



УДК 537.6/.8

[https://doi.org/10.52058/2786-6300-2025-1\(31\)-1023-1035](https://doi.org/10.52058/2786-6300-2025-1(31)-1023-1035)

**Угрин Юрій Орестович** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0001-8198-6462>

**Британ Віктор Богданович** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-4535-6129>

**Столярчук Ігор Дмитрович** доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0001-7549-2335>

**Гольський Віталій Богданович** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0009-0003-7282-8050>

**Лешко Роман Ярославович** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-9072-164X>

**Кузик Олег Васильович** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-8474-444X>

**Даньків Олеся Омелянівна** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-2154-8396>

**Паньків Людмила Іванівна** кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, м. Дрогобич, тел.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-6900-3336>



## **НАОЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ КВАНТОВОГО ЕФЕКТУ ГОЛЛА**

**Анотація.** Дана стаття присвячена аналізу ключових аспектів квантового ефекту Голла, фундаментального явища фізики твердого тіла. У роботі акцентується увага на використанні графіків для візуалізації цього явища, зокрема на поясненні природи плато на залежностях Голлівського опору від індукції магнетного поля.

Малюнки та графіки відіграють ключову роль у візуалізації складних фізичних явищ, зокрема, квантового ефекту Голла, який є одним із важливих явищ у фізиці твердого тіла. У статті наголошується на необхідності ретельної дидактичної обробки викладання цієї теми за допомогою статичних графіків, які дозволяють доступно пояснити природу квантування Голлівського опору та утворення плато на графіках залежності напруги (чи опору) Голла від індукції магнетного поля.

Акцентується увага на тому що природа сходинок квантового ефекту Голла ґрунтується на вигляді функції густини станів двовимірних електронів у магнетному полі, а також на їхній функції розподілу за енергіями. Показано, як статичні графіки можуть ілюструвати взаємодію між енергетичним рівнем Фермі та рівнями Ландау, що сприяє кращому розумінню квантового ефекту Голла. Розтлумачено вплив температури та розмірності структури на умови спостереження ефекту. Звернуто увагу на те що у двовимірних структурах фізична ромірність опору та питомого опору однакова. Для найпростішого параболічного закону дисперсії показано як на основі графіка можна обчислити співвідношення магнетних полів за яких виникають плато Голлівського опору.

Запропонований підхід дозволяє значно полегшити розуміння квантового ефекту Голла, особливо для студентів і дослідників, які починають вивчення фізики конденсованих середовищ. Це дозволяє значно спростити навчальний процес і зробити матеріал доступним для студентів і дослідників. Додатково висвітлюється роль квантового ефекту Голла у фундаментальних і прикладних дослідженнях, демонструючи його значення для сучасної науки.

**Ключові слова:** ефект Голла, квантовий ефект Голла, квантовий магнеторезистивний ефект, магнетні рівні (рівні Ландау), Голлівський опір, статичні графіки, двовимірні електронні системи, рівень Фермі, функція розподілу, густина станів.

**Uhryn Yuriy Orestovych** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, ehttps://orcid.org/0000-0001-8198-6462

**Brytan Viktor Bohdanovych** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, https://orcid.org/0000-0002-4535-6129



**Stolyarchuk Ihor Dmytrovych** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0001-7549-2335>

**Holskyi Vitalii Bohdanovych** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0009-0003-7282-8050>

**Leshko Roman Yaroslavovych** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, e-mail: <https://orcid.org/0000-0002-9072-164X>

**Kuzyk Oleh Vasylovych** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-8474-444X>

**Dankiv Olesya Omelyanivna** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-2154-8396>

**Pankiv Lyudmyla Ivanivna** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physics and Information Systems, Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, tel.: (03-24) 41-04-74, <https://orcid.org/0000-0002-6900-3336>

## VISUAL INTERPRETATION OF THE QUANTUM HALL EFFECT

**Abstract.** This article is devoted to the analysis of key aspects of the quantum Hall effect, a fundamental phenomenon of solid state physics. The paper emphasizes the use of graphs to visualize this phenomenon, in particular, to explain the nature of the plateau in the dependence of the Hall resistance on the magnetic field induction.

