутом  $\theta$  пов'язані наступним чином:

$$\sin\theta = m\lambda_0 / \Lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.6)$$

Інтенсивність випромінювання в дифракційному пучку відповідного порядку задається відношенням:

$$I / I_0 = \begin{cases} [J_m(\Delta\varphi')]^2 / 3, & |m| > 0, \\ [J_0(\Delta\varphi')]^2, & m = 0; \end{cases}$$

де  $J$  – функція Бесселя;  $I_0$  – інтенсивність лазерного променя, що пройшов через модулятор за відсутності акустичного поля;  $\Delta\varphi'$  – максимальне значення  $\Delta\varphi$ , що визначається формулою:

$$\Delta\varphi' = 2\pi\Delta n / \lambda_0 = (2\pi / \lambda_0) \sqrt{M10^7 P_a l / 2a}.$$

Вихідним сигналом зазвичай беруть дифракційний пучок світла нульового порядку. В такому випадку глибина модуляції дорівнює частині світла, яка виходить з нульового у вищі порядки:

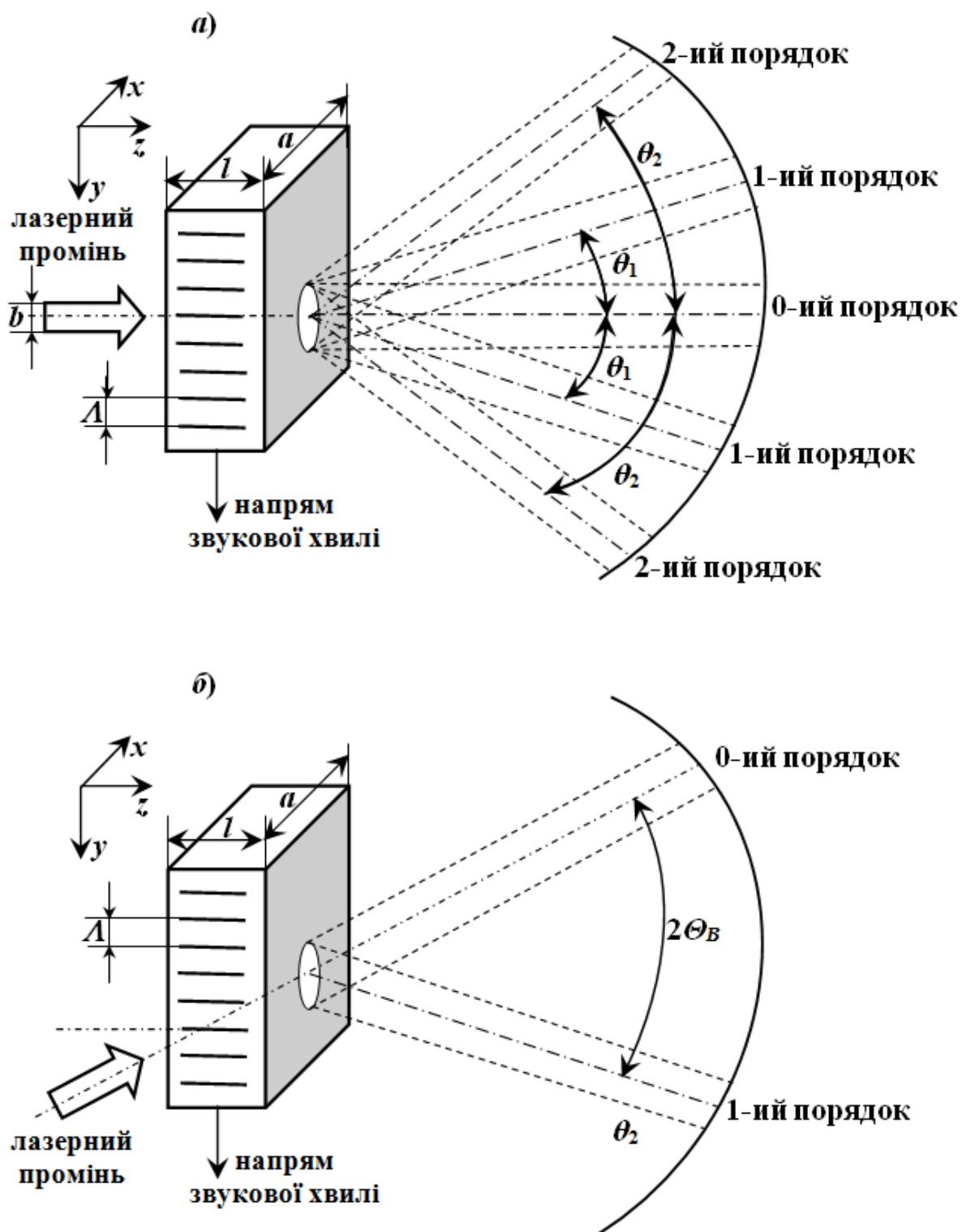


Рис. 6.2. Схема акустооптичного модулятора:

а) Рамана-Ната; б) Брега

$$\eta = [I_0 - I(m=0)]/I_0 = 1 - [J_0(\Delta\varphi')]^2. \quad (6.7)$$

Модулятори Рамана-Ната представляють інтерес у більшій мірі з теоретичної точки зору. Вони мають меншу глибину модуляції, ніж модулятори Брега, тому використовуються порівняно рідко.

В модуляторах Брега (рис. 6.2, б) довжина взаємодії між лазерним променем і акустичним полем повинна бути значно більша, задовольняючи умову:

$$l \gg L^2/\lambda. \quad (6.8)$$

Із порівняння виразів (6.5) і (6.8) можна побачити, що існує деяка проміжна область  $l\lambda$ , в якій має місце і дифракція Рамана-Ната, і дифракція Брега.

