

**Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка**

Олеся Даньків, Олег Кузик

**Загальна фізика
МЕХАНІКА**

**Методичні
рекомендації
до самостійної роботи**

**Дрогобич
2025**

*Рекомендовано вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка
(протокол № 2 від 27 лютого 2025 р.).*

Рецензенти:

- **Олександр ГОХМАН**, професор кафедри фізики Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К.Д.Ушинського, доктор фізико-математичних наук;
- **Юрій ПАВЛОВСЬКИЙ**, доцент кафедри технологічної та професійної освіти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат фізико-математичних наук.

Олеся Даньків, Олег Кузик.

Загальна фізика. Механіка : методичні рекомендації до самостійної роботи. Дрогобич : Дрогобицький державний педагогічний університет імені І. Франка, 2025. 284 с.

Навчально-методичний посібник “Загальна фізика. Механіка: Методичні рекомендації до самостійної роботи. ” написаний відповідно до робочої програми навчальної дисципліни “Загальна фізика (Механіка)” для підготовки фахівців першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 014 Середня освіта (Фізика та астрономія). У ньому подано тести та контрольні роботи до всіх розділів механіки, знання та вміння, яких повинні набути студенти, виконавши лабораторні роботи, завдання для підсумкового контролю. У посібнику подано зразки розв’язування задач, задачі для самостійного розв’язування з механіки, контрольні роботи.

© О. Даньків, О. Кузик, 2025
© Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП	5
ЧАСТИНА 1. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ВИВЧЕННЯ КУРСУ. ТЕМАТИЧНИЙ ТА ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ.....	7
1. ПРОГРАМА КУРСУ ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА. (МЕХАНІКА)	7
2. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕРІАЛУ, ЩО ВІНОСИТЬСЯ НА МОДУЛЬНІ КОНТРОЛІ	16
3. ВИМОГИ, ЯКИХ ТРЕБА ДОТРИМУВАТИСЯ ПРИ ВИКОНАННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З МЕХАНІКИ	70
Лабораторна робота №1. Дослідження обертального руху твердого тіла.....	71
Лабораторна робота № 2 Дослідження пружних властивостей твердих тіл при деформації розтягу	72
Лабораторна робота № 3 Дослідження загасаючих і вимушених коливань	73
Лабораторна робота № 4 Дослідження коливального руху простих механічних систем	74
Лабораторна робота № 5 Визначення швидкості звуку в повітрі	75
Лабораторна робота № 6 Дослідження руху ідеальної рідини та газу	76
Лабораторна робота № 7 Визначення коефіцієнта в'язкості рідини і повітря	77
Лабораторна робота № 8 Дослідна перевірка законів збереження імпульсу та енергії	78

Лабораторна робота № 9 Визначення швидкості звуку в твердих тілах	79
Зразок оформлення звіту лабораторної роботи	80
4. ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ	83
5. ЗРАЗКИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ	125
6. ПИТАННЯ, ЯКІ ВІНОСЯТЬСЯ НА КОЛОКВІУМИ (УСНІ СПІВБЕСІДИ З ЛЕКТОРОМ) З КУРСУ МЕХАНІКИ	142
8. ЗАВДАННЯ НА ЕКЗАМЕН З КУРСУ “МЕХАНІКА”	157
ЗА ТАЛОНОМ “К”	157
 ЧАСТИНА 2. ПРАКТИКУМ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ	162
1. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ПРАКТИКУМУ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ	162
2. КІНЕМАТИКА	164
3. ДИНАМІКА	174
4. ОБЕРТОВИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА	185
5. ВСЕСВІТНЄ ТЯЖІННЯ. ПРУЖНІ СИЛИ. СИЛИ ТЕРТЯ	198
6. КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ	210
7. АКУСТИКА	219
8. МЕХАНІКА РІДИН І ГАЗІВ	224
9. ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ	229
10. ЗРАЗКИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ	261
11. ВИМОГИ ДО ІНДИВІДУАЛЬНОГО НАВЧАЛЬНО- ДОСЛІДНИЦЬКОГО ЗАВДАННЯ	273
12. ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ НАВЧАЛЬНО- ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗАВДАНЬ З МЕХАНІКИ	275
 РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ	277
 ДОДАТКИ	279

ВСТУП

Підвищення якості педагогічної освіти, забезпечення її мобільності та конкурентоспроможності на міжнародному і внутрішньому ринку праці вимагає подальшого вдосконалення організації освітнього процесу у закладах вищої освіти. Цього можна досягнути насамперед на засадах розвитку і саморозвитку студентів, поклавши в основу освітнього процесу кредитно-модульну систему навчання, використання інформаційно-комп'ютерних технологій, індивідуалізацію навчально-виховного процесу та посилення ролі самостійної роботи студентів. Дуже важливу роль тут має відіграти технічна і технологічна модернізація навчальних лабораторій та засобів навчання.

Міністерство освіти і науки України звертає особливу увагу викладачів закладів вищої освіти на необхідності зосередити зусилля на підготовку навчально-методичного та програмного забезпечення кредитно-модульної організації навчального процесу та організаційно-методичного забезпечення самостійної роботи студентів.

Завданням цього посібника є допомогти студентам в організації самостійної роботи при вивченні курсу “Механіка”. Тут подано програму навчальної дисципліни, в якій викладені вимоги до знань та умінь фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня “Бакалавр” напряму підготовки “Фізика”. Є тестові завдання (різних рівнів складності) і зразки модульних контрольних робіт до всіх модулів програмного матеріалу; варіанти завдань на екзамен за талоном № 2 і талоном № К. Подано зразок візитки навчальної дисципліни, яка є головним документом, що регламентує і організовує навчальну діяльність студента при вивченні цього курсу. А також викладено вимоги до знань та умінь, яких повинні набути студенти, виконавши лабораторний практикум з механіки.

Посібник буде корисним і для студентів напрямів підготовки “Комп'ютерні науки”, “Математика”, “Інформатика”, “Технологічна освіта”, “Професійна освіта”.

Курс загальної фізики у системі підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня “Бакалавр” напряму підготовки “Фізика” у педагогічному університеті є профільним. Його важливими є:

- формування знань про експериментальні факти, поняття, закони, теорії, методи фізичної науки та сучасної наукової картини світу;

- розкриття структурної невичерпності матерії і єдності її будови, універсальності важливих законів у фізиці, наступності фізичних теорій, співвідношення ролі теорії і практики в розвитку фізики;

- формування умінь самостійно здобувати й застосовувати знання, спостерігати й пояснювати фізичні явища, а також умінь користуватися підручником, довідковою та хрестоматійною літературою;

- формування експериментальних умінь: використовувати прилади та інструменти, обробляти результати вимірювань і робити висновки на основі експериментальних даних;

- формування умінь використовувати для створення математичних моделей фундаментальні закони природи.

Вивчення фізики здійснюється через прослуховування лекцій, виконання лабораторних робіт і розв’язування задач під час аудиторних занять. При підсумковій атестації студентів важливим є уміння розв’язувати задачі з фізики. Основи цих умінь закладаються на практичних заняттях з механіки та під час самостійного розв’язування задач у позааудиторний час.

У цьому посібнику подано методи розв’язування задач з усіх розділів механіки, задачі для самостійного розв’язування, зразки контрольних робіт до всіх модулів програми з механіки. Пропонуються положення про навчально-дослідницьке завдання з навчальної дисципліни та можлива тематика індивідуальних навчально-дослідницьких завдань з механіки.

У посібнику подано довідкові дані з механіки, які використовуються при розв’язуванні задач.

ЧАСТИНА 1

МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ВИВЧЕННЯ КУРСУ. ТЕМАТИЧНИЙ ТА ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ

1. ПРОГРАМА КУРСУ ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА. (МЕХАНІКА)

1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Дисципліна “Загальна фізика (Механіка)” відповідно до навчального плану та освітньої програми підготовки фахівців першого бакалаврського рівня спеціальності “014 Середня освіта (Фізика та астрономія)” вивчається у першому семестрі. Форма контролю – екзамен.

Метою даного розділу загальної фізики є вивчення найпростішої форми руху матерії, що зводиться до переміщення тіл або їх частин, швидкості яких малі порівняно зі швидкістю світла.

Завдання курсу:

- формування у студентів наукового світогляду, розуміння природи як цілісної системи;
- дослідне вивчення різних рухів та встановлення їх законів;
- ознайомлення студентів з фундаментальними явищами, які вивчає розділ “Механіка”, теоретичними та експериментальними методами фізичних досліджень, межами застосовності фізичних моделей і теорій;
- розкриття змісту законів механіки та вироблення умінь застосовувати теоретичний матеріал при розв’язуванні конкретних задач;
- вироблення умінь вірно висловлювати фізичні ідеї;

- формування умінь та навиків проведення фізичного експерименту, інтерпретації отриманих результатів та їх аналізу з точки зору фізичного змісту;
- вироблення навиків самостійної роботи.

Даний курс складається з лекцій, лабораторних та практичних занять. Передбачається проведення консультацій та самостійна поза аудиторна робота студентів з вивчення навчальної, методичної і наукової літератури.

На лабораторних роботах студенти виробляють уміння та набувають навиків складання плану експерименту та внесення до нього необхідних змін, опису методів та методик досліджень, проведення наукового експерименту; вивчають будову та принципи роботи приладів.

На практичних заняттях студенти набувають навиків застосування теоретичних знань при розв'язуванні фізичних задач.

Знання, отримані при вивченні даної дисципліни, студенти зможуть застосувати як при вивченні суміжних дисциплін, так і в подальшій науковій діяльності.

Виклад навчальної дисципліни і контроль досягнутих успіхів студентів здійснюється із застосуванням кредитно-модульної системи. Матеріал об'єднаний у три змістовні модулі. Для кожного модуля подається перелік основних понять, законів і принципів, які повинен знати студент, а також перелік основних умінь, яких він повинен набути. Модульна атестація охоплює теоретичні питання програми, вміння студентів самостійно розв'язувати задачі, а також досягнуті ними успіхи при виконанні лабораторних робіт.

2. ЗМІСТ ПРОГРАМИ

Розділ 1

ВСТУП

Матерія і рух, простір і час. Предмет і методи фізики. Зміст і структура фізики. Предмет і завдання класичної механіки. Фізичні величини і їх вимірювання. Системи одиниць. Розмірність фізичних величин.

1. Кінематика матеріальної точки

- 1.1. Задачі кінематики. Класичні уявлення про простір і час. Класифікація механічних рухів матеріальної точки. Радіус-вектор, вектори переміщення, швидкості і прискорення. Кінематичні рівняння. Принцип незалежності рухів. Додавання швидкостей і прискорень. Рух точки по колу. Кутова швидкість і прискорення. Лінійні і кутові величини, їх зв'язок. Рівняння рівномірного та нерівномірного рухів точки по колу.
- 1.2. Коливальний рух. Гармонійні коливання. Кінематичні характеристики коливальних рухів матеріальної точки. Зв'язок коливального й обертового рухів. Векторні діаграми. Додавання коливань. Фігури Ліссажу. Биття. Спектр коливань. Гармонічний аналіз. Поняття про теорему Фур'є.

2. Динаміка матеріальної точки

- 2.1. Завдання динаміки. Перший закон Ньютона та його наслідки. Інерціальні системи відліку. Сили в природі. Механічна сила. Фундаментальні взаємодії. Маса і її вимірювання. Адитивність і закон збереження маси. Другий і третій закони Ньютона. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Реактивний рух. Рух тіла із змінною масою. Рівняння Мещерського і Ціолковського. Перетворення Галілея і їх наслідки. Принцип відносності Галілея. Межі застосування механіки Ньютона.
- 2.2. Робота, потужність, енергія. Потенціальні та непотенціальні сили. Зв'язок сили з потенціальною енергією. Збереження повної енергії матеріальної точки в полі потенціальних сил.

Застосування законів збереження до пружного та непружного ударів.

3. Динаміка системи матеріальних точок

3.1. Система матеріальних точок. Замкнута система. Рух системи матеріальних точок. Центр мас (інерції). Координати центра мас (інерції). Рух центра мас. Закон збереження імпульсу і його наслідки. Енергія системи матеріальних точок. Консервативні і неконсервативні сили. Закон збереження механічної енергії у консервативній системі.

3.2. Момент імпульсу і момент інерції матеріальної точки. Момент сили. Закон збереження моменту імпульсу матеріальної точки і системи матеріальних точок. Зв'язок законів збереження з симетрією простору і часу. Роль законів збереження у фізиці.

***Основні знання і вміння, які повинен набутти студент
після вивчення розділу 1***

Студенти повинні ЗНАТИ

Поняття: матеріальна точка, відносність механічного руху, шлях, переміщення, швидкість, кутова швидкість, прискорення, кутове прискорення, маса, сила, вага, невагомість, імпульс, інерціальна система відліку, робота сили, потенціальна і кінетична енергія, центр мас.

Закони і принципи: закони Ньютона, принцип відносності Галілея, закон збереження імпульсу, закон збереження повної механічної енергії, правило свердлика, рівняння Меццеского.

Студенти повинні ВМІТИ

а) загальна компетентність:

- формулювати проблему, що розглядається;
- визначати мету і завдання дослідження;
- будувати одну або декілька робочих гіпотез дослідження з певної теми;
- відбирати попередні знання, необхідні для планування і виконання спостереження та інтерпретації його результатів;
- обирати одиниці фізичних величин для виконання вимірювань за даних умов.

б) компетентність, що відповідає предмету:

- *вимірювати й обчислювати* фізичні величини (час, віддаль, швидкість, прискорення, масу, силу, жорсткість, коефіцієнт тертя, імпульс, роботу, потужність, К.К.Д. механізмів);
- *експериментально* перевіряти закони збереження імпульсу та енергії, знаходити період коливань та визначати прискорення вільного падіння;
- *читати й будувати графіки* залежності кінетичних величин від часу;
- *розв'язувати задачі* на знаходження швидкості, прискорення, шляху і переміщення при рівноприскореному русі і при русі тіла по колу, маси, імпульсу, роботи, потужності, енергії, прискорення вільного падіння; розв'язувати задачі на закони збереження імпульсу та повної механічної енергії;
- *малювати чіткі малюнки* при розв'язанні задач із зазначенням векторів швидкості, прискорення, сили, імпульсу; використовувати довідкову літературу (таблиці фізичних величин, довідники з фізики та математики).

Розділ 2

4. Механіка твердого тіла

- 4.1. Тверде тіло як система матеріальних точок. Абсолютно тверде тіло. Поступальний і обертальний рух абсолютно твердого тіла. Обертання навколо нерухомої осі, момент сили відносно осі. Момент інерції і момент імпульсу твердого тіла. Поняття про миттєві осі обертання. Ступені вільності і зв'язки. Центр ваги.
- 4.2. Основне рівняння динаміки обертального руху. Пара сил. Момент пари сил. Теорема Штейнера. Рівняння моментів.
- 4.3. Кінетична енергія тіла, що обертається. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла і його наслідки. Обертання твердого тіла навколо нерухомої точки. Вільні осі обертання. Гіроскоп. Умови рівноваги твердого тіла. Види рівноваги.

5. Всесвітнє тяжіння

- 5.1. Рух планет. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння. Гравітаційна стала і її вимірювання. Важка та інертна маса. Їх еквівалентність. Поле тяжіння. Характеристики поля тяжіння.

Рух тіл в центральному гравітаційному полі. Космічні швидкості.

6. Рух в неінерціальних системах відліку (НІСВ)

6.1. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції. Сили інерції у рухомих поступально НІСВ та в НІСВ, що рівномірно обертаються. Доцентрова сила інерції. Сила Коріоліса. Прояв сил інерції на Землі.

7. Спеціальна теорія відносності (СТВ)

7.1. Обмеження класичної механіки Ньютона. Постулати Ейнштейна. Система відліку в СТВ. Відносність одночасності. Перетворення Лоренца. Відносність довжин та інтервалів часу. Єдність простору і часу.

7.2. Релятивістський закон додавання швидкостей. Релятивістський імпульс і другий закон Ньютона. Взаємозв'язок маси й енергії. Закони збереження у СТВ.

***Основні знання і вміння, які повинен набути студент
після вивчення розділу 2***

Студенти повинні ЗНАТИ

Поняття: момент інерції, момент сили, момент імпульсу, космічні швидкості, центр мас, гіроскоп.

Закони і принципи: закони Кеплера, закон всесвітнього тяжіння, основне рівняння обертального руху, теорема Штейнера, рівняння моментів, правило свердлика, закон збереження моменту імпульсу, умови рівноваги твердого тіла, формулу Цюлковського, формули сили інерції (у рухомих поступально НІСВ та в НІСВ, що рівномірно обертаються), формулу сили Коріоліса, постулати Ейнштейна, перетворення Лоренца, релятивістський закон додавання швидкостей, релятивістський другий закон Ньютона, формулу взаємозв'язку маси й енергії.

Студенти повинні ВМІТИ

а) загальна компетентність:

- формулювати проблему, що розглядається;
- визначати мету і завдання дослідження;
- складати план експерименту (послідовність дій і операцій під час експерименту) і вносити до нього зміни;
- описати методи й методику дослідження.

б) компетентність, що відповідає предмету:

- експериментально перевіряти основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла, визначати моменти інерції тіл (обруча і дошки), знаходити період коливань та визначати прискорення вільного падіння;
- розв'язувати задачі на знаходження моменту інерції, моменту сили, моменту імпульсу, космічних швидкостей; застосовувати перетворення Лоренца для знаходження релятивістської зміни довжини і проміжків часу, обчислювати релятивістську масу та імпульс, кінетичну і повну енергію релятивістської частинки, встановлювати взаємозв'язок маси й енергії, розв'язувати задачі на рух матеріальної точки в неінерціальних системах відліку.

Розділ 3

8. Сили пружності і сили тертя

- 8.1. Сили тертя. В'язке тертя. Рух тіла у в'язкому середовищі. Формула Стокса. Сухе тертя. Тертя спокою, ковзання і кочення. Значення сил тертя у природі і техніці.
- 8.2. Пружні властивості твердих тіл. Види пружних деформацій. Пружність і пластичність, межа пружності. Закон Гука для основних видів пружних деформацій. Модуль пружності, коефіцієнт Пуассона. Енергія і густина енергії пружної деформації. Пружний гістерезис.

9. Коливання і хвилі. Акустика

- 9.1. Рух під дією пружних і квазіпружних сил. Рівняння руху найпростіших механічних коливальних систем без тертя: пружинний, математичний, фізичний і кружильний маятники. Період і власна частота коливань. Енергія коливального тіла. Автоколивання.
- 9.2. Загасаючі коливання. Коефіцієнт загасання, логарифмічний декремент загасання, добротність, їх зв'язок з параметрами коливальної системи. Вимушені коливання. Диференціальне рівняння вимушених коливань та його розв'язки. Резонанс.
- 9.3. Поширення коливань в однорідному пружному середовищі. Поздовжні та поперечні хвилі. Фазова швидкість. Рівняння біжучої плоскої хвилі. Енергія і потік енергії хвилі. Вектор Умова. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі.

9.4. Природа звуку. Джерела і приймачі звуку. Об'єктивні та суб'єктивні характеристики звуку. Швидкість звуку. Ефект Доплера в акустиці. Ультразвук та його застосування. Поняття про інфразвук.

10. Механіка рідин і газів

10.1. Задачі гідроаеромеханіки. Тиск у рідинах і газах. Закони Паскаля і Архімеда. Умови плавання тіл.

10.2. Ідеальна рідина. Стаціонарний рух рідин. Рівняння нерозривності. Рівняння Бернуллі. Формула Торрічеллі. Реакція рідини, що витікає.

10.3. Рух в'язкої рідини. Формула Пуазейля. Ламінарна і турбулентна течія. Число Рейнольдса.

10.4. Рух тіл в рідинах і газах, сила лобового опору, підймальна сила крила літака.

***Основні знання і вміння, які повинен набути студент
після вивчення розділу 3***

Студенти повинні ЗНАТИ

Поняття: пружність, енергія пружної деформації, гідроаеромеханіка, ідеальна рідина, в'язка рідина, лобовий опір, підймальна сила, маятники (пружинний, математичний, фізичний, крутильний), коефіцієнт загасання, логарифмічний декремент, резонанс, поздовжні та поперечні хвилі, фазова швидкість, енергія та потік енергії, джерела та приймачі звуку, ультразвук, інфразвук.

Закони і принципи: закон Гука, залежність сили тертя ковзання від сили тиску, диференціальні рівняння коливальних систем (вільні, загасаючі та вимушені коливання), рівняння біжучої плоскої хвилі, вектор Умова, формулу Доплера, закони Паскаля і Архімеда, принцип нерозривності струмини, рівняння Бернуллі, формулу Торрічеллі, формулу Пуазейля, число Рейнольдса, формулу Стокса.

Студенти повинні ВМІТИ

а) загальна компетентність:

- в процесі створення моделі формувати допоміжні гіпотези;
- оцінювати межі використання ідеалізованих об'єктів при вивченні реальних фізичних систем;
- володіти уявленнями про використання аналогій при моделюванні фізичних процесів за певних умов;

- використовувати для створення математичних моделей фундаментальні закони природи (закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу).

б) компетентність, що відповідає предмету:

- *вимірювати й обчислювати* жорсткість пружини, коефіцієнт тертя;
- *експериментально визначати* модуль Юнга, логарифмічний декремент загасання пружини та камертона; застосовувати явище резонансу до дослідження коливань струни;
- *вміти визначати швидкість звуку в повітрі* методом інтерференції та методом акустичного резонансу, визначати швидкість звуку в твердих тілах;
- *вміти перевіряти рівняння Бернуллі*, досліджувати залежність підйомної сили крила літака від кута атаки та швидкості потоку повітря, визначати коефіцієнт в'язкості рідини й повітря;
- *розв'язувати задачі* на витрату рідини в трубці течії, знаходити динамічний, статичний, гідростатичний тиски; знаходити швидкість витікання рідини з малого отвору у відкритій широкій посудині, обчислювати число Рейнольдса, силу Стокса; розв'язувати задачі на використання формули Пуазейля, закону Гука;
- обчислювати зміщення, швидкість, прискорення і енергію частинки, яка здійснює гармонічні коливання (вільні та загасаючі), розв'язувати задачі на додавання гармонічних коливань (одного напрямку та взаємно перпендикулярних), обчислювати швидкість поширення хвиль у пружному середовищі, визначати умови максимуму і мінімуму при інтерференції та вузли і пучності стоячої хвилі, розв'язувати задачі на ефект Доплера та потік енергії хвилі (вектор Умова);
- *будувати графіки* параметрів коливальних рухів від часу, біжучої і стоячої плоских хвиль.

2. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕРІАЛУ, ЩО ВІНОСИТЬСЯ НА МОДУЛЬНІ КОНТРОЛІ

2.1. Розділ 1

2.1.1. Вступ

Методичні поради

При розгляді питань, що зазначені у вступі, треба звернути увагу, що фізика належить до природничих наук. Її предметом є вивчення найзагальніших властивостей матерії, найпростіших видів матерії і властивих їм форм руху. А рух матерії обов'язково відбувається у просторі і часі. Усвідомлюючи реальність усіх об'єктів, які вивчає фізика, перед нами неминуче постає питання про види матерії. Потрібно звернути увагу на те, що більшість авторів (фізиків і філософів) у тій чи тій формі визнають правомірність виділення речовини (частинок) і поля як окремих видів матерії.

Але розвиток квантової електродинаміки довів неправомірність протиставлення речовини (частинок) і поля та, відповідно, умовність поділу матерії на ці види. Адже з погляду сучасної теорії всі “звичайні частинки” треба розглядати як кванти відповідних полів.

Також треба звернути увагу, що у сучасній фізиці свої класичні риси втратили і частинки. Відомо, що класична частинка – безструктурна. Вона має строгу локалізацію у просторі і рухається по певній траєкторії. Водночас за сучасними поглядами елементарні частинки не мають строгої локалізації. Наприклад, електрон внаслідок випромінювання і поглинання фотонів є ніби огорненим хмарою фотонів і невіддільний від неї. Тому він уже не є точковою частинкою зі строгою локалізацією.

Отже, тепер вже не можна сказати, що фотон – це поле, а електрон – частинка. Частинка тепер – це лише особливий збуджений стан поля, квант поля. Різниця між ними – це різниця між двома станами однієї і тієї самої фізичної реальності. Поняття частинки і поля, які раніше зараховували до різних фізичних об'єктів, тепер зливаються в єдиному понятті квантового поля як особливі форми існування матерії.

Нагадаємо, що фізика встановлює загальні закони, які використовують всі інші природничі науки і техніка. Зв'язок фізики з усіма природничими науками є двостороннім. У своєму розвитку фізика використовує досягнення інших наук про природу, а досягнення фізики, зі свого боку, є базою для розвитку природничих наук.

Починаючи вивчати фізику, маємо пам'ятати, що перед нами стоять такі завдання:

- 1) дослідження явищ природи і встановлення законів, яким вони підлягають;
- 2) встановлення причиново-наслідкового зв'язку між відкритими щойно явищами і явищами, вивченими раніше;
- 3) використання одержаного знання для подальшого активного впливу на природу.

Вивчення фізики розпочинається із вивчення найпростіших форм руху матерії, що зводиться до переміщення тіл або їх частин одних відносно інших. Розділ фізики, який вивчає такі рухи, як відомо, називається механікою.

Маємо пам'ятати, що класична механіка вивчає рухи макроскопічних тіл, швидкості яких малі порівняно зі швидкістю світла. В її основі лежать закони механіки, відкриті І. Ньютоном. Механіка поділяється на кінематику і динаміку. У кінематиці вивчаються переміщення тіл залежно від часу без урахування їх маси і сил, що діють на них. У динаміці ж вивчаються рухи тіл під дією прикладених до них сил. Механічні рухи різних тіл і їх частин бувають різноманітні. Завдання механіки полягає у досконалому вивченні цих рухів та у встановленні їх законів. Для опису руху тіла використовують аналітичний і графічний методи. При цьому абстрагуються від тіла до матеріальної точки або системи матеріальних точок. Рух матеріальної точки буде визначено, якщо будуть знайдені координати точки як функції від часу:

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t).$$

Для характеристики механічних рухів і явищ використовують певні величини, які ще мають назву “фізичні величини”. До них, у

першу чергу, відноситься вектор переміщення, шлях, швидкість, прискорення, сила тощо.

Треба звернути увагу на те, що вимірювання будь-якої величини зводиться до порівняння її з однорідною величиною, взятою за одиницю вимірювання. У механіці є три основні одиниці: метр (одиниця довжини), секунда (одиниця часу) і кілограм (одиниця маси). Пам'ятаємо, що у фізиці треба вимірювати багато різних величин. Усі вони відображають властивості матерії, її руху і тому перебувають у певних залежностях. Виходячи з цього, Гаусс у 1832 р. дійшов висновку, що коли встановити довільно одиниці для деяких найважливіших величин, наприклад, довжини, маси і часу, як уже сказано вище, то для решти величин можна знайти похідні від них одиниці і так одержати певну систему одиниць. У 1960 році на XI Генеральній конференції мір і ваги було прийнято міжнародну систему одиниць (СІ), яку у фізиці використовують і тепер.

Дуже важливим є розуміння, за якими критеріями вибрані основні одиниці: метр, кілограм і секунда. Наприклад, *метр* визначається як довжина, яка дорівнює 1650763,73 довжини хвилі у вакуумі випромінювання, що відповідає переходу між рівнями $2p_{10}$ і $5d_5$ атома криптону 86. Метр приблизно дорівнює $1/40\,000\,000$ частка довжини земного меридіана ($1\text{ км} = 10^3\text{ м}$; $1\text{ см} = 10^{-2}\text{ м}$; $1\text{ мм} = 10^{-3}\text{ м}$; $1\text{ мкм} = 10^{-6}\text{ м}$).

Потрібно звернути увагу на розмірність фізичних величин. Співвідношення, яке показує, як змінюється одиниця якої-небудь величини при зміні основних одиниць, називається розмірністю цієї величини. Для позначення розмірності фізичних величин використовують їх буквене позначення, взяті у квадратні дужки: $[v]$, $[a]$, $[F]$ тощо. Для розмірностей основних величин використовують спеціальні позначення: для довжини – L , для маси – M і для часу – T , тобто $[l] = L$; $[m] = M$; $[t] = T$.

Із використанням вказаних позначень розмірностей основних величин, розмірність будь-якої фізичної величини буде мати вигляд: $L^\alpha M^\beta T^\gamma$, де α , β , γ – цілі числа. Наприклад, $[v] = LT^{-1}$. Написане співвідношення називається формулою розмірності, а його права

частина – розмірністю відповідної величини (у даному випадку розмірністю швидкості).

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте основні задачі фізики, і механіки також.
2. Що називають вимірюванням фізичних властивостей?
3. Що таке фізична величина?
4. Які основні одиниці використовують у системі СІ? Які з них використовують у механіці?
5. Що приймають за еталон одиниці часу, довжини, маси?
6. Назвіть деякі позасистемні одиниці, які використовуються у механіці.
7. Поясніть у чому полягає суть аналізу розмірностей фізичних величин для встановлення функціональної залежності між ними.

2.1.2. Кінематика матеріальної точки

Методичні поради

Вивчаючи цей розділ треба пам'ятати про дві задачі кінематики: пряму і обернену. *Пряма задача* полягає у тому, що за відомою загальною картиною руху знаходять стан руху тіла для кожного моменту часу або, інакше кажучи, за відомою траєкторією і законом руху знаходять швидкість і зміну цієї швидкості для кожного моменту часу і для кожної точки траєкторії. *Обернена задача* полягає у тому, що за відомим початковим положенням, початковою швидкістю і її зміною для кожного моменту часу знаходять траєкторію і закон руху тіла.

Потрібно звернути увагу на властивості простору і часу, з яких явно чи неявно виходить класична фізика:

- *тривимірність простору* (довжина, ширина, висота, вперед, назад, вгору, вниз, вправо, вліво) *й* *одновимірність часу* (для визначення моменту часу необхідна одна величина – проміжок часу від початкового моменту, раніше або пізніше певного моменту);
- *оборотність простору і необоротність часу*. (у будь-яку точку простору можна потрапити скільки завгодно разів – простір

оборотний; час необоротний: він тече від минулого через теперішнє до майбутнього);

- *однорідність простору й часу* (фізичне явище можна точно відтворити у довільний наступний момент часу; факти, які були твердо встановлені наукою колись, повинні бути підтверджені і тепер; фізичні явища при тих самих умовах, але в різних місцях простору протікають однаково);
- *ізотропність простору*. (у просторі рівноправні не лише всі точки, але й усі напрямки; такого не можна сказати про час – повернутися в минуле неможливо).

Пізніше, вивчаючи закони збереження імпульсу, моменту імпульсу і повної механічної енергії, ми побачимо, як ті закони тісно пов'язані з основними властивостями простору і часу.

Пам'ятаємо, що опис будь-якого руху має сенс тільки стосовно будь-якого тіла (яке називають тілом відліку). З цим тілом відліку можна зв'язати довільну систему координат. У кінематиці часто використовують прямокутну (декартову) систему. Уважно потрібно вивчати основні характеристики руху матеріальної точки (вектор переміщення, радіус-вектор, швидкість і прискорення). Треба запам'ятати, що визначає тангенціальне прискорення, а що – нормальне. Звертаємо увагу на те, що тангенціальне і нормальне прискорення можуть бути ознакою різних рухів, наприклад:

- 1) $a_t = \text{const}$ – рівнозмінний рух;
- 2) $a_t = 0$; $a_n \neq 0$ – рівномірний криволінійний рух;
- 3) $a_t = 0$; $a_n = \text{const}$ – рівномірний рух по колу тощо.

Звертаємо увагу на те, що рух матеріальної точки буде визначено тільки тоді, коли будуть знайдені координати точки як функції від часу:

$$x = x(t), \quad y = y(t) \quad \text{і} \quad z = z(t).$$

Ці рівняння називаються кінематичними рівняннями руху матеріальної точки.

Щоб одержати рівняння траєкторії, потрібно з цих рівнянь виключити час.

Якщо тіло бере участь одночасно у кількох рівномірних рухах, кожен з яких характеризується вектором швидкості $\vec{v}_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots$),

то результуючий рух тіла буде рівномірним із швидкістю $\vec{v}$, що дорівнює векторній сумі складових швидкостей: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots$. Для двох складових результуючу швидкість можна визначити за *правилом паралелограма*: швидкість результуючого руху зображається діагоналлю паралелограма, побудованого на складових швидкостях. Беручи до уваги справедливість векторного додавання, говорять, що для механічних рухів є справедливим принцип незалежного додавання (або принцип незалежних рухів): *окремі рухи, в яких одночасно бере участь тіло у даній системі відліку, не впливають один на одного, і всі величини, що характеризують ці рухи, додаються як незалежні*. Зважаючи на це необхідно уважно розглянути рух тіла, кинутого горизонтально і тіла, кинутого під кутом до горизонту.

Важливо звернути увагу на те, що при дослідженні рухів часто виникає потреба переходити від однієї системи відліку $K(x, y, z)$ до іншої $K'(x', y', z')$, приймаючи, що система K' рухається відносно системи K рівномірно і прямолінійно зі швидкістю $\vec{v}$. Тут мова йде про перетворення Галілея, які записуються так

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'.$$

Використавши ці рівняння, проєкції швидкостей ($\vec{u}, \vec{u}'$) і прискорень ($\vec{a}, \vec{a}'$) рухомої точки на осі координат набувають вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{dx'}{dt} + v; & \frac{dy}{dt} &= \frac{dy'}{dt}; & \frac{dz}{dt} &= \frac{dz'}{dt}; & \vec{u} &= \vec{u}' + \vec{v} \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{d^2x'}{dt^2}; & \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{d^2y'}{dt^2}; & \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{d^2z'}{dt^2}; & \vec{a} &= \vec{a}' \end{aligned} \right\}$$

Отже, якщо відомі положення і швидкість точки в одній системі відліку, то можна знайти її положення і швидкість в іншій. Прискорення точки в обох системах буде однаковим. Цей висновок виконується для всіх систем, які рухаються одна відносно одної рівномірно і прямолінійно.

Вивчаючи рух матеріальної точки по колу, треба особливо звернути увагу на нові величини, які описують цей рух (вектор кутового зміщення, кутова швидкість, кутове прискорення). Треба

запам'ятати, що ці величини належать до так званих аксіальних векторів, напрям яких визначають за правилом правого свердлика або за правилом, яке визначає напрям вектора $\vec{c}$ згідно з векторним добутком векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$: $\vec{c} = [\vec{a} \vec{b}]$.

Треба вміти одержати зв'язок між лінійними і кутовими величинами, що описують рух точки по колу, а також використовувати кінематичні рівняння обертового руху при розв'язуванні різноманітних задач.

Вивчаючи коливальні рухи треба обмежитися гармонічними коливаннями. Вміти визначати кінематичні характеристики коливальних рухів матеріальної точки. Вміти використовувати векторні діаграми при додаванні коливань. Треба пам'ятати, що додавання механічних коливань ще не один раз нам знадобляться для розуміння фізичних явищ (електромагнітні коливання, поляризація світла тощо).

Отже, підсумовуючи сказан, нагадуємо ще раз про задачі, які розв'язуються у кінематиці.

Задача 1. Задано закон руху матеріальної точки. Треба знайти швидкість і прискорення.

Ця задача розв'язується за допомогою операції диференціювання.

Нехай радіус вектор рухомої точки задається рівнянням

$$\vec{r} = \vec{f}(t),$$

що відповідає трьом скалярним рівнянням:

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t).$$

Диференціюючи один раз по часу, знаходимо проєкції швидкості на відповідній осі координат:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} f_1(t), \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} f_2(t), \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} f_3(t).$$

А швидкість дорівнює:

$$\vec{v} = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt}.$$

Використавши ще раз операцію диференціювання, знаходимо прискорення:

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(f_1(t)); \quad a_y = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(f_2(t));$$

$$a_z = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(f_3(t)); \quad \vec{a} = \vec{i} \frac{d^2 x}{dt^2} + \vec{j} \frac{d^2 y}{dt^2} + \vec{k} \frac{d^2 z}{dt^2}.$$

Задача 2. Відомо прискорення матеріальної точки. Треба знайти закон зміни швидкості і переміщення. Ця задача обернена до першої, її розв'язують інтегруванням.

Із умови, що $\vec{a} = \vec{f}(t)$; $d\vec{v} = \vec{a}dt$ ($\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$), знаходимо:

$$\vec{v} = \int \vec{a}dt + \vec{C}_1 = \vec{\varphi}(t) + \vec{C}_1,$$

де $\vec{C}_1$ – стала інтегрування, для її визначення має бути відома швидкість в деякий момент (початкова умова).

Але $d\vec{r} = \vec{v}dt$, тому повторне інтегрування дає:

$$\vec{r} = \int \vec{\varphi}dt + \vec{C}_1 t + \vec{C}_2,$$

де $\vec{C}_2$ – ще одна постійна інтегрування, для знаходження якої треба знати ще одну початкову умову, наприклад, радіус-вектор в деякий момент часу. У процесі обчислення векторні функції можна замінити трьома скалярними. Отже, для розв'язування другої задачі треба мати дві початкові умови, тобто додаткові дані фізичного характеру.

Питання для самоконтролю

1. Як ви знаєте способи опису руху матеріальної точки?
2. Що називають швидкістю рівномірного прямолінійного руху?
3. При яких умовах довжина вектора переміщення буде дорівнювати шляху, пройденому матеріальною точкою?
4. Що називають миттєвою швидкістю нерівномірного руху?
5. Що називають прискоренням рівномірного руху?
6. Який зв'язок існує між швидкістю і положенням точки на траєкторії при рівномірному русі?

7. Що називають тангенціальним прискоренням? Що воно характеризує при криволінійному русі? Як направлений вектор тангенціального прискорення?
8. Що називають нормальним прискоренням? Що воно характеризує? Куди він направлений?
9. Як модуль повного прискорення пов'язаний з модулями тангенціального та нормального прискорень?
10. Що називають кутовою швидкістю руху точки по колу?
11. Який існує зв'язок між лінійною і кутовою швидкістю при рівномірному русі точки по колу?
12. Що називають кутовим прискоренням рівнозмінного руху по колу?
13. Який зв'язок існує між тангенціальним прискоренням a_t і кутовим прискоренням β ?
14. Як записується закон рівнозмінного руху точки по колу через кутові величини?
15. Запишіть формулу зв'язку між векторами лінійної та кутової швидкості.
16. Запишіть формулу зв'язку між векторами нормального прискорення, кутової та лінійної швидкості.
17. Який рух називають коливальним?
18. Запишіть формули зміщення матеріальної точки, швидкості та прискорення при коливальному русі.

2.1.3. Динаміка матеріальної точки

Методичні поради

Починаючи вивчення цього розділу треба звернути увагу на те, що у кінематиці ми вивчали загальні властивості механічного руху. Наступне пізнання механічного руху полягає у виявленні причин, що змінюють стан руху, у вивченні закономірних зв'язків між кількісними характеристиками причин руху і його кінематичними характеристиками.

Динаміка також розв'язує дві задачі. *Пряму задачу*: за відомим рухом тіл знайти сили, які викликають ці рухи. І *обернену задачу*: за

відомими силами і початковими умовами знайти прискорення і розрахувати рух тіл.

Динаміка вивчає стан руху матеріальних тіл як результат взаємодії між ними. Основою для розв’язання задач динаміки у класичній механіці є три закони Ньютона та принцип незалежної дії сил.

Вивчаючи закони Ньютона треба пам’ятати, що система координат, у якій виконується перший закон Ньютона (закон інерції), називається інерціальною системою. А будь-яка система, що рухається рівномірно і прямолінійно відносно інерціальної, також є інерціальною, а та, що рухається з прискоренням або по криволінійній траєкторії, – неінерціальна.

Тут потрібно зробити наголос на тому, що ще Галілей зробив висновок, що ніякими механічними дослідями, виконаними всередині замкнутої системи, не можна встановити, чи ця система нерухома, чи перебуває у стані *рівномірного і прямолінійного руху*. Цей висновок дістав назву принципу відносності Галілея.

Пізніше Ейнштейн розширив цей висновок: не можна встановити, чи рухається інерціальна система, чи вона нерухома, взагалі ніякими фізичними дослідями, виконаними всередині системи (зокрема оптичними і електричними).

Треба звернути увагу на різні формулювання другого закону Ньютона. Його краще читати так: зміна імпульсу тіла дорівнює одержаному ним імпульсу сили і має однаковий з ним напрям:

$d\vec{p} = \vec{F}dt$. Пам’ятаємо, що сила – це величина, що характеризує зовнішню дію на тіло. Сучасна наука надійно встановила поки що тільки чотири види взаємодій, що існують у природі: гравітаційні, електромагнітні, слабкі і ядерні (сильні) взаємодії. Тому вживаючи терміни “сила тертя”, “сила реакції”, “сила пружності”, “доцентрова сила” ми не розкриваємо природу цих сил, а характеризуємо тільки їх зовнішні прояви.

У цьому розділі особливу увагу треба звернути на важливу фізичну величину, що визначає властивості матерії, масу тіла.

Початкове поняття про масу як міру кількості речовини склалося з потреб практики ще до встановлення основних законів механіки. У процесі товарного обміну люди порівнювали тіла за їх вагою і навіть

Галілей ототожнював поняття маси і ваги. Згодом було встановлено, що вага тіла змінюється залежно від географічної широти. Провівши серію дослідів, Ньютон встановив, що відношення сили тяжіння до прискорення вільного падіння цього тіла у пустоті є сталою величиною, яка не залежить від положення тіла на земній поверхні. Під цією сталою і незмінною величиною стали розуміти масу тіла. Вона характеризує гравітаційні властивості речовини і її ще називають гравітаційною масою.

А перший закон механіки встановив ще одну загальну властивість речовини – інертність. На дослідах встановлено, що відношення будь-якої сили до прискорення, якого вона надає даному тілу, є сталою величиною і не залежить від походження сили. Під цією сталою і незмінною величиною стали розуміти масу тіла як міру інертності речовини. Тому її ще називають інертною масою.

Численні досліди показали, що для будь-яких двох тіл відношення мас тяжіння дорівнює відношенню їх інертних мас.

Звертаємо увагу на те, що у класичній фізиці пропорційність гравітаційної маси й інертної маси уявляється випадковою, бо властивість інерції і закони механіки зберігають свій зміст і без сили тяжіння. Лише у теорії відносності можна з'ясувати зв'язок між законами механіки і законом тяжіння, прямим наслідком якого є пропорційність гравітаційної й інертної мас. Саме тому у фізиці не розрізняють числових значень гравітаційної та інертної мас.

Ньютон встановив, що сили, як і прискорення, додаються векторно, а маса має властивість адитивності, тобто якщо із тіл масами $m_1, m_2, \dots$ утворити одне тіло, то його маса буде дорівнювати:

$$m = \sum_{i=1}^k m_i .$$

Ньютон також встановив, що маса тіл не залежить від його стану (зокрема, від швидкості). У наші дні з'ясувалося, що при внутрішніх процесах маса тіла може змінюватися. Але у межах класичної механіки закон збереження маси можна вважати справедливим.

У цьому розділі вивчається також один з найважливіших законів природи – закон збереження імпульсу: при будь-яких взаємодіях між

точками ізольованої системи векторна сума їх імпульсів залишається сталою. Треба пам'ятати, що на законі збереження імпульсу ґрунтується принцип роботи сучасної реактивної техніки.

У цьому розділі також вивчаємо закон всесвітнього тяжіння і рух тіла, маса якого змінюється. Треба пам'ятати, що рівняння Мещерського має ширшу область застосування, ніж другий закон Ньютона. Треба вміти використати рівняння Мещерського для одержання формули Ціолковського. Звертаємо увагу на неможливість використання одноступеневих ракет для космічних польотів.

Підсумовуючи вивчений матеріал з цього розділу треба чітко пам'ятати про межі застосування законів класичної механіки і те, що закон збереження імпульсу, як і закон збереження та перетворення енергії, – універсальні закони природи, зв'язані з однорідністю простору та часу, відповідно.

У цьому розділі ми також вивчаємо механічну роботу, енергію та потужність. Треба звернути особливу увагу на рух тіл у полі потенціальних (консервативних) сил. Вміти одержати закон збереження повної механічної енергії і вміти знаходити зміну повної механічної енергії, якщо система незамкнута.

І, нарешті, достатньо уваги треба приділити розв'язуванню задач на закони Ньютона та закони збереження імпульсу і енергії, врахувавши дію сил тертя, всесвітнього тяжіння, пружних сил тощо.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте перший закон Ньютона. Який фізичний зміст цього закону?
2. Які системи відліку називають інерціальними, які неінерціальними?
3. Чому система відліку, пов'язана із Землею, строго кажучи, не є інерціальною?
4. Що таке інертність тіла? Інерція?
5. Яка фізична величина є мірою інертності тіла?
6. Чому на практиці тіло, залишене само на себе, не зберігає як завгодно довго свою швидкість?
7. Який зміст має поняття сили в ньютонівській механіці?

8. Яка різниця між ньютонівськими силами та силами інерції?
9. Сформулюйте другий закон Ньютона. Запишіть формули другого закону Ньютона (які ви знаєте) і поясніть їх.
10. У чому полягає принцип незалежної дії сил? Які наслідки випливають з нього?
11. Сформулюйте третій закон Ньютона. Як треба розуміти рівність $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$?
12. Що називають імпульсом тіла? Сформулюйте закон збереження імпульсу та запишіть формули.
13. Що називають імпульсом сили?
14. Який рух називають реактивним?
15. Запишіть рівняння руху точки, маса якої змінюється. Поясніть його.
16. Виведіть формулу Ціолковського.
17. Чому не можна досягнути космічних швидкостей за допомогою одноступеневої ракети?
18. Як обчислити роботу сталої сили?
19. Що називають потужністю? Виведіть формулу $N = \vec{F}\vec{v}$.
20. Якими одиницями вимірюється робота і потужність у системі СІ?
21. Які сили називають консервативними?
22. Що називають кінетичною енергією тіла? Якими одиницями вимірюється кінетична енергія? Чому?
23. Сформулюйте теорему про зміну кінетичної енергії.
24. Що називають потенціальною енергією? Від чого вона залежить?
25. Установіть зв'язок роботи сили зі зміною потенціальної енергії.
26. У чому суть закону збереження механічної енергії матеріальної точки, що рухається у потенціальному полі?
27. Що називають потенціальним бар'єром? Замалюйте графік потенціальної енергії тіла, що має одну ступінь вільності?
28. Сформулюйте і запишіть закон збереження механічної енергії для замкнутої системи: а) у якій діють тільки консервативні сили; б) у якій діють консервативні та неконсервативні сили.
29. Сформулюйте закон збереження механічної енергії для незамкнутої системи. Запишіть його.

30. Який існує зв'язок між консервативною силою і потенціальною енергією?
31. Як обчислити роботу сили, що змінюється?
32. Чому сили, які діють в центральному полі, є консервативними?
33. Який удар називають непружним? Як обчислити енергію, що перетворюється в тепло при абсолютно непружному ударі?
34. Який удар називають пружним? Запишіть формули, за якими знаходять швидкості двох взаємодіючих тіл при абсолютно пружному ударі.
35. Які інтеграли руху є в механіці? Як вони пов'язані з властивостями простору та часу?
36. Які відбуваються перетворення енергії, коли куля вилітає із гвинтівки при пострілі і коли кулі трапляється на шляху перешкода?

2.1.4. Динаміка системи матеріальних точок

Методичні поради

Переходячи від механіки матеріальної точки, до механіки твердого тіла, ми, по суті, переходимо до тих задач, де треба враховувати форму і розміри тіла. Розглядатимемо тверде тіло як певну систему матеріальних точок. А вже знаючи основні закони руху матеріальної точки, будемо шукати деякі загальні характеристики для руху твердого тіла загалом.

Звертаємо увагу на те, що під рухом твердого тіла назагал розуміють рух центра його маси (центра інерції). Центром мас системи матеріальних точок називають таку точку, в якій зібралася б уся маса системи матеріальних точок, якби вони взаємодіяли з нескінченно зростаючими силами притягання. Потрібно вміти знаходити координати центра мас системи матеріальних точок ($x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$;

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}).$$

Пам'ятаємо, що для кожної матеріальної точки із системи великого числа таких точок виконується другий закон динаміки. І,

якщо ці рівняння просумувати, то похідна від повного імпульсу системи точок буде дорівнювати сумі всіх зовнішніх сил, що діють на точки системи:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n) = \sum \vec{F}_i.$$

Або $\frac{d}{dt}(M\vec{v}) = \sum \vec{F}_i$. Це рівняння називається законом руху центра мас системи матеріальних точок: центр мас системи рухається так, наче у ньому зосереджена вся маса системи і до нього прикладені всі зовнішні сили, що діють на систему.

Перед тим як перейти до виведення закону збереження імпульсу системи матеріальних точок, з'ясуємо, що сума всіх внутрішніх сил, які діють між точками системи, дорівнює нулю. Тому, записуючи другий закон Ньютона для кожної матеріальної точки і для системи точок, маємо пам'ятати, що мова йде про замкнуту систему матеріальних точок (тобто всі сили, які діють між точками системи є внутрішніми), тобто $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$. Тоді $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}$. Або: імпульс замкнутої системи матеріальних точок є величина постійна незалежно, які зміни всередині системи відбуваються.

Ввівши поняття консервативної сили, треба розглянути закон збереження енергії для вільної частинки, для частинок, що перебувають у полі консервативних сил, та зміну енергії частинок у зовнішньому полі неконсервативних сил.

Вивчаючи обертовий рух матеріальної точки треба особливу увагу звернути на нові фізичні величини, які його характеризують: момент імпульсу, момент інерції та момент сили. Уважно розглянути вектор сили: його напрям, модуль. З'ясувати, яка складова вектора сили забезпечує обертовий рух точки навколо осі. Вміти одержати математичний запис закону збереження моменту імпульсу та вміти знаходити його зміну, якщо момент зовнішніх сил не дорівнює нулю.

Завершуючи вивчення цієї теми, треба чітко зрозуміти зв'язок законів збереження із властивостями простору і часу та роль цих законів у фізиці.