Drawings and graphs play a key role in visualising complex physical phenomena, in particular, the quantum Hall effect, which is one of the most important phenomena in solid state physics. The article emphasises the need for careful didactic processing of teaching this topic with the help of static graphs, which allow to explain the nature of quantisation of the Hall resistance and the formation of plateaus in graphs of the dependence of the Hall voltage (or resistance) on the magnetic field induction.





It is emphasised that the nature of the steps of the quantum Hall effect is based on the form of the density function of states of two-dimensional electrons in a magnetic field, as well as on their energy distribution function. It is shown how static graphs can illustrate the interaction between the Fermi and Landau energy levels, which contributes to a better understanding of the quantum Hall effect. The influence of temperature and structure dimension on the conditions for observing the effect is explained. It is noted that in two-dimensional structures the physical dimensionality of resistance and resistivity is the same. For the simplest parabolic dispersion law, it is shown how the ratio of magnetic fields at which the Hall resistance plateaus appear can be calculated from the graph.

The proposed approach makes it much easier to understand the quantum Hall effect, especially for students and researchers who are beginning to study the physics of condensed matter. This makes it possible to significantly simplify the learning process and make the material accessible to students and researchers. Additionally, the role of the quantum Hall effect in fundamental and applied research is highlighted, demonstrating its importance for modern science.

**Keywords:** Hall effect, quantum Hall effect, quantum magnetoresistive effect, magnetic levels (Landau levels), Hall resistance, static graphs, two-dimensional electronic systems, Fermi level, distribution function, density of states.

**Постановка проблеми.** Квантовий ефект Голла є одним із фундаментальних явищ фізики твердого тіла, що має важливе значення для розуміння поведінки двовимірних електронних систем у магнітному полі. Основною особливістю цього ефекту є квантування провідності, яке проявляється у вигляді плато на графіках залежності напруги або опору від магнітної індукції. Проте складність математичних моделей і фізичної природи явища ускладнює його розуміння, особливо для студентів і початківців у галузі фізики конденсованих середовищ. Існуючі способи викладання та пояснення квантового ефекту Голла часто спираються на динамічні графіки або абстрактні математичні моделі, які важко сприймаються через їхню складність і швидкоплинність. Це створює проблему для ефективного засвоєння матеріалу та глибшого розуміння явища. Необхідність полягає у розробці більш простих і наочних способів інтерпретації квантового ефекту Голла, які б поєднували графічну візуалізацію та доступні пояснення фізичних закономірностей. Такий підхід дозволив би усунути бар'єри у вивченні цього явища та сприяти популяризації квантової фізики серед студентів і дослідників.

Таким чином, постає питання: як зробити квантовий ефект Голла зрозумілим і доступним для вивчення? У відповідь на це виникає ідея розробки статичних графічних моделей, які дозволяють наочно пояснити ключові аспекти явища. Так можна графічно показати, як рівень Фермі перетинає рівні Ландау, що викликає різкий стрибок Голлівського опору. Такі графіки мають бути максимально інформативними та водночас зрозумілими, щоб вони могли використовуватися у навчальному процесі для студентів різних рівнів підготовки.



Розробка цих моделей дозволить подолати бар'єри у вивченні квантового ефекту Голла, сприяючи популяризації квантової фізики та підготовці нових фахівців у галузі фізики конденсованих середовищ.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Малюнки і графіки відіграють не тільки ту роль, що створюють геометричний образ певної фізичної закономірності, а й за їх допомогою можна тлумачити фізичні явища та закономірності. Квантовий ефект Голла [1,2], як явище складне для розуміння вимагає при його викладанні ретельної дидактичної обробки не тільки текстового матеріалу, а й додаткових засобів якими можуть бути графіки. В літературі існує дуже ефектний динамічний графік (анімація) [3] проте для сприйняття він досить таки складний саме через його швидкоплинність, коли слід слідкувати одразу за трьома графіками з різними фізичними величинами.

Робота [3] присвячена дослідженню низькорозмірних напівпровідникових структур і надграток, їх електричних і оптичних властивостей. Висвітлюються теоретичні основи, методи аналізу, а також новітні розробки у галузі створення та використання таких структур у сучасних технологіях. Особлива увага приділяється процесам, які відбуваються на нанорозмірах, зокрема, вивченню впливу квантових ефектів на фізичні властивості матеріалів. Книга має на меті допомогти студентам, аспірантам та дослідникам у галузі фізики та електроніки освоїти основні принципи функціонування низькорозмірних структур і їх використання у технологічних застосуваннях

**Мета статті** – розтлумачити природу квантового ефекту Голла за допомогою графіків та встановити співвідношення між довжинами плато на графіку магнетопольової залежності питомого опору Голла.