У випадку реалізації модулятора Брега кут падіння лазерного променя має співпадати з кутом Брега  $\theta_B$ , який визначається формулою:

$$\sin \theta_B = \lambda/2L.$$

Дифракційний пучок 1-го порядку виходить під кутом  $2\theta_B$  відносно 0-го порядку. В такому випадку модуляцію розраховують за формулою:

$$\eta = \sin^2(\Delta\varphi'/2). \quad (6.9)$$

Прийmemo, що  $I_0$  – інтенсивність випромінювання, що пройшло через модулятор, за відсутності акустичного поля;  $I$  – інтенсивність випромінювання в пучку нульового порядку за наявності акустичного поля. Глибина модуляції може бути визначена з урахуванням виразів (6.4) і (6.9):

$$\eta = (I_0 - I)/I_0 = \sin^2\left((\pi/\lambda_0)\sqrt{10^7 MP_a l/2a}\right). \quad (6.10)$$

Модулятори Рамана-Ната і Брега можуть бути виготовлені як у вигляді окремого автономного приладу, так і у вигляді елемента оптичної інтегральної схеми. Зазвичай вважають, що якщо виконується умова  $a/\lambda \gg 1$ , то це об'ємний модулятор.

Таким чином, модуляція інтенсивності здійснюється зміною акустичної потужності. Граничне значення ширини смуги пропускання визначається часом пробігу ультразвукової хвилі. Тривалість фронту  $\tau_\varphi$  дифрагованого світлового пучка при подачі на

вхід ультразвукової комірки імпульсу прямокутної форми приблизно дорівнює

$$\tau_{\phi} \approx 1,3r_0 / v_a,$$

де  $r_0$  – радіус світлового пучка на рівні  $1/e$  інтенсивності. Оскільки смуга пропускання  $\Delta f = 0,35/\tau_{\phi}$ , то отримаємо:

$$\Delta f = 0.27 v_a / r_0. \quad (6.11)$$

Оскільки зазвичай  $\lambda \ll \Lambda$ , то

$$\arcsin \lambda / 2\Lambda \approx \lambda / 2\Lambda = \lambda f_a / (2n v_a),$$

де  $f_a$  – акустична частота. Для забезпечення якісного дифрагованого і недифрагованого світлових пучків необхідно, щоб виконувалась умова:

$$f_a = 4v_a / (\pi r_0). \quad (6.12)$$

Порівнюючи (6.11) і (6.12), отримуємо  $f_a \approx 5\Delta f$ . Максимальна смуга пропускання акустичних модуляторів складає десятки мегагерц. Особливістю модуляторів цього типу є хороша температурна стабільність. В якості оптичного матеріалу для модуляторів використовується ніобат літію, арсенід галію, фосфід галію та інші.

### 6.3. Акустооптичний дефлектор

*Акустооптичні дефлектори* – це прилади, які призначені для керування напрямком світлового променя в просторі. Їх принцип роботи побудований на взаємодії світла зі звуковими хвилями. Вважаючи, що однакові атоми (молекули) вносять однаковий вклад у показники заломлення, отримуємо, що зміна густини середовища призводить до прямопропорційної зміни її показника заломлення  $n$ . Насправді, в кристалах, внаслідок анізотропії їх властивостей, фотопружні ефекти описуються тензором п'єзоелектричних коефіцієнтів  $\pi_{ij}$ , але в першому наближенні можна вважати, що зміна показника заломлення  $\Delta n$  пропорційна кореню квадратному акустичної потужності, оскільки остання пропорційна квадрату амплітуди хвилі.

Розглянемо акустичну хвилю, яка поширюється в напрямку осі  $z$  в середовищі зі швидкістю  $v_a$ . Нехай вона призводить до зміни показника заломлення:

$$\Delta n(z, t) = \Delta n \sin(\Omega t - Kz), \quad (6.13)$$

де  $\Omega/K = v_a$ ,  $K = 2\pi/\Lambda$ .

На це середовище під невеликим кутом  $\varphi_1$  до напрямку  $x$  падає плоска світлова хвиля (рис. 6.3). Для акустичної хвилі в зразку може бути створений як режим біжучої хвилі, так і режим стоячої хвилі. Але оскільки  $v_a \ll c$ , то світло не буде відчувати переміщення акустичної хвилі. Тому можна оперувати “замороженою” акустичною хвилею в момент часу  $t_0$ . Області максимального стиску на рис. 6.3 показані горизонтальними суцільними лініями. В них спостерігається збільшення  $n$ . В областях розрідження, представлених горизонтальними штрихпунктирними лініями, показник заломлення зменшується. В результаті маємо дифракційну ґратку, при падінні на яку світлова хвиля буде відхилятися, якщо виконані умови дифракції. Отримаємо ці умови, використовуючи корпускулярний підхід.

У цьому випадку падаючу і дифраговану світлові хвилі представимо як потік фотонів з енергіями  $\hbar\omega_1$  і  $\hbar\omega_2$  та хвильовими векторами  $k_1$  і  $k_2$ , а акустичну хвилю – як потік фононів з енергією  $\hbar\Omega$  та хвильовим вектором  $K$ . Тоді дифракцію світла на акустичній хвилі можна розглянути як ряд зіткнень, що призводять з певною ймовірністю до зникнення одного падаючого фотона ( $\omega_1; k_1$ ) і одного фонона ( $\Omega; K$ ) з одночасним випусканням нового (дифрагованого) фотона ( $\omega_2; k_2$ ). Цей процес можливий, якщо виконуються закони збереження енергії та наступні умови:

$$\omega_2 = \omega_1 + \Omega, \quad (6.14)$$

$$k_2 = k_1 + K. \quad (6.15)$$

Оскільки  $\omega_1 \gg \Omega$ , то  $\omega_2 \approx \omega_1$ ,  $\lambda_2 \approx \lambda_1$ , і враховуючи, що  $\Lambda \gg \lambda_1 \approx \lambda_2$ , то хвильові вектори:

$$|k_2| \approx |k_1| \gg |K|. \quad (6.16)$$



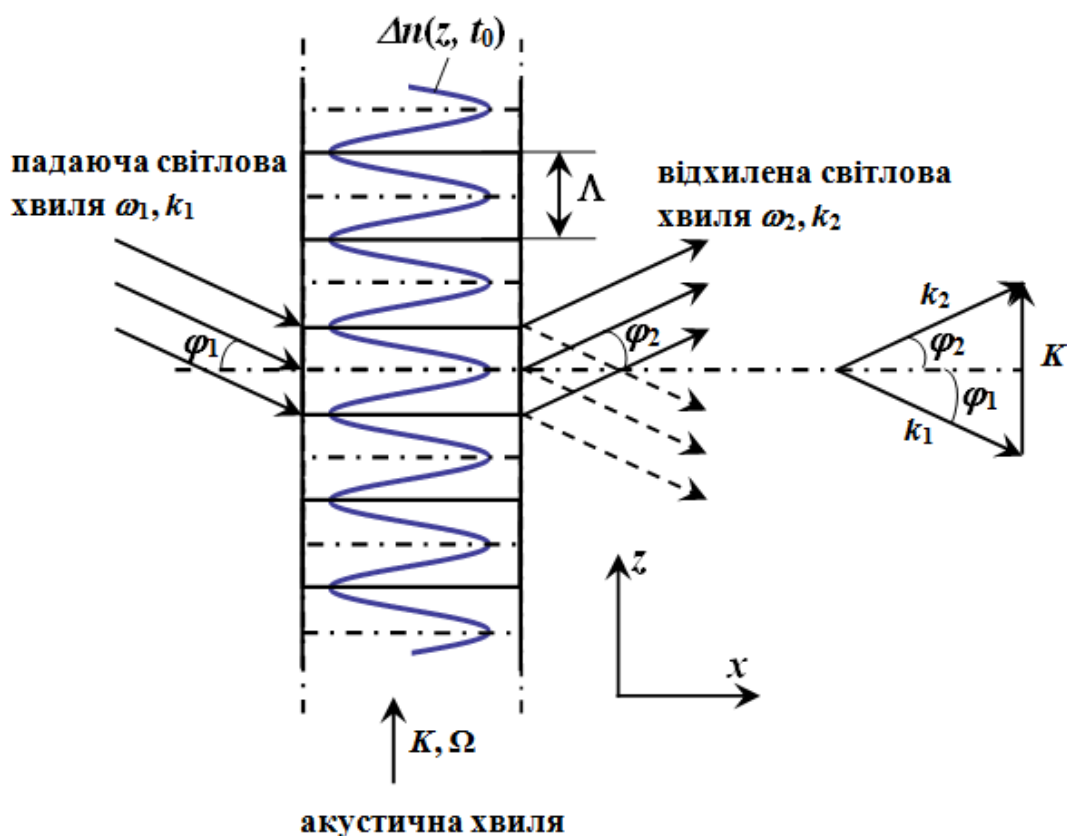


Рис. 6.3. Взаємодія світла з акустичною хвилею і принцип роботи акустооптичного дефлектора

Ці відношення показують, як створений акустооптичний дефлектор. Світлова хвиля має бути майже перпендикулярна акустичній хвилі, яка створюється в матеріалі з великими значеннями п'єзоелектричних коефіцієнтів. Кут падіння і кут виходу світлової хвилі знаходимо з векторної діаграми, зображеної в правій частині рис. 6.3. Оскільки  $|k_2| \approx |k_1|$ , то  $\varphi_1 \approx \varphi_2$  і ці кути малі. З рис. 6.3 знаходимо

$$\sin \varphi_2 \approx \frac{K}{2|k_1|} = \frac{\lambda}{2n\Lambda}, \quad (6.17)$$

де  $\lambda/n$  – довжина світлової хвилі в матеріалі.

Умову (6.17) можна записати так:

$$2\Lambda \sin \varphi = \lambda/n.$$

Вона співпадає з умовою дифракції Брега на ґратці з періодом  $\Lambda$ . Така дифракція називається дифракцією Брега.

Для оцінки  $\varphi$  розглянемо дифракцію світла з  $\lambda = 1 \text{ мкм}$  на ультразвуковій хвилі з частотою  $500 \text{ МГц}$ . При швидкості звуку  $v_a = 3000 \text{ м/с}$  маємо  $\Lambda = 6 \text{ мкм}$ . Для  $n = 1,7$  отримуємо  $\varphi_2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \approx 2,8^\circ$ .

Таким чином, якщо умову Брега (6.17) виконано, то діаграма хвильових векторів на рис. 6.3 замкнута і  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ . Тепер змінюватимемо частоту ультразвукової хвилі від  $f$  до  $f + \Delta f$ . Це призведе до зміни хвильового вектора звукової хвилі на  $|\mathbf{K}| = (2\pi\Delta f)/v_a$ . Залишимо кут падіння  $\varphi_1 = \varphi$  незмінним. Модуль хвильового вектора дифрагованої світлової хвилі також залишається незмінним. Тому кінець цього вектора рухається по колу так, як це показано штриховою лінією на рис. 6.4. Акустична хвиля не є ідеально плоскою, тому пучок дифрагує в напрямку найменшого відхилення на кут  $\Delta\varphi$ , причому:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta K}{k} = \frac{\lambda}{n v_a} \Delta f. \quad (6.18)$$