Питання для самоконтролю

1. Наведіть приклади, коли реальні об'єкти можна розглядати як систему матеріальних точок.
2. Що називають імпульсом системи?
3. Доведіть, що сума всіх внутрішніх сил системи матеріальних точок дорівнює нулю.
4. Сформулюйте закон збереження імпульсу системи матеріальних точок.
5. Що таке центр мас системи?
6. Чи можна центр мас визначити як точку простору, відносно якої імпульс системи матеріальних точок дорівнює нулю? Чому?
7. Сформулюйте закон збереження імпульсу, використовуючи поняття швидкості центра мас системи матеріальних точок.
8. Запишіть другий закон Ньютона системи матеріальних точок.
9. Що називають моментом інерції матеріальної точки відносно осі?
10. Що називають моментом інерції тіла відносно осі?
11. Що називають моментом сили відносно осі?
12. Що називають моментом імпульсу відносно осі?
13. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу системи матеріальних точок.
14. Поясніть зв'язок закону збереження імпульсу системи матеріальних точок із однорідністю простору.
15. Обґрунтуйте обумовленість закону збереження моменту імпульсу системи ізотропністю простору.
16. Поясніть зв'язок закону збереження енергії системи матеріальних точок із однорідністю часу.

2.2. Розділ 2

2.2.1. Механіка твердого тіла

Методичні поради

Починаючи вивчати матеріал цього розділу, нам потрібно звернути увагу на те, що, переходячи від механіки матеріальної точки до механіки твердого тіла, ми переходимо до тих задач, при

розв'язання яких необхідно враховувати форму і розміри тіла. У цьому розділі для спрощення розглядається абсолютно тверде тіло, тобто таке, яке під дією прикладених до нього сил зовсім не деформується.

Тверде тіло розглядається як система матеріальних точок, віддали між якими не змінюються під час руху. А вже знаючи основні закони руху матеріальної точки, можемо знаходити деякі загальні характеристики для руху твердого тіла загалом.

Будь-який складний рух тіла можна розкласти на два рухи: поступальний рух (разом з центром маси) і обертальний рух (навколо центра маси). Поступальним називають такий рух твердого тіла, коли пряма проведена між двома точками тіла, при його русі переміщується паралельно сама до себе. У обертальному русі всі точки твердого тіла рухаються по колах, центри яких лежать на нерухомій прямій, яка називається віссю обертання. Звертаємо увагу на те, що в обертальному русі різні точки тіла переміщуються з різними лінійними швидкостями, але всі вони мають однакову кутову швидкість і однакове кутове прискорення. Кутова швидкість і кутове прискорення є характеристиками обертального руху твердого тіла.

Треба особливу увагу звернути на те, що у динаміці обертального руху твердого тіла з нерухомою віссю обертання достатньо враховувати тільки сили або їх складові, що лежать у площині обертання (сили, що є дотичними до траєкторій точок, з яких складається дане тіло). На обертання тіла, зокрема, не впливає сила, перпендикулярна до площини обертання (паралельна до осі обертання). Результат дії сили в обертальному русі тіла залежить не тільки від величини сили, але і від відстані її від осі обертання, тобто від моменту сили. Момент сили – це аксіальний вектор, який виражається векторним добутком $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$, де $\vec{r}$ – радіус вектор точки прикладання сили відносно точки O , що лежить на осі обертання тіла.

У цьому розділі ми вперше зустрічаємо таку фізичну величину, як момент інерції (момент інерції точки, момент інерції тіла). Треба пам'ятати, що момент інерції, як і момент сили визначають відносно конкретних осей. Величина $J = \sum m_i r_i^2$ називається моментом інерції

тіла відносно вибраної осі обертання, а вираз $m_i r_i^2$ – моментом інерції матеріальної точки відносно тієї ж осі.

Момент інерції є мірою інертності тіла в обертальному русі.

Знайшовши залежність між результуючим моментом сил, що діють на тіло, і кутовим прискоренням обертального руху тіла, ми одержуємо вираз $\vec{M} = (\sum m_i r_i^2) \vec{\beta}$, який має назву основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла. Звертаємо увагу на те, що це рівняння є аналогічним до рівняння динаміки поступального руху $\vec{F} = m \vec{a}$. Але для обертального руху сила замінюється моментом сили, лінійне прискорення – кутовим, а маса як міра інертності – моментом інерції тіла. При сталому моменті інерції тіла, кутове прискорення прямо пропорційне результуючому моменту діючих сил (якщо $\vec{M} = 0$, то $\vec{\beta} = 0$ і тіло перебуває у стані спокою або рівномірного обертального руху). Рівняння $\vec{M} = J \vec{\beta}$ ще називають рівнянням моментів.

Треба звернути увагу, що, вивчаючи обертовий рух тіла, ми обмежуємося рухами, що відбуваються лише навколо однієї осі. Але ця вісь може бути нерухома (наприклад, вісь ротора нерухомої електричної машини); вісь може переміщуватися у просторі (наприклад, вісь обертання колеса, що котиться по дорозі, у кожен момент збігається з лінією дотикання колеса з дорогою (миттєва вісь)); нарешті, вісь може бути вільною (наприклад, у колеса, що скочується по похилій площині вісь обертання проходить через центр мас і рухається разом з колесом).

Дослідами встановлено, що тіло, яке обертається навколо осі, що проходить через центр мас, при відсутності зовнішніх впливів на нього, зберігає обертання нескінченно довго. Цей висновок є аналогічний до першого закону Ньютона для поступального руху (центр мас тіла у цьому випадку або нерухомий, або рухається рівномірно і прямолінійно, так що повний механічний імпульс тіла не змінюється).

Оскільки число можливих осей обертання дуже велике, то і таке ж велике число моментів інерції, при цьому жоден з них не може

дорівнювати нулю, бо всі елементарні моменти інерції додатні ($m_i r_i^2$). Моменти інерції відносно осей, що проходять через центр мас (центр інерції), називаються головними моментами інерції.

Момент інерції тіла відносно осі довільної осі z визначається виразом: $J = \sum \Delta m_i r_i^2$. Для суцільного тіла ця формула є наближеною, але точнішою, якщо число Δm_i елементів – велике. У граничному випадку, коли тіло розбивається не безмежно велику кількість нескінченно малих елементів з масами dm , ця сума переходить в інтеграл: $J = \int r^2 dm$. За підручниками потрібно вивчити матеріал, де вказано як обчислити моменти інерції деяких тіл, які найчастіше зустрічаються при розв’язування задач. Потрібно звернути увагу на теорему Штейнера, яка дає можливість знайти момент інерції тіла відносно будь-якої іншої осі, паралельної до осі, що проходить через центр мас ($J = J_c + md^2$, де J_c – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас, m – маса тіла, d – віддаль між осями).

У цьому розділі також треба звернути увагу на формулювання закону збереження моменту імпульсу. При обертальному русі тіла кожна його частина масою m_i описує коло, радіусом r_i , маючи при цьому лінійну швидкість $v_i = \omega r_i$, де ω – кутова швидкість обертання.

Відомо, що величина $\vec{p} = m\vec{v}$ називається імпульсом тіла. А величина $\vec{L}_i = [\vec{r}_i \vec{p}_i] = [\vec{r}_i m_i \vec{v}_i]$ називається моментом імпульсу матеріальної точки з масою m_i . Момент імпульсу $\vec{L}_i$ – аксіальний вектор, напрям якого визначається за правилом правого свердлика. Момент імпульсу $\vec{L}$ тіла, що обертається дорівнює сумі моментів імпульсу окремих його частин: $\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i$; $L = \sum_i r_i m_i v_i = \sum_i m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_i m_i r_i^2 = J\omega$.

Момент імпульсу тіла відносно осі обертання чисельно дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно цієї осі на кутову швидкість його обертання: $\vec{L} = J\vec{\omega}$. Якщо на тіло, що обертається, не діють зовнішні сили або їх результуючий момент дорівнює нулю, то момент імпульсу тіла відносно осі обертання є величиною постійною

$$\left(\frac{d}{dt}(J\vec{\omega}) = \vec{M} \right), \text{ якщо } \vec{M} = \mathbf{0}, \text{ то } \frac{d}{dt}(J\vec{\omega}) = \mathbf{0}, \text{ звідки } \vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}.$$

Цей закон називається законом збереження моменту імпульсу. Він охоплює ширше коло явищ, ніж закон збереження імпульсу. Для глибшого його розуміння, треба за підручником розглянути багато чисельні приклади, які підтверджують його справедливність (дослід з лавою Жуковського тощо).

Вивчаючи цю тему, треба не обминати увагою рух тіл, що швидко обертаються. Мова йде про гіроскопи (їх будову, гіроскопічний ефект, прецесію та використання у техніці).

Після ознайомлення з парою сил треба уточнити умови руху вільного твердого тіла (коли всі зовнішні сили, що діють на нього, лежать в одній площині). Якщо сума сил не дорівнює нулю і напрям результуючої сили проходить через центр маси (інерції) тіла, то воно буде рухатися поступально.

Будемо вважати, що спочатку тіло було нерухомим, і ми хочемо, щоб зовнішні сили, які на нього подіяли, не змінили його початкового стану. Для цього нам потрібно забезпечити виконання шістьох умов рівноваги (вільне тіло має шість ступенів вільності):

- Нерухомість центра маси (інерції) вимагає, щоб нулю дорівнювала сума всіх сил, що діють на тіло: $\sum \vec{F}_i = \mathbf{0}$, тобто $\sum F_{ix} = 0$; $\sum F_{iy} = 0$; $\sum F_{iz} = 0$;
- Відсутність обертання вимагає, щоб нулю дорівнювала сума моментів зовнішніх сил: $\sum \vec{M}_i = \mathbf{0}$, тобто $\sum M_{ix} = 0$; $\sum M_{iy} = 0$; $\sum M_{iz} = 0$.

Звертаємо увагу на те, що коли вивчається рух матеріальної точки, то залишаються три умови рівноваги, бо точка не може обертатися сама навколо себе. При вивченні руху тіла, що має нерухому вісь, залишається одна умова: сума моментів сил відносно цієї осі повинна дорівнювати нулю.

Поряд з умовою рівноваги тіла, цікавим є питання його стійкості. Якщо тіло вивести із положення рівноваги і залишити його самого на себе, то можливі три випадки:

а) тіло самодовільно повертається до положення рівноваги (стійка рівновага);

б) тіло залишається у новому положенні (байдужа рівновага);

в) тіло ще далі відходитиме від положення рівноваги (нестійка рівновага).

Яка ж умова стійкості? У механіці розрізняємо тільки два види енергії – кінетичну і потенціальну. А їх сума у замкнутій системі є сталою величиною:

$$W = W_k + W_n = \text{const},$$

(тут кінетична енергія – суттєво додатна величина).

Нехай тіло перебуває у стані спокою у положенні, де його потенціальна менша, ніж в усіх сусідніх положеннях ($v = 0$). Зрозуміло, що без зовнішніх дій воно не може почати рух, бо при будь-якому із можливих переміщень потенціальна енергія повинна збільшитися, що суперечить закону збереження енергії. Тому у фізиці образно говорять про “потенціальну яму”, на “дні” якої тіло перебуває у стійкій рівновазі. Отже, стан рівноваги характеризується мінімумом потенціальної енергії. Для глибокого засвоєння матеріалу теми треба уважно проаналізувати усі приклади, що подаються у підручниках.

Питання для самоконтролю

1. Які фізичні величини характеризують кінематику поступального руху твердого тіла?
2. Який рух називається обертальним?
3. Які кінематичні величини характеризують обертання твердого тіла відносно осі?
4. Дайте визначення кутової швидкості та кутового прискорення. Як скеровані ці вектори для тіла із закріпленою віссю?
5. Які зв'язки існують між кутовими та лінійними величинами?
6. Що називають ступенями вільності твердого тіла? Скільки ступенів вільності має матеріальна точка? Якою є максимальна кількість ступенів вільності? У якому випадку їх використовують?
7. Дайте визначення моменту інерції тіла відносно осі. Запишіть формулу.

8. Що називають моментом сили відносно точки? Як знайти напрям моменту сили відносно точки? Як знайти модуль моменту сили?
9. Що називають моментом сили відносно осі?
10. Що називають плечем сили?
11. Виведіть основний закон динаміки обертового руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
12. Порівнюючи $\vec{M} = J\vec{\beta}$ з законом Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, зазначте, в чому є їх аналогія і які її наслідки.
13. Що називають моментом імпульсу матеріальної точки твердого тіла?
14. Сформулюйте і доведіть теорему Штейнера.
15. Виведіть формулу для підрахунку моменту інерції диска відносно осі, яка перпендикулярна до площини диска і проходить через центр його інерції.
16. Запишіть формули моментів інерції деяких тіл, вказуючи осі, відносно яких вони розглядаються.
17. Виведіть формулу для кінетичної енергії тіла, яке обертається навколо нерухомої осі.
18. Запишіть формулу для кінетичної енергії тіла, яке котиться по горизонтальній поверхні.
19. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу. Запишіть формулу.
20. Як знайти зміну моменту імпульсу тіла? Запишіть формулу та поясніть її.
21. Опишіть (розкажіть), які досліди можна продемонструвати з використанням лави Жуковського?
22. Яке обертання тіла називають вільним? Які осі обертання називають вільними?
23. Що розуміють під статичними та динамічними реакціями опори?
24. Сформулюйте умови рівноваги твердого тіла. Запишіть формули.
25. Що називають гіроскопом? У чому суть гіроскопічного ефекту і як його пояснити?
26. Які сили називають гіроскопічними і яка їх природа?
27. Від чого залежить кутова швидкість прецесії? Запишіть формулу.

2.2.2. Всесвітнє тяжіння

Методичні поради

Вивчаючи матеріал цього розділу не забуваємо про те, що вчення про силу тяжіння сформувалося у тісному зв'язку з пізнанням будови навколишнього світу. Спочатку в науці існувало геоцентричне вчення про будову Всесвіту, виразником якого був олександрійський учений К. Птоломей. Він уважав, що всі небесні світила рухаються навколо нерухомої Землі. Для пояснення петлеподібних рухів планет Птоломей припустив, що кожна планета рівномірно рухається по малому колу, центр якого, зі свого боку, рухається по великому колу навколо Землі.

У 1543 році М. Копернік видав твір “Про обертання небесних тіл”, у якому виклав нове вчення про Сонячну систему. Згідно з ним: Земля обертається навколо своєї осі і, як й інші планети, обертається навколо Сонця. Послідовником вчення М. Коперніка були вчені Д. Бруно, Галілео Галілей, Т. Браге, І. Кеплер. Зокрема, Кеплер встановив основні закони рухів планет. Ці закони формулюються так:

1. Кожна планета рухається по еліпсу, в одному з фокусів якого розміщене Сонце.
2. Радіус-вектор планети за однакові проміжки часу описує однакові площі.
3. Квадрати періодів обертання планет навколо Сонця відносяться,

як куби великих півосей їх еліптичних орбіт:
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Звертаємо увагу на те, що сам факт існування у природі гравітаційної взаємодії (що має ще назву всесвітнього тяжіння) і закон, яким описується ця взаємодія, були відкриті Ньютоном і опубліковані ним у 1686 році. Всесвітнє тяжіння полягає у тому, що всі тіла природи мають властивість притягуватися одне до одного. Закон всесвітнього тяжіння стверджує, що всі матеріальні частинки притягуються одна до одної із силою, прямо пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані між ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \text{ де } \gamma - \text{гравітаційна стала. Її фізичний зміст такий: } \gamma$$

чисельно дорівнює силі взаємодії двох матеріальних точок з масами по 1 кг кожна, на відстані 1 м.

Звертаємо увагу на те, що гравітаційна стала належить до світових констант поряд з такими, як швидкість світла, заряд електрона тощо. Вона характеризує з кількісного боку фундаментальну властивість матерії – гравітацію (притягання). Вивчаємо експериментальні методи визначення гравітаційної сталої та її важливість при розв’язуванні різноманітних задач, пов’язаних із гравітаційними взаємодіями.

У цьому розділі ще раз звертаємо нашу увагу на інертну та гравітаційну маси тіла. Прийшовши до висновку, що гравітаційна маса дорівнює інертній, ми визначаємо одиницю маси, яка записана у законі всесвітнього тяжіння (кілограм). А оскільки одиниці вимірювання усіх величин у законі всесвітнього тяжіння встановлені (кг, *Ньютон*), то коефіцієнт пропорційності γ має мати цілком певне значення і певну розмірність. Тому значення постійної γ розрахувати неможливо; воно встановлюється тільки дослідним шляхом.

Також треба звернути увагу на те, що, формулюючи закон всесвітнього тяжіння, ми припускали, що дія від одного тіла до іншого передається миттєво. Насправді це не так. Будь-яка дія не може передаватися із швидкістю, що перевищує швидкість світла. Тому записаний вище закон всесвітнього тяжіння має обмежену область застосування: він виконується для нерухомих тіл і тіл, що повільно рухаються. Закон всесвітнього тяжіння вказує лише на те, від чого залежить сила взаємного притягання тіл, але не пояснює механізму передачі дії на віддалі через вакуум. У рамках класичної механіки тяжіння є фундаментальною властивістю матерії. Його не можна замінити іншою, простішою властивістю.

За сучасними уявленнями, будь-яка взаємодія тіл на віддалі здійснюється через використання особливого матеріального посередника – силового поля. Силоне поле, що передає гравітаційну взаємодію, називається гравітаційним полем або полем тяжіння. Для кількісної характеристики гравітаційного поля у кожній його точці використовують фізичну величину, яка називається напруженістю

гравітаційного поля. Напруженість поля – векторна величина. Вона чисельно дорівнює силі, з якою поле тяжіння діє на пробне тіло одиничної маси, що розміщується у даній точці поля. У ньютонівській механіці гравітаційне поле підлягає принципу суперпозиції. Тому напруженість поля, створеного декількома точковими джерелами, дорівнює геометричній сумі напруженостей, створених кожним джерелом окремо:

$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \dots +$$

Звернемо увагу на те, що розмірність $\vec{G}$ збігається із розмірністю прискорення. Напруженість поля тяжіння біля поверхні Землі дорівнює прискоренню вільного падіння g .

Гравітаційне поле також характеризується потенціальною енергією, яку має в даній точці матеріальна точка. Величину $\varphi = \frac{U}{m}$ називають потенціалом гравітаційного поля (тут φ – потенціал поля, U – потенціальна енергія, m – маса тіла, що розміщується у даній точці гравітаційного поля). Знаючи потенціал поля, можна обчислити роботу, яку виконують над частинкою m сили поля при переміщенні її із положення 1 в положення 2:

$$A_{12} = U_1 - U_2 = m(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Вивчаючи рух тіла у центральному полі тяжіння, виходячи із закону збереження енергії, з'ясуємо, що воно, залежно від початкової горизонтальної швидкості, може рухатися по колу, по еліпсу, по параболі чи гіперболі. Для цього, щоб рухатися навколо Землі по коловій орбіті з радіусом, що мало відрізняється від радіуса землі R_3 , тіло повинно мати цілком конкретну швидкість $v_1 = \sqrt{gR_3}$, яку називають першою космічною швидкістю. Вона дорівнює 8 км/с. Маючи її, тіло не впаде на Землю, але її недостатньо, щоб воно могло вийти зі сфери земного притягання – для цього потрібна швидкість v_2 , яку називають другою космічною швидкістю ($v_2 = \sqrt{2gR_3}$). Щоб покинути межі Сонячної системи тілу потрібно подолати і силу притягання до Землі і силу притягання до Сонця. Потрібна для цього

швидкість запуску тіла з поверхні Землі називається третьою космічною швидкістю v_3 ($v_3 = 17 \text{ км/с}$).

Завершуючи вивчення цього розділу, маємо пам'ятати, що гравітаційні сили дуже малі, коли мова йде про взаємодію елементарних частинок. У цьому випадку ці сили не відіграють ролі у порівнянні з усіма іншими фундаментальними силами. Але вони є головними силами, що керують рухом небесних тіл, маси яких дуже великі. У цих випадках ядерні сили, хоч і великі, зовсім не проявляються, бо їх радіус дії порядку 10^{-15} м . Електричні сили, як і сили всесвітнього тяжіння, є силами далекої дії. Вони також зменшуються обернено пропорційно до квадрату віддалі. Але на рух астрономічних тіл електричні сили не впливають, так як вони можуть бути і силами притягання і силами відштовхування. Але всі тіла є електрично нейтральні, дія позитивних зарядів тіла компенсується рівною і протилежно напрямленою дією від'ємних зарядів. По-іншому поводяться гравітаційні сили. Вони завжди є силами притягання. Гравітаційні поля тіл додаються, а не віднімаються. Ця обставина і є причиною того, чому із усіх фундаментальних сил гравітаційні сили залишаються єдиними силами, що керують рухом астрономічних тіл.

Звертаємо також увагу на те, що теорія тяжіння отримала подальший розвиток у загальній теорії відносності Ейнштейна.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте і запишіть математично закон всесвітнього тяжіння.
2. Який фізичний зміст гравітаційної сталої?
3. Поясніть дослід Кавендіша. Що досліджував учений?
4. Як знайти масу Місяця, Землі? Які величини треба для цього знати?
5. Що називають напруженістю і потенціалом поля?
6. Чи дорівнює сила всесвітнього тяжіння силі тяжіння (вазі тіла)? Як знайти g_ϕ ?
7. Поясніть чому прискорення вільного падіння залежить від географічної широти? Де воно більше, а де менше?
8. Чи існує екран для гравітаційного поля? Як ви це розумієте?

9. На якій висоті над поверхнею Землі сила притягання до Землі буде в 2 рази менша, ніж на її поверхні?

2.2.3. Рух в неінерціальних системах відліку (НСВ)

Методичні поради

Приступаючи до вивчення матеріалу цієї теми пам'ятаємо, що досі ми розглядали рухи в одній (із нескінченної множини) інерціальній системі відліку. У такій системі відліку основним рівнянням руху матеріальної точки є рівняння, що відповідає другому закону Ньютона.

Тепер нам треба буде навчитися розв'язувати задачі на рух матеріальної точки у неінерціальних системах відліку, тобто у тих, які рухаються з прискоренням відносно інерціальних систем. Задача переходить до встановлення законів перетворення сил і прискорень при переході від інерціальної системи до довільної неінерціальної системи відліку.

У неінерціальній системі відліку спостерігаються різючі відхилення від законів Ньютона. Зокрема, тіло не зберігає стану спокою, коли на нього і не діють сили. Але при переході до неінерціальної системи відліку закони Ньютона можна зберегти, якщо внести до них деякі поправки. Закони механіки Ньютона справджуватимуться і в неінерціальній системі, якщо ввести сили інерції. Тоді збережеться основне твердження в механіці, що прискорення є результатом дії сили. Другий закон механіки в неінерціальній системі відліку треба записувати у такому вигляді: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{in}$, де $\vec{a}$ – прискорення тіла в неінерціальній системі відліку, $\vec{F}$ – рівнодійна зовнішніх тіл, $\vec{F}_{in}$ – сила інерції.

Сили інерції не можна ставити в один ряд із силами тяжіння, пружності або тертя, які є результатом взаємодії двох тіл. Сила інерції виникає не через взаємодію тіл, а через прискорений рух системи відліку. При переході до іншої прискореної системи відліку сили інерції змінюються. Вони не інваріантні відносно такого переходу. Цим сили інерції відрізняються від “справжніх сил”, що виникають

при взаємодії тіл. Інша особливість цих сил є в цьому, що сили інерції не підлягають закону рівності дії і протидії. Якщо на будь-яке тіло діє сила інерції, то не існує протидіючої сили, прикладеної до іншого тіла. Рух під дією сили інерції є подібним до руху тіла у зовнішньому силовому полі. Сила інерції завжди є зовнішньою по відношенню до довільної рухомої системи матеріальних тіл.

Сили інерції іноді називають фіктивними силами. Тож реальні чи фіктивні сили інерції?

Відповідь на це питання залежить від змісту, який відповідає словам “реальний” і “фіктивний”. Якщо дотримуватися ньютонівської механіки, згідно з якою всі сили мають бути як результат взаємодії тіл, то на сили інерції треба дивитись як на фіктивні сили, що зникають в інерціальних системах відліку. Але така позиція є необов’язковою. За сучасними уявленнями, всі взаємодії здійснюються при участі силових полів і передаються із скінченними швидкостями. І сили інерції можна розглядати як дію, якої зазнають тіла зі сторони якихось реальних силових полів. Тоді ці сили можна вважати не фіктивними. Адже ніхто не сумнівається у реальному існуванні електромагнітних полів.

Незалежно від того, яку із цих точок зору ми вибираємо, існує багато явищ, які можна пояснити проявом сил інерції. Коли поїзд збільшує швидкість, пасажир у вагоні зазнає дії сили, направленої проти руху поїзда. Якщо пасажир сидить за напрямком руху, то ця сила притискає його до стінки сидіння. Це і є сила інерції. При гальмуванні поїзда сила інерції змінює напрям і намагається перемістити тіло пасажирів від спинки сидіння. Якщо у вагоні, що рухається прискорено, висить маятник, то сила інерції намагається його відхилити у сторону, протилежну до прискорення. У стані рівноваги ця сила інерції зрівноважується силами тяжіння та натягу нитки підвісу. Добре проявляється сила інерції при раптовому швидкому гальмуванні поїзда. Сили інерції спричиняють перевантаження, які діють на пілота чи космонавта при великих прискореннях літака чи запуску і гальмуванні космічного корабля.

Звичайно, всі ті явища можна зрозуміти, не використовуючи уявлень про сили інерції, а розглядаючи рухи відносно інерціальної системи відліку.

Тут треба звернути увагу на сили інерції, які виникають при поступальному русі неінерціальної системи відліку: $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$, де $\vec{a}_0$ – прискорення неінерціальної системи відліку. Якщо ж система відліку перебуває в обертальному русі відносно інерціальної системи відліку, то сила інерції залежатиме від положення тіла в обертальній системі відліку: $F_{in} = m\omega^2 r$. Ця сила інерції напрямлена по радіусу від центру і її називають відцентровою силою інерції. Відцентрова сила інерції у неінерціальній системі відліку діє на тіло незалежно від того, перебуває воно у цій системі у стані спокою чи відносного руху.

Якщо ж в неінерціальній системі відліку, яка перебуває в обертальному русі, тіло рухається із швидкістю $\vec{v}_0$, то на нього буде діяти коріолісова сила інерції $\vec{F}_k = 2m[\vec{v}_0\vec{\omega}]$.

Унаслідок коріолісової сили, зумовленої добовим обертанням Землі, у ріках, що течуть у північній півкулі більше підмивається правий берег. Під дією коріолісової сили зміщуються морські течії, вітри, снаряди.

Вивчаючи сили інерції, треба звернути увагу на еквівалентність сил інерції і сил тяжіння. Сили інерції виникають у прискорених (неінерціальних) системах відліку – як поступальних, так і обертальних. Значення сили інерції визначається добутком маси тіла на прискорення системи. Характерним у цьому є те, що для тіл різних мас у заданій неінерціальній системі прискорення є однаковим, тобто сили інерції надають різним тілам однакового прискорення. Але відомо, що такі властивості притаманні і силам тяжіння. Ці факти дають підставу говорити про еквівалентність сил інерції і сил тяжіння. Саме вони спонукали А. Ейнштейна до нових наукових пошуків, які завершилися створенням загальної теорії відносності.

Завершуючи вивчення цього розділу, треба бути уважним при розгляді прояву сил інерції у системі відліку, зв'язаній із Землею. Відцентрові сили інерції мають вплив на силу тяжіння, прискорення вільного падіння і вагу тіла. Зокрема, $g_\varphi = g_0 - a_{\text{вц}}\cos\varphi$, де g_φ – прискорення вільного падіння на широті φ , g_0 – прискорення тіла, якщо б Земля не оберталася; $g_\varphi = g_0 - \omega^2 R_3 \cos^2\varphi = g_0 - 0,034\cos^2\varphi$.

У загальному випадку вага тіла $\vec{P} = \vec{F}_{тяж} + \vec{F}_{вц} + \vec{F}_{кор.} + \vec{F}_{інос.}$, де $\vec{F}_{тяж}$ – сила всесвітнього тяжіння, $\vec{F}_{вц}$ – відцентрова сила інерції, $\vec{F}_{кор.}$ – коріолісова сила інерції, $\vec{F}_{інос.}$ – сила інерції зумовлена поступальним рухом неінерціальної системи відліку.

Пам'ятаємо, що вагою називають силу, з якою тіло, що перебуває тільки під впливом сили тяжіння, діє на підвіс або горизонтальну підставку, які нерухомі у вибраній системі відліку. А стан, при якому у тілах, що вільно рухаються тільки під дією сил тяжіння, зникають деформації і взаємні тиски, називається станом невагомості.

Питання для самоконтролю

1. Які системи відліку називають інерціальними, які неінерціальними?
2. Чому система відліку, пов'язана із Землею, строго кажучи, не є інерціальною?
3. Яка різниця між ньютонівськими силами та силами інерції?
4. Яку силу називають відцентровою силою інерції?
5. Яку силу називають коріолісовою силою інерції?
6. Як проявляється сила Коріоліса у природі?
7. Як прискорення вільного падіння залежить від географічної широти? Чому?
8. Що називають вагою тіла?

2.2.4. Спеціальна теорія відносності (СТВ)

Методичні поради

Починаючи вивчення цього розділу, пригадаємо, що механіка Ньютона вважає простір тривимірним, однорідним, ізотропним. Властивості простору не залежать від процесів, які в ньому відбуваються. Ці властивості простору є абсолютними. Абсолютним також є і час. Він не залежить від процесів і умов його вимірювання.

При взаємодії тіл виникають прискорення, які описуються другим законом Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F} \text{ або } d\vec{p} = \vec{F}dt, \quad \vec{p} = m\vec{v}.$$

Цей закон виражає приховане припущення, що всяка взаємодія передається миттєво, з безмежно великою швидкістю.

Механіка Ньютона виокремлює інерціальні системи відліку, які рухаються одна відносно іншої рівномірно і прямолінійно, і утверджує їх рівноправність: в усіх таких системах механічні процеси відбуваються (при однакових умовах) однаково і ніякими механічними дослідами, проведеними всередині системи, не можна виявити її руху. Іншими словами кажучи, закони Ньютона зберігають свій вигляд (вони інваріантні) при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої; зберігаються також прискорення і сили. Швидкості додаються за правилом додавання векторів. Сюди відносяться також однаковість відліку часу. Із рівності часу $t = t'$ (в різних інерціальних системах) виходить, що два фізичні явища, одночасні в одній системі відліку, будуть одночасними і в іншій системі відліку. Цей висновок базується на припущенні про нескінченну швидкість поширення взаємодії. Доки йшла мова про повільні рухи, то це припущення не заходило у суперечність із дослідом.

Звертаємо увагу на те, що, аналізуючи основи механіки Ньютона, А. Ейнштейн зробив висновок, що уявлення про абсолютні властивості простору і часу помилкові: ці властивості залежать від подій, які відбуваються. В основу своєї теорії Ейнштейн поклав два постулати:

перший: всі фізичні явища в усіх інерціальних системах відбуваються однаково (при однакових умовах);

другий: існує гранична швидкість передачі взаємодії (або сигналіє), яка дорівнює швидкості світла C у вакуумі. Результати вимірювань цієї швидкості не залежать від відносного руху джерела сигналіє і їх приймача і однакові в усіх інерціальних системах відліку. Ейнштейн замінив перетворення Галілея іншими (перетвореннями Лоренца) і надав іншої форми законам механіки. Ці перетворення в спеціальній теорії відносності мають такий вигляд:

$$x = \frac{x' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + (\frac{v}{c^2})x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Треба звернути увагу на дві дуже важливі обставини:

- 1) У формулах перетворення Лоренца час також підлягає перетворенням. Цим виражено думку про відносність часу, про залежність часу не тільки від вибору системи відліку, але і від координат.
- 2) У формулах перетворення час виступає як рівноправна четверта координата. Це означає, що простір і час в новій теорії є нероздільні.

Маємо також знати, що при $v/c \ll 1$, перетворення Лоренца переходять у перетворення Галілея. А це означає, що перетворення Галілея (і вся ньютонівська механіка) є справедливі для малих швидкостей тіл і систем відліку.

Після цього переходимо до вивчення особливостей простору і часу, які впливають з перетворень Лоренца (відносність одночасності, відносність тривалості події, відносність довжини, релятивістське правило додавання швидкостей).

Переходячи до вивчення елементів релятивістської динаміки, маємо пам'ятати, що будь-яка фізична теорія має бути побудована так, щоб її основні закони були інваріантні до перетворень Лоренца. Проста перевірка показує, що другий закон Ньютона не відповідає цій вимозі. А це означає, що механічні явища у системах відліку, які рухаються одна відносно одної з великими швидкостями, будуть відбуватися по-різному, що не узгоджується з принципом відносності. А причина полягає у тому, що як і перетворення Галілея, другий закон Ньютона – наближений закон, що виконується лише при малих швидкостях руху тіл і систем відліку. Його треба уточнити, тобто надати йому такої форми запису, яка буде інваріантною до перетворень Лоренца.

Ейнштейн показав, що другий закон Ньютона $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ є інваріантним до перетворень Лоренцо, якщо імпульс тіла в інерціальній системі відліку записати так:

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

де $\vec{v}$ – швидкість тіла у вибраній системі відліку; m_0 – маса нерухомого в цій системі відліку тіла (маса спокою). Тоді другий закон Ньютона у релятивістській формі має вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \vec{F},$$

а величину $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ треба розглянути як релятивістську масу,

тобто масу тіла, яка рухається із швидкістю v . Релятивістське збільшення маси із збільшенням швидкості багаторазово доказане експериментально.

Наступною важливою величиною, що вивчається у цьому розділі, є релятивістська енергія. Якщо вважати, що робота A сили $\vec{F}$ йде виключно на надання тілу кінетичної енергії, то

$$A = T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + G. \text{ Постійну } G \text{ визначають із умови, що при}$$

$v = 0$ кінетична енергія тіла також дорівнює нулю ($T = 0$). Тоді

$G = -m_0 c^2$ і формула для кінетичної енергії набуває вигляду:

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2, \text{ коли ввести релятивістську масу}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \text{ то } T = mc^2 - m_0 c^2. \text{ Рухоме тіло має енергію, яка}$$

залежить від релятивістської маси. Отже, в якому стані б не

перебувало тіло, воно має повну релятивістську енергію

$$T = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_0 c^2 + T. \text{ Якщо тіло нерухоме } (v = 0), \text{ то}$$

його енергія дорівнює $E_0 = m_0 c^2$. Ця формула визначає максимальну енергію, яку можна одержати від тіла з масою спокою m_0 , якщо це тіло цілком перетворити на матеріальний об'єкт, що не має маси спокою, тобто в електромагнітне випромінювання тіла. Цей закон вказує на принципову можливість переходу енергії, зв'язаної з речовиною, в енергію зв'язану з випромінюванням, і навпаки. Якщо тіло (чи система) з масою спокою m_0 виділило енергію ΔE , то у нього після цього маса спокою має зменшитися на Δm , а енергія спокою і надалі повинна бути зв'язана з масою спокою співвідношенням: $E_0 - \Delta E = (m_0 - \Delta m)^2 c^2 = m_0 c^2 - \Delta m c^2$. Звідси випливає, що $\Delta E = \Delta m c^2$. Величину Δm називають дефектом мас. Вона показує на скільки зменшиться маса спокою тіла, якщо воно віддало енергію ΔE і, навпаки, на скільки збільшиться маса спокою тіла, коли воно поглинуло енергію ΔE .

Тепер знайдемо зв'язок енергії з імпульсом. Енергія тіла і його

імпульс зв'язані з релятивістською масою $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

співвідношенням: $E = mc^2$, $\vec{p} = m\vec{v}$, де $\vec{v}$ – швидкість тіла.

Зробивши відповідні перетворення, одержуємо шуканий зв'язок енергії з імпульсом:

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Звернемо увагу на те, що маса спокою m_0 і швидкість світла у вакуумі c мають в усіх інерціальних системах однакові значення. Ці величини інваріантні до перетворень Лоренца. Що ж стосується енергії E і імпульсу $\vec{p}$, то ці величини, взагалі кажучи, змінюються при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої. Але різниця $E^2 - p^2 c^2$ зберігається в усіх системах відліку. Отже,

величина $E^2 - p^2 c^2$ інваріантна до перетворень Лоренца. У цьому і полягає важлива особливість знайденого зв'язку між E^2 і $p^2 c^2$.

Якщо матеріальні об'єкти не мають маси спокою ($m_0 = 0$), то енергія цих об'єктів (фотон і нейтрино) дорівнює $E = pc$, а імпульс $p = \frac{E}{c}$. А це означає, що потік фотонів, чи потік нейтрино повинен чинити тиск. Цей тиск був виміряний Лебедевим.

Завершуємо вивчення цього розділу з'ясуванням умов, при яких зберігаються закони збереження енергії і імпульсу в релятивістській механіці.

У релятивістській механіці треба розрізняти два типи систем: системи, в яких тіла не взаємодіють, і системи, в яких вони взаємодіють.

Для систем першого типу повна релятивістська енергія і імпульс через їх адитивність будуть дорівнювати сумі релятивістських енергій та імпульсів окремих тіл. А оскільки тіла не взаємодіють, то швидкість окремих тіл і їхня релятивістська енергія будуть постійними. Тому постійними будуть також повна енергія і повний імпульс системи.

Якщо ж система складається із N тіл, що взаємодіють, то не можна записати вираз для повної енергії системи, бо не можна записати потенціальну енергію взаємодії, коли тіла рухаються, а взаємодія між ними поширюється із скінченною швидкістю c .

Але коли взаємодія має характер співударів, то вираз для енергії системи і імпульсу можна записати для тих моментів часу, коли взаємодія ще не розпочиналась або уже закінчилась, тобто до їх удару і після удару. Так як система замкнута, то ні енергія ні імпульс системи змінюватися не будуть:

$$\sum_{i=1}^N \frac{m_{0i} c^2}{\sqrt{1 - v_i^2 / c^2}} = \sum_{i=1}^{N^*} \frac{m_{0i}^* c^2}{\sqrt{1 - v_i^{*2} / c^2}} ;$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{m_{0i} \vec{v}_i}{\sqrt{1 - v_i^2 / c^2}} = \sum_{i=1}^{N^*} \frac{m_{0i}^* \vec{v}_i^*}{\sqrt{1 - v_i^{*2} / c^2}} .$$

Тут зірочкою зазначені величини, які належать до моменту після співудару. Число тіл у системі до і після удару може бути різне.

Звернемо увагу ще на таке. Через те, що енергія і маса зв'язані між собою співвідношенням $E = mc^2$, то із закону збереження енергії випливає і закон збереження маси (і навпаки). Отже, якщо в ньютонівській механіці закони збереження енергії і маси є незалежними законами, то у релятивістській механіці є лише один закон – закон збереження енергії-маси.

Запитання для самоконтролю

1. Сформулюйте постулати теорії відносності.
2. Запишіть формули перетворень Галілея.
3. Запишіть формули перетворень Лоренца. Чим вони відрізняються від перетворень Галілея?
4. У чому суть відносності одночасності? Поясніть це за допомогою формул.
5. У чому суть ефекту сповільнення часу?
6. Чому довжина відрізка не є інваріантом до перетворень Лоренца? Поясніть це.
7. Запишіть формулу додавання швидкостей у класичній механіці.
8. Запишіть формулу додавання швидкостей у релятивістській механіці.
9. Доведіть, що інтервал є інваріантом до перетворень Лоренца.
10. Запишіть формули перетворень прискорень у релятивістській механіці.
11. Яка існує залежність маси від швидкості?
12. Який час називають власним?
13. Запишіть формулу релятивістського імпульсу.
14. Виведіть формулу релятивістської енергії.
15. Виведіть формулу кінетичної енергії частинки в релятивістській механіці.
16. Який існує взаємозв'язок енергії і маси?
17. Що називають дефектом маси? Чому існує дефект маси?
18. Які межі застосування законів у класичній механіці?

2.3. Розділ 3

2.3.1. Сили пружності і сили тертя

Методичні поради

Приступаючи до вивчення матеріалу цього розділу пам'ятаємо, що рухи і властивості матеріальних частинок залежать від типу домінуючих взаємодій між ними. Розрізняють чотири типи елементарних взаємодій: сильну (ядерну), електромагнітну, слабку і гравітаційну. З кількісного боку ці взаємодії характеризуються певною безрозмірною константою. Так, для сильної взаємодії вона дорівнює одиниці, для електромагнітної – $1/137$, слабкої – 10^{-14} , гравітаційної – 10^{-39} . Сильні і слабкі взаємодії належать до короткодійних, вони проявляються між частинками на відстанях приблизно 10^{-15} м. Електромагнітні і гравітаційні взаємодії – далекодійні, вони повільно зменшуються на далеких відстанях. У макросистемах ці сили відіграють вирішальну роль.

У механічних явищах домінують сили пружних деформацій, сили тертя і гравітаційні сили. Два перші типи сил мають електромагнітну природу. Взаємодії між будь-якими тілами здійснюються за допомогою певного матеріального середовища, яке має назву поля. Електромагнітні взаємодії здійснюються за допомогою електромагнітного поля, гравітаційні – за допомогою гравітаційного поля. Пам'ятаємо, що за взаємодії тіл на відстані неможливі без використання проміжного матеріального середовища (поля).

Починати вивчення пружних сил треба з того, що з'ясовуємо суть нових термінів, які будемо використовувати, описуючи властивості пружно-деформованих тіл: пружна і непружна деформація, статична і динамічна деформація.

Кожне тіло під дією зовнішньої сили зазнає певної деформації, тобто змінює свій розмір або форму. Є різні види деформацій: розтягу, стиску, зсуву, кручення тощо. У процесі здійснення пружної деформації виникають внутрішні сили, які намагаються надати тілу попередніх розмірів чи форми. Ці сили отримали назву повертаючи, або пружних сил.

За законом Гука (англійський фізик), сила, що виникає при пружній деформації, прямо пропорційна величині цієї деформації і напрямлена в сторону її зменшення:

$$F = - kx,$$

де x – величина пружної деформації, k – коефіцієнт жорсткості тіла. З цього закону випливає і таке твердження: малі деформації тіла прямо пропорційні силам, які прикладені до тіла.

Вивчаючи деформацію розтягу, зсуву, кручення звертаємо увагу на розуміння фізичного змісту модуля Юнга, модуля зсуву та модуля кручення. З'ясуємо чому деформація кручення завжди є неоднорідною, на відміну від деформації розтягу, зсуву.

Дуже важливою характеристикою пружних тіл є залежність внутрішньої напруги σ_n , яка виникає у тілі під дією зовнішньої сили,

від відносного розтягу $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$. Відомо, що пружні деформації будь-

якого виду задовольняють закон Гука. Але цей закон виконується тільки у певній області: деформація лежить нижче деякої границі, яка визначається експериментально для кожного конкретного випадку ($\varepsilon_{pr} \approx 10^{-3}$ для сталі). Граничне значення напруги (σ_n), при якій ще зберігається лінійна залежність σ від ε , називають границею пропорційності – σ_n .

Деформації можуть ще мати пружний характер і при напругах, що перевищують σ_n . Граничне значення напруги, при якій ще не виникає залишкова деформація, називають границею пружності (σ_{np}). Для всіх напруг, які більші від σ_{np} , виникають деформації, що зберігаються після припинення дії зовнішніх сил. Їх називають пластичними (залишковими) деформаціями. Напруга σ_T , при якій залишкова деформація досягає умовно вибраної величини (біля 0,002), називається границею текучості. Максимальну напругу, що виникає у тілі до його руйнування, називають границею міцності σ_m .

Вивчаючи пружні властивості тіл, треба звернути увагу і на таке явище як пружна післядія та вміти пояснити петлю пружного гістерезису. Пам'ятаємо, що площа петлі гістерезису пропорційна енергії, що виділяється у тілі, при кожному циклі деформації, що

періодично змінюється (знакозмінної деформації). Якщо велика площа петлі гістерезису, то багато енергії виділяється і тіло сильно нагрівається. Для зменшення нагрівання (яке шкідливо впливає на пружні властивості тіла) відповідальні деталі машин виготовляють із матеріалів, що мають вузьку петлю гістерезису.

Виникнення пружного гістерезису і пружної післядії пояснюється тим, що всі тіла, включаючи і монокристали, складаються із маленьких областей (доменів), що стикаються одна з одною. Ці окремі області при пружній деформації можуть зміщуватися, повертатися і при певних умовах зачіплятися одна за одну, перекошуючись і розтягуючись. Звільнення цих областей відбувається поступово, внаслідок хаотичного теплового руху. Воно відбувається інтенсивніше при вищій температурі. Змішуючись і повертаючись, ці області труться одна з одною, внаслідок чого виділяється тепло і тіло нагрівається.

Переходячи до вивчення сил тертя, пам'ятаємо, що ними є сили, що виникають у процесі руху одних тіл, або їх частин по поверхні інших, і що вони перешкоджають рухові тіл. Розрізняють зовнішнє (сухе) і внутрішнє тертя.

Внутрішнім називають тертя між шарами рідин і газів. До нього зводиться також тертя на межі твердих тіл з рідинами і газами, бо при такому контакті поверхня твердого тіла покрита шаром прилиплої рідини або газу.

Сила внутрішнього тертя є результатом дії сил молекулярного зчеплення на межі двох шарів і переходу молекул з одного шару в інший. Молекули переходять з одного шару в інший, особливо в газах, внаслідок теплового хаотичного руху, переносячи певну кількість напрямленого руху шару (його імпульс). Тому імпульс руху шару з більшою швидкістю зменшується, а шару з меншою швидкістю – збільшується. За другим законом механіки, зміна імпульсу шару рідини за одиницю часу визначає силу, що діє на нього, тобто силу внутрішнього тертя.

Ньютон встановив, що сила внутрішнього тертя пропорційна градієнту швидкості ($\frac{\Delta v}{\Delta z}$) і площі шарів S , між якими виникає сила

тертя: $F = \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) S$, де η – коефіцієнт внутрішнього тертя, або в'язкість.

Треба звернути увагу на такі особливості сили внутрішнього тертя:

- сила внутрішнього тертя спокою дорівнює нулю;
- при малих швидкостях сила внутрішнього тертя прямо пропорційна швидкості: $F = k_1 v$;
- при великих швидкостях сила внутрішнього тертя пропорційна квадрату швидкості: $F = k_2 v^2$.

Важливе практичне значення мають точніші формули для визначення цих сил. Зокрема формула Стокса для лобового опору кульки при малих швидкостях її руху у в'язкому середовищі: $F_1 = 6\pi\eta r v$, де r – радіус кульки, η – в'язкість середовища, v – швидкість кульки, а також формула Ньютона для лобового опору будь-якого тіла: $F = c_x \rho S v^2$, де ρ – густина середовища, S – площа проєкції тіла на площину, перпендикулярну до напрямку руху (міделевий переріз), c_x – коефіцієнт опору, який є функцією від числа Рейнольдса і залежить від форми тіла, v – швидкість тіла.

Вивчаючи зовнішнє (сухе) тертя, пам'ятаємо, що це ті взаємодії, які виникають на поверхні контакту твердих тіл. Ми розглядаємо лише так зване сухе тертя, коли одне тверде тіло рухається по поверхні іншого твердого тіла. Розрізняють три види сухого тертя: тертя спокою, тертя ковзання і тертя кочення. Сухе тертя, що виникає між рухомими тілами, називається кінематичним; сухе тертя між взаємно нерухомими тілами називається тертям спокою. Взаємодія, що виникає при сухому терті, зводиться до деформацій і молекулярних зчеплень у місцях стикання тіл.

Через те, що існує сила тертя спокою, то не кожна зовнішня сила здатна викликати ковзання тіла. Тіло починає ковзати тільки тоді, коли зовнішня сила дорівнює або є більшою від максимальної сили тертя спокою. Дослідами, виконаними Амонтоном (1699) і Кулоном (1785), встановлено:

- максимальна сила тертя спокою пропорційна силі нормального тиску ($F_{cn} = kN$ – закон Кулона);

- при однаковій силі нормального тиску N максимальна сила тертя спокою (а відповідно, і коефіцієнт k) залежать від фізичної природи тіл, що взаємодіють і якості обробки їх поверхонь;
- при однаковій силі нормального тиску N максимальна сила тертя спокою (а, отже, і k) не залежать від площі поверхні, якою взаємодіють тіла.

Коли модуль зовнішньої сили досягає значення, яке дорівнює максимальній силі тертя спокою, виникає ковзання одного тіла по поверхні іншого. При цьому сила тертя продовжує існувати. У цьому випадку вона називається силою тертя ковзання. Сила тертя ковзання також залежить від нормального тиску: $F_{ков} = k_1 N$, де k_1 – коефіцієнт тертя ковзання, який залежить від матеріалу і стану поверхні тіл, а також від відносної швидкості руху. У першому наближенні можна вважати, що коефіцієнт тертя ковзання k_1 дорівнює коефіцієнту тертя спокою k .

Коли одне тіло котиться по поверхні іншого, то виникає особлива сила – сила тертя кочення, яка перешкоджає коченню тіла. Кулон дослідним шляхом встановив, що сила тертя кочення пропорційна силі нормального тиску і обернено пропорційна радіусу циліндра (або колеса), що котиться: $F_{коч} = k_2 \frac{N}{R}$, де k_2 – коефіцієнт тертя кочення, який залежить від матеріалу, з якого виготовлені тіла, і від стану їх поверхонь.

Завершуючи вивчення цієї теми, звертаємо увагу на значення сил тертя у природі і техніці.

У повсякденному житті ми на кожному кроці зустрічаємося з дією сил тертя. Величезна кількість бензину, вугілля, газу і нафти витрачається на те, щоб перемогти силу тертя в машинах, літаках та інших видах транспорту. Боротьба з тертям у машинах призводить до заміни сухого тертя ковзання тертям інших видів, насамперед рідким тертям. Мастила заповнюють заглибини, тріщини поверхонь твердих тіл і утворюють між ними рідкий шар, що роз'єднує ці поверхні і перешкоджає взаємодії їх молекул. Заміна сухого тертя внутрішнім тертям (в'язким тертям) мастила зменшує тертя у 8 – 10 разів.

Іншим дуже ефективним методом зменшення тертя є заміна тертя ковзання тертям кочення (підшипники).

Але повне зникнення тертя спричинило б неприємні наслідки. Так, при русі тепловоза сила тертя коліс об рейки є рушійною силою, яка запобігає ковзанню, завдяки тертю не ковзає по шківу пас, що передає рух від двигуна до верстата тощо.

Отже, сила тертя спокою є рушійною і гальмівною силою для всіх наземних колісних видів транспорту.