**Виклад основного матеріалу.** Експериментальне спостереження ефекту Голла (чи то класичного чи то квантового) передбачає вимірювання напруги Голла у залежності від індукції магнетного поля за сталої концентрації носіїв струму.

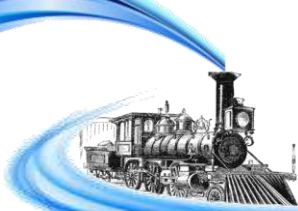
Елементарний аналіз залежності напруги Голла від індукції магнітного поля  $B$  та концентрації  $n$  [4]

$$U_H = \frac{1}{e} \frac{I B}{b n}, \quad (1)$$

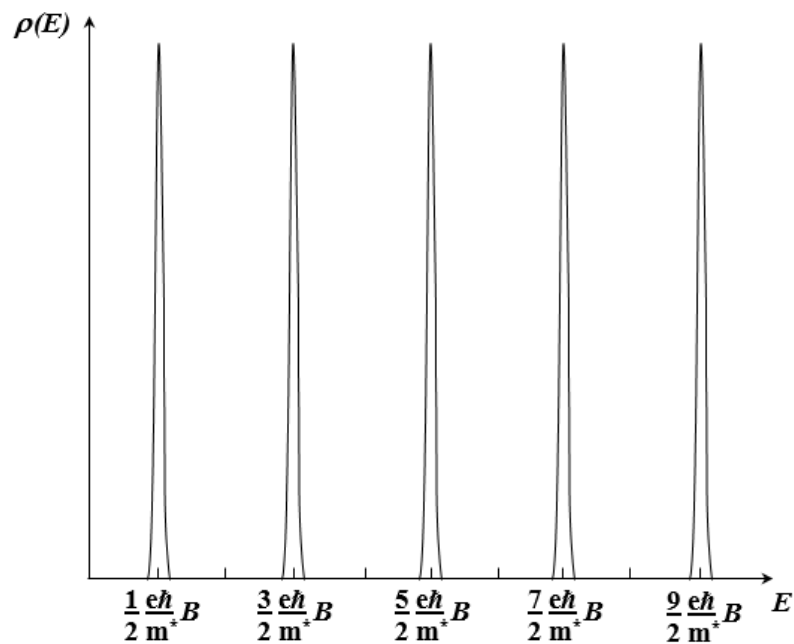
де  $e$  – заряд електрона,  $I$  – сила струму через зразок твердого тіла,  $b$  – розмір зразка у напрямку поля, показує, що якщо змінювати  $B$  то ця залежність лінійна (за наявності лише одного типу носіїв струму).

У випадку класичного ефекту Голла це гладка лінія тоді як у випадку квантового ефекту Голла на цих лініях спостерігаються сходинки або як ще їх називають плато [5,6].

Розглянемо коротко природу цих сходинок. Вона базується на вигляді двох функцій для носіїв струму (надалі будемо говорити про електрони): функції густини станів та функції розподілу електронів за енергіями. Функція розподілу



показує з якими енергіями електрони беруть участь у процесі транспорту, а функція густини станів – число можливих станів електрона в одиничному інтервалі енергій. Квантовий ефект Голла власне забезпечується специфічною функцією густини станів, а саме такою, яка показана на мал. 1 [6] з якого видно, що густина станів всюди практично дорівнює нулю, крім енергії, яка дорівнює енергіям магнетних рівнів (рівнів Ландау).



*Рис. 1. Густина станів вільних 2D-електронів у магнетному полі. За всіх енергій, крім енергій магнетних рівнів вона дорівнює нулю, а на магнетних рівнях – нескінченно велика.*

Така функція густини станів властива двовимірному електронному газу, який перебуває у магнетному полі [7]. Число станів на магнетному рівні (у розрахунку на одиницю площі, яку займає двовимірний електронний газ) [7]

$$n_m = \frac{e}{h} B. \quad (2)$$

Щоб зрозуміти, електрони з якими енергіями беруть участь у процесах транспорту, звернемося до функції розподілу електронів за енергіями (Фермі-Дірака, (мал. 2), з якої видно, що енергетичні рівні, які знаходяться нижче рівня Фермі практично всі зайняті електронами, а вільні рівні є лише поблизу і вище рівня Фермі.