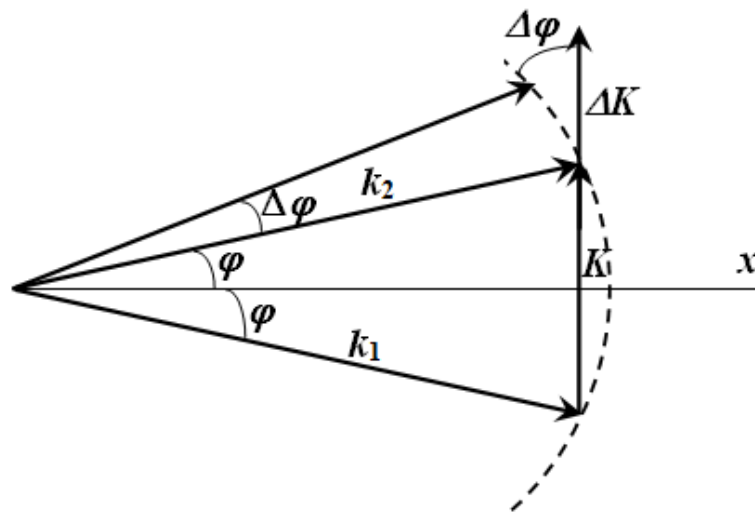


Рис. 6.4. Векторна діаграма

Таким чином, ми реалізували акустооптичний дефлектор, який здійснює відхилення світлової хвилі шляхом зміни частоти ультразвукової хвилі, причому  $\Delta\varphi \sim \Delta f$ .

Для дефлектора важливе значення має не сам кут відхилення  $\varphi$ , а його перевищення над кутом дифракційної розбіжності пучка  $\theta$ , що показує число можливих накладань відхиленого променя, які не перекриваються. Приймаючи кут дифракційної розбіжності  $\theta_D \approx \lambda/(nD)$ , де діаметр пучка  $D$  визначається поперечними розмірами модулятора, отримаємо:

$$N = \frac{\Delta\varphi}{\theta_D} = \frac{\lambda\Delta f D}{v_a \lambda} = \Delta f \left( \frac{D}{v_a} \right) \quad (6.19)$$

або

$$N = \Delta f \tau, \quad (6.20)$$

де  $\tau$  – час встановлення акустичного режиму в об'ємі матеріалу, який дорівнює часу проходження звуку через діаметр оптичного пучка  $\tau = D/v_a$ .

Вираз (6.20) дає максимальне число ступенів вільності сигналу. В нашому випадку значення  $\tau$  і  $\Delta f$  обмежені фізичними та технічними причинами. Збільшення  $\tau$  є обмежене швидкодією детектора та довжиною акустооптичної взаємодії  $D$ . Розширення  $\Delta f$  також обмежене, бо п'єзоелектричний перетворювач зазвичай має частотну характеристику з яскраво вираженим резонансним піком.

Оцінимо можливості акустооптичного дефлектора, виготовленого зі скла ( $v_a = 3100$  м/с,  $n = 1,9$ ). Нехай діаметр оптичного пучка  $D = 1$  см, а частота  $f$  змінюється від 100 до 150 МГц. Тоді  $\tau = D/v_a = 3,2$  мкс і число розширених елементів  $N = 160$  є значно кращим, ніж в електрооптичному дефлекторі.

#### 6.4. Застосування акустооптичних дефлекторів

На даний час відомі два способи немеханічного керованого відхилення світлового променя: акустооптичний та електрооптичний. Електрооптичні дефлектори (ЕОД) були розроблені раніше, але вони

виявилися дуже складними при виготовленні, оскільки представляють собою конструкцію, яка нараховує до сотні оптичних елементів. Окрім цього, ЕОД потребують високу керуючу напругу. Тому акустооптичні дефлектори (АОД) доволі часто використовуються в тих пристроях, де до цього використовували ЕОД.

Практично для будь-яких застосувань необхідним є двокоординатне відхилення випромінювання. Для цього світло пропускають через дві акустооптичні комірки, які орієнтовані взаємоперпендикулярно. Світло, відхилене першою коміркою, проходить через другу і відхиляється нею у перпендикулярному напрямку.

Однією з найбільш важливих областей застосування АОД є системи оптичної пам'яті. Зокрема, АОД може здійснювати запис і зчитування інформації, представлені у вигляді матриці голограм.

Другою проблемою, яка вирішується за допомогою АОД, є створення немеханічного пристрою виводу інформації з комп'ютера (наприклад, принтера). У такому пристрої один дефлектор відхиляє промінь вздовж рядка, а другий дефлектор, на який подається одночасно кілька сигналів на різних частотах, створює віяло променів для запису по вертикалі.

В лекції 4 розглядалося явище акустооптичної рефракції в лазерних гетероструктурах (з квантовою ямою або квантовими точками). Таке явище, поряд з акустооптичною дифракцією, також успішно використовують в АОД.

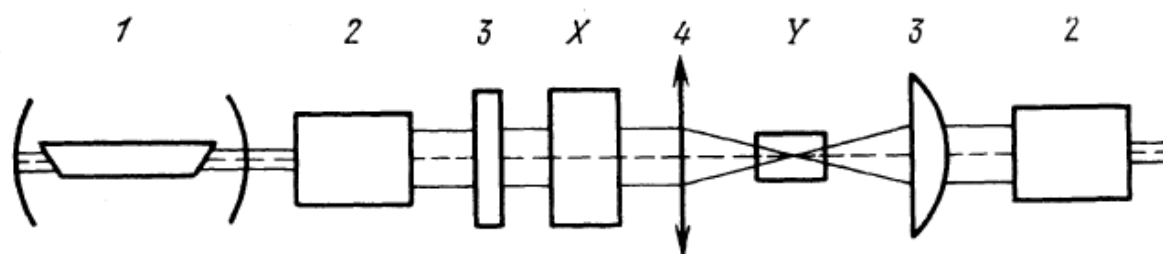


Рис. 6.5. Оптична система двокоординатного дефлектора:

- 1 – лазер; 2 – телескопи; 3 – циліндричні лінзи;
- 4 – сферична лінза; X і Y – дефлектори

Також ефективними є акустооптичні дефлектори на основі анізотропної дифракції. Особливістю є високоефективна дифракція неполяризованого світла лазерного випромінювання. Дефлектор складається з двох послідовно включених акустооптичних комірок. Кожна з комірок відхиляє одну з ортогональних поляризаційних компонентів початково неполяризованого світла.