Запитання для самоконтролю

1. Що називають деформацією тіла? Назвіть основні види деформацій.
2. Яка деформація називається однорідною, а яка – неоднорідною?
3. Коли виникає деформація зсуву? Кручення?
4. У чому суть закону Гука? Запишіть його математично.
5. Запишіть закон Гука для деформації розтягу. Який фізичний зміст модуля Юнга?
6. Запишіть закон Гука для деформації зсуву. Який фізичний зміст модуля зсуву?
7. Запишіть закон Гука для деформації кручення. Який фізичний зміст модуля кручення?
8. Замалюйте залежність $\sigma_{np} = f(\varepsilon)$. Поясніть її.
9. Що називають пружним гістерезисом? Намалюйте петлю пружного гістерезису. Що виражає площа петлі?
10. Як обчислити потенціальну енергію пружно деформованого тіла?
11. Яке тертя називають сухим і яке – в'язким (внутрішнім)?
12. Що означає сила тертя спокою? Яке значення може приймати ця сила? Запишіть закон Кулона-Амонтона.
13. Вкажіть приклади корисного та шкідливого прояву сили тертя спокою.
14. Що таке сила тертя ковзання? Від чого вона залежить?
15. Поясніть, чому тертя ковзання супроводжується нагріванням тіл, що труться, а тертя спокою – ні?
16. Що називають тертям кочення? Запишіть закон Кулона і поясніть його.
17. Поясніть механізм виникнення сили тертя кочення.

2.3.2. Коливання і хвилі. Акустика

Методичні поради

Пригадавши, що ми вже вивчали кінематику гармонічних коливань, приступаємо до вивчення динаміки цих коливань. З'ясуємо, що діюча сила у цьому випадку пропорційна зміщенню точки від положення рівноваги і напрямлена до положення рівноваги, тому її називають повертальною силою ($F = -m\omega^2 x = -kx$, де $k = m\omega^2$ – коефіцієнт повертальної сили). Важливо звернути увагу на те, що вираз повертальної сили аналогічний до виразу сили пружності. Тому повертальну сили називають квазіпружною. Звідси треба зробити важливий висновок, що не тільки пружина, а й будь-яка інша сила такого виду, зумовлює гармонічне коливання. Квазіпружною силою може бути складова ваги кульки, підвішеної на нитці (математичний маятник), рівнодійна ваги і виштовхувальної сили Архімеда для тіла, що плаває на поверхні рідини тощо.

Треба запам'ятати, що систему, яка описується рівнянням:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \text{ називають гармонічним осцилятором. Розв'язком}$$

цього рівняння є функція $x = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$. Отже, гармонічний осцилятор – це будь-яка система, що здійснює гармонічні коливання біля положення рівноваги. Знаючи це, неважко знайти період коливання цієї системи. Це стосується і пружинного, математичного та

фізичного маятників ($T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, $T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}}$).

Звертаємо увагу на те, що період коливань кульки, підвішеної на пружині, не залежить від сили тяжіння, а лише від повертальної сили пружності, тому він буде однаковим в усіх місцях на Землі і навіть на інших планетах.

Знаючи, що повна енергія точки в коливальному русі складається із суми потенціальної і кінетичної енергії, одержуємо:

$$E = E_k + E_{II} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2.$$

Отже, енергія точки у коливальному русі пропорційна квадрату амплітуди і квадрату частоти. Якщо ж система ізольована від інших зовнішніх впливів і точка коливається без тертя, то згідно із законом

збереження енергія коливального руху точки залишається сталою:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \text{const}.$$

Будь-яке коливання матеріальної точки, якщо воно не підтримується, загасає. Його амплітуда з часом зменшується. Причиною загасання коливань є сила тертя у точці підвісу тіла, опір середовища, передавання коливань іншим тілам, теплові ефекти тощо.

Урахувавши, що сила опору середовища пропорційна швидкості:

$$F_{mp} = -r \frac{dx}{dt}, \text{ де } r - \text{коефіцієнт опору } (r > 0); \text{ знак мінус показує, що}$$

сила опору завжди напрямлена проти руху, запишемо рівняння

динаміки у такому вигляді: $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -r \frac{dx}{dt} - kx$. А ввівши позначення

$$\frac{r}{m} = 2\beta; \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2,$$

одержуємо однорідне диференціальне рівняння

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0,$$

розв'язком якого є функція $x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \alpha)$. Отже, амплітуда загасаючих коливань зменшується за законом: $A = A_0 e^{-\beta t}$. Далі з'ясуємо суть деяких величин, що характеризують їх. Зокрема – логарифмічний декрамент затухання та добротність. Швидкість загасання характеризують логарифмічним декраментом загасання, тобто логарифмом відношення двох послідовних амплітуд

$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T = \frac{r}{2m} T.$$

Вимірявши логарифмічний декрамент загасання, можна визначити коефіцієнт опору r . Звертаємо увагу на те, що логарифмічний декрамент загасання – постійна для цієї коливальної системи величина.

Енергетично коливальна система характеризується добротністю. Під добротністю розуміють збільшене у 2π разів відношення повної

енергії системи E до енергії W , розсіяної за період: $Q = 2\pi \frac{E}{W}$.

Провівши відповідні розрахунки, одержуємо, що $Q = \frac{\pi}{\lambda}$. Отже, добротність обернено пропорційна до логарифмічного декраменту загасання. Прийнято умовно вважати, що коливання практично припинилися, якщо їх енергія зменшилася 100 раз (амплітуда – в 10 раз).

Щоб коливання не загасали, до системи треба підводити енергію ззовні. Енергію можна поповнювати додатковими зовнішніми поштовхами у такт коливанням. Часто використовують такі пристрої, за допомогою яких сама коливальна система у потрібний момент здійснює зовнішній поштовх. Таку систему називають автоколивальною, а її коливання – автоколиваннями (наприклад, годинник).

Приступаючи до вивчення вимушених коливань пам'ятаємо, що вільні коливання є загасаючими. А незагасаючі коливання виникають під дією зовнішньої періодично змінної сили: $F = F_0 \sin \omega_1 t$. Записуємо рівняння динаміки вимушених коливань. При цьому враховуємо, що крім вимушуючої сили на систему також діють квазіпружна сила і сила опору середовища. Рівняння руху буде таке:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \sin \omega_1 t,$$

а використавши позначення: $\frac{k}{m} = \omega_0^2$; $\frac{r}{m} = 2\beta$; $\frac{F_0}{m} = f_0$, його запишемо так:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \sin \omega_1 t.$$

Відомо, що загальний розв'язок такого рівняння дорівнює сумі загального розв'язку відповідного однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного рівняння. Перша частина розв'язку виражає зміщення затухаючого коливання, яке через деякий проміжок часу практично дорівнює нулю. Частинний розв'язок неоднорідного

рівняння шукаємо у вигляді: $x = A \sin(\omega_1 t + \alpha)$. Щоб це рівняння було визначеним, необхідно знайти амплітуду A і зсув фази α через параметри вимушеного коливання. Виконавши відповідні математичні дії, знаходимо, що

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\beta^2 \omega_1^2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta \omega_1}{\omega_0^2 - \omega_1^2}.$$

Отже, вимушені коливання є гармонічні, частота яких дорівнює частоті вимушуючої сили. Амплітуда вимушених коливань залежить не тільки від амплітудного значення вимушуючої сили, а і від частоти. При певній частоті вимушуючої сили ω_p амплітуда вимушених коливань різко зростає, досягаючи максимального значення. Настає явище резонансу ($\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, $A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$).

Вивчаючи явище резонансу, треба також з'ясувати його роль у техніці (акустика, радіотехніка, механіка тощо).

Якщо у будь-якому пружному середовищі зовнішні сили збуджують коливання частинок в одному місці, то внаслідок взаємодії між частинками ці коливання передаватимуться до частини в інших місцях. Процес поширення коливань у середовищі називається хвильовим процесом. Поширення хвиль не супроводжується перенесенням частинок середовища, але хвилею переноситься енергія коливального руху. Напрямок поширення хвилі називають променем. Залежно від напрямку коливання точок відносно променя хвилі поділяють на поздовжні і поперечні. Поздовжніми називають хвилі, в яких частинки коливаються у напрямі променя хвилі.

Якщо частинки коливаються у напрямі, перпендикулярному до променя хвилі, то такі хвилі називаються поперечними.

Звертаємо увагу на те, що швидкість поширення поперечної хвилі залежить від модуля зсуву N і густини середовища ρ : $v_1 = \sqrt{\frac{N}{\rho}}$, а швидкість поширення поздовжніх хвиль залежить від модуля Юнга і

густини середовища ρ : $v_2 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Будь-яка хвиля характеризується

завдовжки λ . Довжина хвилі дорівнює відстані, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду: $\lambda = vT$, де v – фазова швидкість. Рівняння плоскої біжучої хвилі має вигляд:

$$\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

У середовищі одночасно можуть поширюватися кілька хвиль. Незалежність поширення хвиль у середовищі називається принципом суперпозиції.

Вивчаючи цей матеріал, треба уважно розглянути явище інтерференції хвиль та окремий випадок інтерференції – утворення стоячих хвиль. Звертаємо увагу на те, що кількість енергії, яку переносить хвиля за секунду через площу 1 м^2 , що розміщена перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, називають густиною потоку енергії: $J = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v$. Вектор густини потоку енергії був вперше запропонований М. Умовим і зараз має його ім'я:

$$\vec{J} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vec{v}.$$

А знаючи вектор $\vec{J}$ у будь-якій точці поверхні S , можна обчислити потік енергії через цю поверхню:

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{J} d\vec{S} = \int_S J_n dS.$$

Завершуючи опанування матеріалу цього розділу, треба вивчити звукові явища. Особливу увагу треба звернути на об'єктивні і суб'єктивні характеристики звуку, ефект Доплера, методи одержання ультразвуку та його застосування.

Запитання для самоконтролю

1. Який рух називають коливальним? Які коливання називають гармонічними?
2. Що таке фаза коливань і що вона визначає?
3. Що визначає початкова фаза?

4. Якою буде швидкість і прискорення матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання за законом: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$?
5. При яких умовах два гармонічні коливання “погасять” одне одного?
6. Що мають на увазі, коли говорять про зв’язок гармонічного коливання з обертовим рухом радіус-вектора?
7. За якою формулою визначають амплітуду результуючого коливання, яке утворилося від додавання двох гармонічних коливань одного напрямку?
8. Запишіть рівняння руху, яке утворюється при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань.
9. При яких умовах рух по колу буде відбуватися за годинниковою стрілкою при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань?
10. При яких умовах результуюче коливання буде відбуватися вздовж прямої при додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань? По еліпсу?
11. Яка сила називається квазіпружною? Наведіть приклади квазіпружних сил.
12. Запишіть формули періодів коливання математичного, пружинного та фізичного маятників.
13. На підставі якого рівняння можна зробити висновок про гармонійність коливального руху?
14. Які коливання називають вільними? Запишіть рівняння руху матеріальної точки, яка здійснює вільні коливання.
15. Які коливання називають загасаючими? Запишіть рівняння руху матеріальної точки, яка здійснює загасаючі коливання?
16. Що таке логарифмічний декремент затухання, коефіцієнт затухання та добротність коливальної системи?
17. Які коливання називають вимушеними? Запишіть рівняння руху матеріальної точки, яка здійснює вимушені коливання.
18. Що таке резонанс? Запишіть формули резонансної частоти й амплітуди.
19. Що називають механічною хвилею? Що таке біжуча хвиля? Що таке синусоїдальна хвиля?

20. Чому в рідинах і газах не можуть виникнути поперечні хвилі?
21. Запишіть формули для швидкості поздовжньої і поперечної хвиль.
22. Що називають завдовжки хвилі? Запишіть дисперсійне співвідношення.
23. Що називають фронтом хвилі? Що називають хвилевою поверхнею, променем?
24. Запишіть рівняння плоскої біжучої хвилі.
25. Запишіть вирази кінетичної, потенціальної і повної енергії невеликого об'єму середовища, у якому поширюється біжуча синусоїдальна хвиля.
26. Що називають потоком енергії? Густиною потоку енергії?
27. У чому суть принципу суперпозиції хвиль?
28. Що називається інтерференцією? При яких умовах виникає інтерференція двох хвиль?
29. При якій умові виникають максимуми інтерференції?
30. При якій умові виникають мінімуми інтерференції?
31. Коли утворюється стояча хвиля? Запишіть рівняння стоячої хвилі?
32. При яких умовах виникають вузли й пучності у стоячій хвилі?
33. Чому стояча хвиля не переносить енергії?
34. Запишіть формулу частот, які виникають при коливанні повітряного стовпа (стержня, закріпленого одним кінцем).
35. Запишіть формулу частот, які виникають при коливанні стержня, закріпленого з обидвох кінців.
36. Запишіть формулу частот, які виникають при коливанні струни.
37. Коли виникають фігури Хладні?
38. Яка частота називається основною? А яка гармоніками?
39. Перечисліть властивості, якими стояча хвиля відрізняється від біжучої.
40. У якому випадку у стержня завдовжки l основна частота нижча: коли він закріплений на двох кінцях чи на одному?
41. Як зміниться період коливань маятника, якщо перенести його від основи (підніжжя) гори на її вершину?
42. Що називають звуком?

43. Запишіть формули для швидкості звуку в твердих тілах і газах. Поясніть їх.
44. Назвіть об'єктивні характеристики звуку. Поясніть їх фізичний зміст.
45. Назвіть суб'єктивні характеристики звуку. Поясніть їх фізичний зміст.
46. Як гучність звуку пов'язана з його інтенсивністю?
47. Що називають порогом чутності? Больовим порогом?
48. Намалюйте діаграму чутності. Поясніть її.
49. Що називають чистим тоном? Від чого залежить тембр звуку?
50. Що називають акордом? Шумом?
51. Замалюйте спектри чистого тону та шуму. Поясніть їх.
52. У чому суть ефекту Доплера? Запишіть формулу та поясніть її.
53. Які є види джерел звуку? Поясніть їх особливості.
54. Що називають ультразвуком? Які є методи утворення ультразвуку? Поясніть їх.
55. Де використовують ультразвук? Наведіть приклади та поясніть їх.
56. Що називають інфразвуком? Чим інфразвук відрізняється від ультразвуку?

2.3.3. Механіка рідин і газів

Методичні поради

Розпочинаючи вивчення цього розділу звертаємо увагу на те, що вивчення законів руху рідин і газів та сил, з якими рідини і гази діють на тверді тіла, що переміщуються в них, є основним завданням гідро- й аеродинаміки.

Треба пам'ятати, що особливість рідин і газів є рухливість їх частинок. Рідини та гази не виявляють будь-якого опору при деформаціях зсуву. Вони проявляють пружні сили протидії лише тоді, коли змінюється їх об'єм.

Звертаємо увагу на метод вивчення руху рідин і газів, що запропонував Ейлер. За цим методом визначають швидкість кожного елемента рідини у кожній точці потоку у різний час; ця швидкість стосується не певної частинки, а будь-якої, що перебуває у даній точці потоку. А коли буде знайдено розподіл швидкостей у потоці і характер

зміни його в часі, то такий потік рідини або газу стане цілком визначеним. Інакше кажучи, у цьому випадку потік рідини або газу задається полем векторів швидкості.

Використовуючи цей метод, наперед з'ясовуємо поняття: стаціонарний потік, трубка потоку, суть теореми про неперервність потоку. А знехтувавши в'язкістю рідин і газів, переходимо до вивчення ідеальних рідин (абсолютно нестисливих і нев'язких).

Поклавши в основу наших міркувань, що зміна енергії рідини повинна дорівнювати роботі, виконаній силами тиску над рідиною, одержуємо важливе рівняння гідродинаміки (рівняння Бернуллі). Це рівняння є окремим вираженням загального закону збереження і перетворення енергії у застосуванні до стаціонарного потоку ідеальної рідини. Записане для одиниці об'єму рідини це рівняння стверджує, що в усіх перерізах трубки потоку сума кінетичної енергії, потенціальної енергії тяжіння і потенціальної енергії тиску залишається сталою.

Далі розглядаємо наслідки з рівняння Бернуллі (горизонтальний потік, водоструминні насоси, інжектори, трубка Піто, формула Торрічеллі, реакція рідини, що витікає).

Вивчаючи властивості ідеальної рідини, переходимо до вивчення динаміки реальної рідини, яка є в'язкою і стислою.

Сили в'язкості, або сили внутрішнього тертя, виникають при відносному русі шарів рідини чи газу. У рідинах ці сили обумовлені зчепленням між молекулами, які належать до різних шарів. У газах зчеплення між молекулами мале, але їх рухливість велика. Тому поява сил внутрішнього тертя у газах відбувається в основному за рахунок обміну молекулами між шарами, що рухаються. Але досліди показали, що і в рідинах, і в газах сили внутрішнього тертя описуються одним і

тим же законом, який встановив І. Ньютон: $F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} S$, де S – площа

шару, $\frac{\Delta v}{\Delta z}$ – градієнт швидкості, що характеризує швидкість зміни

швидкості шарів при переході від шару до шару, тобто в напрямку, перпендикулярному до шару (по осі z), η – коефіцієнт в'язкості

(в'язкість), що залежить від вибору одиниць вимірювання величин і від природи рідини чи газу.

Далі розглядаємо рух в'язкої рідини циліндричною трубою і виводимо формулу Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} R^4, \text{ де } Q - \text{витрати рідини, } p_1 - p_2 - \text{різниця тисків}$$

на кінцях труби, завдовжки l , R – радіус труби.

Досліджуючи характер руху реальної рідини трубами, Рейнольдс встановив, що характер її течії залежить від значення безрозмірної величини $Re = \frac{\rho v D}{\eta}$, де ρ – густина рідини, v – середня швидкість

течії, D – діаметр труби. Якщо для деякого потоку $Re < 2300$, то течія ламінарна, якщо $Re > 2300$ – течія турбулентна. Величину Re називають числом Рейнольдса.

Далі уважно розглядаємо рух тіл в рідинах і газах. З'ясовуємо причини виникнення лобового опору (опору тиску) і підйімальної сили крила літака. Дослід показує, що при збільшенні швидкості потоку настає такий момент, коли за тілом з'являється вихор, де тиск стає значно меншим ніж перед тілом. Різниця між цими тисками дає величину сили лобового опору. Ця сила залежить від густини рідини ρ і квадрата відносної швидкості, а також від форми і площі перерізу S цього тіла площиною, перпендикулярною до потоку:

$$F_{\text{тиску}} = c_x S \rho \frac{v^2}{2}.$$

Розглянувши ефект Магнуса, переходимо до з'ясування причин виникнення підйімальної сили крила літака. Ця сила виникає через те, що знизу на крило літака при русі, повітря чинить більший тиск, ніж зверху. Розгінний вихор повітря, що виникає позаду крила, створивши циркуляцію повітря навколо крила, забезпечує над крилом швидкість повітря більшу, ніж під крилом. Тому на основі теореми Бернуллі, під крилом тиск стає більшим, що і створює підйімальну силу, скеровану вгору.

На завершення вивчення матеріалу цього розділу треба розглянути рух тіла із надзвуковими швидкостями.

Запитання для самоконтролю

1. Що спільного між рідиною і газом, яка між ними різниця?
2. До яких видів деформації газ і рідина виявляють пружні властивості?
3. Чим відрізняються умови рівноваги рідини від умов рівноваги твердого тіла?
4. Сформулюйте закон Паскаля. Поясніть принцип дії гідравлічного преса.
5. Сформулюйте закон Архімеда. Від чого залежить величина архімедової сили? Запишіть формулу.
6. Що називають лінією течії?
7. Який вигляд має рівняння неперервності для нестискуваної і стискуваної рідини?
8. Яку течію називають стаціонарною?
9. Запишіть рівняння Бернуллі і поясніть його зміст.
10. Виведіть рівняння Бернуллі.
11. Для чого використовують трубку Піто?
12. Як можна виміряти статичний тиск всередині рухомої рідини?
13. Яка будова трубки Прандтля? Для чого її використовують? Запишіть формулу.
14. Виведіть формулу Торрічеллі.
15. Як можна знайти результуючу силу тиску рідини, що тече, на стінки зігнутої труби?
16. Виведіть формулу Пуазейля.
17. За яким законом розподіляється швидкість рідини вздовж перерізу труби? Запишіть формулу.
18. Яку течію рідини називають ламінарною? А яку турбулентною?
19. Запишіть формулу для знаходження числа Рейнольдса.
20. Що називають пограничним шаром? Від чого залежить його товщина?
21. На тіло, що рухається у в'язкому середовищі, діє сила лобового опору. При яких умовах спостерігається опір тертя і опір тиску?
22. Запишіть формулу Стокса. Як її можна вивести?

23. Поясніть, як утворюється вихор позаду тіла, яке обтікається рідиною або газом.
24. Що таке коефіцієнт лобового опору і від чого він залежить?
25. Поясніть, чому лобовий опір у диска більший, ніж у кулі?
26. Яке тіло називають зручнообтічним? Чому?
27. У чому суть ефекту Магнуса? Опишіть механізм утворення сили Магнуса.
28. Сформулюйте правило, за яким визначається напрямок сили Магнуса.
29. Який вихор називається розгінним? Який вихор називають приєднаним? Чому виникає приєднаний вихор?
30. Поясніть виникнення підйімальної сили крила літака.
31. Від чого залежить підймальна сила? Як її виміряти?
32. Які особливості руху тіл з надзвуковими швидкостями?
33. Чому передню частину крила надзвукових літаків роблять гострою?
34. Що таке ударна хвиля?
35. Що таке поляра крила? Для чого її використовують?

3. ВИМОГИ, ЯКИХ ТРЕБА ДОТРИМУВАТИСЯ ПРИ ВИКОНАННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З МЕХАНІКИ

Лабораторні роботи повинні не тільки сприяти закріпленню знань, одержаних при вивченні курсу загальної фізики, але й ознайомлювати студентів із сучасною вимірювальною апаратурою, навчити користуватися нею, а також прищеплювати студентам навички самостійно ставити й проводити експеримент, оцінювати достовірність отриманих результатів. У поєднанні з лекційними і практичними заняттями лабораторний практикум покликаний сприяти професійній підготовці студентів із фізики.

Без знання теорії неможливе свідоме проведення експерименту, тому виконання лабораторних робіт вимагає попереднього вивчення теоретичного матеріалу. Крім того, студент повинен бути ознайомлений з будовою приладів, які використовуються, принципами їх дії та способами використання, що покликане сприяти свідомому і якісному виконанню досліджень.

Порядок виконання завдань необхідно продумати до найменших деталей, що має сприяти швидкому проведенню експериментів. Цьому ж повинні прислужитися зразки таблиць, які значною мірою полегшать обробку результатів вимірювань.

Студент повинен використовувати дані таблиць, які вміщують відомості, необхідні при виконанні лабораторних робіт. Крім того, можуть слугувати для оцінки отриманих результатів.

Результати навчання студентів, що вивчають механіку, згідно з вимогами програми, повинні забезпечити формування того, що студенти повинні знати, вміти й розуміти після завершення навчання. На практиці розрізняють два типи навчальних результатів: загальна компетентність і компетентність, що відповідає предмету. Ці обидва типи компетентності визначені у програмі курсу “Загальна фізика. Механіка”, яка подана у цьому посібнику.

Нижче подаємо вимоги до знань та умінь студентів, яких вони мають набути, виконавши конкретні лабораторні роботи та зразок оформлення звіту за виконану лабораторну роботу.

Лабораторна робота №1

Дослідження обертального руху твердого тіла

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Як знайти момент інерції твердого тіла? Записати формули моментів інерції деяких тіл.
2. Дати визначення моменту сили, моменту пари сил. Як напрямлений вектор моменту сили?
3. Чому сумарний момент внутрішніх сил дорівнює нулю? Як знайти сумарний момент зовнішніх сил?
4. Який зв'язок встановлює основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла?
5. Записати формулу кінетичної енергії обертального руху твердого тіла.
6. Записати основне рівняння динаміки обертального руху хрестоподібного маятника з урахуванням дії сили тертя.
7. Які є способи визначення кутового прискорення маятника Обербека?
8. На основі якого закону дослідним шляхом можна визначити момент інерції обруча в цій роботі?
9. У чому переваги динамічного способу визначення моменту інерції від інших методів?
10. Записати теорему Штейнера і пояснити її зміст.

Б) набутти таких експериментальних навиків:

1. робити відлік розмірів тіл за допомогою штангенциркуля;
2. визначати абсолютні похибки при прямих вимірюваннях фізичних величин;
3. робити правильно відлік часу;
4. вміти враховувати вплив товщини жилки на кінцевий результат при визначенні моменту інерції обруча;
5. вміти визначати момент інерції обруча і дошки;
6. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень (обчислення похибок, аналіз методу дослідження, встановлення причин, що вносять найбільші похибки при визначенні моментів інерції досліджуваних тіл).

Лабораторна робота № 2

Дослідження пружних властивостей твердих тіл при деформації розтягу

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Які сили існують у природі?
2. Записати закон Гука для деформації одностороннього розтягу. Встановити фізичний зміст модуля Юнга.
3. Записати закон Гука для деформації зсуву. Встановити фізичний зміст модуля зсуву.
4. Записати закон Гука для деформації кручення. Встановити фізичний зміст модуля кручення.
5. Що виражає площа петлі гістерезисну? Як її враховують при виборі того чи іншого матеріалу?
6. Як доказати, що, працюючи з тягарцями $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 2,5 \text{ кг}$ та $m_3 = 4,0 \text{ кг}$, ми маємо право застосовувати закон Гука?
7. Чому в цій роботі для знаходження абсолютного видовження дротини використовують мікроскоп?
8. Що слід зробити аби при знаходженні видовження дротини Δl на його величину не впливала деформація кронштейна?

Б) набутти таких експериментальних навиків:

1. робити відлік розмірів тіл за допомогою мікрометра;
2. визначати точність вимірювання мікрометром;
3. знаходити абсолютне видовження дротини Δl за допомогою мікроскопа;
4. знати будову шкали мікроскопа;
5. вміти будувати залежність $\sigma = f\left(\frac{\Delta l}{l}\right)$;
6. вміти визначати модуль Юнга за розтягом дротини;
7. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень.

Лабораторна робота № 3

Дослідження загасаючих і вимушених коливань

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Записати основне рівняння динаміки для тіла, підвішеного на пружині з урахуванням сили тертя. Записати його розв'язок.
2. За якою формулою будемо обчислювати логарифмічний декремент загасання пружини і камертона?
3. Що називають коефіцієнтом затухання, добротністю коливної системи?
4. Який критерій існує для частот коливань, які можуть виникати в струні? За якою формулою можна обчислити ці частоти?
5. Як ви при дослідженні коливань струни використовуєте явище резонансу?
6. Як змінюється амплітуда коливань при збільшенні частоти (для струни)?
7. Чому, визначаючи умовний період загасаючих коливань, потрібно визначати час багатьох коливань ($N \approx 50$), а не одного повного коливання?
8. Як працює установка, яку використовують у цій роботі?

Б) набути таких експериментальних навиків:

1. вміти експериментально визначати період коливань тіла, підвішеного на пружині;
2. вміти користуватися секундоміром. Знати точність вимірювання часу секундоміром;
3. вміти визначати амплітуди коливання A_0 і A_t тіла, що коливається на пружині;
4. вміти визначати амплітуди коливання A_0 і A_t камертона;
5. знати принцип дії і роль мікрофона, що використовується в цій установці;
6. вміти застосовувати осцилограф для виконання завдань цієї роботи;
7. знати принцип дії установки, яку використовують для дослідження вимушених коливань;

8. вміти зарисувати малюнки, на основі яких будуть визначені частоти коливань струни ν_n ($\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_n$);
9. вміти визначати логарифмічний декремент загасання пружини і камертона;
10. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень (обов'язково розкрити роль резонансу при дослідженні коливань струни та особливості коливань струни (порівняно з коливаннями маятника)).

Лабораторна робота № 4

Дослідження коливального руху простих механічних систем

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Записати момент сили, який спричинює коливання математичного маятника.
2. Чому рівняння $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ стверджує, що коливання математичного маятника є гармонічними?
3. Записати формулу періоду коливань математичного маятника.
4. Як буде змінюватися період коливань математичного маятника, якщо змінюється його місцеперебування на земній кулі?
5. Що називається прискоренням вільного падіння? Від чого воно залежить?
6. Який маятник називають фізичним? Оборотною?
7. Для чого фізичний маятник має сочевиці?
8. Яких правих техніки безпеки слід дотримуватися, виконуючи цю роботу?

Б) набути таких експериментальних навиків:

1. визначати період коливань математичного маятника;
2. вміти користуватися секундоміром, хронометром;

3. вміти вимірювати довжину математичного маятника та визначати її абсолютну похибку;
4. вміти визначати зведену довжину оборотного маятника;
5. вміти, використовуючи сочевиці, змінювати період коливань оборотного маятника в потрібному напрямку (збільшувати чи зменшувати);
6. вміти визначати прискорення вільного падіння різними методами;
7. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень (обчислення похибок, залежність періоду коливань від маси тіла, довжини маятника, обчислення прискорення вільного падіння, причини, які впливають на неточність вимірювань).

Лабораторна робота № 5

Визначення швидкості звуку в повітрі

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Записати рівняння плоскої біжучої хвилі.
2. Яка умова максимумів і мінімумів інтерференції? Звідки вона випливає?
3. Записати рівняння стоячої хвилі. Коли виникають стоячі хвилі?
4. Яка умова пучностей і вузлів у стоячій хвилі?
5. Як на основі явища інтерференції визначити швидкість звуку в повітрі?
6. Як, використовуючи метод акустичного резонансу, визначити швидкість звуку в повітрі?
7. Що називають потоком енергії? Запишіть вектор Умова-Пойтінга.
8. Запишіть формули, за якими можна знайти швидкість поздовжніх і поперечних хвиль та швидкість звуку в газах.
9. Чому одне коліно приладу Квінке зроблено рухомим?
10. Які є ще інші методи знаходження довжини звукової хвилі?

Б) набути таких експериментальних навиків:

1. знати принципи дії та призначення мікрофонів і телефонів, які використовуються у цій роботі;

2. знати принцип дії обох установок, які використовуються для знаходження швидкості звуку;
3. вміти застосовувати звуковий генератор і осцилограф для розв'язання завдань лабораторної роботи;
4. вміти знаходити довжину звукової хвилі λ в обидвох завданнях цієї роботи;
5. вміти знаходити абсолютну похибку частот ν , що використовуються;
6. вміти визначати швидкість звуку в повітрі різними методами;
7. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень (обчислення похибок, залежність чи незалежність швидкості звуку від частоти звукової хвилі, точність визначення швидкості звуку, переваги одного чи другого методу в точності визначення швидкості звуку).

Лабораторна робота № 6

Дослідження руху ідеальної рідини та газу

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Який рух рідин називають стаціонарним? Записати теорему про нерозривність струмени.
2. Записати рівняння Бернуллі і формулу Торрічеллі. Пояснити їх зміст.
3. Як можна визначити статичний тиск, динамічний тиск, повний тиск?
4. Чому виникає підймальна сила крила літака? Чому виникає сила лобового опору?
5. Чому сила лобового опору залежить від форми тіла, яке рухається?
6. Як залежить підймальна сила від кута атаки і швидкості потоку?
7. Коли течія вважається турбулентною?
8. Як практично знаходять підймальну силу крила літака?

Б) набутти таких експериментальних навиків:

1. вміти експериментально визначати підймальну силу крила літака;
2. вміти знаходити швидкість повітряного потоку, в якому розміщується модель крила літака;
3. вміти знаходити залежність підймальної сили крила літака від швидкості потоку повітря, що оточує крило;
4. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень (обчислення похибок, трактування одержаних залежностей $F_x = f(\alpha)$ і $F_x = f(v)$).

Лабораторна робота № 7

Визначення коефіцієнта в'язкості рідини і повітря

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Записати формулу сили в'язкості. Що виражає градієнт швидкості?
2. Записати формулу Пуазейля. Які величини входять у цю формулу?
3. Коли рух рідини вважається турбулентним? Як обчислити число Рейнольдса?
4. Записати формулу Стокса. До руху яких тіл її застосовують?
5. Записати рівняння руху кульки у в'язкій рідині. Чому цей рух через якийсь час стає рівномірним?
6. Якими методами можна знайти радіус кульки? Який метод використовуємо в цій роботі?
7. Чому швидкість течії рідини є неоднаковою вздовж діаметра труби?
8. Який прилад називають віскозиметром?

Б) набутти таких експериментальних навиків:

1. вміти робити правильно відлік часу падіння кульки в рідині;
2. вміти використати мікроскоп для визначення діаметра кульки;
3. вміти використати мікрометр для визначення діаметра кульки;
4. вміти визначити абсолютну похибку часу падіння кульки;

5. вміти знаходити густину досліджуваної рідини за допомогою пікнометра;
6. вміти визначати (виставляти) вертикальне положення трубки, в якій знаходиться досліджувана рідина;
7. вміти визначати коефіцієнт в'язкості рідини за методом падіння кульки у ній;
8. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень.

Лабораторна робота № 8

Дослідна перевірка законів збереження імпульсу та енергії

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Записати закон збереження імпульсу для непружного і пружного ударів.
2. Записати формули, за якими визначаються швидкості двох тіл після їх пружного удару.
3. Для чого використовують балістичний маятник? Як знайти його швидкість, якщо відомо швидкість кулі?
4. Як можна перевірити закони збереження при пружному і непружному ударах?
5. Як знайти швидкість кулі, яка була відхилена на деякий кут при проходженні нею положення рівноваги?
6. Записати закон збереження повної механічної енергії. Як знайти зміну повної механічної енергії системи тіл (чи тіла), якщо механічна система незамкнута?

Б) набутти таких експериментальних навиків:

1. вміти перевіряти закони збереження енергії та імпульсу;
2. вміти знаходити масу балістичного маятника і масу кулі;
3. вміти знаходити абсолютну похибку маси балістичного маятника і маси кулі;
4. вміти забезпечити умови експерименту, при яких удар кулі і маятника можна вважати абсолютно непружним?

5. вміти експериментально знаходити висоту підняття маятника після удару кулі;
6. вміти перевіряти закони збереження механічної енергії та імпульсу;
7. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень.

Лабораторна робота № 9

Визначення швидкості звуку в твердих тілах

А) вміти дати відповідь на такі запитання:

1. Чому в твердих тілах можуть поширюватися як поздовжні, так і поперечні хвилі?
2. Як утворюються стоячі хвилі?
3. Які особливості коливання суцільного обмеженого середовища?
4. Які хвилі мають більшу швидкість поширення – поздовжні чи поперечні? Чому?
5. Від чого залежить густина потоку енергії біжучої пружної хвилі?
6. Чи переносить енергію стояча хвиля?

Б) набути таких експериментальних навиків:

1. знати принципи дії установки, яка використовується для знаходження швидкості звуку в твердих тілах;
2. вміти застосовувати звуковий генератор і осцилограф для знаходження резонансних частот;
3. вміти правильно закріплювати стержні в установці;
4. вміти досягати максимальної чутливості установки; вміти знаходити довжину звукової хвилі;
5. вміти знаходити абсолютну похибку резонансних частот;
6. вміти визначати швидкість звуку в стержнях, виготовлених з різних матеріалів (сталь, латунь, дерево тощо);
7. вміти робити розрахунки і висновки після завершення експериментальних досліджень.

Зразок оформлення звіту лабораторної роботи

З В І Т

з виконаної лабораторної роботи № 1

студента групи ФІ-13

Дзюраха Михайла

Тема. Дослідження обертального руху твердого тіла

Мета роботи: поглибити знання з динаміки обертального руху твердого тіла та освоїти експериментальні методи знаходження моментів інерції тіл.

Завдання. *Визначення моменту інерції обруча і дошки*

Прилади: дослідна установка, тягарці, секундомір, досліджувані тіла

Робоча формула:

$$J = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (1)$$

Таблиця із результатами експерименту:

№	$m, \text{ кг}$	$h, \text{ м}$	$2r, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$
1	0,2	0,8	$20,5 \cdot 10^{-3}$	28	41
2	0,2	0,8	$20,5 \cdot 10^{-3}$	29	43
3	0,2	0,8	$20,5 \cdot 10^{-3}$	27	44
середнє	0,2	0,8	$20,5 \cdot 10^{-3}$	28	42,6

Обчислення моменту інерції обруча:

$$\bar{J} = mr^2 \left(\frac{gt_1^2}{2h} - 1 \right) = 0,2 \cdot (10,25)^2 \cdot (10^{-3})^2 \cdot \left(\frac{10 \cdot 28^2}{2 \cdot 0,8} - 1 \right) = 0,102 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Обчислення похибок вимірювання моменту інерції обруча:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{\bar{J}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(0,005)^2 + (0,097)^2 + (0,0141)^2 + (0,0006)^2} = 0,031;$$

$$\Delta J = \bar{J} \cdot \varepsilon = 0,102 \cdot 0,031 = 0,0032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J = \bar{J} \pm \Delta J = (0,102 \pm 0,0032) \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\varepsilon = 3,1\%.$$

Обчислення моменту інерції дошки:

$$\bar{J}' = mr^2 \left(\frac{gt_2^2}{2h} - 1 \right) = 0,2 \cdot (10,25)^2 \cdot (10^{-3})^2 \cdot \left(\frac{10 \cdot (42,6)^2}{2 \cdot 0,8} - 1 \right) =$$

$$= 0,238 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\bar{J}_\partial = \bar{J}' - \bar{J} = 0,238 - 0,102 = 0,136 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Обчислення похибок вимірювання моменту інерції обруча:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J_\partial}{\bar{J}_\partial} = 0,038;$$

$$\Delta J_\partial = \bar{J}_\partial \cdot \varepsilon = 0,136 \cdot 0,038 = 0,0052 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_\partial = \bar{J}_\partial \pm \Delta J_\partial = (0,136 \pm 0,0052) \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$\varepsilon = 3,8\%.$$

Висновок: виконавши цю лабораторну роботу, я навчився експериментально знаходити момент інерції деяких тіл (обруча та дошки).

Порівнявши момент інерції обруча, обчислений за формулою (1) і формулою $J = MR^2$ ($J = 0,081 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$), бачимо, що між ними є значна різниця. Цю різницю значень моменту інерції обруча можна

пояснити роботою проти сил тертя, якою знехтувано при виведенні формули (1). Цей метод успішно можна використовувати і для знаходження моменту інерції тіл довільної форми відносно вибраної осі обертання.

Крім того, я навчився користуватися штангенциркулем, секундоміром та робити обчислення відносної і абсолютної похибок непрямих вимірювань фізичних величин.

4. ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ

4.1. Розділ 1

4.1.1. Кінематика

Тестове завдання 1

Системою відліку називають _____

Рух матеріальної точки буде визначено, якщо _____

Траєкторією руху називається _____

Шляхом називається _____

Скалярними називаються величини _____

Векторними називають величини _____

Між векторним і координатним способом опису руху точки існує такий зв'язок: _____

Швидкість визначається _____

Середня швидкість дорівнює _____

Прискорення визначається _____

Тангенціальним прискоренням називається _____

Нормальним прискоренням називається _____

Пряма задача кінематики полягає у _____

Обернена задача кінематики полягає _____

Вектором кутового зміщення є відрізок, _____

Кутова швидкість визначається _____

Співвідношення, що виражає залежність між векторами $\vec{\omega}$, $\vec{v}$ і $\vec{r}$, записується так: _____

Вектор $\vec{v}$ перпендикулярний до _____ і його напрям знаходимо так: _____

Кутове прискорення визначається _____

Кутове прискорення має такий зв'язок з тангенціальним прискоренням: _____

Кутове прискорення і кут повороту тіла визначаються за формулами: _____

Коливальним називають рух, _____

Гармонічним називають коливальний рух, _____

Періодом коливання називають _____

Його записують так: _____,
де _____

Залежність між кутовою швидкістю і частотою коливань записують так: _____

Рівняння гармонічного коливального руху в загальному вигляді записують так: _____,
де _____

Швидкість і прискорення точки в гармонічному коливанні: _____

Тестове завдання 2

2.1. Траєкторією частинки, яка описується рівнянням

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-b)^2}{b^2} = 1, \text{ буде:}$$

- коло
- пряма
- парабола
- еліпс
- експонента

Правильна відповідь: _____

2.2. Орти $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – це:

- координати точки
- одиничні вектори
- проекції прискорення
- пружні константи

Правильна відповідь: _____

2.3. При рівномірному русі по колу

- $a_\tau = 0$; $a_n \neq 0$
- $a_\tau \neq 0$; $a_n = const$
- $a_\tau = 0$; $a_n = 0$
- $a_\tau = 0$; $a_n = const$

Правильна відповідь: _____

2.4. Найбільшу висоту підняття тіла, кинутого під кутом до горизонту, знаходять за формулою:

- $\frac{v_0 \sin \alpha}{2g}$
- $\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$
- $\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

Правильна відповідь: _____

2.5. Кутове прискорення пов'язане з тангенціальним так:

- $v = \omega R$

$$- \quad \vec{a}_\tau = [\vec{\beta} \vec{R}]$$

$$- \quad a_\tau = \beta R$$

$$- \quad d\omega = \beta dt$$

Правильна відповідь: _____

2.6. Повне прискорення матеріальної точки записують виразом:

$$- \quad [\vec{\omega} \vec{R}]$$

$$- \quad m[\vec{\omega} \vec{R}]$$

$$- \quad [\vec{\beta} \vec{R}] + [\vec{\omega} \vec{v}]$$

$$- \quad \frac{v^2}{R}$$

$$- \quad \omega^2 R$$

Правильна відповідь: _____

2.7. Точка здійснює рівномірний обертальний рух, коли

$$- \quad \beta = \text{const}$$

$$- \quad \beta = 0$$

$$- \quad d\omega = \beta dt$$

Правильна відповідь: _____

4.1.2. Динаміка матеріальної точки

Тестове завдання 1

1.1. Практичні завдання динаміки зводяться до вивчення _____

— або до знаходження

1.2. Силою називають величину, яка _____

—

- 1.3. Інертністю називають властивість тіла _____

- 1.4. Інерцією тіла називають явище _____

- 1.5. Природним станом матерії є _____, а сила взаємодії є _____ лише _____ причиною _____
- 1.6. Перший закон Ньютона формулюється так: _____

- 1.7. Інерціальними системами відліку називають такі системи _____

- 1.8. Під гравітаційною масою тіла розуміють _____

- 1.9. Під інертною масою тіла розуміють _____

- 1.10. Досліди, проведені Ньютоном і Етвешем показали, що _____
_____,
бо _____

- 1.11. Другий закон Ньютона формулюється так: _____
_____.
Його записують формулою _____, де _____

- 1.12. Вираз другого закону Ньютона в загальному вигляді формулюється так: _____
_____ і
записується формулою _____, де _____

- 1.13. Зміна імпульсу тіла залежить від _____

- 1.14. Імпульсом сили називають _____

1.15. Рівняннями динаміки матеріальної точки називають вирази:

1.16. Методом диференціювання у механіці розв'язують задачі на

1.17. Методом інтегрування у механіці розв'язують задачі на _____

1.18. Третій закон Ньютона стверджує: _____

1.19. Коли в даній точці прикладено кілька сил, то їх рівнодійну знаходимо _____

1.20. Систему діючих сил називають зрівноваженою, коли

1.21. Результатами статичного прояву сили є _____

1.22. Результатом динамічного прояву сили є _____

1.23. За характером взаємодії у механіці розрізняють такі типи сил:

_____,
вони проявляються _____

1.24. Вагою тіла називають силу _____

1.25. На розглядуване тіло, крім сили тяжіння, діє реакція опори, тому основне рівняння динаміки для нього має вигляд:

1.26. Закон збереження імпульсу формулюється так: _____

Його записують таким рівнянням _____,

де _____

1.27. Що масивніший човен, толегше з нього зійти на берег, бо

1.28. Імпульс, якого набуває снаряд, вилітаючи із ствола, компенсується

1.29. Сучасна реактивна техніка ґрунтується на законі _____. Це пояснюється так:

1.30. Рівняння Мещерського описує рух тіла _____ і має вигляд _____, де

Тестове завдання 2

2.1. Другий закон Ньютона записують так:

- $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}$

- $F = kx$

- $\vec{F} = m\vec{a}$

- $d\vec{p} = \vec{F}dt$

Правильна відповідь: _____

2.2. Основним рівнянням динаміки матеріальної точки називають вираз:

- закону збереження імпульсу

- закону всесвітнього тяжіння

- закону збереження маси

- другого закону Ньютона

- третього закону Ньютона

Правильна відповідь: _____

2.3. Основними задачами механіки є задачі:

- на знаходження діючих сил і координат
- на знаходження космічних швидкостей
- на знаходження величини відносної деформації
- на знаходження умови плавання тіл

Правильна відповідь: _____

2.4. При русі тіла по гладенькій похилій площині сила проявляється:

- лише динамічно
- лише статично
- одночасно динамічно та статично
- не проявляється зовсім

Правильна відповідь: _____

2.5. При невагомості тіла сила тяжіння виявляється:

- повністю статично
- повністю динамічно
- частково динамічно та частково статично
- не виявляється зовсім

Правильна відповідь: _____

2.6. Закон збереження імпульсу записують так:

- $d\vec{p} = \vec{F}dt$, якщо $dt > 0$
- $\vec{p} = \sum m_i \vec{v}_i$, якщо $\sum m_i = const$
- $\vec{p} = const$, якщо $\vec{F} = 0$
- $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$, якщо $\vec{F} = 0$
- $I\vec{\omega} = const$, якщо $I = const$

Правильна відповідь: _____

2.7. Сучасна реактивна техніка ґрунтується на законі:

- всесвітнього тяжіння
- збереження імпульсу
- Бернуллі
- Стокса

Правильна відповідь: _____

2.8. Рух тіла із змінною масою описується рівнянням:

- $\vec{F} = m\vec{a}$

- $v = \omega \ln \frac{m_0}{m}$

- $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$

- $v = \sqrt{2gh}$

Правильна відповідь: _____

2.9. Пружні сили виникають у результаті

- взаємодії тіл через дотик
- взаємодії тіл через особливе поле
- взаємодії тіл через дотик, а також через особливе поле

Правильна відповідь: _____

2.10. Сили тяжіння виникають у результаті

- взаємодії тіл через дотик
- взаємодії тіл через особливе поле
- взаємодії тіл через дотик, а також через особливе поле

Правильна відповідь: _____

4.2. Розділ 2

4.2.1. Сили тертя. Всесвітнє тяжіння

Тестове завдання 1

1.1. Силами тертя називаються _____

1.2. Сухим тертям називають _____

1.3. Внутрішнім називають тертя _____

1.4. Тертя спокою називають _____

- 1.5. Силу тертя ковзання виражають так: _____, а силу тертя кочення – так: _____, де _____
- 1.6. Причинами сухого тертя є _____
- 1.7. Сила внутрішнього тертя є результатом дії _____
- 1.8. Силу внутрішнього тертя виражають у вигляді _____, де _____
- 1.9. Іоганн Кеплера встановив такі закони руху планет: _____

- 1.10. Закон всесвітнього тяжіння встановив _____ і його записують так: _____, де _____
- 1.11. Гравітаційна стала дорівнює _____, її фізичний зміст такий: _____
- 1.12. Існують такі типи взаємодій між окремими об'єктами природи: _____

- 1.13. Сили тяжіння подібні до електричних сил, бо _____
- 1.14. Сили тяжіння також відрізняються від електричних сил _____

- 1.15. Кількісною характеристикою гравітаційного поля є _____

яка _____

1.16. Неінерціальними системами відліку називають _____

1.17. Другий закон механіки в неінерціальній системі відліку записують в такому вигляді: _____, де

1.18. Якщо неінерціальна система перебуває в поступальному русі з прискоренням a_0 відносно інерціальної системи відліку, то сила інерції має такий вигляд: _____

1.19. Відцентрова сила інерція виникає, коли _____
Ця сила має такий вигляд: _____

1.20. Коріолісова сила інерції виникає, коли _____
_____ . Її знаходять за формулою: _____

1.21. Сили інерції і сили тяжіння є еквівалентними, бо _____

1.22. Космонавт у космічному кораблі, що рухається навколо Землі, перебуває у стані невагомості, бо _____

Тестове завдання 2

2.1. Сили тертя можуть виступати в ролі:

- гальмівних сил
- рушійних сил
- квазіупругих сил

Правильна відповідь: _____

2.2. Коефіцієнт тертя ковзання залежить від:

- роду тіл, що взаємодіють
- роду тіл і стану поверхні
- площі поверхні тіл
- сили нормального тиску

Правильна відповідь: _____

2.3. Сила тертя кочення із збільшенням радіуса тіла кочення:

- збільшується
- зменшується
- не змінюється

Правильна відповідь: _____

2.4. Закон всесвітнього тяжіння встановив:

- Кеплер
- Коперник
- Галілей
- Ньютон

Правильна відповідь: _____

2.5. Закон всесвітнього тяжіння записують так:

- $F = mg$
- $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$
- $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$
- $F = m \frac{v^2}{r}$

Правильна відповідь: _____

2.6. Гравітаційна стала дорівнює:

- $9,8 \text{ м/с}^2$
- $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$

- $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
- $9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$

Правильна відповідь: _____

2.7. Гравітаційне поле залежить від

- маси тіла і густини
- маси тіла і його конфігурації
- напруженості поля

Правильна відповідь: _____

2.8. Вага тіла в системі відліку, яка рухається прискорено відносно Землі, записується так:

- $\vec{P} = \vec{F}_{тяж} + \vec{F}_{кор}$
- $\vec{P} = m\vec{g}_\phi + \vec{F}_{кор}$
- $\vec{P} = \vec{F}_{тяж} + \vec{F}_{від.ін.} + \vec{F}_{кор} - m\vec{a}$
- $\vec{P} = m\vec{g}_\phi - m\vec{a} + \vec{F}_{кор}$

Правильна відповідь: _____

2.9. Коріолісова сила діє на тіла, які рухаються по поверхні Землі

- у північній півкулі
- у південній півкулі
- в обидвох півкулях

Правильна відповідь: _____

2.10. Коріолісова сила має напрям, що

- співпадає з дотичною до поверхні Землі в цій точці
- співпадає з напрямом осі, навколо якої обертається Земля
- співпадає з напрямом швидкості тіла
- визначається за правилом правого свердлика, яке стверджує _____

Правильна відповідь: _____

4.2.2. *Механічна енергія*

Тестове завдання 1

- 1.1. Енергія – це _____

- 1.2. Механічна енергія є _____ видів:

- 1.3. Кінетичну енергію визначають за формулами: _____

- 1.4. Робота як фізична величина _____

- 1.5. Роботою сили, яка діє на матеріальну точку, називають фізичну величину, що _____. Її обчислюють за формулою _____
- 1.6. Сили називають потенціальними, коли _____