Тому лише ті електрони, які знаходяться поблизу рівня Фермі здатні поглинати енергію чи то від електричного чи то від магнетного поля бо дещо вище рівня Фермі є вільні енергетичні рівні куди ці електрони можуть перейти. У випадку двовимірних електронів в магнетному полі дозволені стани є лише на



магнетних рівнях як це видно з мал. 1, тому, якщо енергія електрона (яка, нагадаємо, практично дорівнює енергії рівня Фермі) знаходиться між магнетними рівнями, то електрон не може змінювати свою енергію, бо поблизу немає жодних станів, чи то вільних чи то зайнятих. За цих умов електрон не здатний взаємодіяти з фононами, дефектами чи іншими електронами, тобто не здатний до розсіювання. Тому Голлівський опір

$$\rho_{xy} = R_H B = \frac{1}{en} B, \quad (3)$$

де  $R_H$  коефіцієнт Голла, при цьому не змінюється незважаючи на зростання магнетного поля.

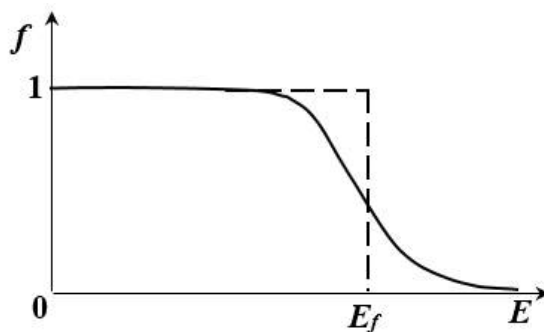


Рис. 2. Функція розподілу електронів за енергіями (Фермі-Дірака) [8].  $E_f$  – рівень Фермі. Штрихова лінія – функція розподілу за абсолютного нуля, суцільна лінія – за температури вищої абсолютного нуля

Враховуючи, що всі електрони (яких є  $n$  на одиницю площі) знаходяться на  $k$  магнетних рівнях, тобто  $n = kn_m$ , отримаємо взявши до уваги (2)

$$\rho_{xy} = \frac{h}{ke^2} = \frac{25812.8}{k} \text{ (Ом)}, \quad (4)$$

тобто Голлівський питомий опір набирає сталих значень  $\frac{h}{e^2}$ ;  $\frac{h}{2e^2}$ ; ...

Немає нічого дивного в тому, що питомий опір вимірюється в омах замість звичної величини  $\text{Ом} \cdot \text{м}$ . Для двовірної системи розмірність опору і питомого опору однакова. Дійсно, у відомій формулі зв'язку опору і питомого опору  $R = \rho \frac{l}{S}$ , площа поперечного перерізу  $S$  переходить в довжину і розмірність опору  $R$  і питомого опору  $\rho$  співпадають.

Природу виникнення сходинок на залежності  $\rho_{xy}(B)$  ілюструє мал. 3 який складається з двох графіків: залежності Голлівського опору  $\rho_{xy}$  та магнетних





рівнів від індукції магнетного поля. Також на цьому малюнку показано рівень Фермі  $E_f$ , який не залежить від магнетного поля. З цього малюнка видно, що кожного разу, коли величина індукції магнетного поля така, що за цього її значення рівень Фермі перетинається з будь-яким рівнем Ландау, Голлівський опір різко зростає. Якщо і надалі збільшувати магнетне поле, то Голлівський опір виходить на плато, яке тягнеться до наступної точки перетину рівня Фермі з одним із рівнів Ландау. Тобто, якщо магнетне поле таке, що рівень Фермі перебуває між рівнями Ландау – то плато, а якщо рівень Фермі перетинає рівень Ландау – то різке зростання Голлівського опору.