АОД знаходять застосування в пристроях, що потребують неперервного швидкого відхилення лазерного променя: сканери, лазерні пінцети, системи для лазерних RGB проекторів, лазерні скануючі мікроскопи і профілометри (прилади, якими визначають розмір нерівностей поверхні), вимірювачі поверхні зразків за визначеною точковою сіткою.

Ще однією областю використання акустооптичних дефлекторів є 3D-принтери. У цьому випадку важливим є можливість відхилення лазерного променя у трьох напрямках.



### Питання для самоперевірки

1. Що таке модуляція світла?
2. Назвіть основні характеристики модуляторів світла.
3. Що таке зовнішня і внутрішня модуляції світла?
4. Що таке акустооптичний модулятор?
5. Який принцип роботи акустооптичного модулятора?
6. Які особливості роботи акустооптичного модулятора Рамана-Ната?
7. Які особливості роботи акустооптичного модулятора Брега?
8. Що таке дефлектор світла?
9. Які види дефлекторів знаєте?
10. Що таке акустооптичний дефлектор?
11. Назвіть основні характеристики акустооптичного дефлектора.
12. Де використовують акустооптичні дефлектори?

---

---

## ЛЕКЦІЯ 7. АКУСТОЛЮМІНЕСЦЕНЦІЯ ТА РОЗСІЮВАННЯ СВІТЛА НА АКУСТИЧНИХ ХВИЛЯХ

### План

- 7.1. Загальні поняття про сонолюмінесценцію.
- 7.2. Акустолюмінесценція у напівпровідниках.
- 7.3. Розсіювання Мандельштама-Бріллюена.

### 7.1. Загальні поняття про сонолюмінесценцію

Окрім теплового випромінювання, яке виникає у результаті перетворення енергії теплового руху молекул і атомів речовини в енергію електромагнітного випромінювання, існує ще один вид випромінювання. Якщо джерелом енергії випромінювання є інші види енергії, то його прийнято називати *люмінесценцією*.

*Люмінесценцією* називають надлишкове випромінювання відносно теплового випромінювання з тривалістю світіння, яка значно перевищує період власних електромагнітних коливань. Конкретний вид люмінесценції залежить від джерела енергії, за рахунок якої воно існує. На відміну від теплового випромінювання, яке є рівноважним, люмінесцентне випромінювання не має рівноважного характеру. Воно обумовлене переходом атомів, молекул або йонів у збуджений стан під дією певного джерела з подальшим поверненням у менш збуджений, що супроводжується випромінюванням.

Люмінесценція з часом затухання  $\sim (10^{-9} - 10^{-8})$  с називається *флуоресценцією*. Люмінесценція, яка зберігається тривалий час після припинення дії збудника світіння, називається *фосфоресценцією*.

У рідинах під дією ультразвукової хвилі збуджується сонолюмінесценція. *Сонолюмінесценція* – це явище утворення світіння при схлопуванні кавітаційних бульбашок, які виникають у рідині під дією потужної акустичної хвилі.

Експериментальні дослідження дали можливість встановити, що сонолюмінесценція виникає з наступних причин:

- Стояча ультразвукова хвиля у момент часу, що відповідає деформації розтягу, створює у рідині значний від'ємний тиск, що спричиняє локальний розрив рідини і виникнення кавітаційної бульбашки (утворення всередині рідини порожнини, заповненої газами, парою або їх сумішшю).
- Протягом часу, що дорівнює чверті періоду акустичної хвилі, бульбашка росте.
- У фазі, що відповідає деформації стиску, кавітаційні бульбашки сплющуються, причому щоразу швидше. На цей процес суттєво впливають сили поверхневого натягу.
- На завершення, із середини сплюсненої бульбашки випромінюється яскрава, але короткочасна електромагнітна хвиля.

## 7.2. Акустолюмінесценція у напівпровідниках

У твердих тілах, зокрема в напівпровідниках, природа виникнення акустолюмінесценції суттєво інша, ніж у рідинах. Акустолюмінесценція у напівпровідниках обумовлена взаємодією ультразвуку з електронами та дірками. Під впливом ультразвуку відбувається просторовий перерозподіл носіїв струму, що призводить до виникнення випромінювальної рекомбінації.

*Акустолюмінесценція* – це явище світіння кристалу, яке збуджується ультразвуком надпорогової потужності.

*Види акустолюмінесценції:*

- 1) дефектна;
- 2) інжекційна;
- 3) приповерхнева.

---

---

### 7.2.1. Дефектна акустолюмінесценція

Вперше явище дефектної акустолюмінесценції експериментально спостерігали українські фізики (Островський І.В., Рожко А.Х. та Лисенко В.Н.) у 1979 році в напівпровіднику CdS. У монокристалічному напівпровідниковому CdS збуджувалася ультразвукова хвиля у мегагерцовому діапазоні (кристали поміщалися в рідкий азот чи гелієвий кріостат). Коли інтенсивність ультразвуку перевищувала значення  $1 \text{ Вт/см}^2$ , напівпровідник сульфід кадмію починав випромінювати електромагнітну хвилю у напрямку поширення ультразвукової хвилі. Пізніше явище акустолюмінесценції спостерігалось і при кімнатній температурі та в інших матеріалах (ZnS, ZnSe, LiNbO<sub>3</sub>, NaCl, Bi<sub>12</sub>GeO<sub>20</sub>). Відразу помітно, що явище акустолюмінесценції спостерігається в кубічних сполуках NaCl, які не володіють п'єзоелектричним ефектом. Це й слугувало доказом того, що акустолюмінесценція не пов'язана з п'єзоелектричними полями, які супроводжують ультразвук, і не є електролюмінесценцією в електричному полі ультразвукової хвилі.