- 1.7. Система тіл називається консервативною, якщо _____

- 1.8. Потужність чисельно дорівнює _____. Її обчислюють за формулами _____

- 1.9. Потенціальною називають ту частину механічної енергії, яка _____

- 1.10. Формула потенціальної енергії тяжіння записується так: _____. Її можна одержати, виходячи з таких міркувань: _____

- 1.11. Закон збереження енергії формулюється так: _____

- 1.12. Пружним ударом називають _____

- 1.13. Непружним ударом називають _____

- 1.14. Потенціалом поля тяжіння називають _____. Його
записують формулою _____
- 1.15. Першою космічною називають таку швидкість _____

- 1.16. Другою космічною називають таку швидкість _____

- 1.17. Третьою космічною називають таку швидкість _____

- 1.18. Основи динаміки тіл змінної маси заклали:
- Галілей
- Ньютон
- Мещерський
- Ціолковський
- Корольов
Правильна відповідь: _____
- 1.19. Кінцева швидкість ракети:
- залежить від закону зміни маси в часі
- не залежить від закону зміни маси в часі
- залежить тільки від швидкості газів, що вилітають з ракети
- залежить тільки від параметрів u , m_0 , m_k
Правильна відповідь: _____
- 1.20. 12 квітня 1961 року відбувся _____

- 1.21. Україна є космічною державою, бо _____

Тестове завдання 2

2.1. Кінетичну енергію визначають за формулою:

- $\frac{p^2}{2m}$
- $\frac{mv^2}{R}$
- $\frac{mv^2}{2}$
- $I\omega$

Правильна відповідь: _____

2.2. Робота може бути:

- додатною
- від'ємною
- рівною нулю

Правильна відповідь: _____

2.3. Вимірюють роботу в СІ

- Ньютонами (H)
- Джоулями ($Дж$)
- Паскалями ($Па$)
- Ватами ($Вт$)

Правильна відповідь: _____

2.4. Потенціальними називаються сили, робота яких:

- залежить від траєкторії руху тіла
- не залежить від траєкторії руху тіла
- залежить від початкового і кінцевого положення тіла
- залежить від пройденого шляху вздовж траєкторії руху тіла

Правильна відповідь: _____

2.5. Кінська сила (к.с.) є одиницею

- роботи

- потужності
- сили
- теплотворності палива

Правильна відповідь: _____

2.6. Потенціальну енергію обчислюють за формулою

- $-\gamma \frac{mM}{r^2}$
- $-\gamma \frac{mM}{R}$
- mgh
- $\frac{kx^2}{2}$

Правильна відповідь: _____

2.7. Повна механічна енергія системи залишається:

- незмінною, якщо консервативна система ізольована
- незмінною, незалежно від стану системи
- незмінною, якщо $\Delta A_{\text{нек}} > 0$ (система консервативна)
- незмінною, якщо $\Delta A_{\text{нек}} < 0$ (діє сила тяжіння)

Правильна відповідь: _____

2.8. Потенціал поля тяжіння визначають за формулою

- $-\gamma \frac{mM}{r}$
- $-\gamma \frac{M}{r}$
- $\gamma \frac{mM}{r^2}$
- $\gamma \frac{M}{r^2}$

Правильна відповідь: _____

2.9. Перша космічна швидкість дорівнює

- $3 \cdot 10^8$ м/с
- $8 \cdot 10^3$ м/с
- 340 м/с
- $16,7 \cdot 10^3$ м/с

Правильна відповідь: _____

2.10. Друга космічна швидкість дорівнює

- 300000 км/с
- 11200 м/с
- 8000 м/с
- 11,2 км/с

Правильна відповідь: _____

2.11. Формула Ціолковського базується на

- законі збереження моменту імпульсу
- законі збереження імпульсу
- законі Бернуллі
- законі всесвітнього тяжіння

Правильна відповідь: _____

4.2.3. Механіка обертального руху

Тестове завдання 1

1.1. Центром мас двох матеріальних точок є точка, _____

1.2. Вирази координат центра мас системи матеріальних точок мають вигляд: _____

1.3. Центр мас системи рухається так: _____

1.4. Поступальним називають такий рух твердого тіла _____

- 1.5. В обертальному русі всі частинки твердого тіла переміщуються _____
- 1.6. В обертальному русі різні частинки тіла переміщуються з _____, але всі вони мають однакові _____ і _____
- 1.7. Момент сили виражається _____ добуток _____, його модуль дорівнює _____
- 1.8. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла має вигляд: _____, де _____
- 1.9. Моментом імпульсу точки називають _____ і записують так: _____
- 1.10. Момент імпульсу твердого тіла записують так: _____
- 1.11. Якщо _____, то момент імпульсу _____
- 1.12. Момент інерції тіла відносно осі обертання записують _____
- 1.13. Кінетична енергія обертального руху тіла залежить від _____ . Її знаходять за формулою _____
- 1.14. Теорема Штейнера формулюється так: _____ . Її записують формулою _____
- 1.15. Суть гіроскопічного ефекту така: _____

Тестове завдання 2

2.1. Момент сили – це вектор, який виражається формулою:

- $\vec{F} = m\vec{a}$
- $\vec{L} = J\vec{\omega}$
- $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$
- $\vec{M} = \frac{d}{dt}[J\vec{\omega}]$

Правильна відповідь: _____

2.2. Модуль моменту сил обчислюють за формулою:

- $F = \frac{d}{dt}(mv)$
- $M = rF$
- $M = rF \sin\alpha$
- $M = J\omega$

Правильна відповідь: _____

2.3. Момент інерції тіла дорівнює:

- $J = mv$
- $J = mr$
- $J = \sum m_i r_i^2$
- $J = m_i r_i^2$

Правильна відповідь: _____

2.4. Основним рівнянням динаміки обертального руху є вираз:

- $J_1\omega_1 = J_2\omega_2$
- $\vec{M} = [\vec{F}\vec{\beta}]$
- $\vec{M} = \vec{\beta}J$
- $\vec{M} = J\vec{\beta}$

- $\vec{L} = J\vec{\omega}$

Правильна відповідь: _____

- 2.5. Закон збереження моменту імпульсу встановлюється із рівняння:

- $m \frac{d^2 x}{dt^2} = F + \frac{dm}{dt} v$

- $\vec{L} = \sum m_i [\vec{r}_i \vec{v}_i]$

- $\vec{M} = J\vec{\beta}$

- $J = J_0 + md^2$

Правильна відповідь: _____

- 2.6. Кінетична енергія тіла, яке котиться без ковзання по горизонтальній поверхні, обчислюється за формулою:

- $E = \frac{mv^2}{2}$

- $E = \frac{J\omega^2}{2}$

- $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$

- $E = FS \cos \alpha$

Правильна відповідь: _____

- 2.7. Теорема Штейнера записується таким рівнянням:

- $J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$

- $J = J_0 + md^2$

- $J = \sum m_i r_i^2$

- $dJ = \rho S r^2 dr$

Правильна відповідь: _____

2.8. Момент інерції диска відносно осі, що проходить через його центр перпендикулярно до площини диска, дорівнює:

- $J = mR^2$

- $J = \frac{1}{4}mR^2$

- $J = \frac{2}{5}mR^2$

- $J = \frac{1}{2}mR^2$

Правильна відповідь: _____

2.9. Стійким буде обертання тіла лише навколо тих вільних осей, відносно яких момент інерції тіла:

- найбільший
- найменший
- найбільший або найменший
- має проміжне значення

Правильна відповідь: _____

2.10. Гіроскопічний ефект повністю відповідає

- теоремі Штейнера
- другому закону Ньютона
- закону всесвітнього тяжіння
- основному рівнянню динаміки обертального руху

Правильна відповідь: _____

2.11. Момент інерції є величиною адитивною. Це означає, що:

- момент інерції тіла не залежить від осі обертання
- момент інерції тіла дорівнює сумі моментів інерції його частин
- момент інерції тіла не впливає на його кутове прискорення
- момент інерції тіла змінюється з часом

Правильна відповідь: _____

- 2.12. Якщо тіло рухається (котиться) в полі тяжіння (в полі консервативних сил), то закон збереження енергії записується так:

- $\frac{mv_c^2}{2} + mgh_c = \text{const}$

- $\frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \text{const}$

- $\frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + mgh_c = \text{const}$

- $\frac{J\omega^2}{2} = \text{const}$

Правильна відповідь: _____

- 2.13. Умовами рівноваги твердого тіла є:

- $\sum \vec{F}_i = 0, \sum \vec{M}_i \neq 0$

- $\sum \vec{F}_i \neq 0, \sum \vec{M}_i = 0$

- $\sum \vec{F}_i > 0, \sum \vec{M}_i < 0$

- $\sum \vec{F}_i = 0, \sum \vec{M}_i = 0$

Правильна відповідь: _____

4.2.4. Основи спеціальної теорії відносності

Тестове завдання 1

- 1.1. Принцип відносності Галілея стверджує, що _____

- 1.2. Галілеєві формули перетворення координат мають такий вигляд: _____

- 1.3. Класична механіка, що ґрунтується на законах Ньютона, справджується лише _____
- 1.4. Наслідки із перетворення Галілея є такі: _____
_____. За допомогою формул їх можна записати так: _____

- 1.5. Фізичні величини та фізичні закони називають інваріантними до перетворень Галілея, якщо _____

- 1.6. Перший постулат Ейнштейна, що ліг в основу спеціальної теорії відносності, формулюється так: _____

- 1.7. Другий постулат Ейнштейна формулюється так: _____

- 1.8. Перетворення Лоренца записуються так: _____

- 1.9. Формули перетворення Лоренца переходять у формули перетворення Галілея, коли _____

- 1.10. Найбільшу довжину l_0 стержень має в тій системі відліку, _____
_____. Це видно з формули: _____
- 1.11. Проміжок часу між двома подіями є більший _____
_____. Це видно з формули: _____
- 1.12. За перетвореннями Лоренца дві події, які відбуваються одночасно в одній системі, є _____. Це видно з таких формул: _____

- 1.13. У теорії відносності теорема додавання швидкостей має такий вигляд: _____. Вона переходить у класичну формулу додавання швидкостей, якщо _____ і має такий вигляд: _____
- 1.14. Інтервалом між двома розглядуваними подіями називається величина _____, де _____
- 1.15. Твердження $\Delta S^2 = \Delta S'^2$ означає, що _____
- 1.16. Залежність інертної маси тіла від його швидкості є такою: _____
- 1.17. Узагальнений вираз імпульсу тіла в СТВ записується так: _____
- 1.18. Узагальнений другий закон механіки має вигляд: _____
- 1.19. Між енергією тіла і його масою існує такий взаємозв'язок: _____
- 1.20. Енергію тіла в стані спокою знаходимо за формулою: _____
- 1.21. Кінетичну енергію тіла в СТВ обчислюємо за формулою: _____
- 1.22. Принцип еквівалентності стверджує: _____

Тестове завдання 2

- 2.1. Класична механіка описує рух тіла:
- малої маси, швидкість якого $v > 8 \text{ км/с}$
 - великої маси, швидкість якого $v > c$
 - великої маси, швидкість якого $v < c$
 - малої маси, швидкість якого $v < 8 \text{ км/с}$

Правильна відповідь: _____

2.2. Формули перетворень Лоренца переходять у формули перетворень Галілея, коли:

- $v \ll c$
- $v > c$
- $v = 16.6 \text{ км/с}$
- $v > 7,9 \text{ км/с}$
- $v > 13 \text{ км/с}$

Правильна відповідь: _____

2.3. Ньютонівський закон зміни швидкості тіла в СТВ під дією сталої сили виконується:

- для всіх моментів часу
- для великих проміжків часу
- для початкових проміжків часу

Правильна відповідь: _____

2.4. Релятивістська маса прямує до маси спокою, коли:

- v прямує до c
- v прямує до нуля
- $v = \text{const}$
- $v^2 / c^2 > 1$

Правильна відповідь: _____

2.5. У теорії відносності швидкість світла у вакуумі

- залежить від швидкості системи відліку
- є граничною для всіх систем відліку
- залежить від напрямку швидкості системи відліку
- дорівнює першій космічній швидкості

Правильна відповідь: _____

2.6. Маса тіла може змінитися

- внаслідок зміни кількості його атомів (молекул)
- внаслідок зміни кількості його атомів і зміни енергії
- внаслідок відносності одночасності

Правильна відповідь: _____

4.3. Розділ 3

4.3.1. Пружні властивості тіл

Тестове завдання 1

- 1.1. Під деформацією тіла розуміють _____

- 1.2. Деформації є таких видів: _____

- 1.3. Закон Гука для деформації розтягу формулюється так:
_____, його
записують таким рівнянням: _____
- 1.4. Модуль Юнга характеризує _____ і він
чисельно дорівнює _____
- 1.5. Модуль зсуву характеризує _____ і він
чисельно дорівнює _____
- 1.6. За законом Гука, сили, що виникають при пружних
деформаціях, _____

- 1.7. Деформація буде однорідною, якщо _____

- 1.8. Енергію пружної деформації знаходимо за формулою
_____, де

- 1.9. Коефіцієнт жорсткості чисельно дорівнює _____

- 1.10. Чим більша площа петлі гістерезису даного матеріалу, тим

- 1.11. Межею пропорційності називають _____

- 1.12. Межею пружності називають _____

- 1.13. Межею міцності називають _____

- 1.14. Крихкими називають тіла _____

- 1.15. Пластичними називають тіла _____

- 1.16. Під пружною післядією розуміють _____

Тестове завдання 2

- 2.1. Закон Гука встановлює зв'язок між:
- доцентровою силою і радіусом кола
 - силою тяжіння і прискоренням тіла
 - силою внутрішнього тертя і швидкістю руху кульки
 - пружною силою і величиною деформації
- Правильна відповідь:* _____
- 2.2. При малих деформаціях розтягу пружна напруга, що виникає всередині тіла, прямо пропорційна:
- довжині тіла
 - площі його поперечного перерізу
 - модулю Юнга
 - відносній деформації
- Правильна відповідь:* _____
- 2.3. Для всіх тіл з одного матеріалу відношення коефіцієнта поперечного стиску до відносної поздовжньої деформації є величиною:
- що залежить від діаметра
 - що залежить від довжини
 - що залежить від механічної напруги
 - стала
- Правильна відповідь:* _____

2.4. Модуль Юнга чисельно дорівнює механічній напрузі, при якій:

- відносне видовження дорівнює нулю
- абсолютне видовження дорівнює одиниці
- відносне видовження дорівнює одиниці
- площа поперечного перерізу дорівнює одиниці

Правильна відповідь: _____

2.5. Модуль зсуву чисельно дорівнює механічній напрузі, при якій:

- кут зсуву дорівнює 90°
- кут зсуву дорівнює 45°
- віддаль між шарами тіла дорівнює 1 м
- тіло руйнується

Правильна відповідь: _____

2.6. Кут закручування верхнього (вільного) перерізу стержня прямо пропорційний:

- довжині стержня
- моменту сили
- відносному поперечному стиску
- сколюючій напрузі

Правильна відповідь: _____

2.7. Межа пропорційності – це механічна напруга, при якій:

- виникає пружна деформація
- тіло руйнується
- виконується закон Гука
- виконується другий закон Ньютона
- відносне видовження дорівнює одиниці

Правильна відповідь: _____

2.8. Механічні властивості тіл залежать від:

- прискорення, з яким вони рухаються
- їх температури
- стану їх поверхні

- тривалості дії сил
- швидкості, з якою вони рухаються

Правильна відповідь: _____

2.9. Явище пружного гістерезису полягає:

- у пропорційності площі петлі пружного гістерезису межі міцності матеріалу тіла
- у відставанні деформації від зміни механічної напружки
- у пропорційності площі петлі пружного гістерезису енергії, яка іде на нагрівання тіла

Правильна відповідь: _____

2.10. Енергію пружно розтягнутого стержня можна обчислити за формулою:

- $U = kx^2 / 2$
- $U = E\varepsilon^2 V / 2$
- $U = F \cdot \Delta x / 2$
- $U = E\varepsilon^2 / 2$

Правильна відповідь: _____

4.3.2. Механічні властивості рідин”

Тестове завдання 1

1.1. Законом Паскаля називають твердження: _____

1.2. Виштовхувальна сила, що діє на тіло, занурене в рідину або газ, дорівнює _____

1.3. Стаціонарним потоком називається _____

1.4. Теорема про нерозривність потоку записується так:

- 1.5. Ідеальною називається рідина _____

- 1.6. Рівняння Бернуллі записується так: _____, воно
стверджує: _____

- 1.7. Трубку Прандтля використовують _____
_____.
Швидкість потоку визначають за формулою: _____

- 1.8. Формулу Торрічеллі записують так: _____, її
використовують для _____

- 1.9. Сила внутрішнього тертя пропорційна _____
_____,
формула Ньютона записується так: _____

- 1.10. Закон (формула) Пуазейля записується так: _____
_____, він стверджує:

- 1.11. Формула Стокса записується так: _____. Вона
стверджує, що _____

- 1.12. Підймальна сила крила виникає через _____

- 1.13. Причиною появи опору тиску є _____

- 1.14. Число Рейнольдса використовують для _____

- 1.15. Внаслідок чого виникає компенсаційна циркуляція повітря
навколо крила? _____

Тестове завдання 2

2.1. У побудові гідравлічного преса знайшов практичне застосування:

- закон всесвітнього тяжіння
- закон Архімеда
- закон Паскаля
- теорема Бернуллі

Правильна відповідь: _____

2.2. Виштовхувальна сила, що діє на тіло, занурене в рідину, залежить від:

- глибини занурення тіла (при невеликих глибинах)
- роду рідини та густини тіла
- густини рідини та густини тіла
- об'єму тіла та густини рідини
- об'єму рідини та густини тіла

Правильна відповідь: _____

2.3. Тіло плаває в рідині, якщо:

- сила тяжіння більша за силу Архімеда
- сила тяжіння дорівнює вазі рідини витісненої тілом
- густина тіла більша за густину рідини
- густина тіла дорівнює густині рідини

Правильна відповідь: _____

2.4. Архімедова сила є результатом:

- дії сили тяжіння
- різниці тисків на нижню і верхню частини зануреного тіла
- тиску рідини на нижню частину зануреного тіла
- глибини занурення тіла

Правильна відповідь: _____

2.5. Стаціонарний потік буде тоді, коли:

- швидкості всіх частинок рідини однакові

- усі частинки рідини в даній точці простору мають однакові швидкості
- швидкості частинок рідини змінюються дуже мало
- густина ліній потоку дуже велика

Правильна відповідь: _____

2.6. При переході з ширшого перерізу у вузький:

- рідина зменшує свою швидкість
- рідина збільшує свою швидкість
- прискорення частинок рідини не залежить від площі перерізу

Правильна відповідь: _____

2.7. Сила внутрішнього тертя залежить від:

- розмірів тіла
- швидкості тіла
- зміни швидкості і густини рідини (або газу)
- градієнта швидкості і площі суміжних шарів

Правильна відповідь: _____

2.8. Сила лобового опору залежить від:

- густини тіла
- міделевого перерізу та густини середовища
- густини середовища, міделевого перерізу і квадрату швидкості
- квадрату швидкості і числа Рейнольдса

Правильна відповідь: _____

2.9. При падінні кульки в рідині спочатку руху сталими будуть сили:

- тертя і тяжіння
- виштовхувальна і тертя
- виштовхувальна і тяжіння
- виштовхувальна, тяжіння і тертя

Правильна відповідь: _____

2.10. Тиск повітря на крило знизу більший, бо:

- швидкість повітря під крилом більша
- швидкість повітря під крилом менша
- тиск повітря за крилом більший, ніж перед ним
- тиск повітря перед крилом більший, ніж за ним

Правильна відповідь: _____

4.3.3. Коливання

Тестове завдання 1

- 1.1. Гармонічними називаються коливання _____

- 1.2. Рівняння динаміки для кульки, яка здійснює коливання на пружині, має вигляд: _____, де _____

- 1.3. Математичним маятником називається _____
_____, період його коливань обчислюється за формулою: _____, де _____

- 1.4. Фізичним маятником називається _____
_____, період його коливань обчислюється за формулою: _____, де _____

- 1.5. Зведеною завдовжки фізичного маятника називають _____

- 1.6. Рівняння динаміки для кульки, яка здійснює затухаючі коливання, має вигляд: _____, де _____

- 1.7. Амплітуда затухаючих коливань змінюється за законом: _____

- 1.8. Рівняння динаміки для кульки, яка здійснює вимушені коливання, має вигляд _____, де _____
- 1.9. Резонансом називається _____.
Резонансна частота записується формулою: _____, а резонансна амплітуда _____
- 1.10. Амплітуду і початкову фазу результуючого коливання, яке утворюється при додаванні коливань одного напрямку, обчислюють за формулами: _____
- 1.11. Рівняння траєкторії результуючого руху при додаванні взаємно перпендикулярних коливань має вигляд: _____
- 1.12. Фігури Ліссажу утворюються, коли _____
- 1.13. Результуюче коливання, яке називається биттям, настає тоді, коли _____
- 1.14. Логарифмічним декрементом загасання називається _____. Він обчислюється за формулою _____, де _____

Тестове завдання 2

- 2.1. Гармонічні коливання здійснюються під дією:
- сили Коріоліса
 - доцентрової сили
 - пружної сили
 - квазіпружної сили
 - сили тертя

Правильна відповідь: _____

2.2. Математичний маятник здійснює коливання під дією:

- сили натягу
- квазіпружної сили
- сили тертя
- сили інерції

Правильна відповідь: _____

2.3. Прискорення вільного падіння залежить від:

- довжини маятника та періоду його коливань
- маси Землі і її радіуса
- маси Землі, її радіуса і географічної широти точки на земній поверхні
- матеріалу, з якого зроблено кульку

Правильна відповідь: _____

2.4. Для фізичного маятника циклічна частота дорівнює:

- $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
- $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$
- $\omega_0^2 = \frac{mgL}{J}$
- $\omega_0^2 = kx$

Правильна відповідь: _____

2.5. Повна енергія точки в коливальному русі залежить від:

- $\sin\omega t$
- ω, m, A
- амплітуди A^2
- m, ω^2, A^2

Правильна відповідь: _____

2.6. Основною умовою виникнення вимушених коливань є:

- наявність сили тертя
- наявність зовнішньої періодично змінної сили
- відсутність сили тертя
- відсутність квазіпружної сили

Правильна відповідь: _____

2.7. Резонанс настає, якщо:

- $\omega_{рез} = \omega_0$
- $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$
- $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$
- $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0 - \beta}$

Правильна відповідь: _____

2.8. При додаванні коливань однакового напрямку максимальна амплітуда є при:

- $\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$
- $\alpha_1 = \alpha_2$
- $\alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$
- $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$

Правильна відповідь: _____

2.9. При додаванні взаємно перпендикулярних коливань траєкторія результуючого руху буде прямою лінією, якщо:

- $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$
- $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm\pi$

- $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$
- $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{3}{2}\pi$

Правильна відповідь: _____

2.10. При додаванні взаємно перпендикулярних коливань траєкторією результуючого руху буде еліпс, якщо:

- $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$
- $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm \frac{\pi}{2}$
- $\varphi_2 - \varphi_1 = +\pi$
- $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$

Правильна відповідь: _____

2.11. Які із перерахованих сил не можуть бути квазіпружними:

- сила тяжіння
- виштовхувальна сила
- сила тертя
- сила натягу

Правильна відповідь: _____

4.3.4. Хвилі

Тестове завдання 1

- 1.1. Завдовжки хвилі називається _____. Її можна обчислити за формулою: _____
- 1.2. Хвильовим процесом називається _____
- 1.3. Поперечними називаються хвилі, _____

- 1.4. Поздовжніми називаються хвилі, _____

- 1.5. Швидкість поперечних хвиль обчислюється за формулою:

_____, а
поздовжніх _____
- 1.6. Фронтом хвилі називається _____, а
хвильовою поверхнею _____
- 1.7. Принцип Гюйгенса стверджує, що _____

- 1.8. Рівняння плоскої хвилі записується так: _____, де

- 1.9. Принципом суперпозиції називають _____

- 1.10. Когерентні джерела – це такі джерела _____

- 1.11. Максимальна амплітуда результуючого коливання буде тоді,
коли _____

- 1.12. Мінімальна амплітуда результуючого коливання буде тоді,
коли _____

- 1.13. Стоячі хвилі утворюються тоді, коли _____

- 1.14. Амплітуда коливання у стоячій хвилі залежить _____

- 1.15. Вузли у стоячій хвилі будуть в тих точках, _____

- 1.16. Координати пучностей визначаються з умови: _____

- 1.17. Швидкість звуку в газі обчислюють за формулою:

- 1.18. До об'єктивних характеристик звуку належать: _____

- 1.19. Суб'єктивними характеристиками звуку є _____
_____ Вони
залежать від _____

Тестове завдання 2

- 2.1. Швидкість поширення поперечної хвилі визначається через:
- модуль Юнга і температуру середовища
 - модуль зсуву і модуль пружності
 - модуль зсуву і густину середовища
 - швидкість світла і густину середовища
- Правильна відповідь:* _____
- 2.2. Джерела будуть когерентними, якщо:
- вони мають однакові періоди й однакові напрямки коливань
 - вони мають однакові періоди, а напрямки коливань є взаємно перпендикулярними
 - вони мають однакові періоди і напрямки коливань та різниця їх фаз залишається незмінною
 - їх фази однакові, а напрямки коливань довільні
- Правильна відповідь:* _____
- 2.3. Амплітуда результуючого коливання при інтерференції буде мати максимальне значення, коли:
- різниця ходів хвиль дорівнює нулю
 - різниця ходів хвиль дорівнює цілому числу довжин хвиль
 - різниця ходів хвиль дорівнює непарному числу півхвиль
 - різниця ходів хвиль дорівнює половині довжини хвилі
- Правильна відповідь:* _____
- 2.4. Амплітуда результуючого коливання при інтерференції буде мати мінімальне значення, коли:
- різниця ходів хвиль дорівнює нулю
 - різниця ходів хвиль дорівнює цілому числу довжин хвиль

- різниця ходів хвиль дорівнює непарному числу півхвиль
- різниця ходів хвиль дорівнює половині довжини хвилі

Правильна відповідь: _____

2.5. Амплітуда коливань у стоячій хвилі залежить від:

- напряму біжучої хвилі
- координати
- часу
- координати й часу

Правильна відповідь: _____

2.6. Відстань між двома сусідніми пучностями в стоячій хвилі дорівнює:

- $\frac{\lambda}{2}$
- λ
- $\frac{1}{4}\lambda$
- $\frac{3}{2}\lambda$

Правильна відповідь: _____

2.7. Інфразвуком називають пружні хвилі з частотами:

- понад 20000 Гц
- понад 16 Гц
- до 16 Гц
- між 16 Гц – 20000 Гц

Правильна відповідь: _____

2.8. В електрострикційному генераторі ультразвуку використовується властивість деяких кристалів змінювати свої розміри під дією:

- магнітного поля

- сили тяжіння
- електричного поля
- механічної сили

Правильна відповідь: _____

2.9. У магнітнострикційному ультразвуковому генераторі використовується властивість деяких тіл і сплавів змінювати свої розміри під дією:

- електричного поля
- магнітного поля
- випромінювання Сонця
- сили Архімеда

Правильна відповідь: _____

2.10. Частота звуку, що реєструється приймачем, буде вища від частоти джерела:

- якщо джерело і приймач рухаються назустріч
- якщо джерело і приймач рухаються у протилежних напрямках
- якщо джерело і приймач нерухомі
- якщо джерело і приймач рухаються у взаємно перпендикулярних напрямках

Правильна відповідь: _____

5. ЗРАЗКИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Зразки контрольних робіт (МКР) за матеріалом програми розділу
1

Зразок № 1

Структура роботи:

1. Тестове завдання 1 – 10 балів
2. Тестове завдання 2 – 5 балів
3. Теоретичне завдання – 10 балів

Тестове завдання 1

(потребує короткої правильної відповіді, яка оцінюється 1 балом за кожне завдання)

- 1.1. Тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$ виникає _____, його величина _____, напрям _____

- 1.2. Нормальне прискорення $\vec{a}_n$ виникає, коли _____ його величина _____, напрям _____

- 1.3. Сформулюйте I закон Ньютона. Яку інформацію містить цей закон?

- 1.4. Який зміст має поняття сили у ньютонівській механіці?

- 1.5. Сформулюйте II закон Ньютона у загальній формі. В чому відмінність такого формулювання від _____

- 1.6. Дайте означення потенціальної сили. Запишіть математичний критерій потенціальності сил. Наведіть приклади потенціальних сил у механіці. _____
- 1.7. Запишіть вираз для роботи постійної і змінної сили _____
- 1.8. Запишіть вираз для повної кінетичної енергії руху твердого тіла. Охарактеризуйте його _____
- 1.9. Поясніть механізм виникнення сил тертя спокою _____
- 1.10. Дайте означення моменту імпульсу тіла відносно осі обертання, точки закріплення. Сформулюйте і запишіть закон збереження повного моменту імпульсу. _____

Тестове завдання 2

(потребує визначення правильної відповіді, яка оцінюється в 0,5 бала за кожне завдання. Максимальна кількість балів – 5)

2.1. Основні фізичні
закономірності:

Формули та умови:

- | | |
|---|--|
| 1. Закон збереження механічної енергії. | A. $\vec{p} = \text{const}$ при $\vec{F} = 0$ |
| | B. $\vec{p} = \text{const}$ при $\vec{F} > 0$ |
| 2. Закон збереження імпульсу. | C. $\frac{mv^2}{2} + \rho gh = \text{const}$ при $A > 0$ |
| 3. Закон збереження моменту імпульсу. | D. $\frac{mv^2}{2} + \rho gh = \text{const}$ при $A = 0$ |
| 4. Закон додавання швидкостей у класичній механіці. | E. $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ при $\vec{M} = 0$ |
| | F. $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ при $A = 0$ |

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.2. Фізичні явища:

1. В'язке тертя.
2. Рух Місяця навколо Землі.
3. Виникнення підйимальної сили.
4. Прискорений обертовий рух тіла навколо осі.

Причини:

- A. Різниця тисків.
- B. Дія моменту сил.
- C. Сила всесвітнього тяжіння.
- D. Градієнт швидкості.
- E. Дія сили тертя.
- F. Дія пружної сили.

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.3. Величина:

1. Момент імпульсу тіла відносно осі.
2. Момент інерції точки відносно осі.
3. Момент сили відносно точки закріплення.
4. Радіус-вектор центра інерції тіла.

Формула:

- A. $\vec{p} = m\vec{v}$
- B. $\vec{M} = \vec{F} \sin \alpha$
- C. $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$
- D. $I = \sum_i m_i \vec{r}_i^2$
- E. $\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$
- F. $\vec{L} = I\vec{\omega}$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.4. Вектор:

1. Тангенціальне прискорення.
2. Кутова швидкість.
3. Прискорення вільного падіння.
4. Момент імпульсу.

Напрямок:

- A. Вздовж осі обертання.
- B. По дотичній траєкторії.
- C. Вздовж радіуса землі (вертикально).
- D. Визначається за правилом правого свердика.
- E. Збігається з діагоналлю паралелограми.
- F. Перпендикулярний до осі обертання.

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.5. Закони збереження:

При таких умовах:

1. Закон збереження імпульсу.
2. Закон збереження моменту імпульсу.
3. Закон збереження повної механічної енергії.

- A. $\vec{F}_p = 0$
- B. $\vec{M}_p = const$
- C. $\vec{M}_p = 0$
- D. $A_z > 0$
- E. $\vec{v}_c = const$
- F. $A_z = 0$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____

2.6. Означення:

Величини та умови:

1. Плече сили – це
2. Абсолютно тверде тіло – це
3. Радіус-вектор – це
4. Матеріальна точка – це

- A. Відстань від осі обертання до точки прикладання сили.
- B. Відстань від осі обертання до напрямку дії сили.
- C. Відстань від осі обертання до найбільш віддаленої точки тіла.
- D. Тіло, розмірами і формою якого можна знехтувати.
- E. Тіло, розміри і форма якого не змінюється.

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.7. Який із наведених виразів відображає:

Формули:

1. Суть закону збереження моменту імпульсу системи тіл.
2. Суть закону збереження імпульсу системи тіл.
3. Суть основного закону динаміки поступального руху тіла.
4. Суть закону збереження моменту імпульсу тіла.

A.

$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 + \dots + I_n \vec{\omega}_n = \text{const}$$

B. $\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$

C. $\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{M}_i$

D. $\sum_i \frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} = 0$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.8. Основні закони механіки:

Формула:

1. Закон всесвітнього тяжіння.

A. $I \vec{\beta} = \vec{M}$

B. $\vec{F} = m \vec{a}$

2. Основне рівняння динаміки обертowego руху.

C. $\vec{F} = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}$

D. $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}$

3. Закон Гука для деформації розтягу.

E. $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \frac{dm}{dt} \vec{u}$

4. Рівняння Мещерського.

F. $m_1 \vec{g}_1 + m_2 \vec{g}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.9. Основні фізичні
закономірності:

Формула:

1. Формула Пуазейля.

$$A. \quad V = \frac{\pi(p_2 - p_1)R^4}{8\eta l}$$

2. Формула Стокса.

$$B. \quad E = \frac{kx^2}{2}$$

3. Рівняння Бернуллі.

$$C. \quad F = 6\pi\eta r \cdot \vartheta$$

4. Енергія пружного
деформованого тіла.

$$D. \quad p + \frac{\rho \vartheta^2}{2} + \rho gh = \text{const}$$

$$E. \quad \vartheta = \sqrt{2gh}$$

$$F. \quad F = \eta \frac{\Delta \vartheta}{\Delta x} S$$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

2.10. У якому випадку
матеріальна точка
може рухатись по
колу?

- A. Якщо жодна з прикладених сил і їх рівнодійна не напрямлена у центр кола.
- B. Якщо на неї діє сила, модуль якої сталий.
- C. Якщо на неї діє сталий вектор сили.
- D. Інша відповідь, вкажіть яка.

Правильна відповідь: 1- _____

Теоретичне завдання

(розраховане на виявлення глибини засвоєння окремих проблем теми, виведення формул і їх аналіз. Кожна правильна відповідь оцінюється 2,0 балами. Максимальна кількість балів – 10)

3.1. Вивести основне рівняння динаміки обертального руху.

3.2. Вивести закон збереження моменту імпульсу твердого тіла.
Навести приклади.

- 3.3. Вивести закон збереження механічної енергії для незамкнутої системи, проаналізувати всі частинні випадки цього закону.
- 3.4. Розрахувати момент інерції тонкого стержня відносно осі, що проходить через центр маси.
- 3.5. Вивести рівняння руху точки змінної маси. Проаналізуйте це рівняння для випадку приєднання та відокремлення частинки від основного тіла.

Зразок № 2

Тестове завдання 1

(потребує короткої відповіді,
яка оцінюється 0,5 бала за кожне завдання)

- 1.1. Основна задача кінематики – це _____
- 1.2. Між тангенціальним прискоренням a_τ і кутовим прискоренням β існує такий зв'язок: _____
- 1.3. У класичній механіці швидкості і прискорення додаються за правилом _____
- 1.4. Система відліку є інерціальною, коли _____, а неінерціальною, коли _____
- 1.5. Кутова швидкість – це _____
- 1.6. Обертний рух твердого тіла відносно нерухомої осі описується такими кінематичними величинами _____

- 1.7. Для запуску супутника Землі використовують багатоступеневу ракету, бо _____

- 1.8. Осі обертання будуть називатися вільними, коли: _____

- 1.9. Закон Кулона для тертя кочення стверджує, що _____

- 1.10. Для виготовлення пружин, ресор потрібно використовувати матеріали, площа петлі гістерезису яких є: _____, бо

Тестове завдання 2

*(потребує короткої відповіді, яка оцінюється
аналогічно до завдання 1)*

- 2.1. Результируюче коливання, яке утворилося при додаванні двох гармонічних коливань одного напрямку, описується формулою

- 2.2. Другий закон Ньютона в загальній формі записується так: _____ При
якій умові його можна записати рівнянням $\vec{F} = m\vec{a}$?

- 2.3. Рух системи матеріальних точок описується рівнянням

- 2.4. Непружний удар – це _____

Швидкості тіл після цього удару визначаються формулами:

2.5. Пружний удар – це _____

Швидкості тіл після цього удару визначаються формулами:

2.6. Сила тертя ковзання залежить від _____

2.7. Величина сили в'язкого тертя залежить від _____

2.8. Щоб знайти момент сили відносно осі, потрібно _____

2.9. На лаві Жуковського можна продемонструвати закон збереження
моменту імпульсу, якщо _____

2.10. Досягнувши другої космічної швидкості, тіло _____

Тестове завдання 3

(оцінюється 0,2 бала за кожне завдання)

Знайдіть правильну відповідь:

3.1. Для замкнутої (ізолюваної) системи момент імпульсу зберігається для:

- матеріальної точки
- системи матеріальних точок
- системи механічних тіл

Правильна відповідь: _____

3.2. Модуль Юнга чисельно дорівнює:

- силі, при якій відносна деформація дорівнює одиниці
- механічній напрузі, при якій відносна деформація дорівнює одиниці
- величині деформації, при якій механічна напруга дорівнює 1 Н/м^2

Правильна відповідь: _____

3.3. Неоднорідною є деформація:

- розтягу
- зсуву
- кручення

Правильна відповідь: _____

3.4. Величина механічної роботи залежить від:

- величини сили, яка діє на тіло і швидкості його руху
- величини сили, яка діє на тіло і величини переміщення тіла
- величини сили, яка діє на тіло та імпульсу тіла

Правильна відповідь: _____

3.5. Система тіл вважається замкнутою, якщо:

- на тіла системи діють внутрішні і зовнішні сили
- на тіла системи діють зовнішні сили
- на тіла системи не діють зовнішні сили або їх дія компенсується

Правильна відповідь: _____

3.6. Прискорення вільного падіння на поверхні Землі залежить від:

- маси Землі і її радіуса
- маси і радіуса Землі та географічної широти
- маси і радіуса Землі та пори року

Правильна відповідь: _____

3.7. Від градієнта швидкості залежить:

- прискорення тіла
- сила в'язкого тертя
- сила тертя ковзання

Правильна відповідь: _____

3.8. Жорсткість пружини характеризує її:

- пружні властивості
- інертні властивості
- інертні та пружні властивості

Правильна відповідь: _____

3.9. Тіло обертається навколо Сонця, якщо:

- його швидкість дорівнює першій космічній
- його швидкість дорівнює другій космічній
- його швидкість дорівнює швидкості звуку в повітрі

Правильна відповідь: _____

3.10. У замкнутій системі тіл зберігається:

- імпульс
- момент імпульсу
- робота
- повна механічна енергія

Правильна відповідь: _____

Тестове завдання 4

(оцінюється 0,5 бала за кожне завдання)

Установіть відповідність у вигляді комбінації цифр і букв
(за зразком: 1 – В; 2 – С; 3 – А; 4 – F)

4.1. *Фізична величина:*

залежить від:

- | | |
|--|---|
| 1. Величина відносної деформації при деформації кручення | A. Механічної напруги
В. Моменту зовнішніх сил
С. Величини деформації
D. Сили, яка діє на тіло |
| 2. Величина відносної деформації при деформації зсуву | E. Сили і площі перерізу
F. Розмірів тіла |
| 3. Енергія пружного деформованого тіла | |
| 4. Механічна напруга | |

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.2. *Величина:*

Одиниця вимірювання:

- | | |
|---------------------|--|
| 1. Робота | A. $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$
B. $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ |
| 2. Підіймальна сила | C. $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$
D. $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ |
| 3. Імпульс тіла | E. $\text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$
F. $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ |
| 4. Момент імпульсу | |

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.3. Сталі величини

Одиниця вимірювання:

(коефіцієнти пропорційності):

1. Коефіцієнт жорсткості

A. $\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{м}^{-1}$

B. $\text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$

2. Модуль Юнга

C. $\text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1}$

D. $\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$

3. Гравітаційна стала

E. $\text{кг}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$

F. $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$

4. Коефіцієнт в'язкості

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.4. Рух тіла:

Траєкторія руху:

1. Кинутого горизонтально

A. Пряма лінія

B. Гіпербола

2. Кинутого під кутом до горизонту

C. Парабола

D. Еліпс

3. Тіло вільно падає

E. Коло

F. Довільна крива

4. Земля рухається навколо Сонця

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.5. Закони, закономірності:

Формули:

1. Рівняння поступального руху

твердого тіла

A. $\vec{p} = m \vec{g}$

2. Рівняння обертового руху

твердого тіла з урахуванням сили
тертя

B. $M \frac{d\vec{g}_c}{dt} = \vec{M}$

C. $F = m g^2 / R$

D. $I\vec{\beta} = \vec{M} + \vec{M}_{TP}$

3. Рівняння Бернуллі

E. $\frac{\rho g^2}{2} + \rho gh + p = const$

4. Рівняння Мещерського

F. $\vec{F} + \frac{dm}{dt} \vec{u} = m \frac{d\vec{g}}{dt}$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.6. Основні фізичні закономірності:

Формула та умови:

1. Закон збереження
механічної енергії

A. $\vec{p} = const$ при $\vec{F} = 0$

B. $\vec{p} = const$ при $\vec{F} > 0$

2. Закон збереження
імпульсу

C. $\frac{m g^2}{2} + \rho gh = const$

при $A = 0$

3. Закон збереження
моменту імпульсу

D. $\frac{m g^2}{2} + \rho gh = const$

при $A > 0$

4. Закон додавання
швидкостей у
класичній механіці

E. $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$ при $\vec{M} = 0$

F. $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$ при $A = 0$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.7. Фізичні явища:

Причини:

1. В'язке тертя
2. Рух Місяця навколо Землі
3. Виникнення підйимальної сили
4. Прискорений обертовий рух тіла навколо осі

- A. Різниця тисків
- B. Дія моменту сил
- C. Сила тяжіння
- D. Градієнт швидкості
- E. Дія сили тертя
- F. Дія пружної сили

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.8. Величина:

Найменування одиниці вимірювання:

1. Сила
2. Час
3. Маса
4. Тиск

- A. Секунда
- B. Кілограм
- C. Ньютон
- D. Ампер
- E. Паскаль-секунда
- F. Паскаль

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.9. Величина:

Формула:

1. Момент імпульсу
2. Момент інерції
3. Момент сили
4. Радіус-вектор центра інерції тіла

- A. $\vec{p} = m\vec{g}$
- B. $M = F \sin \alpha$
- C. $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$
- D. $\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$
- E. $I = \sum_i m_i r_i^2$
- F. $\vec{L} = I\vec{\omega}$

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

4.10. Вектор:

Напрямок:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1. Тангенціального прискорення | A. Вздовж осі обертання,
правило свердлика |
| 2. Кутової швидкості | B. По дотичній до траєкторії |
| 3. Прискорення вільного падіння | C. Вздовж радіуса землі
(вертикально) |
| 4. Моменту імпульсу | D. Визначається за правилом
свердлика |
| | E. Збігається з діагоналлю
паралелограма |
| | F. Перпендикулярний до осі
обертання |

Правильна відповідь: 1- ____; 2 - ____; 3 - ____; 4 - ____

Теоретичне завдання

(оцінюється 8 балами)

Викласти основні поняття і закономірності механіки обертального руху твердого тіла.

Крім цього:

а) вивести:

- основне рівняння динаміки обертального руху;
- закон збереження моменту імпульсу;
- теорему Штейнера;
- формулу моменту інерції однорідного диска.

б) пояснити:

- причину виникнення гіроскопічного ефекту.

Розв'язати задачу

(при оцінюванні враховується наявність фізичного аналізу умови задачі, побудова й акуратність малюнка, вміння розв'язувати задачу у загальному вигляді, вміння робити перевірку одиниць

вимірювання у кінцевому загальному співвідношенні, вміння використовувати систему СІ та наявність числової оцінки. Правильно розв'язана задача оцінюється 5 балами).

Один кінець шнура намотаний на барабан масою 20 кг, а до другого кінця підвісили вантаж. Цей вантаж утримується нерухомо на висоті 1 м від підлоги. Вантажу дали можливість вільно рухатися. Скільки часу пройде від початку руху вантажу до моменту його удару об підлогу? Яку енергію він буде мати при цьому ударі? Яку енергію буде мати в цей час барабан? Барабан вважати однорідним циліндром, радіус якого 0,3 м. Маса вантажу 5 кг. Тертям знехтувати. Як зміняться ці величини, якщо тертям не знехтувати?

Завідувач кафедри

загальної фізики, професор

підпис

прізвище та ініціали

Екзаменатор, доцент

підпис

прізвище та ініціали

Завдання виконане студентом I курсу, групи _____

прізвище, ім'я, по батькові

“ ____ ” _____ 200__ р.

підпис студента

6. ПИТАННЯ, ЯКІ ВИНОСЯТЬСЯ НА КОЛОКВІУМИ (УСНІ СПІВБЕСІДИ З ЛЕКТОРОМ) З КУРСУ МЕХАНІКИ

6.1. Колоквіум за матеріалом розділу 1

1. Матерія і рух, простір і час.
2. Предмет і методи фізики. Предмет і завдання класичної механіки.
3. Фізичні величини та їх вимірювання. Системи одиниць. Розмірність фізичних величин.
4. Задачі кінематики. Системи відліку. Матеріальна точка. Класифікація механічних рухів матеріальної точки.
5. Радіус-вектор, вектори переміщення, швидкості і прискорення. Принцип незалежності рухів. Додавання швидкостей і прискорень.
6. Рух точки по колу. Лінійні і кутові величини та їх зв'язок.
7. Гармонічні коливання. Кінематичні характеристики коливальних рухів. Векторні діаграми.
8. Додавання коливань одного напрямку. Биття. Фігури Ліссажу.
9. Додавання взаємно перпендикулярних коливань.
10. Завдання динаміки. Закони Ньютона. Інерціальні системи відліку. Сили в природі.
11. Маса і її вимірювання. Адитивність і закон збереження маси.
12. Закон збереження імпульсу. Рівняння Мещерського. Формула Ціолковського. Реактивний рух.
13. Перетворення Галілея і їх наслідки. Принцип відносності Галілея. Межі застосування механіки Ньютона.
14. Робота, потужність, енергія.
15. Потенціальні і непотенціальні поля. Зв'язок сили з потенціальною енергією.
16. Закон збереження енергії матеріальної точки в полі консервативних сил. Застосування законів збереження до пружного і непружного ударів.

17. Замкнута система. Рух системи матеріальних точок. Центр мас (інерції). Рух центра мас (інерції). Закон збереження імпульсу системи матеріальних точок та його наслідки.
18. Закон збереження механічної енергії в консервативній системі.

6.2. Колоквіум за матеріалом розділу 2

1. Момент імпульсу матеріальної точки. Момент сили відносно точки і відносно осі.
2. Момент інерції матеріальної точки. Закон збереження моменту імпульсу матеріальної точки.
3. Момент імпульсу системи матеріальних точок. Закон збереження моменту імпульсу системи матеріальних точок.
4. Абсолютно тверде тіло. Поступальний і обертальний рух абсолютно твердого тіла. Обертання навколо нерухомої осі.
5. Моменти сили відносно точки і осі. Пара сил. Момент пари сил.
6. Момент інерції тіла. Теорема Штейнера. Момент інерції деяких тіл.
7. Момент імпульсу твердого тіла.
8. Основне рівняння динаміки обертального руху тіла.
9. Кінетична енергія тіла, що обертається. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла.
10. Обертання твердого тіла навколо нерухомої точки. Вільні осі обертання.
11. Гіроскоп. Гіроскопічний ефект. Використання гіроскопів.
12. Рух планет. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння. Гравітаційна стала. Важка та інертна маса.
13. Поле тяжіння. Напруженість і потенціал поля. Потенціальна енергія тіла в полі тяжіння.
14. Космічні швидкості.
15. Перетворення Лоренца. Постулати Ейнштейна.
16. Простір і час у спеціальній теорії відносності.

17. Релятивістський імпульс і маса. Другий закон Ньютона в релятивістській формі.
18. Релятивістська енергія. Зв'язок маси і енергії.
19. Сили інерції та їх властивості. Рівняння руху тіла в неінерціальних системах відліку.
20. Відцентрова сила інерції і її властивості.
21. Коріолісова сила інерції і її властивості.
22. Земля як неінерціальна система відліку. Вага тіла.
23. Прояв сил інерції на Землі.

6.3. Колоквіум за матеріалом розділу 3

1. Сила тертя. Формула Ньютона. Градієнт швидкості.
2. Рух тіла у в'язкому середовищі. Формула Стокса.
3. В'язке і сухе тертя. Тертя спокою, ковзання і кочення. Значення сили тертя у природі і техніці.
4. Пружні властивості твердих тіл. Види пружних деформацій. Закон Гука.
5. Модуль пружності. Коефіцієнт Пуассона. Деформація розтягу. Модуль Юнга.
6. Деформація зсуву. Модуль зсуву.
7. Деформація кручення. Модуль кручення.
8. Пружність, пластичність, межа міцності. Енергія і густина енергії пружної деформації. Пружний гістерезис.
9. Задачі гідростатики та гідродинаміки. Закони Паскаля і Архімеда.
10. Ідеальна рідина. Рівняння нерозривності. Рівняння Бернуллі. Формула Торічеллі. Реакція рідини, що витікає.
11. Рух в'язкої рідини. Формула Пуазейля.
12. Ламінарна і турбулентна течія. Число Рейнольдса. Сила лобового опору. Підймальна сила крила літака.
13. Рух під дією пружних і квазіпружних сил.

14. Рівняння руху найпростіших механічних коливальних систем без тертя. Маятники.
15. Енергія коливального руху.
16. Загасаючі коливання.
17. Вимушені коливання. Резонанс.
18. Поширення коливань в однорідному пружному середовищі.
19. Поздовжні та поперечні хвилі. Рівняння біжучої плоскої хвилі. Енергія плоскої хвилі. Енергія і потік енергії. Вектор Умова.
20. Інтерференція хвиль.
21. Стоячі хвилі.
22. Джерела і приймачі звуку. Швидкість звуку.
23. Об'єктивні та суб'єктивні характеристики звуку. Ефект Доплера.
24. Ультразвук та його застосування. Поняття про інфразвук.