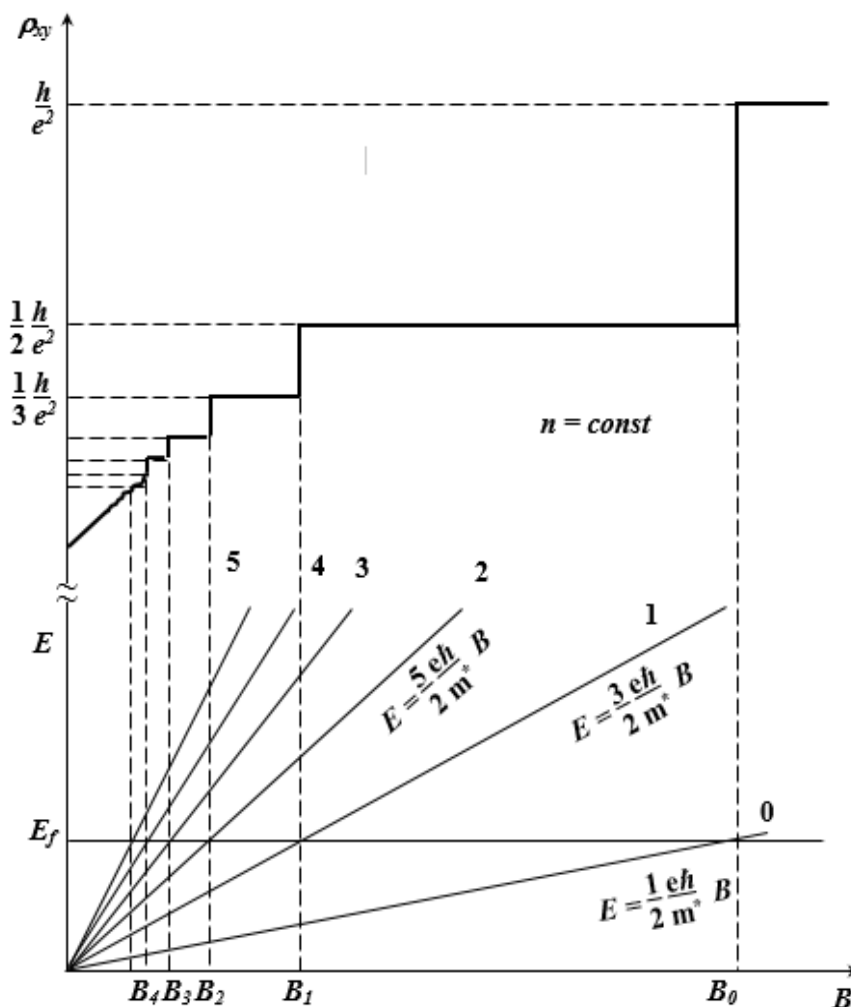


Рис. 3. Графічна інтерпретація квантового ефекту Голла.

По горизонтальній осі – індукція магнетного поля  $B$ , по вертикалі – Голлівський питомий опір  $\rho_{xy}$  та енергія електронів, 1-5 – номери магнетних рівнів (рівнів Ландау),  $E_f$  – енергія Фермі,  $B_1$ - $B_5$  – індукція магнетного поля, за яких різко зростає Голлівський питомий опір. За перетину рівня Фермі з  $n$ -им рівнем Ландау відбувається різке зростання голлівського питомого опору. Графік відображає експериментальну ситуацію коли змінюють індукцію магнетного поля за незмінної концентрації вільних електронів ( $n = \text{const}$ ).





Чому це відбувається? Як вже згадувалось, електрони, які беруть участь у процесах транспорту знаходяться на рівні Фермі (мають енергію, що дорівнює енергії рівня Фермі) і якщо ця енергія знаходиться між рівнями Ландау то розсіювання електронів не відбувається, бо поблизу немає жодного стану, який би міг бути зайнятий електроном. Тому енергія, яку електрон отримав від електричного поля не може бути віддана іншій частинці (на відміну від класичного електрона, який за зіткнення з вузлом кристалічної ґратки цілком віддає йому енергію набуту в електричному полі [8-10]). З тієї ж причини електрон і не може набирати енергії – Голлівський опір не зростає і не спадає, він залишається сталим, а звичайний опір  $\rho_{xx}$  при цьому дорівнює нулю, причому практично дорівнює нулю, тобто це не є надпровідний стан за якого опір дорівнює нулю і практично і теоретично.