На рис. 7.1 схематично представлено процес збудження акустолюмінесценції. Стрілками зображено світло акустолюмінесценції. Загальними властивостями всіх спектрів дефектної акустолюмінесценції є те, що: 1) їх максимуми корелюють з електронними переходами в підсистемі власних дефектів кристалічної ґратки; 2) акустолюмінесценція не зводиться до електролюмінесценції; 3) збудження акустолюмінесценції носить пороговий характер. Так, у напівпровідниках A<sub>2</sub>B<sub>6</sub>, світіння дефектної акустолюмінесценції з'являється за інтенсивності ультразвуку від 1 до 5  $\text{Вт/см}^2$ , залежно від матеріалу.

Механізм дефектної акустолюмінесценції в твердих тілах є наступним [8]: 1) у результаті поширення в кристалі ультразвуку надпорогової потужності генеруються власні точкові дефекти (утворення точкових дефектів ультразвуком в основному відбувається за зворотно-поступального ковзання дислокацій в механічно-напруженому кристалі; 2) генеровані ультразвуком дефекти є



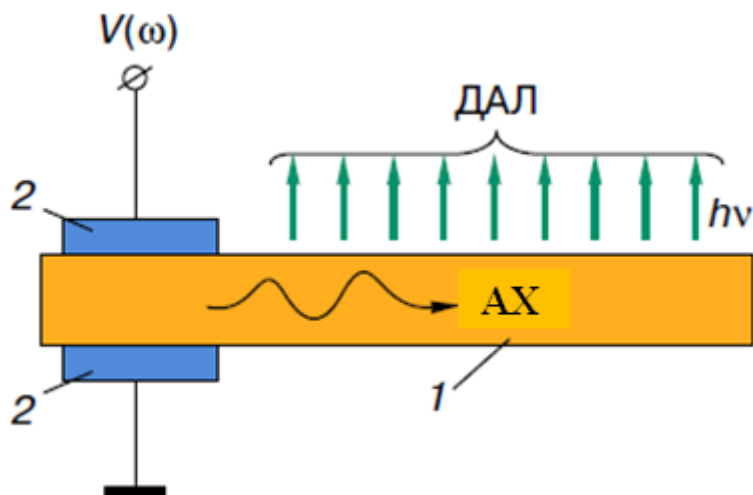


Рис. 7.1. Схема збудження дефектної акустолюмінесценції (ДАЛ):  
**1** – кристал; **2** – металеві електроди-перетворювачі для збудження  
 ультразвуку;  $V(\omega)$  – змінна електрична напруга, яка збуджує  
 ультразвукову хвилю

електрично активними (саме випромінювальні електронні переходи в утворених донорно-акцепторних парах і створюють спектр дефектної акустолюмінесценції); 3) після того, як відбувся електронний перехід, що супроводжується випромінюванням, вакансії та міжвузлові атоми двократно заряджаються і з великою ймовірністю анігілюють один з одним, забезпечуючи повернення напівпровідника у вихідний стан.

Слід зазначити, що взаємодію акустичної хвилі з кристалічною ґраткою не можна зводити до взаємодії з фононами, оскільки пружне поле дислокацій є далекодіючим. Через це обмін енергією між ультразвуком та рухомою дислокацією відбувається у всьому об'ємі напівпровідника.

Розглянемо зонну схему напівпровідникового CdS з власними точковими дефектами ( $\text{Cd}_i^+$ ,  $\text{S}_i^-$ ,  $\text{V}_{\text{Cd}}^-$ ,  $\text{V}_{\text{S}}^+$ ) (рис. 7.2).

Енергія рекомбінаційного випромінювання для донорно-акцепторної пари визначається наступним чином:

$$h\nu = E_g - \Delta E_{ga} - E_d - E_a + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ad}} - \varphi(r_{ad}),$$

де  $E_g$  – ширина забороненої зони;  $\Delta E_{ga}$  – ефективна зміна ширини забороненої зони під впливом ультразвуку;  $E_d, E_a$  – енергетичні рівні залягання донора та акцептора;  $r_{ad}$  – відстань між донором та акцептором;  $\varphi(r_{ad})$  – поправка, що враховує можливість некулонівської взаємодії при малих відстанях  $r_{ad}$ .

Всі незалежні дослідження підтверджують даний механізм дефектної акустолюмінесценції (генерації пар Френкеля ультразвуковою хвилею, які є носіями електричного заряду).

### 7.2.2. Інжекційна акустолюмінесценція

У випадку збудження ультразвукової хвилі надпорогової потужності в шаруватих структурах п'єзоелектричний напівпровідник – метал індукується електромагнітне випромінювання, у спектрі якого з'являються додаткові смуги (порівняно з дефектною акустолюмінесценцією). Енергія цих смуг практично співпадає з шириною забороненої зони напівпровідника. Така люмінесценція називається *інжекційною* і пояснюється інжекцією носіїв заряду з області металевого контакту в п'єзоелектричний напівпровідник. Це відбувається в п'єзоелектричному полі ультразвуку, що поширюється вздовж металізованої поверхні п'єзоелектричного напівпровідника. Такий вид люмінесценції спостерігається, наприклад, в напівпровіднику CdS, на який нанесено індій-галієві контакти. Інжекція є можлива за

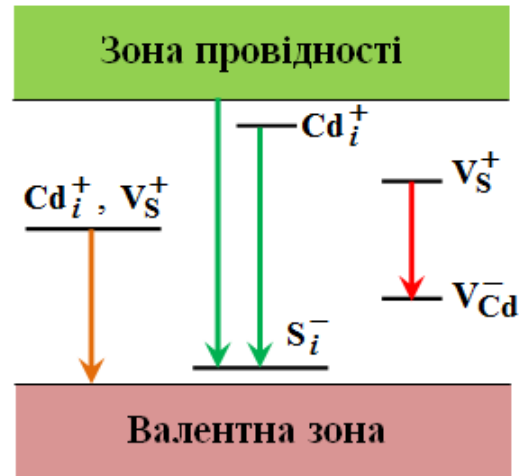


Рис. 7.2. Зонна схема напівпровідника CdS з власними точковими дефектами

рахунок існування нормальної складової електричного поля (відносно металевого контакту).