7. ПІДСУМКОВІ ЗАВДАННЯ З КУРСУ “МЕХАНІКА” ЗА ТАЛОНОМ № 2

Варіант 1

1. Основне рівняння динаміки обертального руху. Закон збереження моменту імпульсу.
2. Ідеальна і в'язка рідини. Рівняння Бернуллі. Формула Пуазейля.
3. Камінь, який кинуто із швидкістю $v_0 = 12 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, впав на землю на віддалі l від місця кидання. З якої висоти h слід кинути камінь у горизонтальному напрямі, щоб при тій ж самій початковій швидкості v_0 він впав на це ж місце?
4. Шофер автомобіля, що має масу $m = 1 \text{ т}$, починає гальмувати на віддалі $S = 25 \text{ м}$ від перешкоди. Сила тертя у гальмівних колодках автомобіля $F_{\text{тер}} = 384 \text{ кН}$. При якій граничній швидкості v руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою?
5. Дві кульки з масами $m_1 = 0,2 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,1 \text{ кг}$ підвішені на нитках однакової довжини так, що вони дотикаються. Першу кульку відхиляють на висоту $h_0 = 4,5 \text{ см}$ і відпускають. На яку висоту h піднімуться кульки після удару, якщо він був непружний?
6. Вантаж масою $m = 150 \text{ кг}$ підвішено на сталевій дротині, що витримує силу натягу $T = 2,94 \text{ кН}$. На який найбільший кут α можна відхилити дротину з вантажем, щоб вона не розірвалася при проходженні вантажем положення рівноваги?
7. Знайти лінійну швидкість v руху центра мас кулі, яка скочується без ковзання з похилої площини. Висота похилої площини $h = 0,5 \text{ м}$, початкова швидкість кулі $v_0 = 0$. Яку кінетичну енергію буде мати куля в кінці похилої площини?
8. Однорідний стержень завдовжки $l = 1,2 \text{ м}$, площею поперечного перерізу $S = 2 \text{ см}^2$ і масою $m = 10 \text{ кг}$ обертається з частотою $n = 2 \text{ об/с}$ навколо вертикальної осі, яка проходить через кінець

стержня. Знайти найбільшу напругу σ_m матеріалу стержня при даній частоті обертання.

Варіант 2

1. Затухаючі та вимушені коливання.
2. Механіка твердого тіла.
3. Камінь кинуто горизонтально із швидкістю $v_x = 15 \text{ м/с}$. Знайти нормальне a_n і тангенціальне a_τ прискорення каменя через час $t = 1 \text{ с}$ після початку руху.
4. З башти заввишки $h = 25 \text{ м}$ горизонтально кинуто камінь зі швидкістю $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Знайти кінетичну та потенціальну енергію каменя через час $t = 1 \text{ с}$ після початку руху. Маса каменя $m = 0,2 \text{ кг}$.
5. Людина, яка стоїть на нерухомому візочку, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою $m = 2 \text{ кг}$. Візочок з людиною покотився назад, і в перший момент після кидання його швидкість була $v_x = 0,1 \text{ м/с}$. Маса візочка з людиною $M = 100 \text{ кг}$. Знайти кінетичну енергію кинутого каменя через час $t = 0,5 \text{ с}$ після початку руху.
6. Камінь масою $m = 0,5 \text{ кг}$, прив'язаний до нитки завдовжки $l = 0,5 \text{ см}$, рівномірно обертається у вертикальній площині. Сила натягу нитки в нижній точці кола $T = 44 \text{ Н}$. На яку висоту h підніметься камінь, якщо нитка обірветься в цей момент, коли швидкість направлена вертикально вгору?
7. З якої найменшої висоти h повинен з'їхати велосипедист, щоб по інерції (без тертя) проїхати доріжку, яка має форму "мертвої петлі" радіусом $R = 3 \text{ м}$, і не відірватися від неї у верхній точці? Маса велосипедиста разом з велосипедом $m_1 = 75 \text{ кг}$, при цьому на колеса припадає маса $m_2 = 3 \text{ кг}$. Колеса вважати обручами.
8. На двох паралельних пружинах однакової довжини висить невагомий стержень завдовжки $l = 10 \text{ см}$. Жорсткості пружин $k_1 = 2 \text{ Н/м}$, $k_2 = 3 \text{ Н/м}$. У якому місці стержня треба підвісити вантаж, щоб стержень залишався у горизонтальному положенні.

Варіант 3

1. Закон збереження імпульсу та моменту імпульсу.
2. Поширення коливальних в однорідному пружному середовищі. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі.
3. З аеростата, що розміщений на висоті $h = 300$ м, випав камінь. Через який час він досягне землі, якщо аеростат піднімається зі швидкістю $v_0 = 5$ м/с.
4. Тіло масою $m = 3$ кг, маючи початкову швидкість $v_0 = 0$, ковзає по похилій площині заввишки $h = 0,5$ м та завдовжки $l = 1$ м і приходить до основи похилої площини зі швидкістю $v = 2,45$ м/с. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною.
5. Тіло масою $m_1 = 1$ кг, що рухається горизонтально зі швидкістю $v_1 = 1$ м/с, наздоганяє інше тіло масою $m_2 = 0,5$ кг і непружно співударяється з ним. Яку швидкість одержать тіла, якщо: а) друге тіло було нерухоме; б) друге тіло рухалося зі швидкістю $v_2 = 0,5$ м/с в напрямку, протилежному до напрямку руху першого тіла.
6. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від висоти h над поверхнею Землі. На якій висоті h прискорення вільного падіння g_h складає $0,25g$ (прискорення вільного падіння на поверхні Землі)?
7. Два вантажі з масами $m_1 = 2$ кг і $m_2 = 1$ кг з'єднані ниткою, яка перекинута через блок масою $m = 1$ кг. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і сили натягу ниток T_1 і T_2 , до яких підвішено вантажі. Блок вважати однорідним диском.
8. Горизонтальний стержень (із сталі) завдовжки $l = 1$ м рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω навколо осі, що проходить через один із його кінців. При якому ω та числі обертів за одиницю часу n стержень може розірвати?

Варіант 4

1. Закони Ньютона. Рівняння Мещерського та Ціолковського.
2. Обмеження класичної механіки Ньютона. Постулати Ейнштейна. Перетворення Лоренца.
3. Вентилятор обертається з частотою $n = 900 \text{ об/хв}$. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки $N = 75 \text{ обертів}$. Скільки часу минуло від моменту виключення його до повної зупинки?
4. Два вантажі з масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і силу натягу нитки T . Тертя у блоці знехтувати.
5. У балістичний маятник масою $M = 5 \text{ кг}$ потрапила куля масою $m = 10 \text{ г}$ і застрягла в ньому. Знайти швидкість кулі, якщо маятник, відхилившись після удару, піднявся на висоту $h = 10 \text{ см}$.
6. Вантаж, який прив'язаний до нитки завдовжки $l = 30 \text{ см}$, описує в горизонтальній площині коло радіусом $R = 15 \text{ см}$. З якою частотою ν обертається вантаж?
7. Людина масою $m_0 = 60 \text{ кг}$ знаходиться на нерухомій платформі масою $m = 100 \text{ кг}$. З якою частотою n буде обертатися платформа, якщо людина буде рухатися по колу радіусом $r = 5 \text{ м}$ навколо осі обертання? Швидкість руху людини відносно платформи $v = 4 \text{ км/год}$. Радіус платформи $R = 10 \text{ м}$. Вважати платформу однорідним диском, а людину точковою масою.
8. Куля масою $m_1 = 10 \text{ г}$ вилітає із швидкістю $v = 300 \text{ м/с}$ із дула автоматичного пістолета, маса затвору якого дорівнює $m_2 = 200 \text{ г}$. Затвор пістолета притискається до ствола пружиною жорсткістю $k = 25 \text{ кН/м}$. На яку віддаль l відійде затвор після пострілу

Варіант 5

1. Робота. Енергія. Закон збереження повної механічної енергії. Пружний і непружний удар.
2. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції.
3. Точка рухається по колу радіусом $R = 10 \text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням a_t . Знайти це прискорення, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберту після початку руху лінійна швидкість точки $v = 79,2 \text{ см/с}$.
4. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Пройшовши шлях $S = 36,4 \text{ см}$, тіло набуває швидкості $v = 2 \text{ м/с}$. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною.
5. Два вантажі масами $m = 10 \text{ кг}$ і $m_1 = 15 \text{ кг}$ підвішені на нитках завдовжки $l = 2 \text{ м}$ так, що вантажі дотикаються між собою. Менший вантаж відхилили на кут $\alpha = 60^\circ$ і відпустили. Знайти висоту h , на яку піднімуться обидва вантажі після удару. Удар вантажів вважати непружним.
6. Камінь, який прив'язаний до нитки, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти масу каменя, якщо відомо, що різниця між максимальною і мінімальною силами натягу нитки $\Delta T = 10 \text{ Н}$.
7. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень завдовжки $l = 2,4 \text{ м}$ і масою $m = 8 \text{ кг}$, розміщений вертикально вздовж осі обертання. Лава з людиною обертається з частотою $n_1 = 1 \text{ об/с}$. З якою частотою n_2 , буде обертатися лава з людиною, якщо вона поверне стержень в горизонтальне положення? Сумарний момент інерції J людини і лави дорівнює $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.
8. Знайти жорсткість k системи двох пружин при послідовному і паралельному їх з'єднанні. Жорсткість пружин $k_1 = 2 \text{ кН/м}$ і $k_2 = 6 \text{ кН/м}$.

Варіант 6

1. Перетворення Лоренца. Релятивістський імпульс і другий закон Ньютона.
2. Момент сили, момент імпульсу, момент інерції. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла.
3. З аеростата, що знаходиться на висоті $h = 300$ м, випав камінь. Через який час він досягне землі, якщо аеростат піднімається із швидкістю $v_0 = 5$ м/с?
4. Тіло масою $m = 3$ кг, маючи початкову швидкість $v_0 = 0$, ковзає по похилій площині заввишки $h = 0,5$ м і завдовжки $l = 1$ м і приходить до основи похилої площини зі швидкістю $v = 2,45$ м/с. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною.
5. Тіло масою $m_1 = 1$ кг, що рухається горизонтально із швидкістю $v_0 = 1$ м/с, наздоганяє інше тіло масою $m_2 = 0,5$ кг і непружно співударяється з ним. Яку швидкість одержать тіла, якщо: а) друге тіло було нерухоме; б) друге тіло рухалося зі швидкістю $v_2 = 0,5$ м/с в напрямку, протилежному до напрямку руху першого тіла.
6. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від висоти h над поверхнею Землі. На якій висоті h прискорення вільного падіння g_h складає $0,25g$ (прискорення вільного падіння на поверхні Землі)?
7. Два вантажі з масами $m_1 = 2$ кг і $m_2 = 1$ кг з'єднані ниткою, яка перекинута через блок масою $m = 1$ кг. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і сили натягу ниток T_1 і T_2 , до яких підвішено вантажі. Блок вважати однорідним диском.
8. Горизонтальний стержень (із сталі) завдовжки $l = 1$ м рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω навколо осі, що проходить через один із його кінців. При якому ω та числі обертів за одиницю часу n стержень може розірвати?

Варіант 7

1. Рівняння біжучої плоскої хвилі. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі.
2. Завдання динаміки. Закони Ньютона. Рівняння Мещерського. Перетворення Галілея. Принцип відносності Галілея.
3. Точка рухається по колу радіусом $R = 10 \text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . Знайти це прискорення, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберта після початку руху лінійна швидкість точки $v = 79,2 \text{ см/с}$.
4. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Пройшовши шлях $S = 36 \text{ см}$, тіло набуває швидкості $v = 2 \text{ м/с}$. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною.
5. Два вантажі масами $m = 10 \text{ кг}$ і $m_1 = 15 \text{ кг}$ підвішені на нитках завдовжки $l = 2 \text{ м}$ так, що вантажі дотикаються між собою. Менший вантаж відхилили на кут $\alpha = 60^\circ$ і відпустили. Знайти висоту h , на яку піднімуться обидва вантажі після удару. Удар вантажів вважати непружним.
6. Камінь, який прив'язаний до нитки, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти масу каменя, якщо відомо, що різниця між максимальною і мінімальною силами натягу нитки $\Delta T = 10 \text{ Н}$.
7. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень завдовжки $l = 2,4 \text{ м}$ і масою $m = 8 \text{ кг}$, розміщений вертикально вздовж осі обертання. Лава з людиною обертається з частотою $n_1 = 1 \text{ об/с}$. З якою частотою n_2 буде обертатися лава з людиною, якщо вона поверне стержень в горизонтальне положення? Сумарний момент інерції J людини і лави дорівнює $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.
8. Знайти жорсткість k системи двох пружин при послідовному і паралельному їх з'єднанні. Жорсткість пружин $k_1 = 2 \text{ кН/м}$ і $k_2 = 6 \text{ кН/м}$.

Варіант 8

1. Рівняння руху найпростіших механічних коливальних систем без тертя. Маятники.
2. Закони збереження в механіці.
3. Камінь кинуто горизонтально із швидкістю $v_x = 15 \text{ м/с}$. Знайти нормальне a_n і тангенціальне a_τ прискорення каменя через час $t = 1 \text{ с}$ після початку руху.
4. З башти заввишки $h = 25 \text{ м}$ горизонтально кинуто камінь із швидкістю $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Знайти кінетичну і потенціальну енергію каменя через час $t = 1 \text{ с}$ після початку руху. Маса каменя $m = 0,2 \text{ кг}$.
5. Людина, яка стоїть на нерухомому візочку, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою $m = 2 \text{ кг}$. Візочок з людиною покотився назад, і в перший момент після кидання його швидкість була $v_x = 0,1 \text{ м/с}$. Маса візочка з людиною $m = 100 \text{ кг}$. Знайти кінетичну енергію кинутого каменя через час $t = 0,5 \text{ с}$ після початку руху.
6. Камінь масою $m = 0,5 \text{ кг}$, прив'язаний до нитки завдовжки $l = 0,5 \text{ см}$, рівномірно обертається у вертикальній площині. Сила натягу нитки в нижній точці кола $T = 44 \text{ Н}$. На яку висоту h підніметься камінь, якщо нитка обірветься в цей момент, коли швидкість направлена вертикально вгору?
7. З якої найменшої висоти h повинен з'їхати велосипедист, щоб по інерції (без тертя) проїхати доріжку, яка має форму "мертвої петлі" радіусом $R = 3 \text{ м}$, і не відірватися від неї у верхній точці? Маса велосипедиста разом з велосипедом $M = 75 \text{ кг}$, при цьому на колеса припадає маса $m = 3 \text{ кг}$. Колеса вважати обручами.
8. На двох паралельних пружинах однакової довжини висить невагомий стержень завдовжки $l = 10 \text{ см}$. Жорсткості пружин $k_1 = 2 \text{ кН/м}$, $k_2 = 3 \text{ кН/м}$. У якому місці стержня слід підвісити вантаж, щоб стержень залишався у горизонтальному положенні?

Варіант 9

1. Момент сили. Момент інерції. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу.
2. Задачі кінематики. Кінематика поступального й обертового рухів матеріальної точки. Кінематичні характеристики коливальних рухів.
3. Вентилятор обертається з частотою $n = 900 \text{ об/хв}$. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки $N = 75 \text{ обертів}$. Скільки часу минуло від моменту виключення його до повної зупинки?
4. Два вантажі масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і силу натягу нитки T . Тертям у блоці знехтувати.
5. У балістичний маятник масою $M = 5 \text{ кг}$ потрапила куля масою $m = 10 \text{ г}$ і застрягла в ньому. Знайти швидкість кулі, якщо маятник, відхилившись після удару, піднявся на висоту $h = 10 \text{ см}$.
6. Вантаж, який прив'язаний до нитки завдовжки $l = 30 \text{ см}$, описує в горизонтальній площині коло радіусом $R = 15 \text{ см}$. З якою частотою ν обертається вантаж?
7. Людина масою $m_0 = 60 \text{ кг}$ знаходиться на нерухомій платформі масою $m = 100 \text{ кг}$. З якою частотою n буде обертатися платформа, якщо людина буде рухатися по колу радіусом $r = 5 \text{ м}$ навколо осі обертання? Швидкість руху людини відносно платформи $v = 4 \text{ км/год}$. Радіус платформи $R = 10 \text{ м}$. Вважати платформу однорідним диском, а людину точковою масою.
8. Куля масою $m_1 = 10 \text{ г}$ вилітає зі швидкістю $v = 300 \text{ м/с}$ з дула автоматичного пістолета, маса m_2 затвору якого дорівнює 200 г . Затвор пістолета притискається до ствола пружиною жорсткістю $k = 25 \text{ кН/м}$. На яку віддаль l відійде затвор після пострілу?

Варіант 10

1. Закони Ньютона. Закони збереження імпульсу та енергії. Межі застосування механіки Ньютона.
2. Диференціальні рівняння механічних коливальних систем без тертя, при наявності опору, вимушених коливань, їх розв'язки.
3. Камінь, який кинуто із швидкістю $v_0 = 12 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, впав на землю на віддалі l від місця кидання. З якої висоти h треба кинути камінь в горизонтальному напрямі, щоб при тій же початковій швидкості v_0 він впав на це ж місце?
4. Шофер автомобіля, що має масу $m = 1 \text{ т}$, починає гальмувати на віддалі $S = 25 \text{ м}$ від перешкоди. Сила тертя в гальмівних колодках автомобіля $F_{\text{тер}} = 384 \text{ кН}$. При якій граничній швидкості v руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою?
5. Дві кульки з масами $m_1 = 0,2 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,1 \text{ кг}$ підвішені на нитках однакової довжини так, що вони дотикаються. Першу кульку відхиляють на висоту $h_0 = 4,5 \text{ см}$ і відпускають. На яку висоту h піднімуться кульки після удару, якщо він був непружний?
6. Вантаж масою $m = 150 \text{ кг}$ підвішено на сталевій дротині, що витримує силу натягу $T = 2,94 \text{ кН}$. На який найбільший кут α можна відхилити дротину з вантажем, щоб вона не розірвалася при проходженні вантажем положення рівноваги?
7. Знайти лінійну швидкість v руху центра мас кулі, яка скочується без ковзання з похилої площини. Висота похилої площини $h = 0,5 \text{ м}$, початкова швидкість кулі $v_0 = 0$. Яку кінетичну енергію буде мати куля в кінці похилої площини?
8. Однорідний стержень завдовжки $l = 1,2 \text{ м}$, площею поперечного перерізу $S = 2 \text{ см}^2$ і масою $m = 10 \text{ кг}$ обертається з частотою $n = 2 \text{ об/с}$ навколо вертикальної осі, яка проходить через кінець стержня. Знайти найбільшу напругу σ_m матеріалу стержня при даній частоті обертання.

Варіант 11

1. Закон збереження моменту імпульсу. Гіроскоп. Гіроскопічний ефект.
2. Пружні властивості твердих тіл.
3. Тіло, що вільно падає, за останню секунду руху пролітає половину всього шляху. З якої висоти h падає тіло і який час t його падіння?
4. Тіло масою $m = 1$ кг ковзає спочатку по похилій площині заввишки $h = 1$ м і завдовжки $l = 10$ м, а потім по горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя на всьому шляху $k = 0,05$. Знайти:
а) кінетичну енергію тіла біля основи площини; б) швидкість v тіла біля основи площини; в) віддаль S , яку пройде тіло по горизонтальній поверхні до зупинки.
5. Ковзаняр масою $M = 70$ кг, стоячи на ковзанах на льоду, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою $m = 3$ кг із швидкістю 8 м/с. На яку віддаль S відкотиться при цьому ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя між ковзанами і льодом $k = 0,02$?
6. Знайти другу космічну швидкість і лінійну швидкість v руху Землі по коловій орбіті.
7. На барабан радіусом $R = 20$ см, момент інерції якого $j = 0,1$ кг·м², намотано шнур, до кінця якого прив'язано вантаж масою $m = 0,5$ кг. До початку обертання барабана висота вантажу над підлогою $h = 1$ м. Через скільки часу вантаж опуститься до підлоги? Знайти кінетичну енергію вантажу в момент удару в підлогу і силу натягу нитки T . Тертям знехтувати.
8. До вертикальної дротини завдовжки $l = 5$ м і площею поперечного перерізу $S = 2$ мм² підвішено вантаж масою $m = 5,1$ кг. У результаті дротина видовжилася на $\Delta l = 0,6$ м. Знайти модуль Юнга дротини, виконану при цьому роботу та об'ємну густину енергії.

8. ЗАВДАННЯ НА ЕКЗАМЕН З КУРСУ “МЕХАНІКА” ЗА ТАЛОНОМ “К”

Варіант 1

*(записати формули і дати усно короткі пояснення;
кожне питання оцінювати 2 балами)*

1. Вектори переміщення, швидкості та прискорення.
2. Кутові та лінійні характеристики руху.
3. Закони Ньютона.
4. Принцип відносності.
5. Закон Гука. Пружні сили.
6. Сили тертя.
7. Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу тіла.
8. Імпульс системи матеріальних точок.
9. Межі застосування класичної механіки.
10. Сили консервативні та неконсервативні.
11. Закон збереження енергії.
12. Закон всесвітнього тяжіння.
13. Момент інерції тіла. Момент сили.
14. Основне рівняння обертowego руху.
15. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу.
16. Закони Паскаля і Архімеда.
17. Теорема Бернуллі. Підймальна сила.
18. Рух в'язкої рідини.
19. Диференціальне рівняння вільних і вимушених коливань.
20. Хвилі. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі.
21. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції. Доцентрова сила інерції.
22. Прояв сил інерції на Землі.
23. Постулати Ейнштейна. Перетворення Лоренца.
24. Відносність одночасності, довжин та інтервалів часу.
25. Релятивістський імпульс і другий закон Ньютона.

Лектор, доцент
кафедри загальної фізики

підпис

прізвище та ініціали

Завідувач кафедри,
професор

підпис

прізвище та ініціали

Варіант 2

*(записати формули і дати усно короткі пояснення;
кожне питання оцінювати 2 балами)*

1. Системи одиниць. Розмірність фізичних величин.
2. Задачі кінематики. Кінематичні рівняння. Принцип незалежності рухів.
3. Рівняння рівномірного та нерівномірного рухів точки по колу.
4. Кінематичні характеристики коливального руху матеріальної точки.
5. Завдання динаміки. Закони Ньютона.
6. Закон збереження імпульсу.
7. Рівняння Мещерського.
8. Перетворення Галілея і їх наслідки.
9. Робота, потужність, енергія. Закон збереження енергії.
10. Центр мас. Рух центра мас.
11. Момент сили. Момент інерції і момент імпульсу тіла.
12. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла.
13. Момент пари сил. Теорема Штейнера.
14. Кінетична енергія тіла, що обертається. Умови рівноваги твердого тіла.
15. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла і його наслідки.
16. Гіроскоп.
17. Сили тертя. Сухе і в'язке тертя. Формули Ньютона і Стокса.
18. Закон Гука для основних видів пружних деформацій.
19. Закон всесвітнього тяжіння. Космічні швидкості.
20. Ідеальна рідина. Формула Торічеллі. Формула Пуазейля.
21. Сили інерції. Сила Коріоліса.
22. Постулати Ейнштейна. Перетворення Лоренца.
23. Загасаючі і вимушені коливання.
24. Рівняння біжучої плоскої хвилі. Стоячі хвилі.
25. Природа звуку. Швидкість звуку. Ефект Доплера.

Лектор, доцент
кафедри загальної фізики

підпис

прізвище та ініціали

Завідувач кафедри,
професор

підпис

прізвище та ініціали

Варіант 3

*(записати формули і дати усно короткі пояснення;
кожне питання оцінювати 2 балами)*

1. Рух по колу. Лінійні та кутові величини, їх зв'язок.
2. Додавання коливань.
3. Завдання динаміки. Закони Ньютона. Рівняння Мещерського.
4. Робота, енергія. Збереження повної енергії матеріальної точки в полі потенціальних сил.
5. Застосування законів збереження до пружного та непружного ударів.
6. Рух центра мас. Закон збереження імпульсу та його наслідки.
7. Обертання навколо нерухомої осі. Момент сили відносно осі.
8. Момент інерції і момент імпульсу твердого тіла. Теорема Штейнера.
9. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла.
10. Вільні осі обертання. Гіроскоп. Умови рівноваги твердого тіла.
11. Рух тіла у в'язкому середовищі. Формула Стокса.
12. Види пружних деформацій. Закон Гука для основних видів пружних деформацій.
13. Енергія і густина енергії пружної деформації.
14. Закони Кеплера. Гравітаційна стала і її вимірювання. Поле тяжіння.
15. Рух тіл у рідині і газах, сила лобового опору, підймальна сила крила літака.
16. Сили інерції. Доцентрова сила інерції. Сила Коріоліса. Прояв сил інерції на Землі.
17. Обмеження класичної механіки Ньютона. Постулати Ейнштейна. Перетворення Лоренца.
18. Відносність одночасності, довжин та інтервалів часу.
19. Релятивістський імпульс і другий закон Ньютона.
20. Рівняння руху найпростіших механічних коливальних систем без тертя: пружинний, математичний, фізичний і крутильний маятники.
21. Загасаючі коливання. Логарифмічний декремент загасання.

22. Вимушені коливання. Резонанс.
23. Поздовжні та поперечні хвилі. Рівняння біжучої плоскої хвилі. Інтерференція хвиль.
24. Природа звуку. Об'єктивні й суб'єктивні характеристики звуку.
25. Ультразвук та його застосування. Поняття про інфразвук.

Лектор, доцент

кафедри загальної фізики

підпис

прізвище та ініціали

Завідувач кафедри,

професор

підпис

прізвище та ініціали

Варіант 4

*(записати формули і дати усно короткі пояснення;
кожне питання оцінювати 2 балами)*

1. Класифікація механічних рухів матеріальної точки.
2. Рух тіла, кинутого горизонтально.
3. Лінійні та кутові величини, їх зв'язок.
4. Кінематичні характеристики коливальних рухів матеріальної точки.
5. Фігури Ліссажу. Биття.
6. Фундаментальні взаємодії. Механічна сила.
7. Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку.
8. Імпульс. Закон збереження імпульсу.
9. Застосування законів збереження до пружного та непружного ударів.
10. Момент сили відносно точки, відносно осі. Момент пари сил.
11. Закон збереження моменту імпульсу і його наслідки.
12. Рух тіла у в'язкому середовищі. Формула Стокса.
13. Границі пропорційності, пружності і міцності. Модуль Юнга.
14. Поле тяжіння. Характеристики поля тяжіння.
15. Рівняння Бернуллі та його наслідки.

16. Лобовий опір, підймальна сила крила літака.
17. Формула Пуазейля. Число Рейнольдса.
18. Сили інерції. Сила Коріоліса. Залежність ваги тіла від географічної широти.
19. Обмеження класичної механіки Ньютона. Постулати Ейнштейна. Перетворення Лоренца.
20. Релятивістський імпульс і другий закон Ньютона.
21. Період коливань пружинного, математичного та фізичного маятників.
22. Диференціальне рівняння загасаючих коливань та його розв'язок.
23. Диференціальне рівняння вимушених коливань та його розв'язки.
24. Інтерференція хвиль.
25. Стоячі хвилі.

ЧАСТИНА 2

ПРАКТИКУМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ПРАКТИКУМУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Серед інших важливих завдань при вивченні фізики є формування у студентів умінь самостійно здобувати знання, використовуючи підручники, довідкову та методичну літературу, а також умінь застосовувати отримані знання для розв'язування фізичних задач, щоб глибше зрозуміти фізичні явища та їх взаємозв'язок і вміти використовувати математичні співвідношення, що базуються на фундаментальних законах природи.

Для майбутнього вчителя фізики є дуже важливо вміти розв'язувати задачі з фізики. Основи цих умінь закладаються на практичних заняттях з механіки та під час самостійного розв'язування задач (різного ступеня складності) у позааудиторний час.

Відомо, що для розв'язування кожної задачі потрібно мати певні вміння проводити аналіз фізичної ситуації, викладеної в її умові. Для цього часто потрібні знання та уміння не тільки з фізики, але і з математики, креслення тощо.

Способів розв'язування конкретної задачі може бути декілька. Розв'язування задач є складним творчим процесом, який вимагає мобілізації мислення, зосередження і наполегливості. Однак при розв'язуванні задач можна встановити і певну наступність у цьому процесі.

Уважаємо, що найраціональнішим є наступний порядок дій:

1. Уважно прочитати умову задачі (може і двічі). Зробити короткий запис умови задачі, виразивши всі числові величини в одиницях СІ, записати необхідні для даної задачі табличні значення величин: густину, масу Землі, калорійність палива, модуль Юнга тощо. Також записати потрібні фундаментальні фізичні сталі –

гравітаційну сталу, швидкість поширення світла у вакуумі, універсальну газову сталу тощо.

2. Відповідно до умови задачі виконати малюнок або схему. На малюнку (чи схемі), зробленому достатнього розміру, вказати всі відомі величини, діючі сили та їх напрямки, а також напрямки швидкостей, прискорень. При побудові малюнка треба дотримуватися пропорції між величинами, векторами сил, прискорень тощо. При побудові паралелограмів сил (швидкостей, прискорень) не спотворювати кутів між векторами (напрямами).
3. Провести аналіз фізичного явища, описаного в умові задачі. Для задач з механіки найважливішим є з'ясування характеру руху (рівномірний чи рівноприскорений, прямолінійний чи криволінійний), встановлення сил (рушійних, тертя, сили тяжіння), що діють на тіло. Визначити, які тіла набувають енергію, а які її втрачають, про які види енергії йде мова – кінетичну поступального руху чи обертального, потенціальну в полі тяжіння чи пружно деформованого тіла, чи внутрішню. Після цього потрібно знайти відповідь на питання: “Чому цей процес (явище, стан) відбувається?”. Цю відповідь потрібно записати математично у вигляді формули, що виражає один із законів фізики. Або записати формули, які встановлюють функціональні зв'язки між величинами, серед яких є шукана величина. Тобто скласти систему рівнянь у вигляді основних формул і фізичних законів, що зв'язують відомі в умові і невідомі (шукані) величини.
4. Розв'язати одержану систему рівнянь в загальному вигляді відносно невідомої шуканої величини, пов'язавши її з величинами, заданими в умові. Таку формулу називають розв'язком задачі в загальному вигляді. Одержавши відповідь у загальному вигляді, треба перевірити одиницю шуканої величини. Для цього у праву частину отриманої формули підставляють основні одиниці відомих величин і шляхом алгебраїчних перетворень переконуються у правильності одиниці знайденої величини.

5. Обчислити шукану величину, підставляючи у формулу числові значення фізичних величин в СІ. Винятки допускаються у випадку однорідних величин, які стоять у чисельнику та знаменнику.
6. Зробити оцінку реальності одержаної числової відповіді. У багатьох випадках така оцінка допоможе встановити помилковість одержаного результату. Для оцінки числових значень одержаних величин можна їх порівняти із відомими з таблиць (густина, теплоємність, температура кипіння води, коефіцієнти корисної дії автомобілів).
7. Перевірити одержане значення величини із відповіддю, яка подана у задачнику.
8. Розглянути інші можливі варіанти розв'язання задачі. Встановити який із них раціональніший. Це формує навички аналітичного міркування і винахідливості.

2. КІНЕМАТИКА

2.1. Основні формули

1. Швидкість і прискорення прямолінійного руху в загальному випадку визначається формулами

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}.$$

2. У випадку прямолінійного рівномірного руху

$$v = \frac{S}{t} = \text{const}, \quad a = 0.$$

3. У випадку прямолінійного рівнозмінного руху

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 + at, \quad a = \text{const}.$$

4. При криволінійному русі повне прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

де $\mathbf{a}_\tau$ – тангенціальне (дотичне) прискорення і $\mathbf{a}_n$ – нормальне (доцентрове) прискорення, зокрема

$$\mathbf{a}_\tau = \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad \mathbf{a}_n = \frac{v^2}{R},$$

де $\mathbf{v}$ – швидкість руху і R – радіус кривизни траєкторії у даній точці.

5. При обертовому русі в загальному випадку кутову швидкість і кутове прискорення знаходять за формулами

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

6. У випадку рівномірного обертового руху кутова швидкість

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

де T – період обертання, n – частота обертання.

7. Кутова швидкість ω пов'язана з лінійною швидкістю $\mathbf{v}$ співвідношенням

$$\mathbf{v} = \omega \mathbf{R}.$$

8. Тангенціальне і нормальне прискорення при обертовому русі можна записати таким співвідношенням:

$$\mathbf{a}_\tau = \beta \mathbf{R}, \quad \mathbf{a}_n = \omega^2 \mathbf{R}.$$

9. Кінематичні рівняння при обертовому русі записуються так (рівнозмінний рух):

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \beta t, \quad \beta = \text{const}, \quad \varphi = 2\pi N,$$

де N – кількість обертів.

2.2. Приклади розв'язування задач

Послідовність розв'язування задач з механіки може бути такою:

1. З'ясувати, які величини відомо, врахувавши, що деякі з них можуть бути задані неявно. Наприклад, якщо тіло починає рухатися, то його початкова швидкість дорівнює нулю.
2. Вибрати тіло відліку і вказати додатний напрям координатної осі. Виконати рисунок (достатнього розміру), на якому вказати напрям координатної осі та напрям переміщення, початкової і кінцевої швидкостей, прискорень та сил.
3. Записати рівняння руху у проєкціях на вибрану вісь (або на напрям руху).
4. Проаналізувати рівняння та визначити шукані величини у загальному вигляді.

Виконати обчислення та проаналізувати відповідь.

Задача 1. З аеростата, що розміщений на висоті $h = 300$ м, впав камінь. Через який час t камінь досягне Землі, якщо аеростат піднімався із швидкістю $v_0 = 5$ м/с?

Розв'язування.

Рухаючись разом з аеростатом угору, в момент падіння камінь має також швидкість v_0 , яка напрямлена вгору. Тому камінь ще якийсь час t_1 буде рухатися вгору, доки його швидкість не зменшиться до нуля. При цьому він підніметься ще на висоту h_1 і, після цього, почне вільно падати на землю протягом часу t_2 . Тому шуканий час t буде дорівнювати:

$$t = t_1 + t_2. \quad (1)$$

Для знаходження t_1 використаємо формулу швидкості при рівносповільненому русі тіла в полі сили тяжіння Землі:

$$v = v_0 - gt_1. \quad (2)$$

Оскільки $v = 0$, то

$$t_1 = \frac{v_0}{g}. \quad (3)$$

Висоту підняття каменя h_1 знаходимо так:

$$h_1 = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}. \quad (4)$$

Уся висота H , з якої камінь падає вільно, буде:

$$H = h + h_1 = \frac{gt_2^2}{2}. \quad (5)$$

Із (5) знаходимо, що:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2(h+h_1)}{g}}. \quad (6)$$

Підставляючи в (1) значення t_1 і t_2 , одержуємо:

$$t = \frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2(h+h_1)}{g}} = \frac{5}{9,8} + \sqrt{\frac{2(300 + \frac{25}{2 \cdot 9,8})}{9,8}} = 8,4 \text{ с.}$$

Задача 2. З вежі заввишки $h = 25 \text{ м}$ горизонтально кинули камінь із швидкістю $v_x = 15 \text{ м/с}$. Скільки часу камінь буде в русі? На якій віддалі l від основи вежі він впаде на землю? З якою швидкістю він впаде на землю?

Розв'язування.

Камінь одночасно перебуває у двох рухах: горизонтальному (за інерцією) і вертикальному (під дією сили земного притягання). Ці рухи відбуваються незалежно один від одного. У результаті додавання (накладання) цих рухів камінь рухається по параболі.

При цьому час руху по параболі є такий самий, як і час вільного падіння каменя з висоти h . Якби на камінь не діяла сила тяжіння, то він рухався б рівномірно та прямолінійно і за час t пройшов би віддаль:

$$l = v_x t. \quad (1)$$

Але при наявності сили тяжіння камінь, віддаляючись від місця кидання, ще й вільно падає. Висота h , з якої падає камінь, і час падіння t пов'язані формулою:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Із рівності (2) знаходимо час t :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (3)$$

Тоді з (1) віддаль l знаходимо за формулою:

$$l = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (4)$$

А швидкість, з якою тіло падає на землю, визначається із умови, що:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2, \text{ де } v_y = gt. \quad (5)$$

Задача 3. Поїзд рухається із швидкістю $v_0 = 36 \text{ км/год}$. Якщо виключити струм, то поїзд, рухаючись рівносповільнено, зупиниться через час $t = 20 \text{ с}$. Яке прискорення поїзда? На якій віддалі S до зупинки потрібно виключити струм?

Розв'язування.

При рівносповільненому поступальному русі лінійну швидкість запишемо так:

$$v = v_0 - at. \quad (1)$$

З умови задачі відомо, що поїзд через час t зупиняється ($v = 0$). Тоді з (1) одержуємо:

$$a = \frac{v_0}{t}. \quad (2)$$

Шлях, який пройде поїзд до зупинки, знайдемо, використавши формулу:

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

Використавши рівняння (2), формулу (3) перепишемо так:

$$S = v_0 t - \frac{v_0}{t} \frac{t^2}{2} = v_0 t - \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0 t}{2}. \quad (4)$$

Підставивши числові значення величин у (2) і (4), одержуємо, що $a = 0,5 \text{ м/с}^2$, $S = 100 \text{ м}$.

Висновок. Оскільки поїзд рухається рівносповільнено, то прискорення напрямлене проти його руху.

Задача 4. Колесо, обертаючись рівноприскорено, за час $t = 60 \text{ с}$ після початку обертання одержує частоту $n = 12 \text{ об/с}$. Знайти кутове прискорення β колеса і число обертів N за цей час.

Розв'язування.

Кутову швидкість при рівноприскореному (без початкової швидкості) обертальному русі знаходимо за формулою:

$$\omega = \beta t. \quad (1)$$

Тоді:

$$\beta = \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi n}{t}. \quad (2)$$

Знайдемо кут, на який повернулося колесо за час обертання t :

$$\varphi = 2\pi N, \quad (3)$$

де N – число обертів, які зробило колесо за цей час.

Але цей кут можна визначити також з рівняння:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}. \quad (4)$$

Взявши до уваги, що $\omega_0 = 0$ і умову (1), рівняння (4) запишемо так:

$$\varphi = \frac{\beta t^2}{2} = \frac{\omega t}{2}. \quad (5)$$

Із формул (3) і (5) знаходимо:

$$2\pi N = \frac{\omega t}{2}, \quad N = \frac{\omega t}{4\pi} = \frac{2\pi n t}{4\pi} = \frac{n t}{2}. \quad (6)$$

$$\text{Розв'язок: } \beta = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 12}{60} = 1,26 \text{ рад/с}^2;$$

$$N = \frac{nt}{2} = \frac{12 \cdot 60}{2} = 360 \text{ обертів.}$$

Задача 5. Точка рухається по колу ($R = 10 \text{ см}$) з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . Знайти це прискорення, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберту після початку руху лінійна швидкість точки $v = 79,2 \text{ м/с}$.

Розв'язування.

Відомо, що:

$$a_\tau = \beta R. \quad (1)$$

Отже, виходячи з умови задачі, нам потрібно спочатку знайти кутове прискорення β .

Відомо, що точка рухається по колу рівноприскорено без початкової швидкості ($\omega_0 = 0$). Тоді:

$$\omega = \omega_0 + \beta t, \quad (2)$$

$$\varphi = 2\pi N = \frac{\beta t^2}{2}, \quad (3)$$

$$v = \omega R. \quad (4)$$

З рівнянь (2) і (4) одержуємо:

$$t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{v}{\beta R}. \quad (5)$$

Знайдемо β , підставивши (5) у (3):

$$2\pi N = \beta \frac{v^2}{2R^2\beta^2} = \frac{v^2}{2R^2\beta}, \text{ тоді}$$

$$\beta = \frac{v^2}{4\pi NR^2} \quad (6)$$

Підставивши (6) в (1), одержимо:

$$a_\tau = \frac{v^2}{4\pi NR^2} R = \frac{v^2}{4\pi NR}.$$

Отже, $a_{\tau} = \frac{(0,792)^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 0,1} = 0,1 \text{ м/с}^2$.

2.3. Задачі для самостійного розв'язування

- 2.1. Першу половину шляху свого руху автомобіль рухався із швидкістю $v_1 = 80 \text{ км/год}$, а другу половину шляху – зі швидкістю $v_2 = 40 \text{ км/год}$. Яка середня швидкість $\bar{v}$ руху автомобіля?

Відповідь: $\bar{v} = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$

- 2.2. Тіло, кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через час $t = 3 \text{ с}$. Якою була початкова швидкість v_0 тіла і на яку висоту h воно піднялося?

Відповідь: $v_0 = 14,7 \text{ м/с}$; $h = 11 \text{ м}$

- 2.3. Тіло вільно падає з висоти $h = 19,6 \text{ м}$. Який шлях воно проходить за першу і останню $0,1 \text{ с}$ свого руху?

Відповідь: $h_1 = 0,049 \text{ м}$; $h_2 = 1,9 \text{ м}$

- 2.4. Тіло вільно падає з висоти $h = 19,6 \text{ м}$. За який час воно проходить перший і останній 1 м свого шляху?

Відповідь: $t_1 = 0,45 \text{ с}$; $t_2 = 0,05 \text{ с}$

- 2.5. Електропоїзд рухається із швидкістю $v_0 = 36 \text{ км/год}$. Якщо виключити струм, то поїзд, рухаючись рівносповільнено, зупиняється через $t = 20 \text{ с}$. Яке прискорення a поїзда? На якій віддалі S до зупинки потрібно виключити струм?

Відповідь: $a = -0,5 \text{ м/с}^2$; $S = 100 \text{ м}$

- 2.6. Камінь, кинутий горизонтально, впав на землю через $0,5 \text{ с}$ на віддалі 5 м по горизонталі від місця кидання. З якої висоти h кинуте камінь? З якою швидкістю v_x його кинуте? З якою

швидкістю v він впаде на землю? Який кут φ утворює траєкторія каменя з горизонтом у точці його падіння на землю?

Відповідь: $h = 1,22 \text{ м}; v_x = 10 \text{ м/с};$

$$v = 11,1 \text{ м/с}; \varphi = 26^\circ 12'$$

- 2.7. Камінь кинули горизонтально зі швидкістю $v_x = 10 \text{ м/с}$. Знайти радіус кривизни R траєкторії каменя через час $t = 3 \text{ с}$ після початку руху.

Відповідь: $R = 305 \text{ м}$

- 2.8. Тіло кинули із швидкістю v_0 під кутом до горизонту. Час руху тіла $t = 2,2 \text{ с}$. На яку висоту h підніметься тіло?

Відповідь: $h = 5,9 \text{ м}$

- 2.9. Камінь, кинутий із швидкістю $v_0 = 12 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, впав на землю на віддалі l від місця кидання. З якої висоти h потрібно кинути камінь горизонтально, щоб при тій самій початковій швидкості v_0 він впав на це ж місце?

Відповідь: $h = 7,4 \text{ м}$

- 2.10. Тіло кинули зі швидкістю $v_0 = 14,7 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Знайти нормальне a_n і тангенціальне a_τ прискорення тіла через час $t = 1,25 \text{ с}$ після початку руху.

Відповідь: $a_n = g \frac{v_0 \cos \alpha}{v} = 9,15 \text{ м/с}^2;$

$$a_\tau = g \frac{v_y}{v} = 3,52 \text{ м/с}^2$$

- 2.11. Тіло кинули зі швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Знайти швидкість v_0 і кут α , якщо відомо, що тіло піднялося на висоту $h = 3 \text{ м}$ і радіус кривизни траєкторії тіла у верхній точці траєкторії $R = 3 \text{ м}$.

Відповідь: $v_0 = 9,4 \text{ м/с}; \alpha = 54^\circ 44'$

- 2.12. Колесо, обертаючись рівноприскорено, досягло кутової швидкості $\omega = 20 \text{ рад/с}$ через $N = 10$ обертів після початку обертання. Знайти кутове прискорення β колеса.

$$\text{Відповідь: } \beta = \frac{\omega^2}{4\pi N}$$

- 2.13. Колесо, обертаючись рівноприскорено, набуває частоти $n = 720$ об/хв за час $t = 1$ хв після початку руху. Знайти кутове прискорення β колеса і число обертів N колеса за цей час.

$$\text{Відповідь: } \beta = -0,21 \text{ рад/с}^2; N = 240 \text{ обертів}$$

- 2.14. Точка рухається по колу, радіус якого $R = 10$ см, з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . Знайти це прискорення, якщо відомо, що до закінчення п'ятого оберту від початку руху лінійна швидкість точки $v = 79,2$ см/с.

$$\text{Відповідь: } a_\tau = \frac{v^2}{4\pi NR}$$

- 2.15. Колесо, радіус якого $R = 10$ см, обертається з кутовим прискоренням $\beta = 3,14 \text{ рад/с}^2$. Знайти для точок на ободі колеса до закінчення першої секунди після початку руху: а) кутову швидкість ω ; б) лінійну швидкість v ; в) тангенціальне прискорення a_τ ; г) нормальне прискорення a_n ; д) повне прискорення a ; е) кут φ , утворений вектором повного прискорення з радіусом кола.

$$\text{Відповідь: } \omega = 3,14 \text{ рад/с}^2; v = 0,314 \text{ м/с};$$

$$a_\tau = 0,314 \text{ м/с}^2; a_n = 0,98 \text{ м/с}^2;$$

$$a = 1,03 \text{ м/с}^2; \varphi = 17^\circ 46'$$

3. ДИНАМІКА

3.1. Основні формули

1. Основний закон динаміки (другий закон Ньютона) записується рівнянням

$$\vec{F}dt = d(m\vec{v}).$$

Якщо маса m стала, то:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

де $\vec{a}$ – прискорення, якого набуває тіло масою m під дією сили $\vec{F}$.

2. Робота сили $\vec{F}$ при переміщенні S визначається за формулою:

$$A = \int_S F_S dS,$$

де F_S – проекція сили на напрям переміщення, dS – величина переміщення.

3. У випадку постійної сили, яка діє під кутом α до напрямку переміщення, роботу обчислюємо за формулою:

$$A = FS \cos \alpha.$$

4. Потужність визначається за формулою:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

У випадку сталої потужності:

$$N = \frac{A}{t},$$

де A – робота, виконана за час t .

5. Кінетична енергія тіла масою m , що рухається із швидкістю v , визначається за формулою:

$$E_K = \frac{mv^2}{2}.$$

6. Для замкнутої (ізолюваної) системи тіл імпульс зберігається, тобто:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const}$$

7. При непружному центральному ударі двох тіл з масами m_1 і m_2 загальна швидкість руху тіл після удару знаходиться за формулою:

$$\bar{u} = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

8. При пружному центральному ударі тіла будуть рухатися з різними швидкостями. Швидкість першого тіла після удару:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2};$$

швидкість другого тіла після удару:

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

9. Сила, яка викликає пружну деформацію x , пропорційна величині деформацій, тобто:

$$F = kx,$$

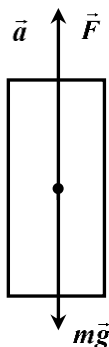
де k – жорсткість (коефіцієнт, що чисельно дорівнює силі, яка викликає деформацію, рівну одиниці).

10. Потенціальна енергія пружного тіла:

$$E_{II} = kx^2 / 2$$

3.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Ліфт, маса якого 750 кг, піднімається рівноприскорено з прискоренням $a = 0,5 \text{ м/с}^2$. Знайти силу натягу канатів ліфта.



Розв'язування.

На ліфт діють: сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила, яка передається через канат і спрямована вгору. Ця сила $\vec{F}$ більша за силу тяжіння $m\vec{g}$, бо ліфт рухається з прискоренням вгору.

Спроекувавши ці сили на напрям руху (вважаючи за додатний напрям – *знизу вгору*), запишемо рівняння руху:

$$F - mg = ma.$$

Тоді

$$F = mg + ma = m(a + g);$$

$$F = 750(9,8 + 0,5) = 7725 \text{ Н}.$$

Задача 2. Яку силу F потрібно прикласти до вагона, що стоїть на рейках, щоб він почав рухатися рівноприскорено і за час $t = 30$ с пройшов шлях $S = 11$ м? Маса вагона $m = 16 \cdot 10^3$ кг. Під час руху на вагон діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, яка дорівнює $0,05mg$.

Розв'язування.

Вагон рухається рівноприскорено. Сила тертя $F_{\text{тер}}$ завжди напрямлена проти руху. Щоб вагон одержав прискорення a , має виконуватися другий закон Ньютона:

$$F - F_{\text{тер}} = ma, \quad (1)$$

тоді

$$F = F_{\text{тер}} + ma. \quad (2)$$

Щоб знайти прискорення a , необхідно використати рівняння шляху рівноприскореного руху:

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Але $v_0 = 0$, тоді:

$$S = \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

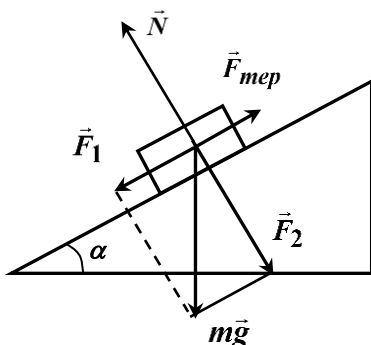
З рівняння (3) знаходимо, що:

$$a = \frac{2S}{t^2}. \quad (4)$$

Із рівняння (2), врахувавши (4), одержуємо:

$$F = F_{\text{тер}} + m \frac{2S}{t^2}; \quad F = 8,2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Задача 3. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Пройшовши шлях $S = 36,4$ см, тіло набуває швидкості $v = 2$ м/с. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною.



Розв'язування.

Якщо тіло ковзає по похилій площині, то виконується умова, що

$$mg \sin \alpha - kmg \cos \alpha = ma.$$

(1)

Тоді:

$$k = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{g \cos \alpha}.$$
 (2)

Знаючи, що $v^2 = 2aS$ ($v_0 = 0$), знаходимо прискорення a :

$$a = \frac{v^2}{2S}.$$
 (3)

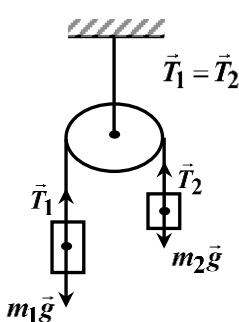
Підставивши (3) в (2), одержуємо:

$$k = \operatorname{tg} \alpha - \frac{v^2}{2gS \cos \alpha}.$$
 (4)

Виконавши обчислення, одержуємо, що $k = 0,2$.