Цей ефект падіння опору практично до нуля ми можемо назвати квантовий магнеторезистивний ефект. При цьому опір не дорівнює точно нулю тому, що електрони провідності за температури вище абсолютного нуля знаходяться не тільки на рівні Фермі, а й дещо вище і нижче цього рівня як це видно з мал. 2, і тому «хвіст» функції розподілу може досягати рівня Ландау навіть тоді, коли рівень Фермі знаходиться між рівнями Ландау. Іншими словами: на рівні Ландау може бути певна незначна кількість електронів навіть тоді, коли він не перетинається з рівнем Фермі і внаслідок цього в магнеторезистивному ефекті ми не отримуємо точного нуля опору. Ця ж причина в ефекті Голла приведе до скорочення ширини сходинок, вони будуть заокруглені як це і видно з відомих експериментів [3,11,12]. У свою чергу, видовженню «хвоста» функції розподілу сприяє температура, тому зі збільшенням температури умови спостереження квантового ефекту Голла погіршуються.

З мал. 3 можемо отримати ще один результат. Оскільки в точках перетину енергія рівня Фермі дорівнює енергії рівня Ландау, то враховуючи, що енергія  $k$ -го рівня Ландау

$$E_k = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{e\hbar}{m^*} B, \quad (5)$$

де  $m^*$  – ефективна маса електрона,  $\hbar$  – стала Планка, можна написати:

$$\left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{e\hbar}{m^*} B_k = E_f. \quad (6)$$

Звідки індукція магнетного поля  $B_k$  перетину рівнів Фермі та Ландау (індукція магнетного поля, де починається стрімке зростання  $\rho_{xy}$ )



$$B_k = \frac{m^*}{e\hbar \left(k + \frac{1}{2}\right)} E_f. \quad (7)$$

Виразимо всі  $B_k$  через  $B_0 = 2 \frac{m^* E_f}{e\hbar}$ , тобто через індукцію магнетного поля за якого рівень Фермі перетинає нульовий рівень Ландау

$$B_k = \frac{1}{2k+1} \frac{2m^* E_f}{e\hbar} = \frac{B_0}{2k+1}. \quad (8)$$

Підставляючи сюди  $k = 0, 1, 2, \dots$ , отримаємо, що  $B_1 = \frac{1}{3} B_0, B_2 = \frac{1}{5} B_0, B_3 = \frac{1}{7} B_0, \dots$ , що і бачимо на мал. 3. Порівнюючи довжини сусідніх плато на основі цієї формули, дістанемо

$$\frac{B_k - B_{k+1}}{B_{k+1} - B_{k+2}} = \frac{2k+5}{2k+1}. \quad (9)$$

Звідки маємо, що перше плато у  $\frac{5}{1}$  разів довше за друге, друге у  $\frac{7}{3}$  разів довше за третє, третє у  $\frac{9}{5}$  разів довше за четверте і т. д. (нульове плато теоретично нескінченно довге). Зауважимо також, що ці співвідношення правильні лише для випадку лінійних залежностей енергії рівнів Ландау від індукції магнетного поля, що у свою чергу має місце для параболічного закону дисперсії. Проте навіть ці найпростіші розрахунки дають непоганий збіг з експериментальними даними [13-15].

За уважного вивчення мал. 3 може виникнути ще одне запитання. Відомо, що у напівпровідниках рівень Фермі знаходиться у забороненій зоні, проте на цьому малюнку він показаний у зоні провідності (початок відліку на графіку це дно зони провідності). Проте рівень Фермі знаходиться у забороненій зоні тільки в об'ємі напівпровідника, а на його поверхні зони вгинаються і дно зони провідності опиняється нижче рівня Фермі, що і уможливорює перетин рівня Фермі з рівнями Ландау. Цим і пояснюється той факт, що квантовий ефект Голла спостерігається тільки у двовимірних структурах.

**Висновки.** Квантовий ефект Голла є фундаментальним явищем фізики твердого тіла, яке не лише збагатило наше розуміння квантової природи матеріалів, але й стало основою для численних наукових відкриттів і технологічних розробок. Проте його складність у теоретичному та експериментальному



аспектах створює бар'єри для ефективного вивчення цього явища, особливо серед студентів і дослідників-початківців.

Використання статичних графіків є ефективним засобом для пояснення ключових аспектів квантового ефекту Голла. Простота і доступність графічного представлення цього явища дозволяють значно спростити процес його вивчення. Такі моделі є цінним інструментом як у навчальному процесі, так і в наукових дослідженнях, сприяючи поширенню знань про квантовий ефект Голла.