Оскільки п'єзоелектричне поле ультразвуку періодично змінює напрям, то можливою є інжекція і вільних електронів та дірок з металу в напівпровідник. Але цей процес є розділеним в часі: пів періоду відбувається інжекція електронів, а пів – дірок. І у випадку, коли час життя носіїв заряду в напівпровіднику є більшим, ніж період ультразвукових коливань, то вони встигають рекомбінувати, і при цьому випромінюється електромагнітна хвиля. Також слід зазначити, що можливими є міжзонні переходи, переходи на домішкові рівні та екситонні переходи.

### 7.2.3. Приповерхнева акустолюмінесценція

Приповерхнева акустолюмінесценція виникає за рахунок процесів, що відбуваються на межі п'єзоелектричний напівпровідник – інша речовина (найчастіше в газоподібному стані). При поширенні ультразвуку вздовж поверхні такого кристалу є можливим, що п'єзоелектричне поле, яке супроводжує акустичну хвилю, проникає в оточуюче середовище, наприклад, повітря. А це поле є здатним підтримувати світіння оточуючого середовища (газового розряду).

Слід зазначити, що світіння газу збуджується ультразвуком з амплітудами, що відповідають інтенсивному руху дислокацій. Тому припускається, що збудження люмінесценції пов'язане з акустодислокаційними ефектами (виникнення сильних електричних полів біля ядер дислокацій, емісія електронів з поверхні кристалу під впливом акустичної хвилі).

### 7.3. Розсіювання Мандельштама-Бріллюена

Спрямуємо пучок світла в середовище, де поширюється акустична хвиля (рис. 7.3). У цьому випадку можна спостерігати явище дифракції, яке описане в лекції 3, а максимум дифракції буде спостерігатися в напрямку, що задовольняє умову Брега (3.2).

Якщо нехтувати незначною зміною частоти світла та показника заломлення при розсіюванні, то модулі хвильових векторів падаючої і дифрагрованої хвилі дорівнюють  $|\vec{k}_i| = 2\pi n_i / \lambda$  та  $|\vec{k}_d| = 2\pi n_d / \lambda$ . Тоді

$$2n\Lambda \sin\theta / 2 = \lambda. \quad (7.1)$$

У спектрах розсіяного світла, окрім частоти падаючого випромінювання  $\omega_0$ , існують складові з частотами  $\omega_0 + \Omega$  та  $\omega_0 - \Omega$ .

Таке розсіювання називають розсіюванням Мандельштама-Бріллюена.

З умови максимуму інтерференції розсіяних променів 1' та 2' (рис. 7.3) отримуємо формулу (7.1).

Частоту пружної акустичної хвилі, яка спричиняє модуляцію електромагнітного випромінювання, можна записати так:

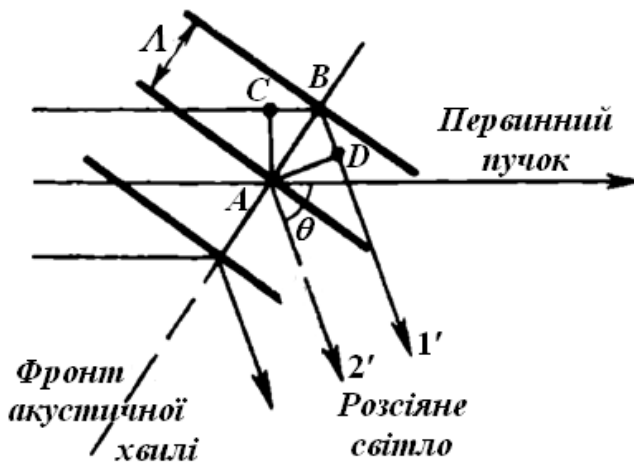


Рис. 7.3

$$\Omega = v_a K = \frac{4\pi n v_a}{\lambda} \sin\theta / 2 = 2\omega_0 n \frac{v_a}{c} \sin\theta / 2. \quad (7.2)$$

Таким чином, відносна зміна частот сателітів визначається співвідношенням:

$$\pm \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \pm \frac{\Omega}{\omega_0} = 2n \frac{v_a}{c} \sin\theta / 2. \quad (7.3)$$

Аналогічне співвідношення можемо отримати, розглянувши дифракцію світла на біжучих хвилях: у напрямі, що задається кутом  $\theta$ , проходить світло, яке дзеркально відбивається від біжучих хвиль, що мають швидкість  $\pm v_a$ . Після цього, врахувавши ефект Доплера, отримаємо формулу Мандельштама-Бріллюена.

З формули (7.2) бачимо, що зміна частоти розсіяної хвилі залежить від швидкості акустичної хвилі. Оскільки у твердих тілах поширюються поперечні та поздовжні хвилі, то в розсіяному спектрі світла повинні спостерігатися п'ять компонентів. Якщо на кристал

падає неполяризоване світло, то повинно спостерігатися 25 спектральних ліній (одна незміщена та 24 зміщених). Це пов'язано із анізотропією кристалів. В анізотропних кристалах у заданому напрямку можуть поширюватися одна поздовжня та дві поперечні акустичні хвилі (різної поляризації) з різними швидкостями. З іншого боку, в заданому напрямку можуть поширюватися дві електромагнітні хвилі (з різними поляризаціями), кожна з яких розщеплюється на дві при відбиванні від відповідних механічних хвиль. Тобто можливі 24 світлові хвилі з різними частотами.