Задача 4. Два вантажі, що мають маси $m_1 = 2$ кг і $m_2 = 1$ кг, з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і силу натягу нитки T . Тертя у блоці знехтувати.

Розв'язування.



Рівнодійна сил $m_1\vec{g}$ і $m_2\vec{g}$ надає прискорення обом вантажам (перший вантаж рухається вниз, а другий – вгору). Тоді другий закон Ньютона запишеться так:

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

(його проекція на вертикальний напрям руху, додатний напрям скеровано вниз). Звідки:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}.$$
 (1)

Рівняння руху для кожного вантажу запишеться так:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a; \quad T_2 - m_2 g = m_2 a. \quad (2)$$

Підставивши у (2) значення a , відповідно до (1), одержуємо, що

$$T_1 = T_2 = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

Виконавши обчислення, одержуємо:

$$a = 3,27 \text{ м/с}^2; \quad T_1 = T_2 = 13,0 \text{ Н}.$$

Задача 5. На автомобіль, що має масу $m = 10^3 \text{ кг}$, під час руху діє сила тертя $F_{\text{тер}} = 0,1 \text{ мг}$. Знайти силу тяги F , яку розвиває мотор автомобіля, якщо автомобіль рухається вгору з кутом нахилу 1 м на кожні 25 м шляху: а) із сталою швидкістю; б) із прискоренням $a = 2 \text{ м/с}^2$.

Розв'язування.

Якщо автомобіль рухається вгору по похилій площині (з кутом нахилу її до горизонту α) із сталою швидкістю при наявності сили тертя, то рівняння його руху має вигляд:

$$F' - mg \sin \alpha - F_{\text{тер}} = ma \quad (\text{але } a = 0), \text{ тоді:}$$

$$F' = mg \sin \alpha + F_{\text{тер}}. \quad (1)$$

Якщо ж такий рух автомобіля є прискореним, то:

$$F'' - mg \sin \alpha - F_{\text{тер}} = ma$$

і

$$F'' = mg \sin \alpha + F_{\text{тер}} + ma. \quad (2)$$

У випадку, коли сила тертя виражається через коефіцієнт тертя k , то вирази (1) і (2) будуть мати вигляд:

$$F' = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha, \quad (1')$$

$$F'' = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha + ma.$$

(2')

Знаючи, що $\sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{1}{25}$ і виконавши обчислення, одержуємо:

$$F' = 1,4 \text{ кН}, \quad F'' = 3,4 \text{ кН}.$$

Задача 6. Яку масу m бензину витрачає двигун автомобіля на шляху $S = 100$ км, якщо при потужності двигуна $N = 11$ кВт швидкість його руху $v = 30$ км/год? Коефіцієнт корисної дії двигуна $\eta = 0,22$; питома теплота згоряння бензину $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг.

Розв'язування.

При потужності двигуна N і швидкості руху v двигун при переміщенні автомобіля на віддаль S виконує роботу, яку знаходимо з умови, що:

$$\eta = \frac{A_K}{A_3} = \frac{N \cdot t}{mq} = \frac{N \cdot S}{mqv}. \quad (1)$$

Тоді

$$m = \frac{N \cdot S}{\eta q v}. \quad (2)$$

Виконавши обчислення, знаходимо, що $m = 13$ кг.

Задача 7. Вантаж масою $m = 1$ кг, що підвішений на нитці, відхиляють на кут $\alpha = 30^\circ$ і відпускають. Знайти силу натягу нитки T у момент проходження вантажем положення рівноваги.

Розв'язування.

Сила натягу нитки в момент проходження вантажем положення рівноваги:

$$T = mg + \frac{mv^2}{l}, \quad (1)$$

де l – довжина нитки. Крім цього,

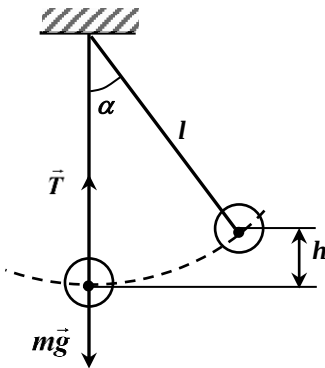
$$mgh = \frac{mv^2}{2},$$

звідки $v = \sqrt{2gh}$, де $h = l - l \cos \alpha$.

Тоді:

$$\frac{mv^2}{l} = \frac{m}{l} 2gh = \frac{m}{l} 2gl(1 - \cos \alpha) = 2mg(1 - \cos \alpha). \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), одержуємо:



$$T = mg[1 + 2(1 - \cos \alpha)] = 12,4 \text{ Н.}$$

3.3. Задачі для самостійного розв'язування

- 3.1. До нитки підвісили вантаж, що має масу $m = 1 \text{ кг}$. Знайти силу натягу нитки T , якщо нитку з цим вантажем: а) піднімати з прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$; б) опускати з цим же прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$.

$$\text{Відповідь: } T_1 = m(a + g); \quad T_2 = m(g - a)$$

- 3.2. Яку силу F потрібно прикласти до вагона, що стоїть на рейках, щоб він почав рухатися рівноприскорено і за час $t = 30 \text{ с}$ пройшов шлях $S = 11 \text{ м}$? Маса вагона $m = 16 \cdot 10^3 \text{ кг}$. Під час руху на вагон діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, яка дорівнює $0,05$ сили тяжіння mg .

$$\text{Відповідь: } F = kmg + 2mS / t^2$$

- 3.3. На автомобіль масою $m = 10^3 \text{ кг}$ під час руху діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, що дорівнює $0,1$ від сили тяжіння. Якою має бути сила тяги F , що забезпечується мотором автомобіля, щоб автомобіль рухався: а) рівномірно; б) з прискоренням $a = 2 \text{ м/с}^2$?

$$\text{Відповідь: а) } F = 980 \text{ Н; б) } F = 3 \text{ кН}$$

- 3.4. Автомобіль має масу $m = 10^3 \text{ кг}$. Під час його руху на нього діє сила тертя $F_{\text{тер}} = 0,1 \text{ mg}$. Знайти силу тяги, яку забезпечує мотор автомобіля, якщо автомобіль рухається з прискоренням $a = 1 \text{ м/с}^2$ вгору з нахилом 1 м на кожні 25 м шляху.

$$\text{Відповідь: } F = 2,37 \text{ кН}$$

- 3.5. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Пройшовши шлях $S = 36,4 \text{ см}$, тіло набуває швидкості $v = 2 \text{ м/с}$. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною.

$$\text{Відповідь: } k = \tan \alpha - \frac{v^2}{2gS \cos \alpha} = 0,2$$

- 3.6. Два вантажі з маси $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і силу натягу нитки T . Тертям у блоці знехтувати.

$$\text{Відповідь: } a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}; \quad T = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}$$

- 3.7. Невагомий блок закріплено у вершині похилої площини, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 30^\circ$. Два вантажі однакової маси $m_1 = m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані ниткою і перекинуті через цей блок. Один вантаж висить вільно, а другий може рухатися вздовж похилої площини. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і силу натягу нитки T . Тертям між вантажем і похилою площиною та тертям у блоці знехтувати.

$$\text{Відповідь: } a = g \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2};$$

$$T_1 = T_2 = \frac{m_1m_2(1 + \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g$$

- 3.8. При піднятті вантажу масою $m = 2 \text{ кг}$ на висоту $h = 1 \text{ м}$ сила F виконує роботу $A = 78,5 \text{ Дж}$. З яким прискоренням a піднімався вантаж?

$$\text{Відповідь: } a = (A - mgh)/(mh)$$

- 3.9. Камінь, який рухався по поверхні льоду із початковою швидкістю $v_0 = 3 \text{ м/с}$, пройшов до зупинки віддаль $S = 20,4 \text{ м}$. Знайти коефіцієнт тертя між каменем і льодом.

$$\text{Відповідь: } k = 0,01$$

- 3.10. Водій автомобіля, що має масу $m = 10^3 \text{ кг}$, починає гальмувати на віддалі $S = 25 \text{ м}$ від перешкоди. Сила тертя у гальмівних дисках автомобіля $F_{\text{тер}} = 3,84 \text{ кН}$. При якій граничній швидкості v руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою? Тертям між колесами і дорогою знехтувати.

$$\text{Відповідь: } v \leq 50 \text{ км/год}$$

- 3.11. Знайти роботу A , яку треба виконати, щоби збільшити швидкість руху тіла масою $m = 10^3 \text{ кг}$ від $v_1 = 2 \text{ м/с}$ до $v_2 = 6 \text{ м/с}$ на шляху $S = 10 \text{ м}$. На всьому шляху діє сила тертя $F_{\text{тер}} = 2 \text{ Н}$.

$$\text{Відповідь: } A = 35,6 \text{ Дж}$$

- 3.12. На автомобіль масою $M = 10^3 \text{ кг}$ під час руху діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, яка дорівнює $0,1Mg$. Яку масу m бензину витрачає автомобіль для того, щоб на шляху $S = 0,5 \text{ км}$ збільшити швидкість від $v_1 = 10 \text{ км/год}$ до $v_2 = 40 \text{ км/год}$? Коефіцієнт корисної дії двигуна $\eta = 0,2$, питома теплота згоряння бензину $q = 46 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $m = 0,06 \text{ кг}$

- 3.13. Знайти К.К.Д. η двигуна автомобіля, якщо відомо, що при швидкості руху $v = 40 \text{ км/год}$ двигун витрачає $13,5 \text{ л}$ бензину на шляху $S = 100 \text{ км}$, досягаючи потужності $N = 12 \text{ кВт}$. Густина бензину $\rho = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, питома теплота згоряння бензину $q = 46 \text{ МДж/кг}$.

Відповідь: $\eta = 0,22$

- 3.14. З башти заввишки $h = 25 \text{ м}$ горизонтально кинуто камінь із швидкістю $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Знайти кінетичну та потенціальну енергію каменя через час $t = 1 \text{ с}$ після початку руху. Маса каменя $m = 0,2 \text{ кг}$.

Відповідь: $E_k = 32,2 \text{ Дж}$; $E_p = 39,4 \text{ Дж}$

- 3.15. На кидання ядра під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту затрачено роботу $A = 216 \text{ Дж}$. Через який час t і на якій відстані S_x від місця кидання ядро впаде на землю? Маса ядра $m = 2 \text{ кг}$.

Відповідь: $t = 1,5 \text{ с}$; $S_x = 19,1 \text{ м}$

- 3.16. Тіло масою $m = 1 \text{ кг}$ ковзає спочатку по похилій площині заввишки $h = 1 \text{ м}$ і завдовжки $l = 10 \text{ м}$, а потім по горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя на всьому шляху $k = 0,05$. Знайти: а) кінетичну енергію E_k біля основи площини; б) швидкість v тіла біля основи площини; в) віддадь S , яку пройшло тіло по горизонтальній поверхні до зупинки.

Відповідь: а) $E_k = mgl(\sin\alpha - k\cos\alpha)$;

$$\text{б) } v = \sqrt{2E_k / m} ; S = E_k / kmg$$

- 3.17. Тіло масою $m = 3 \text{ кг}$, маючи початкову швидкість $v_0 = 0$, ковзає по похилій площині заввишки $h = 0,5 \text{ м}$ і завдовжки $l = 1 \text{ м}$ і приходить до основи похилої площини із швидкістю v

= 2,45 м/с. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом і площиною і кількість теплоти, яка виділилася при терті.

Відповідь: а) $k = 0,22$; $Q = 5,7$ Дж

- 3.18. Яку потужність N має двигун автомобіля масою $m = 10^3$ кг. Якщо відомо, що автомобіль їде з постійною швидкістю $v = 36$ км/год:

- а) по горизонтальній дорозі;
- б) вгору з нахилом 5 м на кожні 100 м шляху;
- в) вниз з тим самим нахилом? Коефіцієнт тертя $k = 0,07$.

Відповідь: а) $N = kmgv$;

б) $N = mgv(k \cos \alpha + \sin \alpha)$;

в) $N = mgv(k \cos \alpha - \sin \alpha)$

- 3.19. Трамвайний вагон масою $m = 5 \cdot 10^3$ кг рухається по колу, радіус якого $R = 128$ м. Знайти силу бокового тиску F коліс на рейки при швидкості руху $v = 9$ км/год.

Відповідь: $F = 245$ Н

- 3.20. Відро з водою, прив'язане до шнура завдовжки $l = 60$ см, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти найменшу швидкість v обертання відра, при якій у найвищій точці вода із нього не виливається. Яка сила натягу шнура T при цій швидкості у верхній і нижній точці кола? Маса відра з водою $m = 2$ кг.

Відповідь: $v = 2,43$ м/с; $T = 0$ (у верхній точці);

$T = 39,2$ Н (у нижній точці)

- 3.21. Кулька, прив'язана до нитки завдовжки $l = 30$ см, описує в горизонтальній площині коло, радіус якого $R = 15$ см. З якою частотою n обертається кулька?

Відповідь: $n = 59$ об/хв

- 3.22. Кулька масою $m = 50$ г, яка прив'язана до нитки завдовжки $l = 25$ см, описує в горизонтальній площині коло. Частота обертання кульки $n = 2$ об/с. Знайти силу натягу нитки T .

Відповідь: $T = 1,96$ Н

- 3.23. Диск обертається навколо вертикальної осі з частотою $n = 30$ об/хв. На віддалі $r = 20$ см від осі обертання на ньому лежить тіло. Яким має бути коефіцієнт тертя між ним і диском, щоб воно не скотилося?

Відповідь: $k = 0,2$

- 3.24. Літак, що летить із швидкістю $v = 900 \text{ км/год}$, виконує „мертву петлю”. Яким має бути радіус „мертвої петлі” R , щоб найбільша сила F , яка притискає пілота до сидіння, дорівнювала: а) п’ятикратній силі тяжіння, що діє на пілота; б) десятикратній силі тяжіння, що діє на пілота?

Відповідь: а) $R = 1600 \text{ м}$; б) $R = 711 \text{ м}$

- 3.25. Вантаж масою $m = 10^3 \text{ кг}$, який підвішений на нитці, відхиляють на кут $\alpha = 30^\circ$ і відпускають. Знайти силу натягу нитки T у момент проходження вантажем положення рівноваги.

Відповідь: $T = mg[1 + 2(1 - \cos\alpha)]$

- 3.26. Вантаж масою m , який підвішений на невагомому стержні, відхиляють на кут $\alpha = 90^\circ$ і відпускають. Знайти силу натягу T стержня у момент проходження вантажем положення рівноваги.

Відповідь: $T = 3mg$

- 3.27. Вантаж масою $m = 150 \text{ кг}$ підвішено на сталій дротині, що витримує силу натягу $T = 2,94 \text{ кН}$. На який найбільший кут α можна відхилити дротину з вантажем, щоби вона не розірвалася при проходженні вантажу положення рівноваги?

Відповідь: $\alpha = 60^\circ$

- 3.28. До стелі трамвайного вагону підвішено на нитці кулю. Вагон їде із швидкістю $v = 9 \text{ км/год}$ по колу радіусом $R = 36,4 \text{ м}$. На який кут α відхилиться при цьому нитка з кулею?

Відповідь: $\alpha = 1^\circ$

- 3.29. Автобан має віраж з нахилом $\alpha = 10^\circ$ при радіусі заокруглення дороги $R = 100 \text{ м}$. На яку швидкість v розрахований віраж?

Відповідь: $v = 47 \text{ км/год}$

- 3.30. Камінь, прив’язаний до нитки завдовжки $l = 50 \text{ см}$, рівномірно обертається у вертикальній площині. При якій частоті обертання n нитка розірветься, якщо відомо, що вона розривається при силі натягу, яка дорівнює десятикратній силі тяжіння, що діє на камінь?

Відповідь: $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9g}{l}} = 2,1 \text{ об/с}$

4. ОБЕРТОВИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

Основні формули

1. Момент $\vec{M}$ сили $\vec{F}$ відносно будь-якої осі обертання визначається формулою:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}], \quad M = F \cdot l,$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки прикладання сили, l – найкоротша віддаль від прямої, вздовж якої діє сила, до осі обертання.

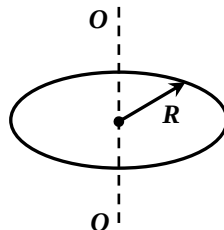
2. Моментом інерції матеріальної точки відносно будь-якої осі обертання називається величина

$$J = mr^2,$$

де m – маса матеріальної точки; r – її віддаль від осі обертання.

3. Момент інерції тонкого кільця відносно осі, що проходить через його центр, перпендикулярно до його площини:

$$J = mR^2.$$



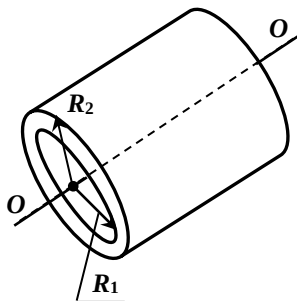
4. Момент інерції товстостінного циліндра відносно осі симетрії:

$$J = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2),$$

де R_1 – внутрішній і R_2 – зовнішній радіуси, m – його маса.

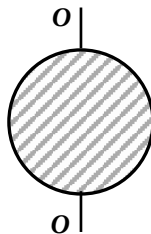
Момент інерції суцільного однорідного циліндра (диска) відносно осі циліндра ($R_1 = 0$, $R_2 = R$):

$$J = \frac{1}{2} mR^2,$$



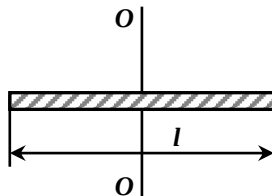
5. Момент інерції диска відносно осі, яка співпадає з одним із його діаметрів:

$$J = \frac{1}{4} m R^2.$$



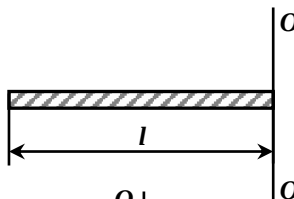
6. Момент інерції тонкого стержня відносно осі, яка проходить через його середину:

$$J = \frac{1}{12} m l^2.$$



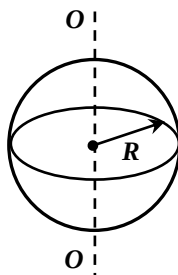
7. Момент інерції тонкого стержня відносно осі, яка проходить через один із його кінців:

$$J = \frac{1}{3} m l^2.$$



8. Момент інерції кулі відносно осі, яка співпадає з одним із його діаметрів:

$$J = \frac{2}{5} m R^2.$$



9. Теорема Штейнера:

$$J = J_0 + m d^2,$$

де m – маса тіла; d – віддаль від центра мас тіла до осі обертання (віддаль між паралельними осями).

10. Основний закон динаміки обертального руху виражається рівнянням:

$$\vec{M} dt = d\vec{L} = d(J\vec{\omega}),$$

де $\vec{M}$ – момент сил, прикладених до тіла; $\vec{L}$ – момент імпульсу тіла (J – момент інерції тіла, $\vec{\omega}$ – його кутова швидкість). Якщо $J = \text{const}$, то

$$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\beta},$$

де $\vec{\beta}$ – кутове прискорення, якого набуло тіло під дією моменту сил $\vec{M}$.

11. Кінетична енергія тіла, що обертається:

$$E_K = \frac{J\omega^2}{2},$$

де J – момент інерції тіла і $\vec{\omega}$ – його кутова швидкість.

12. Закон збереження моменту імпульсу:

$$\sum J\vec{\omega} = \text{const}.$$

13. Робота і кінетична енергія:

$$A = M\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

14. Період малих коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mdg}},$$

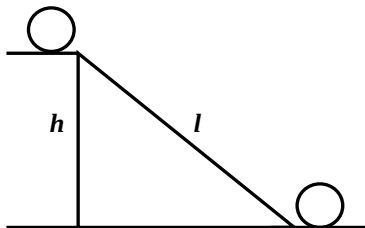
де J – момент інерції маятника відносно його осі обертання, d – віддаль від центра мас до осі обертання, g – прискорення вільного падіння.

4.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. При розвантаженні автомобіля з рулонами паперу останній скочується без початкової швидкості по похилій площині

завдовжки $l = 3 \text{ м}$ і заввишки, що дорівнює висоті кузова автомобіля від землі $h = 1 \text{ м}$. Визначити час скочування рулону по даній похилій площині. Вважати рулон паперу однорідним циліндром; ковзанням рулону по похилій площині і опором повітря знехтувати.

Розв'язування.



Для рулону паперу, який скочується по похилій площині, виконується закон збереження енергії:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (1)$$

де mgh – потенціальна енергія рулону паперу до початку руху;

$\frac{mv^2}{2}$ – кінетична енергія його поступального руху в кінці похилої

площини; $\frac{J\omega^2}{2}$ – кінетична енергія його обертального руху в кінці похилої площини.

Знаючи, що момент інерції циліндра $J = \frac{mr^2}{2}$, а інші величини пов'язані такими співвідношеннями:

$$v = at, \quad l = \frac{at^2}{2}, \quad \beta = \frac{\omega}{t}, \quad a = \beta r, \quad \beta = \frac{2l}{r \cdot t^2}, \quad (2)$$

знаходимо, що:

$$\omega = \frac{2l}{t^2 \cdot r} t = \frac{2l}{t \cdot r}. \quad (3)$$

Тоді з рівняння (1) одержуємо:

$$t = \sqrt{\frac{3l^2}{gh}} = 1,66 \text{ с.}$$

Задача 2. Яку роботу треба виконати, щоб примусити маховик робити $n = 120 \text{ об/хв}$, якщо вважати, що маса маховика $m = 500 \text{ кг}$ і вона розподілена по ободу з діаметром $d = 1,5 \text{ м}$?

Розв'язування.

Кінетична енергія обертового руху маховика:

$$E = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (1)$$

Його момент інерції (як обруча, відповідно до умови задачі):

$$J = mr^2. \quad (2)$$

Робота, яку потрібно виконати, щоб маховик почав робити n обертів, дорівнює кінетичній енергії, яку матиме маховик, обертаючись з кутовою швидкістю $\omega = 2\pi n$.

$$\text{Тоді } A = E = \frac{mr^2(2\pi n)^2}{2} = 22,08 \text{ кДж}.$$

Задача 3. До колеса, радіус якого $R = 0,5 \text{ м}$ і маса $m = 50 \text{ кг}$, прикладена дотична сила $F = 98,1 \text{ Н}$. Знайти кутове прискорення колеса β . Через який час t від початку дії сили колесо буде мати частоту обертання $n = 100 \text{ об/с}$? Колесо вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

Розв'язування.

Колесо обертається навколо осі, яка перпендикулярна до його площини і проходить через центр симетрії. Для знаходження кутового прискорення використаємо основне рівняння динаміки обертового руху:

$$M = J \cdot \beta. \quad (1)$$

Але

$$M = F \cdot R, \quad J = \frac{mr^2}{2}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), одержуємо:

$$\beta = \frac{2F \cdot R}{mR^2} = \frac{2F}{mR} = 7,8 \text{ рад/с}^2.$$

Для знаходження часу t використаємо рівняння

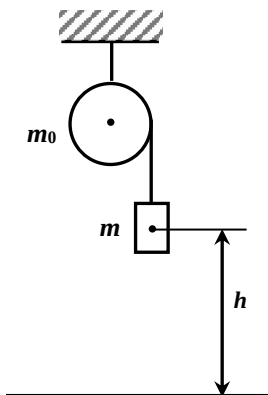
$$\omega = \omega_0 + \beta t. \quad (3)$$

Відповідно до умови задачі $\omega_0 = 0$, $\omega = 2\pi n$.

Тоді $t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta} = 80 \text{ с.}$

Задача 4. На барабан, маса якого $m_0 = 9 \text{ кг}$, намотано шнур, до кінця якого прив'язали вантаж масою $m = 2 \text{ кг}$. Знайти прискорення вантажу. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.

Розв'язування.



Для знаходження прискорення вантажу використаємо закон збереження енергії. Вантаж, перебуваючи на висоті h , має потенціальну енергію:

$$E_{\text{п}} = mgh. \quad (1)$$

При русі цього вантажу вниз його потенціальна енергія зменшується, переходячи в кінетичну енергію поступального руху вантажу масою m та в кінетичну енергію обертового руху барабана масою m_0 . А отже,

$$mgh = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

Знаючи, що

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad v = at, \quad \omega = \frac{v}{R}, \quad J = \frac{m_0 R^2}{2},$$

рівняння (3) запишеться так:

$$mg \frac{at^2}{2} = \frac{m_0 R^2}{2} \frac{(at)^2}{2R^2} + \frac{m}{2} (at)^2. \quad (3)$$

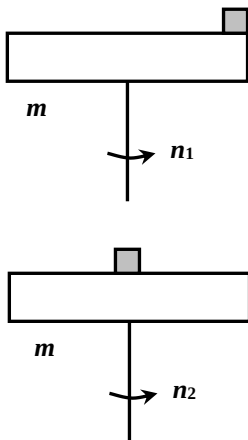
Після відповідних перетворень одержуємо:

$$a = \frac{mg}{\frac{m_0}{2} + m} = 3 \text{ м/с}^2.$$

Задача 5. Горизонтальна платформа, що має масу $m = 100 \text{ кг}$, обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через центр платформи, з частотою $n_1 = 10 \text{ об/хв}$. Людина, маса якої $m_0 = 60 \text{ кг}$,

стоїть при цьому на краю платформи. З якою частотою n_2 буде обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центру? Вважати платформу однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

Розв'язування.



Використаємо закон збереження моменту імпульсу. Знехтувавши силами тертя і вважаючи, що система людина – платформа є замкнутою, запишемо:

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2, \quad (1)$$

де

$$J_1 = J_0 + m_0 R^2, \quad J_2 = J_0 = \frac{m R^2}{2}. \quad (2)$$

J_0 – момент інерції платформи,

$m_0 R^2$ – момент інерції людини, коли вона стоїть на краю платформи.

Зміна моменту інерції відбулася

за рахунок внутрішніх сил, тому змінилася кутова швидкість. Тепер рівняння (1) запишемо так:

$$(J_0 + m_0 R^2) 2\pi n_1 = J_0 2\pi n_2, \quad (3)$$

бо людина стоїть у центрі платформи над віссю обертання (її віддаль від даної осі обертання дорівнює нулю).

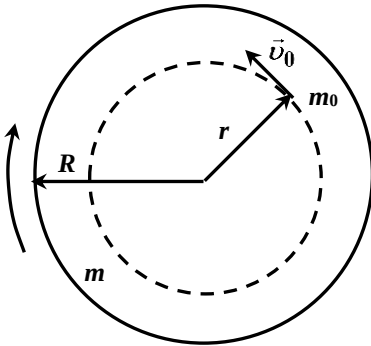
Тоді, врахувавши (2) і (3), одержуємо:

$$n_2 = \frac{(J_0 + m_0 R^2) n_1}{J_0} = n_1 \frac{m + 2m_0}{m} = 22 \text{ об/хв.}$$

Задача 6. Людина масою $m_0 = 60 \text{ кг}$ перебуває на нерухомій платформі, маса якої $m = 100 \text{ кг}$. З якою частотою n буде обертатися платформа, якщо людина буде рухатися по ній по колу, радіус якого $r = 5 \text{ м}$ (відносно осі обертання)? Швидкість руху людини відносно

платформи $v_0 = 4 \text{ км/год}$. Радіус платформи $R = 10 \text{ м}$. Вважати платформу однорідним диском, а людину – матеріальною точкою.

Розв'язування.



Відповідно до умови задачі, момент інерції платформи

$$J_0 = \frac{mR^2}{2}, \text{ а людини, яка}$$

перебуває на віддалі r від осі обертання – $m_0 r^2$. Людина і платформа перебувають у стані спокою. Коли людина почне рухатися, то на основі закону збереження моменту імпульсу, платформа разом з людиною

почне обертатися у протилежний бік.

Отже, $0 = J_1(\omega_1 - \omega_2) - J_0\omega_2$, або

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2, \quad (1)$$

де

$$J_1 = m_0 r^2; \quad \omega_1 = \frac{v_0}{r}; \quad J_2 = J_0 + m_0 r^2; \quad \omega_2 = 2\pi n. \quad (2)$$

Враховуючи (2), рівняння (1) запишемо так:

$$m_0 r^2 \frac{v_0}{r} = \left(\frac{mR^2}{2} + m_0 r^2 \right) 2\pi n. \quad (3)$$

Звідки:

$$n = \frac{m_0 r v_0}{2\pi \left(\frac{mR^2}{2} + m_0 r^2 \right)} = 0,49 \text{ об/хв.}$$

Задача 7. Обруч діаметром $d = 0,565 \text{ м}$ висить на цвяху, який забито в стіну, і виконує малі коливання у площині, паралельній до стіни. Знайти період коливань T обруча.

Розв'язування.

Обруч, який коливається навколо забитого у стіну цвяха, є фізичним маятником. Період коливань фізичного маятника знаходимо за формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad (1)$$

де J – момент інерції відносно осі (цвяха); m – маса обруча; l – віддаль від точки підвісу до центра мас (центра ваги) обруча.

Щоб знайти момент інерції обруча відносно осі коливань (цвяха), використаємо теорему Штейнера:

$$J = J_0 + mR^2 = mR^2 + mR^2 = 2mR^2, \quad (2)$$

де J_0 – момент інерції обруча відносно осі, що проходить через центр мас обруча, перпендикулярно до його площини; $l = R$, бо відповідно до теореми Штейнера віддаль між відповідними осями в цьому випадку дорівнює радіусу обруча ($R = d/2$).

Підставивши (2) в (1), одержуємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}} = 2,12 \text{ с}.$$

4.3. Задачі для самостійного розв'язування

- 4.1. До обода однорідного диска радіусом $R = 0,2 \text{ м}$ прикладено дотичну силу $F = 98,1 \text{ Н}$. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 4,9 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Знайти масу m диска, якщо відомо, що він обертається з кутовим прискоренням $\beta = 100 \text{ рад/с}^2$.

Відповідь: $m = \frac{2(FR - M_{\text{тр}})}{\beta R^2}$

- 4.2. Однорідний стержень завдовжки $l = 1 \text{ м}$ і масою $m = 0,5 \text{ кг}$ обертається у вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що проходить через середину стержня. З яким кутовим прискоренням β обертається стержень, якщо на нього діє момент сил $M = 98,1 \text{ мН}\cdot\text{м}$?

$$\text{Відповідь: } \beta = 2,35 \text{ рад/с}^2$$

- 4.3. Махове колесо, момент інерції якого $J = 245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з частотою $n = 20 \text{ об/с}$. Через $t = 1 \text{ хв.}$ після того, як на колесо перестав діяти момент сил M , воно зупинилося. Знайти момент сил тертя $M_{\text{тр}}$ і число обертів N , які зробило колесо до повної зупинки після припинення дії сил. Колесо вважати однорідним диском.

$$\text{Відповідь: } M_{\text{тр}} = 513 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad N = 600 \text{ об.}$$

- 4.4. Два вантажі з масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані ниткою, яка перекинута через блок масою $m = 1 \text{ кг}$. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і сили натягу ниток T_1 і T_2 , до яких підвішені вантажі. Блок вважати однорідним диском.

$$\text{Відповідь: } a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}},$$

$$T_1 = 14,0 \text{ Н}; \quad T_2 = 12,6 \text{ Н}$$

- 4.5. На барабан радіусом $R = 0,5 \text{ м}$, намотано шнур, до кінця якого прив'язали вантаж масою $m = 10 \text{ кг}$. Знайти момент інерції J барабана, якщо відомо, що вантаж опускається з прискоренням $a = 2,04 \text{ м/с}^2$.

$$\text{Відповідь: } J = 9,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

- 4.6. На барабан радіусом $R = 20 \text{ см}$, момент інерції якого $J = 0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, намотано шнур, до кінця якого прив'язали вантаж масою $m = 0,5 \text{ кг}$. До початку обертання барабану висота вантажу над підлогою $h = 1 \text{ м}$. Через який час вантаж опуститься до підлоги? Знайти кінетичну енергію E_k вантажу в момент удару об підлогу і силу натягу нитки T . Тертям знехтувати.

$$\text{Відповідь: } t = 1,1 \text{ с}; \quad E_k = 0,81 \text{ Дж}; \quad T = 4,1 \text{ Н}$$

- 4.7. Два вантажі з різними масами, з'єднані ниткою, яку перекинули через блок, момент інерції якого $J = 50 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ і радіус $R = 20 \text{ см}$. На блок діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 98,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Знайти різницю сил натягу ниток $T_1 - T_2$ по обидві сторони блоку, якщо відомо, що він обертається з кутовим прискоренням $\beta = 2,36 \text{ рад/с}^2$. Блок вважати однорідним диском.

$$\text{Відповідь: } T_1 - T_2 = (J\beta + M_{\text{тр}})/R$$

- 4.8. Диск масою $m = 2 \text{ кг}$ котиться без ковзання по горизонтальній площині із швидкістю $v = 4 \text{ м/с}$. Знайти його кінетичну енергію E_k .

$$\text{Відповідь: } E_k = \frac{3}{4}mv^2$$

- 4.9. Обруч і диск однакової маси $m_1 = m_2$ котяться без ковзання з однаковою швидкістю v . Кінетична енергія обруча $E_{k1} = 4 \text{ Дж}$. Знайти кінетичну енергію E_{k2} диска.

$$\text{Відповідь: } E_{k2} = 29,4 \text{ Дж}$$

- 4.10. Знайти кінетичну енергію E_k велосипедиста, який їде із швидкістю $v = 9 \text{ км/год}$. Маса велосипедиста разом з велосипедом $m = 78 \text{ кг}$, при цьому на колеса припадає маса $m_0 = 3 \text{ кг}$. Колеса вважати обручами.

$$\text{Відповідь: } E_k = 253 \text{ Дж}$$

- 4.11. З якої найменшої висоти h повинен з'їхати велосипедист, щоб по інерції (без тертя) проїхати доріжку, що має форму „мертвої петлі” радіусом $R = 0,3 \text{ м}$, і не відірватися від неї у верхній точці петлі? Маса велосипедиста разом з велосипедом $m = 75 \text{ кг}$, при цьому на колеса припадає маса $m_0 = 3 \text{ кг}$. Колеса вважати обручами.

$$\text{Відповідь: } h = 2R + \frac{R}{2}\left(1 + \frac{m_0}{m}\right)$$

- 4.12. Мідна куля радіусом $R = 10 \text{ см}$ обертається з частотою $n = 2 \text{ об/с}$ навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу A треба виконати, щоб збільшити кутову швидкість ω її обертання вдвічі?

$$\text{Відповідь: } A = 3,2\pi^3 R^5 \rho n^2 = 34,1 \text{ Дж}$$

- 4.13. Знайти лінійні прискорення a центрів мас кулі, диска і обруча, що котяться без ковзання по похилій площині. Кут нахилу площини $\alpha = 30^\circ$, початкова швидкість усіх тіл $v_0 = 0$. Порівняти знайдені прискорення з прискоренням тіла, що ковзає по похилій площині при відсутності тертя.

$$\text{Відповідь: } a = \frac{mg \sin \alpha}{m + J / R^2}; \quad a = g \sin \alpha$$

- 4.14. Знайти лінійні швидкості v руху центрів мас кулі, диска й обруча, що котяться без ковзання по похилій площині. Висота похилої площини $h = 0,5$ м, початкова швидкість всіх тіл $v_0 = 0$. Порівняти знайдені швидкості із швидкістю тіла, що ковзає по похилій площині при відсутності тертя.

$$\text{Відповідь: } v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}}}; \quad v_1 = 2,65 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 2,56 \text{ м/с}; \quad v_3 = 2,21 \text{ м/с}; \quad v = 3,13 \text{ м/с}$$

- 4.15. Вентилятор обертається з частотою $n = 900$ об/хв. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки $N = 75$ об. Робота сил гальмування $A = 44,4$ Дж. Знайти момент інерції J вентилятора і момент сил гальмування M .

$$\text{Відповідь: } J = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; \quad M = 94 \cdot 10^{-3} \text{ Н}\cdot\text{м}$$

- 4.16. По ободу шківів, насадженого на спільну вісь з маховим колесом, намотана нитка, до кінця якої підвішено вантаж масою $m = 1$ кг. На яку віддаль h повинен опуститися вантаж, щоби колесо зі шківом одержало частоту обертання $n = 60$ об/хв? Момент інерції колеса із шківом $J = 0,421 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, радіус шківів $R = 10$ см.

$$\text{Відповідь: } h = 86,5 \text{ см}$$

- 4.17. До ободу диска масою $m = 5$ кг прикладена дотична сила $F = 19,6$ Н. Яку кінетичну енергію E_k буде мати диск через час $t = 5$ с після початку дії сили?

$$\text{Відповідь: } E_k = F^2 t^2 / m$$

- 4.18. Горизонтальна платформа, що має масу $m = 80 \text{ кг}$ і радіус $R = 1 \text{ м}$, обертається з частотою $n_1 = 20 \text{ об/хв}$. У центрі платформи стоїть людина і тримає в розставлених руках вантажі. З якою частотою n_2 буде обертатися платформа, якщо людина, опустивши руки, змінить свій момент інерції від $J_1 = 2,94 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $J_2 = 0,98 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Вважати платформу однорідним диском.

Відповідь: $n_2 = 21 \text{ об/хв}$

- 4.19. Однорідний стержень завдовжки $l = 0,5 \text{ м}$ здійснює малі коливання у вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що проходить через його верхній кінець. Знайти період коливань T стержня.

Відповідь: $T = 1,16 \text{ с}$

- 4.20. Обруч діаметром $D = 56,5 \text{ см}$ висить на цвяху, який забито в стіні, і виконує малі коливання в площині, що паралельна до стіни. Знайти період коливань T обруча.

Відповідь: $T = 1,5 \text{ с}$

5. ВСЕСВІТНЄ ТЯЖІННЯ. ПРУЖНІ СИЛИ. СИЛИ ТЕРТЯ

5.1. Основні формули

1. Дві матеріальні точки (це такі тіла, розміри яких малі порівняно із відстанню між ними) притягуються одна до одної з силою

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

де $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала, m_1 і m_2 – маси взаємодіючих точок (тіл), R – віддаль між ними.

2. Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії тіл

$$E_{II} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{R}.$$

Знак „мінус” прийнято тому, що при $R = \infty$ потенціальна енергія двох взаємодіючих тіл дорівнює нулю і при зменшенні віддалі між цими тілами їх потенціальна енергія зменшується.

3. Прискорення вільного падіння на висоті h над поверхнею Землі

$$g_h = \gamma \frac{M}{(R + h)^2},$$

де M – маса Землі, R – радіус Землі.

4. Механічна напруга:

$$\sigma = \frac{F_{np}}{S},$$

де F_{np} – пружна сила, перпендикулярна до поперечного перерізу тіла; S – площа цього перерізу.

5. Закон Гука для поздовжнього розтягу або стиску

$$F_{np} = -kx \quad \text{або} \quad \sigma = \varepsilon E,$$

де k – коефіцієнт пружності (жорсткості); x – зміна розміру тіла; ε – відносне видовження (відносний стиск); E – модуль Юнга.

6. Робота, яка виконується при деформації тіла

$$A = kx^2 / 2.$$

7. Потенціальна енергія розтягнутого або стиснутого стержня:

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{E\varepsilon^2}{2} V ,$$

де V – об'єм тіла.

8. Сила тертя ковзання

$$F_{\text{тер}} = fN ,$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання; N – сила нормального тиску.

5.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Обчислити гравітаційну постійну (сталу) γ , знаючи радіус земної кулі R , середню густину Землі ρ і прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі.

Розв'язування.

Запишемо силу взаємодії тіла, що має масу m і Землі (маса якої M):

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2} = mg . \quad (1)$$

Тоді:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} \quad \text{і} \quad \gamma = g \frac{R^2}{M} . \quad (2)$$

Коли відомі густина і об'єм тіла, то його масу знаходимо за формулою:

$$M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 . \quad (3)$$

Підставивши (3) у (2), одержуємо:

$$\gamma = g \frac{3R^2}{4\rho\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi\rho R} .$$

Задача 2. Визначити масу Сонця, знаючи що період обертання Землі навколо Сонця $T = 1 \text{ рік} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 315360000 \text{ с}$, а радіус земної орбіти $r = 150 \text{ млн. км} = 15 \cdot 10^{10} \text{ м}$.

Розв'язування.

Сила всесвітнього тяжіння, що діє на Землю з боку Сонця, надає їй доцентрового прискорення, тому

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = ma .$$

Оскільки

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} r ,$$

$$\text{то } M = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг.}$$

Задача 3. Період обертання штучного супутника Місяця дорівнює $T = 7,44 \cdot 10^3 \text{ с}$. Яка висота h орбіти супутника над поверхнею Місяця? Маса Місяця $M = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}$, його радіус $R = 1,7 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Розв'язування.

Як і в попередній задачі, для руху супутника можна записати:

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = ma . \quad (1)$$

Врахувавши, що $a = \frac{4\pi^2}{T^2} r$ і $r = R + h$, та виконавши необхідні

підстановки, одержуємо:

$$h = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} - R . \quad (2)$$

Підставивши в (2) значення відповідних величин, знаходимо, що $h = 2 \cdot 10^5 \text{ м} = 200 \text{ км}$.

Задача 4. Знайти другу космічну швидкість, тобто таку швидкість, яку потрібно надати тілу біля поверхні Землі, щоб воно пододало притягання Землі і назавжди віддалилося від неї.

Розв'язування.

Щоб тіло покинуло Землю, необхідно, щоб його кінетична енергія була достатня для виконання роботи проти сили всесвітнього тяжіння:

$$\frac{mv_{||}^2}{2} = \int_R^{\infty} \gamma \frac{Mm}{r^2} dr = \gamma \frac{Mm}{R}.$$

Зробивши необхідні перетворення, одержуємо, що друга космічна швидкість

$$v_{||} = \sqrt{2gR}.$$

Задача 5. З якою лінійною швидкістю v буде рухатися штучний супутник Землі по коловій орбіті біля поверхні Землі? Знайти період обертання T цього супутника.

Розв'язування.

Якщо супутник Землі рухається по коловій орбіті навколо Землі, то доцентровою силою, що забезпечує цей рух, є сила всесвітнього тяжіння:

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma \frac{Mm}{R^2}. \quad (1)$$

Отже,

$$v^2 = \gamma \frac{M}{R} \frac{R}{R} = gR, \quad v = \sqrt{gR}. \quad (2)$$

Щоб знайти період обертання цього супутника, потрібно використати співвідношення між лінійною і кутовою швидкостями:

$$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R. \quad (3)$$

Тоді можна записати рівність

$$\frac{2\pi}{T} R = \sqrt{gR}. \quad (4)$$

Зробивши потрібні перетворення рівняння (4), одержуємо:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{gR} = \frac{4\pi^2}{g} R \quad \text{або} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Задача 6. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від висоти h над поверхнею Землі.

Розв'язування.

Відомо, що для тіла біля поверхні Землі закон всесвітнього тяжіння записується так:

$$F = mg = \gamma \frac{Mm}{R^2}, \quad (1)$$

де R – радіус Землі (віддаль від центра Землі до центра тіла, яке лежить на ній або близько до неї).

На висоті h над поверхнею Землі маємо:

$$F = mg_h = \gamma \frac{Mm}{(R+h)^2}. \quad (2)$$

Тоді з (1) і (2):

$$\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \quad \text{або} \quad g_h = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}.$$

Задача 7. До вертикальної дротини, довжина якої $l = 5 \text{ м}$ і площа поперечного перерізу $S = 2 \text{ мм}^2$, підвішено вантаж ($m = 5,1 \text{ кг}$). У результаті дротина видовжилася на $\Delta x = 0,6 \text{ мм}$. Знайти модуль Юнга матеріалу дротини.

Розв'язування.

Використаємо закон Гука для деформації розтягу:

$$\frac{\Delta x}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}, \quad \text{де} \quad F = mg.$$

Тоді:

$$E = \frac{F \cdot l}{\Delta x \cdot S} = \frac{mgl}{\Delta x \cdot S} = \frac{5,1 \cdot 9,8 \cdot 5}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 2,04 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2.$$

Задача 8. Куля, маса якої $m_1 = 10 \text{ г}$, вилітає із швидкістю $v = 300 \text{ м/с}$ з дула автоматичного пістолета, маса затвору якого $m_2 = 200 \text{ г}$. Затвор пістолета притискається до ствола пружиною, жорсткість якої $k = 25 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$. На яку віддаль l відійде затвор після пострілу? Вважати, що пістолет міцно закріплений.

Розв'язування.

Коли куля вилітає із ствола, то за законом збереження імпульсу затвор буде рухатися у протилежному напрямку із швидкістю v_1 . При цьому він буде мати певну кінетичну енергію. За рахунок цієї енергії буде виконано роботу проти пружної сили, яка виникає при деформації пружини. Пружина стиснеться і затвор відійде від ствола.

Використавши закони збереження імпульсу і енергії, одержуємо:

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2; \quad v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2}; \quad \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{k l^2}{2} = \frac{m_2}{2} \left(\frac{m_1 v_1}{m_2} \right)^2;$$

звідки:

$$l^2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{k m_2}; \quad l = \sqrt{\frac{m_1^2 v_1^2}{k m_2}} = 4,25 \text{ см.}$$

Задача 9. Для стиску пружини на $x_1 = 1 \text{ см}$ потрібно прикласти силу $F = 10 \text{ Н}$. Яку роботу A потрібно виконати, щоб стиснути пружину на $x_2 = 10 \text{ см}$? Вважати, що сила пропорційна тиску.

Розв'язування.

При пружній деформації стиску (розтягу) потенціальна енергія обчислюється за формулою:

$$E_n = \frac{kx^2}{2}, \quad (1)$$

де k – коефіцієнт жорсткості; x – величина деформації.

Щоб стиснути пружину на x_2 , потрібно виконати роботу проти пружної сили, яка дорівнює зміні потенціальної енергії

$$A = \frac{kx_2^2}{2}, \quad (2)$$

Коефіцієнт жорсткості k знайдемо з умови:

$$F = kx_1. \quad (3)$$

Тоді:

$$k = \frac{F}{x_1}. \quad (4)$$

Підставивши (4) у (2), одержуємо:

$$A = \frac{F}{x_1} \frac{x_2^2}{2} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 5 \text{ Дж.}$$

Задача 10. Маховик у вигляді диска, маса якого $m = 50 \text{ кг}$ і радіус $R = 20 \text{ см}$, був розкручений до частоти обертання $n = 480 \text{ об/хв}$ і потім залишений сам на себе. Через дію сили тертя маховик зупинився. Знайти момент сили тертя $M_{\text{тр}}$ (вважаючи його постійним) для двох випадків: а) маховик зупинився через $t = 50 \text{ с}$; б) маховик до повної зупинки зробив $N = 200 \text{ обертів}$.

Розв'язування.

На диск, залишений сам на себе, діє момент сили тертя, який зупиняє диск. Основне рівняння динаміки обертового руху в цьому випадку запишеться так:

$$M_{\text{тр}} = J\beta, \text{ де } J = \frac{1}{2}mR^2.$$

У випадку умови задачі (а) кутове прискорення $\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t}$, де

$$\omega = 0 \text{ (диск зупинився). Тоді } \beta = -\frac{2\pi n}{t} \text{ і}$$

$$M'_{\text{тр}} = -\frac{1}{2}mR^2 \frac{2\pi n}{t} = -\frac{mR^2 \pi n}{t} = -\frac{50 \cdot 0,04 \cdot 3,14 \cdot 8}{50} = -1 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

У випадку умови задачі (б) для знаходження кутового прискорення β використаємо такі міркування:

$$\beta = \frac{\omega_0}{t}, \quad 2\pi N = \omega_0 t - \frac{\beta t^2}{2}, \quad t = \frac{\omega_0}{\beta}, \quad 2\pi N = \frac{\omega_0^2}{\beta} - \frac{\omega_0^2}{2\beta} = \frac{\omega_0^2}{2\beta},$$

$$\beta = \frac{\omega_0^2}{4\pi N} = \frac{4\pi^2 n^2}{4\pi N} = \frac{\pi n^2}{N}.$$

$$\begin{aligned} \text{Тоді: } M''_{\text{тр}} &= -J\beta = -J \frac{\pi n^2}{N} = -\frac{1}{2}mR^2 \frac{\pi n^2}{N} = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{50 \cdot 0,04 \cdot 3,14 \cdot 64}{200} = -1 \text{ Н}\cdot\text{м.} \end{aligned}$$

5.3. Задачі для самостійного розв'язування

- 5.1. Дві мідні кульки діаметрами $D_1 = 4 \text{ см}$ і $D_2 = 6 \text{ см}$ дотикаються одна до одної. Знайти гравітаційну потенціальну енергію E_n цієї системи.

Відповідь: $E_p = -3,8 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}$

- 5.2. Обчислити гравітаційну постійну γ , знаючи радіус земної кулі R , середню густину Землі ρ і прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі.

Відповідь: $\gamma = 3g / (4\pi\rho R)$

- 5.3. Космічна ракети летить на Місяць. У якій точці прямої, що з'єднує центри мас Місяця і Землі, ракета буде притягуватися Землею і Місяцем з однаковою силою?

Відповідь: $r = 3,4 \cdot 10^5 \text{ км}$ (від Землі)

- 5.4. Порівняти прискорення вільного падіння біля поверхні Місяця g_M з прискоренням вільного падіння біля поверхні g_Z .

Відповідь: $g_M = 0,165g_Z$

- 5.5. Як зміниться період коливання T математичного маятника при перенесенні його із Землі на Місяць?

Відповідь: $T_M = 2,46T_Z$

- 5.6. Знайти першу космічну швидкість v_1 .

Відповідь: $v_1 = \sqrt{gR}$

- 5.7. Знайти першу космічну швидкість $v_{||}$.

Відповідь: $v_{||} = \sqrt{2gR}$

- 5.8. Знайти лінійну швидкість v руху Землі по коловій орбіті.

Відповідь: $v = 30 \text{ км/с}$

- 5.9. З якою лінійною швидкістю v буде рухатися штучний супутник Землі по коловій орбіті: а) біля поверхні Землі; б) на висоті $h = 200 \text{ км}$ і $h = 7000 \text{ км}$ від поверхні Землі? Знайти період обертання T супутника Землі при цих умовах.

Відповідь: $v = 7,91 \text{ км/с}; 7,79 \text{ км/с}; 5,46 \text{ км/с};$

$T = 1 \text{ год } 25 \text{ хв}; 1 \text{ год } 28 \text{ хв}; 4 \text{ год } 16 \text{ хв}$

- 5.10. Штучний супутник Місяця рухається по коловій орбіті на висоті $h = 20$ км від поверхні Місяця. Знайти лінійну швидкість v руху цього супутника і період його обертання T навколо Місяця.