Квантовому ефекту Голла можна надати просте і ефективне графічне тлумачення. На одному і тому ж графіку по горизонтальній осі відкладаємо індукцію магнетного поля ( $B$ ), а по вертикальній – енергію носіїв струму ( $E$ ) та Голлівський опір ( $\rho_{xy}$ ). Різке зростання Голлівського опору відбувається за тих значень індукції магнетного поля за яких будь-який ( $k$ -ий) рівень Ландау досягає рівня Фермі (який залишається сталим). На таких графіках можна наочно продемонструвати взаємодію рівня Фермі з рівнями Ландау, природу утворення плато та стрибків Голлівського опору, а також вплив зовнішніх факторів, таких як температура чи магнітне поле.

За тих значень індукції магнетного поля за яких рівень Фермі перебуває між рівнями Ландау, Голлівський опір не змінюється і на графіку спостерігається плато.

З рівності рівня Фермі рівневі Ландау отримуємо, що магнетне поле за якого починається нульове плато в 3 рази більше за поле за якого починається перше плато, в 5 разів більше за поле початку другого плато, в 7 разів більше за поле початку третього плато і т. д. І хоча ці співвідношення правильні лише для найпростішого (параболічного) закону дисперсії електронів, вони досить добре підтверджуються експериментально

Таким чином, візуалізація та адаптація складних наукових явищ до потреб освіти й досліджень є важливим кроком у підготовці нової генерації кваліфікованих фахівців та популяризації науки.

#### **Література:**

1. Клітцінг К.В. Новий метод високоточного визначення тонкоструктурної константи на основі квантування опору Голла / К.В. Клітцінг, Г. Дорда, М. Пейпер // Фізичні оглядові листи. – 1980. – №45. – Р. 494-497.
2. Ландвер Г. Відкриття квантового ефекту Голла [Електронний ресурс] / Г. Ландвер // Метрологія. – 1986. – №22. – Р. 118-127.
3. Глентон Дж. Квантовий ефект Голла / Дж. Глентон // Вікіпедія. – 2009. – Режим доступу : <https://en.wikipedia.org/wiki/File:QuantumHallEffectExplanationWithLandauLevels.svg>



4. Заячук Д.М. Низькорозмірні структури і надгратки : навчальний посібник / Д.М. Заячук. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2006. – 220 с.
5. Ешкрофт Н.В. Фізика твердого тіла / Н.В. Ешкрофт, Н.Д. Мермін // Новий Делфі : Cengage Learning, 2011. – 826 р.
6. Ольшевський, С. Квантування характеристики магнітного потоку в експериментах на цілочисельних і дробових квантових ефектах Холла / С. Ольшевський // Журнал сучасної фізики. – 2013. – №4. Р. 14-20.
7. НАНОЕЛЕКТРОНІКА. Квантово-механічні засади, структури, фізичні властивості: Навч. посіб. / Д. М. Заячук, Ю.І. Якименко, В. М. Співак, О.В. Богдан, А. Т. Орлов, В. М. Коваль. – К.: Кафедра, 2013. – С. 428.
8. Кіттел, К. Вступ до фізики твердого тіла (8-е вид.) / К. Кіттел. – Хобокен, Нью-Джерсі: Джон Вайлі & Сон, 2004. – 480 р.
9. Угрин Ю. Опис електромагнітних явищ способом розв'язування задач / Ю. Угрин, Р. Пелешак, В. Штим // Дрогобич: Видавничий відділ Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, 2014. – С. 356.
10. Фізика електронних процесів / В. О. Москалюк, В.І. Тимофєєв, Т.А. Саурова. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – С. 324.
11. Фізика процесів у напівпровідниках та елементах електроніки / Д. М. Фреїк, В. М. Чобанюк, З. Ю. Готра, Б.С. Дзундза, Г.Д. Матеїк, А.І. Ткачук. – Івано-Франківськ : Видавництво Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2010. – С. 263.
12. Напівпровідникова електроніка : довідник / П.И. Баранский, В.П. Ключков, І.В. Потікевич. – К : Наукова думка, 1975. – С. 704.
13. Кейдж М.С. Випробування квантового ефекту Голла як еталона опору / М.С. Кейдж, Р.Ф. Дзюба, Б.Ф. Філд // IEEE Операції з контрольно-вимірювальними приладами. – 1985. – №2. – Р. 301-303.
14. Джекельманн Б. Квантовий ефект Голла як стандарт електричного опору / Б. Джекельманн, Б. Жаннере // Семінар Пуанкаре. – 2004. – №2. – Р. 39-51.
15. Н. Аокі Квантований ефект Голла / Аокі Н. // Звіти про прогрес у фізиці. – 1987. – №50. – Р. 655-730.