Експериментальне визначення відстані між окремими компонентами Мандельштама-Бріллюена дає можливість визначити швидкість звуку і пружні сталі. Але слід зазначити, що спектральний зсув розсіяних компонентів є незначним ( $\sim 10^{-5} \omega_0$ ). Таку незначну зміну частоти світла можна реєструвати тільки спектральними апаратами з високою роздільною здатністю, наприклад, інтерферометром Фабрі-Перо. Наявність тонкої структури лінії Релея вперше виявлено експериментально в 1930 році в монокристалах кварцу.

При дії на речовину потужного лазерного випромінювання виникає ряд нелінійних ефектів. Один з них – це вимушене розсіювання Мандельштама-Бріллюена. Вимушене розсіювання Мандельштама-Бріллюена – це процес непружного розсіювання світла на акустичних фонах, які генеруються за рахунок нелінійної взаємодії падаючої і розсіяної зміщеної електромагнітної хвилі. Така нелінійна взаємодія відбувається за рахунок явища електрострикції.



### Питання для самоперевірки

1. Що таке сонолюмінесценція?
2. Які є види акустолюмінесценції у твердих тілах?
3. Який механізм виникнення дефектної акустолюмінесценції?
4. Назвіть властивості спектрів дефектної акустолюмінесценції.

- 
5. Яка фізична природа інжекційної акустолюмінесценції?
  6. Яка природа виникнення приповерхневої акустолюмінесценції?
  7. Що таке розсіювання Мандельштама-Бріллюена?
  8. Запишіть формулу, яка визначає зсув частоти розсіяного світла на акустичній хвилі.
  9. Скільки компонентів розсіяного світла на акустичній хвилі можна спостерігати в анізотропних кристалах? Чому?
  10. Що таке вимушене розсіювання Мандельштама-Бріллюена?

## ЛІТЕРАТУРА

1. Балакший В.И. Физические основы акустооптики / В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.И. Чирков. – Москва : Наука, 2004. – 280 с.
2. Блашків В.С. Механіка. Тексти лекцій : Навчально-методичний посібник / В.С. Блашків, О.О. Даньків, Д.Д. Шуптар. – Дрогобич : Редакційно-видавничий відділ ДДПУ імені Івана Франка, 2009. – 291 с.
3. Косевич А.М. Механіка кристалічної ґратки. / А.М. Косевич. – Харків : Акта, 2006. – 305 с.
4. Ландау Л.Д. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1965. – 204 с.
5. Матвеев А.Н. Оптика / А.Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1985. – С. 121 – 122.
6. Однодворець Л.В. Основи оптоелектроніки. Конспект лекцій / Л.В. Однодворець. – Суми : Видавництво СумДУ, 2010. – 44 с.
7. Островський І.В. Фізична акустооптика : навчальний посібник / І.В. Островський, О.О. Коротченков. – К. : ВЦ “Київський університет”, 2000. – 347 с.
8. Островский И.В. Акустолюминисценция – новое явление акустооптики / И.В. Островский // Соросовский образовательный журнал. – 1998. – № 1. – С. 95 – 102.
9. Пихтин А.Н. Оптическая и квантовая электроника / А.Н. Пихтин. – М. : Высшая школа, 2001. – 768 с.
10. Прокопенко В.Т. Управление параметрами световой волны / В.Т. Прокопенко, Н.Ю. Суворова, В.А. Трофимов. – СПб : НИУ ИТМО, 2013. – 97 с.
11. Ребрин Ю.К. Управление оптическим лучом в пространстве / Ю.К. Ребрин. – М. : Советское радио, 1991. – 336 с.
12. Романюк М.О. Акустооптика / М.О. Романюк. – К. : УМК ВО, 1999. – 88 с.

13. Кулакова Л.А. Градиентное управление направлением излучения InGaAsP/InP гетеролазеров / Л.А. Кулакова, Н.А. Пихтин, С.И. Слипченко, И.С. Тарасов // ЖЭТФ. – 2007. – Т. 131. – № 5. – С. 790 – 797.
14. Кулакова Л.А. Перестройка частоты излучения гетеролазера ультразвуковой волной / Л.А. Кулакова, И.С. Тарасов // Письма в ЖЭТФ. – 2003. – Т. 78. – № 2. – С. 77 – 81.
15. Пелещак Р.М. Частотна модуляція рекомбінаційного випромінювання гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs під впливом акустичної хвилі / Р.М. Пелещак, О.О. Даньків, О.В. Кузик // Український фізичний журнал. – 2011. – Т. 56. – № 4. – С. 346 – 353.
16. Пелещак Р.М. Модуляція напрямку випромінювання гетеролазера з квантовими точками InAs під впливом акустичної хвилі / Р.М. Пелещак, О.О. Даньків, О.В. Кузик // Український фізичний журнал. – 2012. – Т. 57. – № 1. – С. 71 – 75.
17. Пелещак Р.М. Моделювання деформації гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs під впливом акустичної хвилі / Р.М. Пелещак, О.О. Даньків, О.В. Кузик // Журнал фізичних досліджень. – 2010. – Т. 14. – № 4. – С. 4402: 1 – 5.
18. Kusters J.A. Optimum crystal orientation for acoustically tuned optic filters / J.A. Kusters, D.A. Wilson, D.L. Hammond // J. Opt. Soc. Am. – 2005. – V. 84. – № 4. – P. 434 – 440.
19. Peleshchak R.M. The influence of acoustic deformation on the recombination radiation in InAs/GaAs heterostructure with InAs quantum dots / R.M. Peleshchak, O.V. Kuzyk, O.O. Dan'kiv // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. – 2020. – V. 119. – P. 113988 (7 p.).
20. Van de Walle Chris G. Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory / Chris G. Van de Walle // Phys. Rev. B. – 1989. – V. 39. – P. 1871 – 1882.