Відповідь: $v = 1,7$ км/с; $T = 1$ год 50хв

- 5.11. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від висоти h над поверхнею Землі. На якій висоті h прискорення вільного падіння g_h дорівнює $0,2g$ (g – прискорення вільного падіння біля поверхні Землі).

Відповідь: $\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$

- 5.12. Орбіта штучної планети є близька до кола. Знайти лінійну швидкість v її руху і період T обертання навколо Сонця, вважаючи відомими діаметр Сонця D і його середню густину ρ . Середня віддаль планети від Сонця $r = 1,71 \cdot 10^8$ км.

Відповідь: $v = 27,6$ км/с; $T = 450$ діб

- 5.13. З дроту зроблене кільце, радіус якого R . Радіус дроту дорівнює r , густина матеріалу дроту ρ . Знайти силу F , з якою це кільце притягує матеріальну точку масою m , що знаходиться на осі кільця на віддалі L від його центра.

Відповідь: $F = \frac{2\pi^2 \gamma m \rho r^2 R L}{(R^2 + L^2)^{3/2}}$

- 5.14. З тонкої мідної дротини виготовили кільце, радіус якого $R = 20$ см. Знайти силу F , з якою це кільце притягує матеріальну точку масою $m = 2$ г, що знаходиться на осі кільця на віддалі $L = 0; 10; 20$ і 50 см від його центра. На якій віддалі L_{max} від центра кільця сила взаємодії має максимальне значення F_{max} ? Радіус дротини $r = 1$ мм.

Відповідь: $F = \frac{2\pi^2 \gamma m \rho r^2}{R} \cos \alpha \sin^2 \alpha$;

$$L = \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

- 5.15. На якій висоті h від поверхні Землі прискорення вільного падіння $g_h = 1 \text{ м/с}^2$?

Відповідь: $h = 13600 \text{ км}$

- 5.16. Свинцеву дротину підвісили у вертикальному положенні за верхній кінець. Яку найбільшу довжину l може мати дротина, щоб вона не розірвалася під дією власної ваги? Границя міцності σ_m для свинцю дорівнює $12,3 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Відповідь: $l = 111 \text{ м}$

- 5.17. Пружина жорсткістю $k = 1 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$ була стиснута на $x_1 = 4 \text{ см}$. Яку роботу A потрібно виконати, щоб стиск пружини збільшити до $x_2 = 18 \text{ см}$?

Відповідь: $A = 15,4 \text{ Дж}$

- 5.18. Стальний стержень, що має довжину $l = 2 \text{ м}$ і площу поперечного перерізу $S = 2 \text{ см}^2$, розтягується силою $F = 10^4 \text{ Н}$. Знайти потенціальну енергію розтягнутого стержня і об'ємну густину енергії.

Відповідь: $2,5 \text{ Дж}$; $6,25 \cdot 10^3 \text{ Дж/м}^3$

- 5.19. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Залежність пройденого тілом шляху S від часу t задається рівнянням $S = ct^2$, де $c = 1,73 \text{ м/с}^2$. Знайти коефіцієнт тертя f між тілом і площиною.

Відповідь: $f = 0,5$

- 5.20. Тіло, що має масу $m = 1 \text{ кг}$, ковзає спочатку по похилій площині, висота якої $h = 1 \text{ м}$ і довжина $l = 10 \text{ м}$, а потім по горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя на всьому шляху $f = 0,05$. Знайти: а) кінетичну енергію тіла біля основи похилої площини; б) швидкість біля основи похилої площини; в) віддаль, яку пройде тіло по горизонтальній поверхні до зупинки.

Відповідь: $W_k = 4,9 \text{ Дж}$; $v = 3,1 \text{ м/с}$; $S = 10 \text{ м}$

- 5.21. Вентилятор обертається з частотою $n = 900 \text{ об/хв}$. Після виключення вентилятора, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки $N = 75 \text{ обертів}$. Знайти момент інерції J вентилятора і момент сил гальмування M_{mp} , якщо робота сил гальмування $A = 44,4 \text{ Дж}$.

Відповідь: $J = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $M_{mp} = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ Н}\cdot\text{м}$

- 5.22. Два тіла, маси яких $m_1 = 0,25 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,15 \text{ кг}$, з'єднані тоненькою ниткою, яку перекинута через блок. Блок закріплено на краю горизонтального стола, по поверхні якого ковзає тіло, що має масу m_1 . З яким прискоренням a рухаються тіла і які сили T_1 і T_2 натягу нитки по обидві сторони від блока? Коефіцієнт тертя f між тілом і поверхнею стола дорівнює 0,2. Маса блока $m = 1 \text{ кг}$ і її можна вважати рівномірно розподіленою по ободу. Масою нитки і тертям підшипників блока знехтувати.

Відповідь: $a = 1,96 \text{ м/с}^2$; $T_1 = 0,98 \text{ Н}$; $T_2 = 1,18 \text{ Н}$

- 5.23. Кінетична енергія маховика, що обертається, дорівнює $1 \cdot 10^3 \text{ Дж}$. Під дією постійного гальмівного моменту маховик, обертаючись рівносповільнено, зробив $N = 80$ *обертів* і зупинився. Знайти момент сил тертя $M_{\text{тр}}$.

Відповідь: $M_{\text{тр}} = 1,99 \text{ Н}\cdot\text{м}$

- 5.24. Маховик, момент інерції якого $J = 63,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з кутовою швидкістю $\omega = 31,4 \text{ рад/с}$. Знайти момент сил гальмування $M_{\text{тр}}$, під дією якого маховик зупиняється через 20 секунд. Маховик вважати однорідним диском.

Відповідь: $M_{\text{тр}} = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$

- 5.25. Яким способом можна закинути крижину далі: кинувши у повітрі під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, чи пустивши її ковзати по льоду? Початкові швидкості крижинки однакові. Коефіцієнт тертя льоду по льоду $\mu = 0,02$. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: по льоду далі у $n = \frac{1}{2\mu\sin 2\alpha} = 25$ *разів*

- 5.26. Між ящиком з піском масою M , що знаходиться на гладкому льоду, і стінкою розміщена пружина жорсткістю k . Куля масою m летить горизонтально зі швидкістю v і застряє у піску. Обчислити максимальне стиснення пружини x .

Відповідь: $x = mv / \sqrt{k(M + m)}$

- 5.27. Невелике тіло зісковзує з верхньої точки циліндра радіусом R . На якій висоті h від верхньої точки циліндра воно відірветься від поверхні. Тертя не враховувати.

$$\text{Відповідь: } h = \frac{1}{3} R$$

- 5.28. Спортивний літак масою $m = 1000 \text{ кг}$ перед зльотом повинен мати швидкість $v = 25 \text{ м/с}$. Довжина його пробігу перед злетом $S = 100 \text{ м}$, коефіцієнт опору рухові $\mu = 0,05$. Яку потужність має розвивати двигун літака? Рух літака вважати рівноприскореним.

$$\text{Відповідь: } N = mv \left(\frac{v^2}{2S} + \mu g \right)$$

- 5.29. Вагонетку масою $m = 300 \text{ кг}$ піднімають вгору по рейках, кут нахилу яких з горизонтом $\alpha = 45^\circ$. Яку роботу виконує сила тяги на шляху $l = 50 \text{ м}$, якщо вагонетка рухалася з прискоренням $a = 0,2 \text{ м/с}^2$. Коефіцієнт опору $\mu = 0,1$.

$$\text{Відповідь: } A = Fl = ml(g \sin \alpha + a + \mu g \cos \alpha)$$

- 5.30. Автомобіль „Жигулі” масою $m = 10^3 \text{ кг}$, зрушивши з місця, досягає швидкості 30 м/с через 20 с . Знайти силу тяги, якщо коефіцієнт тертя дорівнює $0,05$.

$$\text{Відповідь: } F = m \left(\mu g + \frac{v}{t} \right)$$

6. КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

6.1. Основні формули

1. Рівняння гармонічного коливального руху має вигляд:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = A \sin(2\pi \nu t + \varphi) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

де x – зміщення точки від положення рівноваги, A – амплітуда, T – період, φ – початкова фаза, $\nu = 1/T$ – частота коливань, $\omega = 2\pi/T$ – кутова частота.

2. Сила, під дією якої точка масою m здійснює гармонічні коливання

$$F = ma = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} x = -kx,$$

$$\text{де } k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

3. Кінетична і потенціальна енергія точки, що здійснює гармонічні коливання:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right);$$

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right).$$

4. Повна енергія:

$$E = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2.$$

5. При додаванні двох однаково напрямлених гармонічних коливань однакового періоду одержується гармонічне коливання цього ж періоду з амплітудою:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

і з початковою фазою, яка визначається із рівняння:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

6. При додаванні двох взаємно перпендикулярних коливань однакового періоду рівняння траєкторії результуючого руху має вигляд:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

7. Рівняння загасаючого коливального руху має вигляд:

$$x = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi),$$

де $\delta = \frac{r}{2m}$ – коефіцієнт загасання; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$.

8. Величина $\lambda = \delta T$ називається логарифмічним декрементом затухання (загасання).

9. Резонансна частота визначається з рівняння:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$

10. Рівняння плоскої хвилі має вигляд:

$$\xi = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right),$$

де A – амплітуда точок, що здійснюють коливання, λ – довжина хвилі. При цьому $\lambda = vT$, де v – швидкість поширення коливань.

11. Дві точки, які знаходяться на віддалі x_1 і x_2 від джерела коливань, мають різницю фаз:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

12. При інтерференції хвиль максимум і мінімум одержується відповідно при умовах:

$$x_2 - x_1 = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$x_2 - x_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Тут $x_2 - x_1$ – різниця ходу хвиль.

6.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Початкова фаза гармонічного коливання $\varphi = 0$. Через яку частину періоду швидкість точки буде дорівнювати половині її максимальної швидкості?

Розв'язування.

Запишемо рівняння гармонічного руху у вигляді:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Знайдемо швидкість точки при цьому русі:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi).$$

Максимальну швидкість знаходимо з умови, що $\cos(\omega t + \varphi) = 1$,

але $\varphi = 0$, тоді $v_{\max} = A\omega = A \frac{2\pi}{T}$.

Однак за умовою задачі $v = \frac{v_{\max}}{2}$ або $A\omega \cos \omega t = \frac{A\omega}{2}$.

Тоді $\cos \omega t = \frac{1}{2}$ або $\omega t = \frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3}$, звідки $t = \frac{T}{6}$ с.

Задача 2. До пружини підвішено вантаж, що має масу $m = 10$ кг. Знаючи, що пружина під дією сили $F = 9,8$ Н розтягується на $l = 1,5$ см, знайти період T вертикальних коливань вантажу.

Розв'язування.

Період коливань пружинного маятника можна знайти, використовуючи формулу:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1)$$

Знаючи, що сила $F = kl$, знаходимо

$$k = \frac{F}{l}. \quad (2)$$

Підставивши (2) у (1) і виконавши обчислення, одержуємо:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{F}} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{9,8}} = 0,78 \text{ с}$$

Задача 3. Логарифмічний декремент загасання математичного маятника $\delta = 0,2$. У скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника?

Розв'язування.

Для загасаючих коливань амплітуди A_1 і A_2 можна записати так:

$$A_1 = A_0 \exp(-\delta \frac{t}{T}), \quad A_2 = A_0 \exp(-\delta \frac{(t+T)}{T}), \quad (1)$$

$$\text{Звідки } \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_0 \exp(-\delta \frac{t}{T})}{A_0 \exp(-\delta \frac{(t+T)}{T})} = e^{\delta}. \quad (2)$$

Із умови, що $\delta = 0,2$, знаходимо, що $\frac{A_1}{A_2} = 1,22$.

Задача 4. Знайти довжину хвилі λ коливань, період яких $T = 10^{-14}$ с. Швидкість поширення коливань $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Розв'язування.

Використовуючи дисперсійне співвідношення

$$c = \lambda \nu = \lambda \frac{1}{T},$$

знаходимо:

$$\lambda = cT = 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-14} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

Задача 5. Знайти різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань двох точок, які знаходяться від джерела коливань на віддалі $r_1 = 10$ м і $r_2 = 16$ м. Період коливань $T = 0,04$ с, швидкість їх поширення $c = 300$ м/с.

Розв'язування.

Різницю фаз двох коливань знаходимо за формулою:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} = \frac{2\pi(16 - 10)}{12} = \pi.$$

Точки коливаються у протилежних фазах.

6.3. Задачі для самостійного розв'язування

- 6.1. Написати рівняння гармонічного коливального руху з амплітудою $A = 0,1$ м, періодом $T = 4$ с і початковою фазою $\varphi = 0$.

Відповідь: $x = 0,1 \sin \frac{\pi}{2} t$ м

- 6.2. Написати рівняння гармонічного коливального руху з амплітудою $A = 50$ мм, періодом $T = 4$ с і початковою фазою $\varphi = \pi/4$. Знайти зміщення x точки, що коливається, від положення рівноваги при $t = 0$ і $t = 1,5$ с.

Відповідь: $x = 50 \sin \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4} \right)$ мм;
 $x_1 = 35,2$ мм; $x_2 = 0$

- 6.3. Початкова фаза гармонічного коливання $\varphi = 0$. Через яку частку періоду швидкість точки буде дорівнювати половині її максимальної швидкості?

Відповідь: $t = T/6$

- 6.4. Через скільки часу від початку руху точка, яка здійснює коливальний рух за законом $x = 7 \sin \frac{\pi}{2} t$, проходить шлях від положення рівноваги до максимального зміщення?

Відповідь: $t = 1$ с

- 6.5. Амплітуда гармонічного коливання $A = 5$ см, період $T = 4$ с. Знайти максимальну швидкість $v_{\max}$ і максимальне прискорення $a_{\max}$ точки, що здійснює коливання.

Відповідь: $v_{\max} = 7,85$ см/с; $a_{\max} = 12,3$ см/с²

- 6.6. Матеріальна точка здійснює коливання за законом $x = 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4} \right)$ см. Знайти період коливань T , максимальну швидкість і максимальне прискорення точки.

Відповідь: $T = 4$ с; $v_{\max} = 3,14$ см/с;
 $a_{\max} = 4,93$ см/с²

- 6.7. Записати рівняння гармонічного коливального руху, якщо максимальне прискорення точки $a_{max} = 49,3 \text{ см/с}^2$, період коливань $T = 2 \text{ с}$ і відхилення точки від положення рівноваги у початковий момент часу $x_0 = 25 \text{ мм}$.

$$\text{Відповідь: } x = 5 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ см}$$

- 6.8. Рівняння коливань матеріальної точки масою $m = 10 \text{ г}$ має вигляд $x = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см}$. Знайти максимальну силу F_{max} , що діє на точку, і її повну енергію E .

$$\text{Відповідь: } F_{max} = 197 \text{ мкН}; E = 4,93 \text{ мкДж}$$

- 6.9. Повна енергія тіла, яке здійснює гармонічний коливальний рух, $E = 30 \text{ мкДж}$; максимальна сила, що діє на тіло, $F_{max} = 1,5 \text{ мН}$. Написати рівняння руху цього тіла, якщо період коливань $T = 2 \text{ с}$ і початкова фаза $\varphi = \pi/3$.

$$\text{Відповідь: } x = 0,04 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ м}$$

- 6.10. Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки $A = 2 \text{ см}$, повна енергія коливань $E = 0,3 \text{ мкДж}$. При якому зміщенні x від положення рівноваги на цю точку діє сила $F = 22,5 \text{ мкН}$?

$$\text{Відповідь: } x = \frac{FA^2}{2E} = 1,5 \text{ см}$$

- 6.11. Кульку, підвішену на нитці завдовжки $l = 2 \text{ м}$, відхиляють на кут $\alpha = 4^\circ$ і спостерігають її коливання. Вважаючи ці коливання незгасаючими гармонічними, знайти швидкість кульки при проходженні нею положення рівноваги.

$$\text{Відповідь: } v_{max} = 0,31 \text{ м/с}$$

- 6.12. До пружини підвісили вантаж масою $m = 10 \text{ кг}$. Знаючи, що пружина під впливом сили $F = 9,8 \text{ Н}$ розтягується на $l = 1,5 \text{ см}$, знайти період вертикальних коливань вантажу.

$$\text{Відповідь: } T = 0,78 \text{ с}$$

- 6.13. До пружини підвісили вантаж. Максимальна кінетична енергія коливань вантажу $E_k = 1$ Дж. Амплітуда коливань $A = 5$ см. Знайти жорсткість k пружини.

Відповідь: $k = 805$ Н/м

- 6.14. Мідна кулька, підвішена до пружини, здійснює вертикальні коливання. Як зміниться період коливань, якщо мідну кульку замінити алюмінієвою такого ж радіуса?

Відповідь: зменшиться у 1,8 раз

- 6.15. До гумового шнура завдовжки $l = 40$ см і радіусом $r = 1$ мм підвішено вантаж масою $m = 0,5$ кг. Знаючи, що модуль Юнга гуми $E = 3$ МН/м², знайти період T його вертикальних коливань.

Відповідь: $T = 0,93$ с

- 6.16. Ареометр масою $m = 0,2$ кг плаває у рідині. Якщо занурити його трохи в рідину і відпустити, то він почне коливатися з періодом $T = 3,4$ с. Вважаючи коливання незагасаючими, знайти густину рідини ρ , у якій плаває ареометр. Діаметр вертикальної циліндричної трубки ареометра $d = 1$ см.

Відповідь: $\rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g} = 0,89 \cdot 10^3$ кг/м³

- 6.17. Знайти амплітуду A і початкову фазу φ гармонічного коливання, яке одержується при додаванні однаково напрямлених коливань, що описуються рівняннями:

$$x_1 = 0,02 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ м} \quad \text{і} \quad x_2 = 0,03 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м}.$$

Відповідь: $A = 4,6$ см; $\varphi = 62^\circ 46'$

- 6.18. Знайти амплітуду A і початкову фазу φ гармонічного коливання, одержаного від додавання коливань одного напрямку, які описуються рівняннями

$$x_1 = 4 \sin \pi t \text{ см} \quad \text{і} \quad x_2 = 3 \sin\left(\pi t + \pi/2\right) \text{ см}.$$

Записати рівняння результуючого коливання.

Відповідь: $A = 5$ см; $\varphi = 36^\circ 52' \approx 0,2\pi$,

$$x = 5 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{5}\right) \text{ см}$$

- 6.19. Записати рівняння результуючого коливання, яке одержується у результаті додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковою частотою $\nu_1 = \nu_2 = 5 \text{ Гц}$ і однаковою початковою фазою $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/3$. Амплітуди коливань дорівнюють $A_1 = 0,10 \text{ м}$ і $A_2 = 0,05 \text{ м}$.

$$\text{Відповідь: } S = 11,2 \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ см}$$

- 6.20. Точка бере участь у двох коливаннях однакового періоду з однаковими початковими фазами. Амплітуди коливань дорівнюють $A_1 = 3 \text{ см}$ і $A_2 = 4 \text{ см}$. Знайти амплітуду A результуючого коливання, якщо коливання здійснюються: а) в одному напрямі; б) у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

$$\text{Відповідь: а) } A = 7 \text{ см; б) } A = 5 \text{ см}$$

- 6.21. Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях $x = 2 \sin \omega t$ і $y = 2 \cos \omega t$. Знайти траєкторію результуючого руху точки.

$$\text{Відповідь: } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ – рівняння кола}$$

- 6.22. Період загасаючих коливань $T = 4 \text{ с}$; логарифмічний декремент затухання $\delta = 1,6$; початкова фаза $\varphi = 0$. При $t = T/4$ зміщення точки $x = 4,5 \text{ см}$. Написати рівняння руху цього коливання.

$$\text{Відповідь: } x = 6,7 e^{-0,4t} \sin \frac{\pi}{2} t \text{ см}$$

- 6.23. Логарифмічний декремент загасання математичного маятника $\delta = 0,2$. У скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника?

$$\text{Відповідь: } A_1 / A_2 = e^{\delta} = 1,22$$

- 6.24. Знайти логарифмічний декремент δ загасання математичного маятника, якщо за час $t = 1 \text{ хв}$ амплітуда коливань зменшилась у два рази. Довжина маятника $l = 1 \text{ м}$.

$$\text{Відповідь: } \delta = 0,023$$

- 6.25. Математичний маятник завдовжки $l = 24,7 \text{ см}$ здійснює загасаючі коливання. Через який час t енергія коливань маятника зменшиться у $9,4$ разів? Логарифмічний декремент затухання $\delta = 0,01$.

Відповідь: $t = 120 \text{ с}$

- 6.26. Амплітуда загасаючих коливань математичного маятника за час $t = 1 \text{ хв}$ вдвічі. У скільки разів зменшиться амплітуда за час $t = 3 \text{ хв}$?

Відповідь: у 8 разів

- 6.27. Знайти довжину хвилі λ коливання, період якого $T = 10^{-14} \text{ с}$. Швидкість поширення коливань $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Відповідь: $\lambda = 3 \text{ мкм}$

- 6.28. Звукові коливання, що мають частоту $\nu = 500 \text{ Гц}$ і амплітуду $A = 0,25 \text{ мм}$, поширюються у повітрі. Довжина хвилі $\lambda = 3 \text{ мкм}$. Знайти швидкість c поширення коливань і максимальну швидкість $v_{\max}$ частинок повітря.

Відповідь: $c = 350 \text{ м/с}$; $v_{\max} = 0,785 \text{ м/с}$

- 6.29. Знайти різницю фаз $\Delta\varphi$ коливань двох точок, які знаходяться від джерела коливань на віддальх $l_1 = 10 \text{ м}$ і $l_2 = 16 \text{ м}$. Період коливань $T = 0,04 \text{ с}$; швидкість поширення $c = 300 \text{ м/с}$.

Відповідь: $\Delta\varphi = \pi$

7. АКУСТИКА

7.1. Основні формули

1. Швидкість поширення акустичних коливань ув деякому середовищі визначається за формулою:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга середовища; ρ – густина середовища.

2. У газах швидкість поширення акустичних коливань:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

де μ – молярна маса газу; T – термодинамічна температура газу; R – газова стала; $\gamma = c_p / c_v$ (c_p – теплоємність газу при сталому тиску; c_v – теплоємність газу при сталому об'ємі).

3. Частота звуку, яку сприймає спостерігач (принцип Доплера), визначається за формулою:

$$\nu' = \nu \frac{c + v}{c - u},$$

де ν – частота звуку джерела; u – швидкість руху джерела звуку; v – швидкість руху спостерігача (приймача) звуку; c – швидкість поширення звуку. Швидкість $v > 0$, якщо спостерігач рухається до джерела звуку; швидкість $u > 0$, якщо джерело рухається до спостерігача.

4. Частота основного тону струни визначається формулою:

$$\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho S}},$$

де l – довжина струни; F – сила її натягу; S – площа її поперечного перерізу; ρ – густина матеріалу струни.

7.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти швидкість поширення звуку в сталі.

Розв'язування.

Швидкість поширення звуку в твердих тілах знаходимо за формулою:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга матеріалу (середовища); ρ – густина матеріалу (середовища).

$$\text{Тоді } v = \sqrt{\frac{2,16 \cdot 10^4}{7,7 \cdot 10^3}} = 5300 \text{ м/с}.$$

Задача 2. Знаючи, що середня квадратична швидкість молекул двохатомного газу при умовах досліду $\bar{v}_{\text{кв}} = 462 \text{ м/с}$, знайти швидкість поширення звуку в цьому газі.

Розв'язування.

Для знаходження швидкості поширення звуку в газі використаємо формулу:

$$v = \sqrt{\gamma R T / \mu}, \quad (1)$$

де T – абсолютна температура, $R = 8,31 \text{ Дж/кг}\cdot\text{моль}$ – універсальна газова стала, $\gamma = c_p / c_v$ (c_p – теплоємність при сталому тиску, c_v – теплоємність при сталому об'ємі, μ – молярна маса газу).

Середню квадратичну швидкість молекул можна знайти, використовуючи формулу

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \text{ тоді } \bar{v}_{\text{кв}}^2 = \frac{3RT}{\mu} \text{ і } \frac{RT}{\mu} = \frac{\bar{v}_{\text{кв}}^2}{3}. \quad (2)$$

Підставивши (2) у (1), одержуємо:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{\bar{v}_{\text{кв}}^2}{3}} = \bar{v}_{\text{кв}} \sqrt{\frac{\gamma}{3}} = 462 \cdot \sqrt{\frac{1,4}{3}} = 323,4 \text{ м/с}.$$

Задача 3. Два поїзди їдуть назустріч один одному із швидкостями $v_1 = 72 \text{ км/год}$ і $v_2 = 54 \text{ км/год}$. Перший поїзд дає сигнал з частотою $\nu = 600 \text{ Гц}$. Знайти частоту ν' коливань звуку, який почує пасажир

другого поїзда до зустрічі поїздів. Швидкість поширення звуку в повітрі $c = 340 \text{ м/с}$.

Розв'язування.

Для знаходження цієї частоти ν' використаємо формулу, яка описує ефект Доплера:

$$\nu' = \nu \frac{C + v_{\text{пр}}}{C - v_{\text{дж}}} = \nu \frac{C + v_2}{C - v_1} = 600 \frac{355}{320} = 655 \text{ Гц.7}$$

7.2. Задачі для самостійного розв'язування

- 7.1. Знайти довжину хвилі λ основного тону *ля* (частота $\nu = 435 \text{ Гц}$). Швидкість поширення звуку в повітрі $c = 340 \text{ м/с}$.

Відповідь: $\lambda = 0,78 \text{ м}$

- 7.2. Людське вухо може відчувати звуки, частота яких лежить у межах від $\nu_1 = 20 \text{ Гц}$ до $\nu_2 = 20000 \text{ Гц}$. Між якими довжинами хвиль лежить інтервал чутності звукових коливань? Швидкість поширення звуку в повітрі $c = 340 \text{ м/с}$.

Відповідь: від $\lambda_1 = 17 \text{ мм}$ до $\lambda_2 = 17 \text{ м}$

- 7.3. Знайти швидкість c поширення звуку в сталі.

Відповідь: $c = 5300 \text{ м/с}$

- 7.4. Швидкість поширення звуку в керосині (нафті) $c = 1330 \text{ м/с}$. Знайти стисливість β керосину (нафти).

$$\text{Відповідь: } \beta = \frac{1}{E} = \frac{1}{\rho c^2} = 7,1 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$$

- 7.5. За допомогою ехолота вимірювали глибину моря. Яка була глибина моря, якщо проміжок часу між виникненням звуку і його прийомом дорівнював $t = 2,5 \text{ с}$? Стисливість води $\beta = 4,6 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, густина морської води $\rho = 1,03 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $l = 1810 \text{ м}$

- 7.6. Знайти швидкість c поширення звуку в повітрі при температурі $t = -20^\circ\text{C}$.

Відповідь: $c = 318 \text{ м/с}$

- 7.7. Знаючи, що середня квадратична швидкість молекул двохатомного газу при умовах дослідів $v = 461 \text{ м/с}$, знайти швидкість c поширення звуку в газі.

Відповідь: $c = 315 \text{ м/с}$

- 7.8. Знайти швидкість c поширення звуку в двохатомному газі, якщо відомо, що при тиску $P = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ густина газу $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $c = 330 \text{ м/с}$

- 7.9. Знайти показники заломлення n звукових хвиль на границі повітря – скло. Модуль Юнга для скла $E = 6,9 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, густина скла $\rho = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, температура повітря $t = 20^\circ \text{C}$.

Відповідь: $n = \frac{c_1}{c_2} = 0,067$

- 7.10. При утворенні стоячої хвилі в трубці Кундта в повітряному стовпі спостерігали $n = 6$ пучностей. Яка була довжина повітряного стовпа l_2 , якщо сталевий стержень закріплено: а) посередині; б) в кінці? Довжина стержня $l_1 = 1 \text{ м}$. Швидкість поширення звуку в сталі $c_1 = 5250 \text{ м/с}$, у повітрі $c_2 = 343 \text{ м/с}$.

Відповідь: а) $\lambda_1 = 2l_1$; $l_2 = 0,392 \text{ м}$

б) $\lambda_1 = 4l_1$; $l_2 = 0,784 \text{ м}$

- 7.11. Якою була довжина l_1 скляного стержня в трубці Кундта, якщо при закріпленні його посередині в повітряному стовпі спостерігалось $n = 5$ пучностей. Довжина повітряного стовпа $l_2 = 0,25 \text{ м}$. Модуль Юнга для скла $E = 6,9 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, густина скла $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Швидкість поширення звуку в повітрі $c = 340 \text{ м/с}$.

Відповідь: $l_1 = 0,715 \text{ м}$

- 7.12. Два поїзди їдуть назустріч один одному із швидкостями $v_1 = 72 \text{ км/год}$ і $v_2 = 54 \text{ км/год}$. Перший поїзд дає свисток з частотою $\nu = 600 \text{ Гц}$. Знайти частоту ν' коливань звуку, який чує пасажир другого поїзда: а) перед зустріччю поїздів; б) після зустрічі поїздів. Швидкість поширення звуку в повітрі $c = 340 \text{ м/с}$.

Відповідь: а) $\nu' = 666 \text{ Гц}$; б) $\nu' = 542 \text{ Гц}$

- 7.13. Яку довжину l повинна мати стальна струна радіусом $r = 0,05$ см, щоб при силі натягу $F = 0,49$ кН вона давала звук з частотою $\nu = 320$ Гц?

Відповідь: $l = 0,45$ м

- 7.14. Знаючи границю міцності для сталі, знайти найбільшу частоту ν , на яку можна настроїти струну завдовжки $l = 1$ м.

Відповідь: $\nu_{\max} = 158$ Гц

- 7.15. Знайти частоту ν основного тону струни, натягнутої з силою $F = 6$ кН. Довжина струни $l = 0,8$ м, її маса $m = 30$ г.

Відповідь: $\nu = 250$ Гц

8. МЕХАНІКА РІДИН І ГАЗІВ

8.1. Основні формули

1. Для ідеальної нестисливої рідини має місце рівняння Бернуллі:

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = \text{const},$$

де ρ – густина рідини; v – швидкість руху рідини в даному перерізі труби; h – висота даного перерізу труби над деяким рівнем; P – тиск.

2. Швидкості рідини в двох поперечних перерізах труби, що мають площі S_1 і S_2 :

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

3. Формула Стокса:

$$F = 6\pi\eta r v,$$

де η – динамічна в'язкість рідини (газу); r – радіус кульки; v – її швидкість.

4. При ламінарній течії об'єм рідини (газу), що протікає за час t через капілярну трубку радіусом r і завдовжки l , визначається формулою Пуазейля:

$$V = \frac{\pi^4 t \Delta P}{8l\eta},$$

де η – динамічна в'язкість рідини (газу); ΔP – різниця тисків на кінцях трубки.

5. Характер руху рідини (газу) визначається безрозмірним числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{Dv\rho}{\eta},$$

де D – величина, що характеризує лінійні розміри тіла; v – швидкість течії; ρ – густина рідини (газу); η – динамічна в'язкість рідини (газу). Відношення $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ називається кінематичною в'язкістю.

8.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. У дні циліндричної посудини діаметром $D = 0,5$ м є круглий отвір діаметром $d = 1$ см. Знайти залежність швидкості пониження рівня води в посудині від висоти h цього рівня. Знайти цю швидкість для висоти $h = 0,2$ м.

Розв'язування.

Зробимо такі позначення: S_1 – площа поперечного перерізу посудини і v_1 – швидкість пониження рівня води в посудині, S_2 – площа поперечного перерізу отвору і v_2 – швидкість витікання води з нього. За теоремою Бернуллі:

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho gh = \rho \frac{v_2^2}{2} \quad \text{або} \quad v_1^2 + 2gh = v_2^2. \quad (1)$$

Відповідно до принципу нерозривності струмини:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad \text{або} \quad v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2}. \quad (2)$$

Підставляючи (2) у (1), одержуємо: $v_1 = S_2 \sqrt{2gh} / \sqrt{S_1^2 - S_2^2}$.

Але $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$ і $S_2 = \frac{\pi d^2}{4}$, маємо:

$$v_1 = d^2 \sqrt{2gh} / \sqrt{D^4 - d^4}.$$

Оскільки $d^4 \ll D^4$, то наближено:

$$v_1 = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

Виконавши обчислення, одержуємо, що $v_1 = 0,8$ м/с.

Задача 2. Циліндричний бак заввишки $h = 1$ м заповнений до країв водою. За який час t вся вода витече через отвір, зроблений біля дна бака, якщо площа S_2 поперечного перерізу отвору в 400 разів менша від площі S_1 поперечного перерізу бака?

Розв'язування.

Швидкість пониження рівня води в баку:

$$v = S_2 \sqrt{2gy} / \sqrt{S_1^2 - S_2^2} . \quad (1)$$

Тут y – рівень води в баку (змінний). За час dt рівень води в баку понизиться на

$$dy = v dt = A \sqrt{y} dt , \text{ де } A = S_2 \sqrt{2g} / \sqrt{S_1^2 - S_2^2} . \quad (2)$$

Із (2) одержуємо:

$$dt = \frac{dy}{A \sqrt{y}} ; \text{ звідки:}$$

$$t = \frac{1}{A} \int_0^h \frac{dy}{\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{h} \cdot \sqrt{S_1^2 - S_2^2}}{S_2 \sqrt{2g}} = \sqrt{\frac{2h \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right]}{g}} = 3 \text{ хв.}$$

Задача 3. У бічну поверхню циліндричної посудини радіусом $R = 2 \text{ см}$ вставлено горизонтально капіляр, внутрішній радіус якого $r = 1 \text{ мм}$ і довжина $l = 2 \text{ см}$. У посудину налили касторове масло, динамічна в'язкість якого $\eta = 1,2 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Знайти залежність швидкості v пониження рівня касторового масла в посудині від висоти цього рівня над капіляром. Знайти значення цієї швидкості при $h = 26 \text{ см}$.

Розв'язування.

Швидкість пониження рівня касторового масла в посудині залежить від швидкості витікання масла через капіляр. Об'єм масла, яке протекло через капіляр за час t , визначається формулою Пуазейля:

$$V = \frac{\pi r^4 \cdot \Delta p \cdot t}{8l\eta} . \quad (1)$$

Різниця тисків на кінцях капіляра зумовлена гідростатичним тиском рідини:

$$\Delta p = \rho g h . \quad (2)$$

З іншого боку,

$$V = S' v' t = \pi r^2 v' t , \quad (3)$$

де v' – швидкість протікання масла через капіляр. Із рівнянь (1) - (3) маємо:

$$v' = \frac{r^2 \rho g h}{8 l \eta}.$$

Але $v'S' = vS$,

де v – швидкість пониження рівня масла в посудині і S – площа поперечного перерізу посудини.

$$\text{Тоді } v = \frac{v'S'}{S} = \frac{r^4 \rho g h}{8 l \eta R^2}.$$

При $h = 0,26 \text{ м}$ $v = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$.

8.3. Задачі для самостійного розв'язування

8.1. Знайти швидкість v течії вуглекислого газу в трубі, якщо відомо, що за час $t = 30 \text{ хв}$ через поперечний переріз труби протікає маса газу $m = 0,51 \text{ кг}$. Густина газу $\rho = 7,5 \text{ кг/м}^3$. Діаметр труби $D = 2 \text{ см}$.

Відповідь: $v = 0,12 \text{ м/с}$

8.2. У дні циліндричної посудини діаметром $D = 0,5 \text{ м}$ є круглий отвір діаметром $d = 1 \text{ см}$. Знайти залежність швидкості пониження рівня води в посудині від висоти h цього рівня. Знайти значення цієї швидкості для висоти $h = 0,2 \text{ м}$.

Відповідь: $v = \sqrt{2gh}$

8.3. На столі стоїть посудина з водою, у бічній поверхні якої є малий отвір, розміщений на віддалі h_1 від дна посудини і на віддалі h_2 від рівня води. Рівень води в посудині підтримується сталим. На якій віддалі l від посудини (по горизонталі) струмінь води падає на стіл у випадку, якщо:

а) $h_1 = 25 \text{ см}$; $h_2 = 16 \text{ см}$; б) $h_1 = 16 \text{ см}$; $h_2 = 25 \text{ см}$.

Відповідь: в обох випадках $l = 0,4 \text{ м}$ від посудини

8.4. Який тиск P створює компресор, якщо струмінь рідкої фарби витікає із труби із швидкістю $v = 25 \text{ м/с}$? Густина фарби $\rho = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Відповідь: $P = 250 \text{ кПа}$

8.5. Якої найбільшої швидкості ν може досягнути дощова крапля діаметром $d = 0,3 \text{ мм}$, якщо динамічна в'язкість повітря $\eta = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$?

Відповідь: $\nu = 4,1 \text{ м/с}$

8.6. Стальна кулька діаметром $d = 1 \text{ мм}$ падає із сталою швидкістю $\nu = 0,185 \text{ м/с}$ у великій посудині, яка заповнена касторовим маслом. Знайти динамічну в'язкість η касторового масла.

Відповідь: $\eta = 2 \text{ Па}\cdot\text{с}$

8.7. Суміш кульок, зроблених із свинцю, діаметром $d_1 = 3 \text{ мм}$ і $d_2 = 1 \text{ мм}$, опустили в бак з гліцериним заввишки $h = 1 \text{ м}$. На скільки пізніше впадуть на дно кульки меншого діаметру? Динамічна в'язкість гліцерину $\eta = 1,47 \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Відповідь: $\Delta t = 4 \text{ хв}$

8.8. У бічну поверхню циліндричної посудини радіусом $R = 2 \text{ см}$ вставлено горизонтальний капіляр з внутрішнім радіусом $r = 1 \text{ мм}$ і завдовжки $l = 2 \text{ см}$. У посудину налили касторове масло, динамічна в'язкість якого $\eta = 1,2 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Знайти залежність швидкості ν пониження рівня касторового масла в посудині від висоти цього рівня над капіляром. Знайти значення цієї швидкості при $h = 26 \text{ см}$.

Відповідь: $\nu = r^4 \rho g h / 8 l \eta R^2$

8.9. На столі стоїть посудина, в бічну поверхню якої вставлено горизонтальний капіляр на висоті $h_1 = 5 \text{ см}$ від дна посудини. Внутрішній радіус капіляра $r = 1 \text{ мм}$ і його довжина $l = 1 \text{ см}$. У посудину налили машинне масло, густина якого $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ і динамічна в'язкість $\eta = 0,5 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Рівень масла підтримується сталим на висоті $h_2 = 50 \text{ см}$ вище від капіляра. На якій віддалі L від кінця капіляра (по горизонталі) струмінь масла падає на стіл?

Відповідь: $L = 1,1 \text{ см}$

9. ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ

9.1. Основні формули

1. Закон збереження імпульсу при взаємодії двох тіл (система ізольована):

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 .$$

2. При непружному центральному ударі двох тіл:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} .$$

3. При пружному центральному ударі швидкість першого тіла після удару:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} ;$$

швидкість другого тіла після удару:

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} .$$

4. Закон збереження моменту імпульсу (для ізольованої системи):

$$\sum J \vec{\omega} = \text{const} .$$

5. Робота і кінетична енергія при поступальному русі:

$$A = F \cdot S = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} .$$

6. Робота і кінетична енергія при обертовому русі:

$$A = M \varphi = \frac{J \omega_2^2}{2} - \frac{J \omega_1^2}{2} .$$

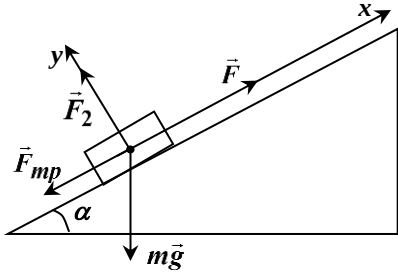
9.2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Знайти роботу підняття вантажу по похилій площині і його середню потужність, якщо він має масу $m = 100 \text{ кг}$, а довжина похилої площини $l = 2 \text{ м}$ і кут її нахилу до горизонту 30° . Коефіцієнт тертя $k = 0,1$, прискорення вантажу $a = 1 \text{ м/с}^2$. Біля основи похилої площини вантаж був нерухомим.

Розв'язування.

На вантаж, що піднімається по похилій площині, діють:

$m\vec{g}$ – сила тяжіння, $\vec{F}_2$ – сила нормальної реакції площини, $\vec{F}$ – сила тяги, $\vec{F}_{np}$ – сила тертя.



Вибравши напрямки осей x і y та проєктуючи на них векторне рівняння другого закону Ньютона для тіла, що рухається, одержуємо:

$$-F_{np} - mg \sin \alpha + F = ma$$

,

$$F_2 - mg \cos \alpha = 0.$$

Тоді: $F = mg \sin \alpha + F_{np} + ma$, $F_2 = mg \cos \alpha$.

Але $F_{np} = kF_2 = kmg \cos \alpha$.

Тому $F = ma + mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha$, або

$$F = m(a + g \sin \alpha + kg \cos \alpha).$$

Знайдемо роботу підняття вантажу:

$$A = F \cdot l = ml(a + g \sin \alpha + kg \cos \alpha) =$$

$$= 100 \cdot 2(1 + 9,8 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,87) = 1,35 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

Середня потужність піднімального пристрою (вантаж):

$$N = \frac{A}{t},$$

де t – час підняття вантажу. Взявши до уваги, що біля основи похилої площини вантаж є нерухомим, запишемо:

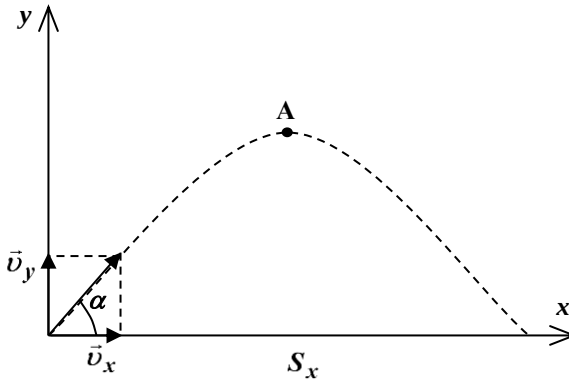
$$l = \frac{at^2}{2}.$$

Тоді $t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$. Відповідно $N = \frac{A}{\sqrt{\frac{2l}{a}}} = \frac{1,35 \cdot 10^3}{\sqrt{4}} = 675 \text{ Вт.}$

Задача 2. На штовхання ядра, кинутого під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, затрачено роботу $A = 216 \text{ Дж}$. Через який час t і на якій віддалі S_x від місця кидання ядро впаде на землю? Маса ядра $m = 2 \text{ кг}$.

Розв'язування.

Політ ядра можна представити так.



Якщо не враховувати сил тертя, що діють на ядро, то парабола, що відображає траєкторію ядра, буде симетрична відносно точки A і час руху до точки A дорівнюватиме часу його руху від точки A до землі.

Складові швидкості:

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha.$$

Вертикальна швидкість ядра буде рівна:

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt_1. \quad (1)$$

У точці A $v_y = 0$ (найвища точка траєкторії, ядро вже не рухається вгору), тоді: $t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ і весь час руху ядра

$$t = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (2)$$

Віддаль, на якій ядро впаде на землю, визначається з рівняння:

$$S_x = v_x \cdot t = v_x \cdot 2t_1 = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot 2 \cdot v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (3)$$

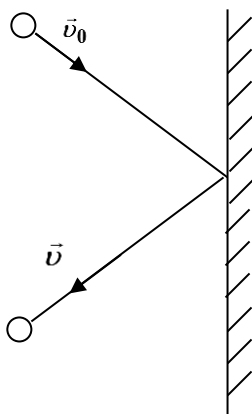
Як бачимо з (2) і (3), для знаходження t і S_x потрібно знати початкову швидкість v_0 . Цю швидкість знайдемо, знаючи, що робота, яку було затрачено на штовхання ядра, пішла на його кінетичну енергію: $A = \frac{mv_0^2}{2}$, звідки

$$v_0 = \sqrt{\frac{2A}{m}}.$$

Тоді використовуючи (4), (3) і (2), знаходимо, що

$$t = \frac{2\sin\alpha}{g} \sqrt{\frac{2A}{m}} = 1,5 \text{ с}; \quad S_x = \frac{2A}{m} \frac{\sin 2\alpha}{g} = 1,91 \text{ м}.$$

Задача 3. Знайти початкову швидкість v_0 хокейної шайби, що ковзає по льоду, якщо вона до удару об перешкоду пройшла шлях $S = 5,0 \text{ м}$, а після удару, який можна вважати абсолютно пружним, ще пройшла деякий шлях і зупинилася через $t = 2,0 \text{ с}$. Коефіцієнт тертя між шайбою і льодом $k = 0,10$.



Розв'язування.

Шайба має початкову швидкість v_0 і відповідно кінетичну енергію $mv_0^2/2$, частина якої, пройшовши шлях S , пішла на роботу проти сили тертя, а інша частина, після удару об перешкоду, забезпечує їй ще якусь швидкість v_1 (бо шайба зупиниться аж через $t = 2,0 \text{ с}$ після удару).

Тому закон збереження енергії запишемо так:

$$\frac{mv_0^2}{2} = kmgS + \frac{mv_1^2}{2}. \quad (1)$$

Після удару об перешкоду, шайба лише змінює напрям швидкості на протилежний (абсолютне значення швидкості не змінилося), але пройшовши деякий шлях, зупиняється через час $t = 2,0$ с. Швидкість шайби зменшується, бо на неї діє лише сила тертя, її рух є рівносповільненим із прискоренням

$$a = -kg. \quad (2)$$

Тоді:

$$v = v_1 - at = v_1 - kgt. \quad (3)$$

Але $v = 0$, тому $v_1 = kgt$. (4)

Підставивши (4) в (1), одержуємо:

$$v_0 = \sqrt{kg(2S + kgt^2)} = 3,7 \text{ м/с}.$$

Задача 4. Тіло масою $m_1 = 2 \text{ кг}$ рухається назустріч іншому тілу, що має масу $m_2 = 1,5 \text{ кг}$ і непружно взаємодіє з ним. Швидкості тіл безпосередньо перед ударом були $v_1 = 1 \text{ м/с}$ і $v_2 = 2 \text{ м/с}$. Який час будуть рухатися ці тіла після удару, якщо коефіцієнт тертя $k = 0,05$.

Розв'язування.

Щоб розв'язати цю задачу, міркуємо так. У результаті непружного удару обидва тіла одержують швидкості u . Цю швидкість знайдемо, використавши закон збереження імпульсу:

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u. \quad (1)$$

Тоді:

$$u = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

За рахунок цієї швидкості обидва тіла будуть рухатися рівносповільнено, перемагаючи силу тертя. Шлях, який пройдуть ці тіла, знайдемо із умови:

$$\left(\frac{m_1 + m_2}{2} \right) u^2 = k(m_1 + m_2)gl, \quad (3)$$

звідки:

$$l = \frac{u^2}{2kg}. \quad (4)$$

Відомо, що

$$2al = u^2, \quad (v^2 - v_0^2 = 2aS).$$

Прискорення тіл a знаходимо із рівності:

$$\frac{u^2}{2kg} = \frac{u^2}{2a}, \quad a = kg. \quad (5)$$

За означенням прискорення:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u - 0}{\Delta t} = \frac{u}{\Delta t} = \frac{u}{t}, \quad (6)$$

звідки $t = \frac{u}{a} = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{kg(m_1 + m_2)} = 0,6 \text{ с}.$

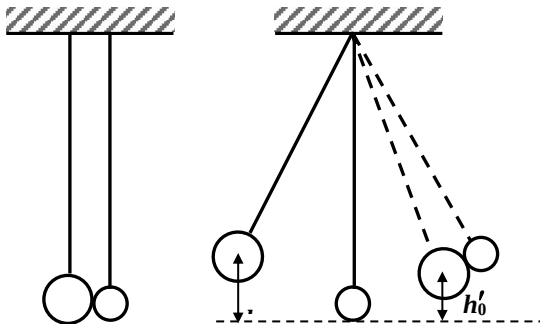
Задача 5. Дві кулі, що мають маси $m_1 = 0,2 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,1 \text{ кг}$, висять на нитках однакової довжини так, що вони дотикаються. Першу кулю відхиляють на висоту $h_0 = 4,5 \text{ см}$ і відпускають. На яку висоту піднімуться кулі після удару, якщо удар:

а) непружний, б) пружний.

Розв'язування.

а). Розглянемо непружний удар.

До удару друга куля нерухома. Швидкість першої кулі знаходимо, використовуючи закон збереження енергії:



$$m_1 g h_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad (1)$$

звідки:

$$v_1^2 = 2gh_0, \quad v_1 = \sqrt{2gh_0}. \quad (2)$$

Щоб знайти висоту, на яку піднімуться кулі після удару, потрібно також застосувати закон збереження енергії до системи двох тіл:

$$(m_1 + m_2) \frac{u^2}{2} = (m_1 + m_2) g h'_0, \quad (3)$$

Тоді:

$$h'_0 = \frac{u^2}{2g}. \quad (4)$$

Швидкість u обох тіл після непружного удару знаходимо, використавши закон збереження імпульсу:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u, \text{ тоді } u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (5)$$

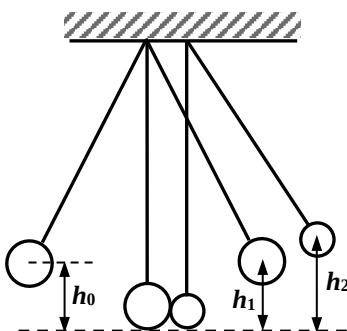
Підставивши (5) і (2) в (4), одержуємо:

$$h'_0 = \frac{1}{2g} \left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{1}{2g} \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} 2gh_0 = \frac{m_1^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2} = 0,02$$

м.

б). Розглянемо пружний удар.