#### References:

1. Klitzing, K.V., Dorda, G., Pepper, M. (1980). New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. *Phys. Rev. Lett.* – *Phys. Rev. Lett.*, 45, 494-497 [in English].
2. Landwehr G. (1986). The discovery of the quantum Hall effect. *Metrologia – Metrologia*, 22, 118-127 [in English].
3. Glenton J. (2009). Quantum Hall Effect [Product innovative policy] / J. Glenton // Wikipedia – Wikipedia – Retrieved from <https://en.wikipedia.org/wiki/File:QuantumHallEffectExplanationWithLandauLevels.ogv> [in Ukrainian]
4. Zayachuk D.M. (2006). *Low-dimensional structures and superlattices: a textbook*. Lviv: Lviv Polytechnic National University Press [in Ukrainian].
5. Ashcroft, N.W., Mermin, N.D. [2011]. *Solid State Physics*. New Delhi: Cengage Learning [in English].





6. Olszewski S. (2013). Kwahntum uhv thuh Magnetik Fluhs Karuhktuhristik fawr Ekspuhriments Purformed on thuh Intuhjer and Frakshuhnuhl Kwahntum Hall Eefekts [Quantum of the Magnetic Flux Characteristic for Experiments Performed on the Integer and Fractional Quantum Hall Effects]. *Journal of Modern Physics – Journal of Modern Physics*, 4, 14-20 [in English].
7. Zayachuk, D.M., Yakymenko, Y.I., Spivak, V.M., Bohdan, O.V., Orlov, A.T., Koval, V.M. (2013). *Nanoheelektroniks. Kwahntum mehkanikuhl prinsuhpuhlz, struhkchurz, fizikuhl properteez* [Nanoelectronics. Quantum mechanical principles, structures, physical properties]. K.: Department [in Ukrainian].
8. Kittel, C. (2004). *Introhdukhshun toh Sahlid Stayt Fiziks (eyth ed.)* [Introduction to Solid State Physics (8th ed.)]. Kittel. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons [in English].
9. Uhryn, Y., Peleshchak, R., Shtym, V. (2014). *Beshrayboong der ehlektromagnehtishen Fuhnomehneh doorkh Luhzen fohn Prohblehmen* [Beschreibung der elektromagnetischen Phänomene durch Lösen von Problemen]. Drohobych: Verlagsabteilung der Staatlichen Pädagogischen Universität Drohobytsch Iwan Franko [in Ukrainian].
10. Moskaliuk, V.O., Timofeev, V.I., Saurova, T.A. (2020). *Fiziks uhv ehlektronik prohsesez* [Physics of electronic processes]. Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute [in Ukrainian].
11. Freik, D., Chobaniuk, V., Gotra, Z., Dzundza, B., Mateik, G., Tkachuk, A. (2010). *Fiziks uhv prohsesez in sehmeekonduhktorz and ehlektroniks ehlements* [Physics of processes in semiconductors and electronics elements]. Vasyly Stefanyk Precarpathian National University Publishing House [in Ukrainian].
12. Baransky, P.I., Klochkov, V.P., Potikevich, I.V. (1975). *Sehmeekonduhktor ehlektroniks: uh refuhrhns book* [Semiconductor electronics: a reference book]. K: Naukova Dumka [in Ukrainian].
13. Cage M.E. (1985). Uh Test uhv thuh Kwahntum Hall Eefekt az uh Rehzystuhns Standerd [A Test of the Quantum Hall Effect as a Resistance Standart]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement – IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2, 301-303. [in English].
14. Jeckelmann, B., Jeanneret, B. (2004). Thuh Kwahntum Hall Eefekt az an Ehlektrikuhl Rehzystuhns Standerd [The Quantum Hall Effect as an Electrical Resistance Standard]. *Seminaire Poincare – Seminaire Poincare*, 2, 39-51 [in English].
15. Aoki, H. (1987). Kwahntized Hall Eefekt [Quantised Hall effect]. *Rep. Prog. Phys. – Rep. Prog. Phys.*, 50, 655-730 [in English].