До удару друга кулі нерухома. Із закону збереження енергії знаходимо швидкість першої кулі до удару:



$$m_1 g h_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad v_1^2 = 2gh_0. \quad (1)$$

Після пружного удару швидкість куль різні. Їх знайдемо, використовуючи формули:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{для}$$

першої кулі);

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \quad (\text{для другої кулі}). \quad (2)$$

Взявши до уваги (1) і те, що $v_2 = 0$, рівняння (2) будуть мати вигляд:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\sqrt{2gh_0}}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{2m_1\sqrt{2gh_0}}{m_1 + m_2}.$$

Висоти підняття кульок після удару знаходимо, використавши закон збереження енергії, відповідно:

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} = m_1 g h_1; \quad h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[\frac{(m_1 - m_2)\sqrt{2gh_0}}{m_1 + m_2} \right]^2;$$

$$\frac{m_2 u_2^2}{2} = m_2 g h_2; \quad h_2 = \frac{u_2^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[\frac{2m_1\sqrt{2gh_0}}{m_1 + m_2} \right]^2.$$

Тоді:

$$h_1 = \frac{1}{2g} \frac{(m_1 - m_2)^2 2gh_0}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(m_1 - m_2)^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2} = 0,005 \text{ м};$$

$$h_2 = \frac{1}{2g} \frac{4m_1^2 2gh_0}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2} = 0,08 \text{ м}.$$

Задача 6. Яка частина енергії пішла на деформацію куль однакової маси $m_1 = m_2 = 4,0 \text{ кг}$, якщо вони рухалися назустріч одна одній із швидкостями $v_1 = 3,0 \text{ м/с}$ і $v_2 = 8,0 \text{ м/с}$, а удар був центральний і непружний?

Розв'язування.

Початкова енергія обох куль до удару:

$$E_{K1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad E_{K2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}. \quad (1)$$

Після удару обидва тіла рухаються із однаковою швидкістю u , яку знаходимо використавши закон збереження імпульсу:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u, \text{ тоді}$$

$$u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

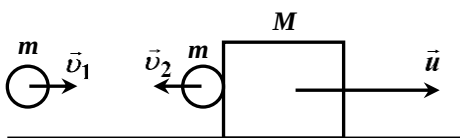
Кінетична енергія цих тіл після удару:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \frac{u^2}{2} &= \frac{m_1 + m_2}{2} \left(\frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 = \\ &= \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Частину енергії ΔE , яка пішла на деформацію куль, знайдемо так:

$$\Delta E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Задача 7. У сталений куб, що має масу $M = 1 \text{ кг}$, і перебуває в стані спокою на горизонтальній поверхні, вдаряє стальна кулька, масою $m = 10 \text{ г}$, що летить горизонтально із швидкістю $v_1 = 10^3 \text{ м/с}$, і пружно відбивається назад. Знайти шлях, який пройде після удару до зупинки куб, якщо коефіцієнт тертя між кубом і горизонтальною поверхнею $k = 0,2$.



Розв'язування.

Фізична система складається з двох тіл: куба і кульки (які взаємодіють).

Використаємо закон збереження імпульсу для

знаходження швидкості куба після удару:

$$m v_1 = M u - m v_2. \quad (1)$$

Тоді:

$$u = \frac{m v_1 + m v_2}{M} = \frac{2 m v_1}{M}. \quad (2)$$

Шлях, який куб пройде після удару кульки, знаходимо, використавши закон збереження енергії:

$$\frac{Mu^2}{2} = kMgS, \text{ звідки } S = \frac{u^2}{2kg} = \frac{2m^2v_1^2}{kgM^2} = 100 \text{ м.}$$

Задача 8. Свинцева куля пробиває дошку, при цьому її швидкість зменшується від 400 м/с до 200 м/с. Яка частка кулі розплавиться? Нагріванням дошки знехтувати. Початкова температура кулі $t = 30^\circ\text{C}$.

Розв'язування.

Зміна кінетичної енергії кулі йде на зміну її внутрішньої енергії (куля нагрівається, частина її плавиться).

$$\Delta E_K = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}. \quad (1)$$

$$\Delta Q = cm(t_2 - t_1) + m_1\lambda, \quad (2)$$

де c – питома теплоємність свинцю, m – початкова маса кулі, t_1 – початкова температура кулі, t_2 – температура плавлення свинцю, m_1 – маса частки кулі, що розплавиться, λ – питома теплота плавлення свинцю.

Прирівняємо рівняння (1) і (2) і знаходимо $\frac{m_1}{m}$:

$$\frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = cm(t_2 - t_1) + m_1\lambda; \quad (3)$$

$$m(v_1^2 - v_2^2) = 2cm(t_2 - t_1) + 2m_1\lambda;$$

$$m[(v_1^2 - v_2^2) - 2c(t_2 - t_1)] = 2m_1\lambda;$$

$$m_1 = m \frac{[(v_1^2 - v_2^2) - 2c(t_2 - t_1)]}{2\lambda}.$$

Тоді:

$$\frac{m_1}{m} = \frac{(v_1^2 - v_2^2) - 2c(t_2 - t_1)}{2\lambda}.$$

Задача 9. Два однакові шматки льоду летять назустріч один одному з однаковими швидкостями. При якій швидкості вони при непружному ударі випаруються (перетворюються у пару)? Початкова температура $t_0 = -30^\circ\text{C}$. Витрати на випромінювання не враховувати.

Розв'язування.

Збільшення внутрішньої енергії системи відбувається за рахунок зменшення її кінетичної енергії.

При абсолютно непружному ударі двох однакових тіл, які летять назустріч один одному з однаковими швидкостями:

$$\Delta E_K = 2E_K = mv^2. \quad (1)$$

Ця енергія йде на зміну внутрішньої енергії ΔQ :

$$\Delta Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4, \quad (2)$$

де Q_1 – теплота, яку треба затратити, щоб лід нагріти до температури плавлення (0°C), Q_2 – теплота, яку треба затратити на плавлення льоду, Q_3 – теплота, яку треба затратити на нагрівання води, яка утворилася з льоду, до температури кипіння, Q_4 – теплота, яку треба затратити на випаровування води.

$$\Delta Q = 2m[c_1(t_2 - t_1) + \lambda + c_2(t_3 - t_2) + L], \quad (3)$$

де m – маса льоду, c_1 і c_2 – питомі теплоємності льоду і води, t_1 – початкова температура льоду, t_2 – температура плавлення льоду, t_3 – температура кипіння (випаровування) води, λ – питома теплота плавлення льоду, L – питома теплота пароутворення води.

Тоді, прирівнявши рівняння (1) і (3), одержуємо:

$$v = \sqrt{2c_1(t_2 - t_1) + \lambda + c_2(t_3 - t_2) + L}.$$

Задача 10. На Землю з дуже далекої віддалі падає метеорит, що має масу $m = 10^3$ кг. Знайти його кінетичну енергію E_K на віддалі $h = 200$ км від поверхні Землі. Вважати, що початкова швидкість метеорита дорівнює нулю.

Розв'язування.

Падаючи з великої віддалі, метеорит змінив свою потенціальну енергію на величину:

$$\Delta E_{II} = \gamma \frac{M \cdot m}{R + h}. \quad (1)$$

Зменшення потенціальної енергії еквівалентне збільшенню його кінетичної енергії. Тому:

$$\begin{aligned}\Delta E_K &= \Delta E_{II} = \gamma \frac{M \cdot m}{R+h} \cdot \frac{R^2}{R^2} = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2} R \frac{R}{R+h} = \\ &= gmR \frac{R}{R(1+\frac{h}{R})} = \frac{mgR}{1+\frac{h}{R}},\end{aligned}\quad (2)$$

де R – радіус Землі, g – прискорення вільного падіння біля поверхні Землі.

$$\Delta E_K = E_{K2} - E_{K1}, \text{ але } E_{K1} = 0 \ (v_0 = 0), \text{ тоді}$$

$$E_{K2} = E_K = \frac{mgR}{1+\frac{h}{R}}.$$

Задача 11. Акробат стрибає на сітку з висоти $H = 8$ м. На якій граничній висоті h над підлогою потрібно натягнути сітку, щоб акробат не вдарився об підлогу при стрибку? Відомо, що сітка прогинається на $h_0 = 0,5$ м, якщо акробат стрибає на неї з висоти $H_0 = 1$ м.

Розв'язування.

Якщо акробат стрибає на сітку із висоти H_0 , то закон збереження енергії запишеться так:

$$mg(H_0 + h_0) = \frac{kh_0^2}{2}. \quad (1)$$

Звідки:

$$k = \frac{2mg(H_0 + h_0)}{h_0^2}. \quad (2)$$

Висоту h , на якій треба натягнути сітку, знаходимо з рівняння:

$$mg(H + h) = \frac{kh^2}{2}. \quad (3)$$

Підставивши (2) у (3), одержуємо:

$$mg(H + h) = \frac{2mg(H_0 + h_0)}{h_0^2} \frac{h^2}{2}. \quad (4)$$

Зробивши потрібні перетворення (4), одержуємо рівняння:

$$(H_0 + h_0)h^2 - h_0^2 h - Hh_0^2 = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) відповідає відомому квадратному рівнянню:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad (6)$$

де невідомою величиною є шукана висота h .

Знайшовши корені рівняння (5) і підставивши значення H_0 , H і h_0 , одержуємо, що $h = 1,23$ м.

Задача 12. Молот масою $m_1 = 200$ кг падає на деталь, маса m_2 якої разом з наковальнею дорівнює 2500 кг. Швидкість v_1 молота в момент удару дорівнює 2 м/с. Знайти: 1) кінетичну енергію молота в момент удару; 2) енергію, передану фундаменту; 3) енергію, затрачену на деформацію деталі; 4) коефіцієнт корисної дії удару. Удар молота по деталі вважати непружним.

Розв'язування.

Кінетичну енергію молота в момент удару знайдемо за формулою:

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{200 \cdot 4}{2} = 400 \text{ Дж}.$$

Щоб знайти енергію, передану фундаменту, треба попередньо знайти швидкість системи молот-деталь (з наковальнею) безпосередньо після удару. Для цього використовуємо закон збереження імпульсу (для непружного удару):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (1)$$

де v_2 – швидкість деталі перед ударом (в цьому випадку $v_2 = 0$);

u – швидкість молота і деталі (разом з наковальнею) після удару.

З рівняння (1) знаходимо швидкість u :

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

У результаті опору фундаменту швидкість u швидко зменшується, а кінетична енергія, яку мала система молот-деталь (з наковальнею), передається фундаменту. Цю енергію знаходимо за формулою:

$$E_2 = (m_1 + m_2) \frac{u^2}{2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}, \text{ або врахувавши, що}$$

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \text{ запишемо:}$$

$$E_2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) E_1. \quad (3)$$

Виконавши обчислення, знаходимо, що

$$E_2 = \frac{200}{2500 + 200} \cdot 400 = 29,6 \text{ Дж.}$$

Молот до удару мав енергію E_1 ; E_2 – енергія, яка передана фундаменту. На деформацію деталі використано енергію:

$$E = E_1 - E_2. \quad (4)$$

Отже, енергію E слід вважати корисною. Коефіцієнт корисної дії (К.К.Д.) удару молота по деталі дорівнює відношенню енергії E , яка затрачена на деформацію деталі, до всієї затраченої енергії E_1 :

$$\eta = \frac{E}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 92,6\%.$$

Задача 13. Молот, що має масу $m_1 = 5$ кг, ударяє по шматку заліза, що лежить на наковальні, масою $m_2 = 100$ кг. Масою шматка заліза можна знехтувати. Удар непружний. Знайти К.К.Д. удару молота при цих умовах.

Розв'язування.

Молот до удару має енергію $E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$. При ударі частинка енергії E_2 передається наковальні. Відповідно, на деформацію шматка заліза (деталі) використовується енергія:

$$E = E_1 - E_2. \quad (1)$$

Призначення молота – шляхом ударів по деталі викликати деформацію деталі. Відповідно енергію E треба вважати корисною. Коефіцієнт корисної дії удару молота по деталі дорівнює відношенню

енергії E , яка витрачається на деформацію деталі, до всієї затраченої енергії E_1 :

$$\eta = \frac{E}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1}. \quad (2)$$

Знайдемо енергію E_2 , яка передається на ковальні. Для цього знайдемо швидкість системи молот-деталь (з наковальнею) зразу ж після удару. Для цього використаємо закон збереження імпульсу (для непружного удару):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (3)$$

де v_1 – швидкість молота перед ударом v_2 – швидкість деталі (разом з наковальнею) до удару; u – швидкість молота і деталі (разом з наковальнею) після удару. Але так як деталь з наковальнею до удару були нерухомі, то $v_2 = 0$. Із формули (3):

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1. \quad (4)$$

Кінетична енергія, яку одержала система молот-деталь (разом з наковальнею) після удару, передається фундаменту. Цю енергію знаходимо за формулою:

$$E_2 = (m_1 + m_2) \frac{u^2}{2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (5)$$

Знаючи, що $E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$, рівняння (5) можна записати так:

$$E_2 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right) E_1. \quad (6)$$

Тоді:

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{E_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)}{E_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{100}{105} = 0,95.$$

Задача 14. Ящик з піском утримується пружиною, жорсткість якої $k = 30 \text{ Н/см}$. Куля, рухаючись із швидкістю $v = 500 \text{ м/с}$, ударяє у цей ящик і застрягає в ньому. Знайти наскільки при цьому стиснеться пружина. Удар вважати центральним і абсолютно непружним. Маса ящика $M = 10 \text{ кг}$, маса кулі $m = 10 \text{ г}$.

Розв'язування.

У результаті непружного удару кулі ящик одержав кінетичну енергію. За рахунок цієї енергії пружина, яка утримує ящик, деформується:

$$\frac{(M + m)}{2} v_1^2 = \frac{kx^2}{2}. \quad (1)$$

Швидкість ящика знаходимо, використавши закон збереження імпульсу до непружного удару:

$$Mv_0 + mv = (M + m)v_1, \quad (2)$$

де v_0 – швидкість ящика з піском до удару (відповідно до умови задачі $v_0 = 0$). Тоді

$$v_1 = \frac{mv}{M + m}. \quad (3)$$

Підставивши (3) у (1), одержуємо:

$$(M + m) \frac{m^2 v^2}{(M + m)^2} = kx^2. \quad (4)$$

Або

$$(M + m) \frac{m^2 v^2}{(M + m)^2} = kx^2. \quad (5)$$

Використавши (5) і зробивши обчислення, одержуємо:

$$x = \sqrt{\frac{m^2 v^2}{k(M + m)}} = \frac{10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^2}{10^2 \sqrt{3}} = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Задача 15. М'яч, радіус якого $R = 10 \text{ см}$, плаває на воді так, що його центр мас знаходиться на $H = 3 \text{ см}$ вище від поверхні води. Яку роботу слід виконати, щоб занурити м'яч у воду до рівня діаметральної площини?

Розв'язування.

М'яч плаває, якщо сила тяжіння, що діє на нього, зрівноважується силою Архімеда, тобто:

$$mg = F_{\text{Арх}}, \text{ або } mg = \rho_0 V_0 g, \quad (1)$$

де V_0 – об'єм кульового сегмента заввишки h , що знаходиться у воді при рівновазі, ρ_0 – густина води, m – маса м'яча.

Очевидно, що $H + h = R$, тобто радіус м'яча.

Якщо тепер занурити м'яч у воду на глибину x , то сила Архімеда буде більша від сили тяжіння, що діє на м'яч, і результуюча сила, яка виштовхує м'яч із води, буде:

$$F_x = F'_{\text{Арх}} - mg. \quad (2)$$

Проти цієї сили F_x і повинна бути виконана робота сили Архімеда:

$$F'_{\text{Арх}} = \rho_0 V g, \quad (3)$$

де V – об'єм кульового сегмента заввишки $h + x$.

Із рівнянь (1) - (3) маємо:

$$F_x = \rho_0 V g - \rho_0 V_0 g = \rho_0 g (V - V_0) = \rho_0 g V_x,$$

де V_x – об'єм кульового шару заввишки x . Кульовий сегмент заввишки l має об'єм:

$$V_x = V - V_0 = \frac{\pi(x+h)^2}{3} [3R - (x+h)] - \frac{\pi h^2}{3} [3R - h].$$

Тоді:

$$F_x = \rho_0 g V_x = \frac{\pi \rho_0 g}{3} [3R(x+h)^2 - (x+h)^3 - h^2(3R-h)]. \quad (4)$$

Робота, яку потрібно виконати проти цієї сили при зануренні м'яча до діаметральної площини:

$$A = \int_0^H F_x dx. \quad (5)$$

Підставляючи (4) у (5), інтегруючи і враховуючи, що $H + h = R$, одержуємо (підставляючи числові дані задачі), що $A = 0,74 \text{ Дж}$.

9.3. Задачі для самостійного розв'язування

- 9.1. Ковзаняр, який має масу $M = 80 \text{ кг}$, стоячи на льоду, кидає в горизонтальному напрямку шайбу масою $m = 0,2 \text{ кг}$ і зі швидкістю $v = 5 \text{ м/с}$. На яку віддаль l відкотиться ковзаняр,

якщо коефіцієнт тертя між ковзанами і льодом дорівнює $k = 0,02$?

$$\text{Відповідь: } l = \frac{m^2 v^2}{2M^2 g k}$$

- 9.2. Свинцева куля пробиває дошку, при цьому її швидкість зменшується від $v_1 = 400 \text{ м/с}$ до $v_2 = 200 \text{ м/с}$. Яка частка (відсоток) кулі розплавиться? Нагріванням дошки знехтувати. Початкова температура кулі $t_1 = 30^\circ\text{C}$. Чому не розплавиться уся куля?

$$\text{Відповідь: } \frac{m_1}{m} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2[c(t_2 - t_1) + \lambda]},$$

де m_1 – маса частки кулі, що розплавилася; m – маса всієї кулі; c – питома теплоємність матеріалу кулі; t_2 – температура плавлення свинцю; λ – питома теплота плавлення свинцю.

- 9.3. Два однакові шматки льоду летять назустріч один одному з однаковими швидкостями. При якій швидкості вони при непружному ударі випаруються? Початкова температура $t_0 = -30^\circ\text{C}$. Втрати на випромінювання не враховувати.

$$\text{Відповідь: } v = \sqrt{2(c_1 \Delta t_1 + \lambda + c_2 \Delta t_2 + L)},$$

де c_1 і c_2 – питомі теплоємності льоду і води; λ – питома теплота плавлення льоду; L – питома теплота випаровування води.

- 9.4. Знайти силу, з якою гвинтівка діє на плече людини при пострілі, якщо вважати, що зі сторони гвинтівки діє постійна сила, яка пересуває плече людини на $s = 1,5 \text{ см}$, а куля покидає ствол миттєво. Маса гвинтівки $M = 5 \text{ кг}$, куля має масу $m = 10 \text{ г}$ і її швидкість при вильоті із ствола дорівнює $v = 500 \text{ м/с}$.

$$\text{Відповідь: } F = \frac{m^2 v^2}{2Ms}$$

- 9.5. У сталений куб, що має масу $M = 1 \text{ кг}$ і перебуває в стані спокою на горизонтальній поверхні, ударяє стальна кулька масою $m = 10 \text{ г}$, яка летить горизонтально зі швидкістю $v_1 = 1000 \text{ м/с}$, і пружно відбивається назад. Знайти, який шлях після удару пройде куб до зупинки, якщо коефіцієнт тертя між кубом і горизонтальною поверхнею $k = 0,2$.

$$\text{Відповідь: } s = \frac{2m^2 v_1^2}{kgM^2}$$

- 9.6. Тіло, що має масу m_1 , ударяється непружно з тілом масою m_2 . Знайти частку q втраченої при цьому кінетичної енергії, якщо друге тіло до удару було нерухоме.

$$\text{Відповідь: } q = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

- 9.7. Яку частину енергії затрачено на деформацію куль однакової маси $m_1 = m_2 = 4,0 \text{ кг}$, якщо вони рухалися назустріч одна одній зі швидкостями $v_1 = 3,0 \text{ м/с}$ і $v_2 = 8,0 \text{ м/с}$, а удар був центральним і непружним?

$$\text{Відповідь: } \Delta E = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

- 9.8. Дві кулі, що мають маси $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,1 \text{ кг}$, висять на нитках однакової довжини так, що дотикаються одна до одної. Першу кулю відхиляють на висоту $h_0 = 6 \text{ см}$ і відпускають. На яку висоту піднімуться кулі після удару, якщо удар: а) пружний; б) непружний?

$$\text{Відповідь: } h_1 = \frac{(m_1 - m_2)^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2};$$

$$h_2 = \frac{4m_1^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2}; h'_0 = \frac{m_1^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2}$$

- 9.9. Дві кулі, що мають маси $m_1 = 0,20 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,80 \text{ кг}$, висять на двох паралельних нитках, довжина яких $l = 2,0 \text{ м}$. Кулі дотикаються одна до одної. Меншу кулю відхиляють на 90° від рівноважного положення і відпускають. 1. Знайти швидкість куль після взаємодії, вважаючи удар абсолютно пружним. 2. Яка швидкість куль після взаємодії, якщо удар абсолютно непружний? 3. Яка частина енергії піде на нагрівання куль?

$$\text{Відповідь: } 1. u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\sqrt{2gl}}{m_1 + m_2};$$

$$u_2 = \frac{2m_1\sqrt{2gl}}{m_1 + m_2};$$

$$2. u = \frac{m_1\sqrt{2gl}}{m_1 + m_2}; \quad 3. \frac{\Delta E}{E} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

- 9.10. Два маятники у вигляді куль різних мас m_1 і m_2 вільно висять на нитках різної довжини l_1 і l_2 так, що кулі дотикаються. Перший маятник відхиляють у площині ниток на кут α від початкового положення і відпускають. Відбувається центральний удар куль. На які кути α_1 і α_2 відносно вертикальної лінії відхиляться маятники після удару (кути вважати малими, удар вважати пружним)?

$$\text{Відповідь: } \alpha_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \alpha; \quad \alpha_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \alpha \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$$

- 9.11. Тіло, що має масу $m_1 = 2 \text{ кг}$, рухається назустріч іншому тілу, що має масу $m_2 = 1,5 \text{ кг}$, і непружно взаємодіє з ним. Швидкості тіл безпосередньо перед ударом були $v_1 = 1 \text{ м/с}$ і $v_2 = 2 \text{ м/с}$. Який час будуть рухатися ці тіла після удару, якщо коефіцієнт тертя $k = 0,05$?

$$\text{Відповідь: } \Delta t = \frac{1}{3,5kg} = 0,6 \text{ с}$$

9.12. На рейках стоїть платформа, що має масу $m_1 = 10^4$ кг. На платформі закріплено гармату масою $m_2 = 5 \cdot 10^3$ кг, з якої роблять постріл вздовж колії. Маса снаряда $m_3 = 100$ кг, його початкова швидкість відносно гармати $v_0 = 500$ м/с. На яку віддаль l відкотиться гармата при пострілі, якщо:

а) платформа була нерухома;

б) платформа рухалася зі швидкістю $v = 18$ км/год і постріл було зроблено в напрямку її руху;

в) платформа рухалася із швидкістю $v = 18$ км/год і постріл було зроблено в напрямку, протилежному до її руху.

Коефіцієнт тертя між колесами і рейками $k = 0,002$.

Відповідь: $l_1 = 300$ м; $l_2 = 1700$ м; $l_3 = 71$ м

9.13. Із гармати, що стоїть на рейках і має масу $m_1 = 5 \cdot 10^3$ кг, вилітає снаряд масою $m_2 = 100$ кг. Його кінетична енергія при вильоті $E_2 = 7,5 \cdot 10^6$ Дж. Яку кінетичну енергію E_1 одержить гармата внаслідок віддачі? На яку віддаль s при цьому відкотиться гармата, якщо коефіцієнт тертя між нею і рейками $k = 0,04$?

$$\text{Відповідь: } E_1 = \frac{m_2}{m_1} E_2; \quad s = \frac{E_1}{m_1 g k}$$

9.14. Тіло, що має масу $m_1 = 5$ кг, співударяється з нерухомим тілом, маса якого $m_2 = 2,5$ кг. Кінетична енергія системи двох тіл відразу після удару дорівнює $E_2 = 5$ Дж. Вважаючи удар центральним і непружним, знайти кінетичну енергію E_1 першого тіла до удару.

$$\text{Відповідь: } E_1 = \frac{(m_1 + m_2) E_2}{m_1} = 7,5 \text{ Дж}$$

9.15. Знайти початкову швидкість v_0 хокейної шайби, що ковзає по льоду, якщо вона до удару об перешкоду пройшла шлях $s = 5,0$ м, а після удару, який можна вважати абсолютно пружним, ще пройшла деякий шлях і зупинилася через $t = 2$ с. Коефіцієнт тертя між шайбою і льодом $k = 0,10$.

$$\text{Відповідь: } v_0 = \sqrt{kg(2s + kgt^2)} = 3,7 \text{ м/с}$$

9.16. Людина, яка стоїть на нерухомому візочку, кидає в горизонтальному напрямку камінь, маса якого $m = 2 \text{ кг}$. Візочок з людиною покотився назад, і в перший момент після кидання його швидкість була $v = 0,1 \text{ м/с}$. Маса візочка з людиною $M = 100 \text{ кг}$. Знайти кінетичну енергію кинутого каменя через час $t = 0,5 \text{ с}$ після початку руху.

$$\text{Відповідь: } E = \frac{m}{2} \left[\left(\frac{Mv}{m} \right)^2 + g^2 t^2 \right]$$

9.17. Ковзаняр, який має масу $M = 70 \text{ кг}$, стоячи на льоду, кидає в горизонтальному напрямку шайбу масою $m = 3 \text{ кг}$ і зі швидкістю $v = 8 \text{ м/с}$. На яку віддаль s відкотиться при цьому ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя між ковзанами і льодом дорівнює $k = 0,02$?

$$\text{Відповідь: } s = \frac{m^2 v^2}{2kgM^2}$$

9.18. Балістичний маятник – це маятник, який використовується для визначення швидкості кулі. Принцип його дії полягає в тому, що куля, швидкість якої потрібно знайти, вдарається в тіло маятника. Якщо відомі умови удару, маси кулі та маятника, то за кутом відхилення маятника α можна обчислити швидкість кулі до удару. Показати, як це зробити для таких випадків:

- 1) куля після удару застрягає в маятнику;
- 2) куля відскакує після удару зі швидкістю v' назад;
- 3) куля падає вниз, втративши свою швидкість.

Маса маятника M і маса кулі m відомі; маятник можна розглядати як математичний завдовжки l .

$$\text{Відповідь: } 1) v = 2 \frac{M+m}{m} \sqrt{gl \sin \frac{\alpha}{2}};$$

$$2) v = 2 \frac{M \sqrt{gl \sin \frac{\alpha}{2}} - m v'}{m}; \quad 3) v = 2 \frac{M \sqrt{gl \sin \frac{\alpha}{2}}}{m}$$

- 9.19. На тонкій нитці, завдовжки $l = 0,5 \text{ м}$, висить пружинний пістолет; його ствол розміщений горизонтально. На який кут відхиляється нитка після пострілу, якщо куля з масою $m = 20 \text{ г}$ при вильоті зі ствола має швидкість $v = 10 \text{ м/с}$? Маса пістолета $M = 200 \text{ г}$.

$$\text{Відповідь: } \cos \alpha = 1 - \frac{m^2 v^2}{2glM^2}$$

- 9.20. Балістичний маятник – це брусок, що має масу $M = 3,0 \text{ кг}$ і висить на нитці, довжина якої $l = 2,5 \text{ м}$. У брусок потрапляє куля, що має масу $m = 9,0 \text{ г}$ і застрягає в ньому. Після удару кулі система відхиляється на кут 18° . Знайти швидкість кулі.

$$\text{Відповідь: } v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gl(1-\cos \alpha)}$$

- 9.21. Куля, що летить горизонтально, потрапляє в тіло, яке висить на невагомому нерозтяжному стержні, і застрягає в ньому. Маса кулі $m_1 = 5 \text{ г}$, маса тіла $m_2 = 0,5 \text{ кг}$, швидкість кулі $v = 500 \text{ м/с}$. На якій граничній віддалі l від точки підвісу слід розмістити тіло, щоб після удару в нього кулі воно піднялося до верхньої точки кола? Удар вважати абсолютно непружним.

$$\text{Відповідь: } l = \frac{m_1^2 v^2}{4g(m_1 + m_2)^2}$$

- 9.22. Куля летить горизонтально і потрапляє в тіло, яке висить на невагомому стержні, і застрягає в ньому. Маса кулі m в 1000 разів менша від маси тіла M . Віддаль від центра тіла до точки підвісу стержня $l = 1 \text{ м}$. Знайти швидкість кулі v , якщо відомо, що стержень з тілом відхилився від удару кулі на кут $\alpha = 10^\circ$.

$$\text{Відповідь: } v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gl(1-\cos \alpha)}$$

- 9.23. У балістичний маятник, що має масу $M = 5 \text{ кг}$, потрапляє куля масою $m = 10 \text{ г}$ і застрягає в ньому. Знайти швидкість кулі v , якщо маятник після удару піднявся на висоту $h = 10 \text{ см}$.

$$\text{Відповідь: } v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh}$$

- 9.24. Куля, рухаючись горизонтально, потрапляє в балістичний маятник масою $M = 5 \text{ кг}$. Після непружного удару маятник піднявся на $h = 7 \text{ см}$. З якою швидкістю v рухалася куля, якщо її маса $m = 10 \text{ г}$?

$$\text{Відповідь: } v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh}$$

- 9.25. Куля, що має масу $m = 10 \text{ г}$ і швидкість $v = 600 \text{ м/с}$, потрапляє в балістичний маятник масою $M = 5 \text{ кг}$ і застрягає в ньому. На яку висоту h після удару піднявся маятник?

$$\text{Відповідь: } h = \frac{m^2 v^2}{2g(M+m)^2}$$

- 9.26. Куля, що має масу m , вдаряється у балістичний маятник масою M і застрягає в ньому. Яка частка кінетичної енергії кулі перейде в теплоту?

$$\text{Відповідь: } \frac{\Delta E}{E_k} = 1 - \frac{m}{M+m}$$

- 9.27. Люстра, що має масу $m = 100 \text{ кг}$, висить на металічному ланцюгу, довжина якого $l = 5 \text{ м}$. На яку висоту можна відхилити люстру, щоб при наступних коливаннях ланцюг не розірвався. Відомо, що розрив настає при силі натягу $F = 2 \text{ кН}$.

$$\text{Відповідь: } h = \frac{(F - mg) \cdot l}{2mg}$$

- 9.28. Велосипедист повинен проїхати по “чортовому колесу”, радіус якого $R = 8 \text{ м}$. З якої висоти він повинен почати рух, щоб не впасти у верхній точці колеса?

$$\text{Відповідь: } h = 2R + R/2$$

- 9.29. Велосипедист скочується з висоти H по треку “чортове колесо”. Знайти силу тиску велосипедиста на трек як функцію кута між

радіус-вектором і вертикаллю. Зробити розрахунок для випадку, коли велосипедист скочується з мінімальної висоти.

$$\text{Відповідь: } N = 3mg(1 + \cos \alpha) = 6mg \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

- 9.30. Мотоцикліст їде по горизонтальній дорозі. Якої найменшої швидкості він повинен досягти, щоби, виключивши мотор, проїхати по треку, що має форму “мертвої петлі (чортового колеса)” з радіусом $R = 4 \text{ м}$? Тертям знехтувати.

$$\text{Відповідь: } v_0 = \sqrt{5gR}$$

- 9.31. На вершині гладенької поверхні з радіусом $R = 0,5 \text{ м}$ є шайба масою $m = 10 \text{ г}$. Шайба почала ковзати по поверхні сфери під дією горизонтально спрямованого короткочасного імпульсу сили $F \cdot \Delta t = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{с}$. На якій відстані H від основи півсфери шайба відірветься від її поверхні?

$$\text{Відповідь: } H = \frac{(F \cdot \Delta t)^2}{3m^2 g} + \frac{2}{3} R$$

- 9.32. Знайти середню корисну потужність при пострілі із гладкоствольної рушниць, коли відомо, що куля масою m вилітає зі ствола з швидкістю v_0 , а довжина ствола l (тиск порохових газів у стволі при русі кулі вважати сталим).

$$\text{Відповідь: } N_k = \frac{m v_0^3}{4l}$$

- 9.33. На автомобіль, що має масу $M = 10^3 \text{ кг}$, під час руху діє сила тертя $F_{\text{тер}} = 0,1 \text{ Мг}$. Яку масу бензину m втрачає двигун автомобіля для того, щоб на шляху $S = 0,5 \text{ км}$ збільшити швидкість свого руху від $v_1 = 10 \text{ км/год}$ до $v_2 = 40 \text{ км/год}$? К. к. д. двигуна $\eta = 0,2$, питома теплота згоряння бензину $q = 4,6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$.

$$\text{Відповідь: } m = \frac{\frac{M}{2} (v_2^2 - v_1^2) + F_{\text{тер}} S}{\eta \cdot q}$$

- 9.34. Коефіцієнт тертя між тілом і площиною, яка нахилена під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, дорівнює $k = 0,2$. На яку висоту підніметься це тіло, ковзаючи по похилій площині, якщо воно буде мати біля основи швидкість $v_0 = 10 \text{ м/с}$, що направлена вгору вздовж площини? Якою буде швидкість тіла v_1 , коли воно повернеться у нижню вихідну точку свого руху?

$$\text{Відповідь: } h = \frac{v_0^2}{2g(k \cdot \operatorname{ctg} \alpha + 1)};$$

$$v_1 = \sqrt{2gh(1 - \operatorname{ctg} \alpha)}$$

- 9.35. Тіло, що має масу $m = 3 \text{ кг}$ і початкову швидкість $v_0 = 0$, ковзає по похилій площині, висота якої $h = 0,5 \text{ м}$ і довжина $l = 1 \text{ м}$, приходить до основи площини зі швидкістю $v = 2,45 \text{ м/с}$. Знайти коефіцієнт тертя k між тілом та площиною і кількість тепла Q , яке виділилося при терті.

$$\text{Відповідь: } k = \frac{v^2}{2gl \cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha; \quad Q = mgh - \frac{mv^2}{2}$$

- 9.36. Тіло, що має масу $m = 1 \text{ кг}$, ковзає спочатку по похилій площині, висота якої $h = 1 \text{ м}$ і довжина $l = 10 \text{ м}$, а потім по горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя на всьому шляху $k = 0,05$. Знайти: а) кінетичну енергію тіла біля основи похилої площини E_k ; б) швидкість v тіла біля основи площини; в) віддаль S , яку пройшло тіло по горизонтальній поверхні до зупинки.

$$\text{Відповідь: } E_k = mg(h - kl \cos \alpha);$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}; \quad S = \frac{E_k}{kmg}$$

- 9.37. Знайти роботу піднімання (підняття) вантажу по похилій площині і його середню потужність, якщо він має масу $m = 100 \text{ кг}$; довжина похилої площини $l = 2,0 \text{ м}$, кут її нахилу до горизонту $\alpha = 30^\circ$, коефіцієнт тертя $k = 0,1$, прискорення

вантажу $a = 1 \text{ м/с}^2$. Біля основи похилої площини вантаж був нерухомий.

$$\text{Відповідь: } A = ml(a + g \sin \alpha + k g \cos \alpha);$$

$$N_c = \frac{A}{\sqrt{2l/a}}$$

- 9.38. Брусок ковзає спочатку по похилій площині завдовжки $l = 42 \text{ см}$ і заввишки $h = 7 \text{ см}$, а потім по горизонтальній площині, після цього зупиняється. Знайти коефіцієнт тертя, вважаючи його всюди однаковим, якщо по горизонтальній площині брусок проходить до зупинки віддаль $S = 142 \text{ см}$.

$$\text{Відповідь: } k = \frac{h}{\sqrt{l^2 - h^2} + S}$$

- 9.39. Тіло, що має масу $m_1 = 2 \text{ кг}$ і рухається горизонтально зі швидкістю $v_1 = 5 \text{ м/с}$, наздоганяє інше тіло масою $m_2 = 0,5 \text{ кг}$ і непружно взаємодіє з ним. Яку швидкість одержать тіла, якщо:

а) друге тіло було нерухоме;

б) друге тіло рухалося зі швидкістю $v_2 = 0,5 \text{ м/с}$ у цьому ж напрямку, що і перше тіло;

в) друге тіло рухалося зі швидкістю $v_2 = 0,5 \text{ м/с}$ назустріч першому.

$$\text{Відповідь: } u_1 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}; \quad u_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

$$u_3 = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

- 9.40. Тіло, що має масу $m_1 = 2 \text{ кг}$ і швидкість $v_1 = 3 \text{ м/с}$, наздоганяє інше тіло масою $m_2 = 8 \text{ кг}$, що рухається зі швидкістю $v_2 = 1 \text{ м/с}$. Вважаючи удар центральним, знайти швидкість u_1 і u_2 тіл після удару, якщо: а) удар непружний; б) удар пружний.

$$\text{Відповідь: } u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

- 9.41. Залізнична платформа, маса якої разом з гарматою M , рухається із швидкістю v вздовж осі абсцис. Ствол гармати утворює з цією віссю кут α . Снаряд масою m вилітає із гармати зі швидкістю v_1 в цю ж сторону, куди рухається платформа. Знайти швидкість платформи після пострілу. При якій початковій швидкості платформи v' вона після пострілу зупиниться? Вважати: $M = 10^4$ кг, $m = 120$ кг, $v = 6,0$ м/с, $v_1 = 900$ м/с, $\alpha = 30^\circ$.

Відповідь: $u = \frac{(M + m)v - m v_1 \cos \alpha}{M}$;

$$v' = \frac{m v_1 \cos \alpha}{M + m}$$

- 9.42. Із гармати, яка вільно ковзає по похилій площині і пройшла уже шлях l , здійснюється постріл у горизонтальному напрямку. Якою має бути швидкість снаряду v для того, щоб гармата зупинилася після пострілу? Вважати відомими масу снаряда m , масу гармати M ($M \gg m$) і кут α нахилу площини до горизонту.

Відповідь: $v = \frac{M}{m} \frac{\sqrt{2gl \sin \alpha}}{\cos \alpha}$

- 9.43. Снаряд, що має масу $m_1 = 100$ кг, летить горизонтально вздовж залізничної колії зі швидкістю $v_1 = 500$ м/с і потрапляє у вагон з піском, маса якого $m_2 = 10^4$ кг, застрягаючи в ньому. Яку швидкість u одержить вагон, якщо:

- вагон був нерухомий;
- вагон рухався зі швидкістю $v_2 = 10$ м/с у цьому ж напрямку, що і снаряд;
- вагон рухався із швидкістю $v_2 = 10$ м/с у напрямку, протилежному до руху снаряда.

Відповідь: $u_1 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$;

$$u_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

$$u_3 = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

- 9.44. На рейках стоїть платформа, що має масу $m_1 = 10^4$ кг. На платформі закріплено гармату, маса якої $m_2 = 5 \cdot 10^3$ кг, з якої здійснюється постріл вздовж рейок. Маса кулі $m_3 = 100$ кг, її початкова швидкість відносно гармати $v_0 = 500$ м/с. Знайти швидкість u платформи в перший момент після пострілу, якщо:
 а) платформа була нерухома; б) платформа рухалася зі швидкістю $v = 5$ м/с, і постріл було зроблено в напрямку руху;
 в) платформа рухалася зі швидкістю $v = 5$ м/с, і постріл було зроблено в напрямку, протилежному до її руху.

Відповідь: $u_1 = \frac{m_3 v_0}{m_1 + m_2};$

$$u_2 = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)v - m_3(v_0 + v)}{m_1 + m_2};$$

$$u_3 = -\frac{(m_1 + m_2 + m_3)v + m_3(v_0 - v)}{m_1 + m_2}$$

- 9.45. Тіло масою m , ковзаючи з гори, що має висоту h , зупиняється. Яку роботу треба виконати, щоб підняти це тіло назад на гору?

Відповідь: $A = 2mgh$

- 9.46. Яку корисну роботу можна одержати при ковзанні тіла масою m з гори, що має довжину основи L і висоту H , якщо коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею гори дорівнює k ?

Відповідь: $A = mg(H - kL)$

- 9.47. Поїзд масою $m = 5 \cdot 10^5$ кг, рухається вгору зі швидкістю $v = 30$ км/год. Коефіцієнт тертя $k = 0,002$. Знайти потужність, яку розвиває локомотив поїзда, якщо нахил дороги становить 10 м на 1000 м шляху.

Відповідь: $N = mgv(\sin \alpha + k \cos \alpha)$

- 9.48. Танк, маса якого $m = 15 \cdot 10^3 \text{ кг}$ і потужність $N = 368 \text{ кВт}$, піднімається вгору з нахилом $\alpha = 30^\circ$. Яку максимальну швидкість може розвинути танк?

$$\text{Відповідь: } v = \frac{N}{mg \sin \alpha}$$

- 9.49. Поїзд, що має масу $m = 6 \cdot 10^5 \text{ кг}$, відійшовши від станції на $s = 2,5 \text{ км}$, набуває швидкості $v = 60 \text{ км/год}$. Якої середньої потужності набуває локомотив, якщо коефіцієнт тертя $k = 0,05$?

$$\text{Відповідь: } N = \frac{mv}{2} \left(\frac{v^2}{2s} + kg \right)$$

- 9.50. Камінь кинули під кутом $\alpha = 60^\circ$ до площини горизонту. Кінетична енергія каменя у початковий момент часу дорівнює $E_0 = 20 \text{ Дж}$. Знайти кінетичну і потенціальну енергію каменя у найвищій точці його траєкторії. Опором повітря знехтувати.

$$\text{Відповідь: } E_k = E_0 \cos^2 \alpha; \quad E_n = E_0 \sin^2 \alpha$$

- 9.51. На штовхання ядра, кинутого під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, затрачено роботу $A = 216 \text{ Дж}$. Через який час t і на якій віддалі s від місця кидання ядро впаде на землю. Маса ядра $m = 2 \text{ кг}$.

$$\text{Відповідь: } t = \frac{2 \sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2A}{m}}; \quad s = \frac{2A \sin 2\alpha}{m g}$$

- 9.52. На Землю з дуже далекої віддалі падає метеорит, що має масу $m = 10^3 \text{ кг}$. Знайти його кінетичну енергію E_k на віддалі $h = 200 \text{ км}$ від поверхні Землі. Вважати, що початкова швидкість метеорита дорівнює нулю.

$$\text{Відповідь: } E_k = \frac{mgR}{1 + h/R}, \text{ де } R - \text{радіус Землі}$$

- 9.53. Супутник, що має масу $m = 12 \cdot 10^3 \text{ кг}$, обертається по коловій орбіті навколо Землі, маючи кінетичну енергію $E_k = 5,4 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$. З якою швидкістю і на якій висоті обертається супутник?

$$\text{Відповідь: } v = \sqrt{\frac{2E}{m}}, \quad h = R \left(\frac{mg_0 R}{2E} - 1 \right),$$

де g_0 – прискорення вільного падіння на поверхні Землі; R – радіус Землі

- 9.54. На яку віддаль h віддалиться від поверхні Землі ракета, початкова швидкість якої $v = 9 \text{ км/с}$?

$$\text{Відповідь: } h = \frac{v^2 R}{2gR - v^2}$$

- 9.55. Людина стоїть у центрі лави Жуковського і ловить рукою м'яч, що летить в горизонтально зі швидкістю $v = 20 \text{ м/с}$. Траєкторія м'яча лежить на віддалі $r = 0,8 \text{ м}$ від вертикальної осі обертання лави. З якою кутовою швидкістю почне обертатися лави Жуковського з людиною, яка зловила м'яч, якщо сумарний момент інерції J людини і лави дорівнює $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Маса м'яча $m = 0,4 \text{ кг}$.

$$\text{Відповідь: } \omega = \frac{mvR}{J + mr^2}$$

- 9.56. На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стержень, завдовжки $l = 2,4 \text{ м}$ і маса $m = 8 \text{ кг}$, вертикально вздовж осі лави. Лави з людиною обертається з частотою $n_1 = 1 \text{ об/с}$. З якою частотою n_2 буде обертатися лави з людиною, якщо вона поверне стержень в горизонтальному положенні? Сумарний момент інерції людини і лави $J = 6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

$$\text{Відповідь: } n_2 = \frac{Jn_1}{J + \frac{1}{12}ml^2}$$

- 9.57. Платформа у вигляді диска, радіус якого $R = 1,5 \text{ м}$ і маса $m_1 = 180 \text{ кг}$, обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою $n = 10 \text{ хв}^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина, маса якої $m_2 = 60 \text{ кг}$. Яку лінійну швидкість відносно підлоги буде мати людина, якщо вона перейде на край платформи?

$$\text{Відповідь: } v = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} \cdot 2\pi \cdot nR$$

- 9.58. Людина, яка має масу $m_0 = 60 \text{ кг}$, перебуває на нерухомій платформі масою $m = 100 \text{ кг}$. З якою частотою n буде обертатися платформа, якщо людина буде рухатися по колу, радіус якого $r = 5 \text{ м}$, навколо осі обертання? Швидкість руху людини відносно платформи $v_0 = 4 \text{ км/год}$. Радіус платформи $R = 10 \text{ м}$.

Вважати платформу однорідним диском, а людину точковою масою.

$$\text{Відповідь: } \eta = \frac{m_0 r v_0}{2\pi \left(\frac{m R^2}{2} + m_0 r^2 \right)}$$

- 9.59. Знайти лінійні прискорення a центрів мас кулі, диска і обруча, які скочуються без ковзання з похилої площини. Кут нахилу площини $\alpha = 30^\circ$, початкова швидкість всіх тіл $v_0 = 0$. Порівняти знайдені прискорення з прискоренням тіла, яке ковзає з похилої площини при відсутності тертя.

$$\text{Відповідь: } a_1 = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{J}{R^2}}; \quad a_2 = g \sin \alpha$$

- 5.60. Стержень має довжину $l = 1,5 \text{ м}$ і масу $M = 10 \text{ кг}$, може обертатися навколо нерухомої осі, яка проходить через його верхній кінець. У середину стержня вдаряє куля масою $m = 10 \text{ г}$, що летить горизонтально зі швидкістю $v_0 = 500 \text{ м/с}$, і застрягає в ньому. На який кут φ відхилиться стержень після удару?

$$\text{Відповідь: } \cos \varphi = 1 - \frac{l \omega^2}{3g}, \text{ де } \omega = \frac{m v_0 r}{M l^2 / 3 + m r^2}$$

10. ЗРАЗКИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Контрольна робота з механіки № 1

Варіант № 1

1. Камінь падає з висоти $h = 1200$ м. Який шлях пройде камінь за останню секунду свого руху?
2. У горизонтальній площині обертається тягарець, який прив'язаний до нитки завдовжки $l = 25$ см. Натяг нитки $T = 2,4$ Н. Швидкість обертання тягарця відповідає 2 об/с. Знайти масу тягарця.
3. Точка рухається по колу, радіус якого $R = 10$ см з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . Знайти це прискорення, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберта після початку руху швидкість точки $v = 79,2$ см/с.
4. Автомобіль, що має масу $m = 10^3$ кг, рухається по опуклому мосту, радіус кривизни якого $R = 50$ м із швидкістю $v = 36$ км/год. З якою силою тисне автомобіль на середину моста? Яку швидкість повинен мати автомобіль, щоб у верхній точці моста сила тиску його дорівнювала нулю?
5. Із гармати, що має масу $5 \cdot 10^3$ кг вилітає снаряд масою 100 кг. Його кінетична енергія при вильоті дорівнює $7,5 \cdot 10^6$ Дж. Яку кінетичну енергію одержує гармата внаслідок віддачі?
6. Яку кількість бензину витрачає двигун автомобіля на шляху 100 км, якщо при середній потужності двигуна у 15 к.с. середня швидкість його руху дорівнює 30 км/год? К.к.д. двигуна 22% . Теплотворність бензину $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг (1 к.с. = 736 Вт).

Варіант № 2

1. Камінь кинули вертикально вгору (вверх) з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. Через який час камінь буде знаходитися на висоті $h = 15$ м? Опором повітря знехтувати. Вважати $g = 10$ м/с².

2. До стелі трамвайного вагона підвісили на нитці кулю. Вагон рухається із швидкістю 9 км/год по дузі, радіус якої дорівнює $36,4 \text{ м}$. На який кут відхилиться при цьому нитка з кулею.
3. Точка рухається по колу, радіус якого $R = 10 \text{ см}$, з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . Знайти нормальне прискорення a_n точки через $t = 20 \text{ с}$ після початку руху, якщо відомо, що до кінця п'ятого оберта після початку руху лінійна швидкість точки дорівнює $v = 10 \text{ см/с}$.
4. Кульку, що має масу m і висить на нитці, відхилили від положення рівноваги на кут $\alpha = 90^\circ$ і відпустили. Якою має бути міцність нитки, щоб кулька її не обірвала? Масою нитки знехтувати.
5. З башти, що має висоту $H = 25 \text{ м}$, горизонтально кинули камінь із швидкістю $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Знайти кінетичну і потенціальну енергію каменя через одну секунду після початку руху. Чому дорівнює повна енергія каменя? Маса каменя $m = 0,2 \text{ кг}$. Опором повітря знехтувати.
6. Тіло, що має масу $m = 3 \text{ кг}$, рухається із швидкістю $v_1 = 4 \text{ м/с}$ і ударяється з нерухомим тілом такої ж маси. Вважаючи удар центральним і непружним, знайти кількість теплоти, яка виділилася при ударі.

Варіант № 3

1. З якої висоти h впало тіло, якщо останній метр свого шляху воно пройшло за час $t = 0,1 \text{ с}$?
2. Камінь, прив'язаний до нитки, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти масу каменя, якщо відомо, що різниця між максимальним і мінімальним натягом нитки дорівнює 10 Н .
3. З яким максимальним періодом можна рівномірно обертати у вертикальній площині кульку, прив'язану до нитки завдовжки

$l = 2,45 \text{ м}$? Визначити максимальний натяг нитки. Маса кульки 10 г .

4. Колесо, що має радіус $R = 10 \text{ см}$, обертається з постійним кутовим прискоренням $\beta = 3,14 \text{ рад/с}^2$. Знайти для точок на ободі колеса до кінця першої секунди після початку руху: 1) кутову швидкість; 2) лінійну швидкість; 3) тангенціальне прискорення; 4) нормальне прискорення; 5) повне прискорення; 6) кут, який утворює напрям повного прискорення з радіусом кола.
5. Яку роботу слід виконати, щоб змусити рухоме тіло масою 2 кг : 1) збільшити свою швидкість від 2 м/с до 5 м/с ; 2) зупинитися при початковій швидкості 8 м/с ?
6. Автомобіль вагою $9,8 \cdot 10^3 \text{ Н}$ рухається під гору (вниз) при виключеному двигуні із постійною швидкістю 54 км/год . Нахил гори дорівнює 4 м на кожні 100 м шляху. Яку потужність повинен мати двигун цього автомобіля, щоб він рухався вгору з тією ж швидкістю.

Варіант № 4

1. З балкона кинули м'яч вертикально вгору з початковою швидкістю $v_0 = 5 \text{ м/с}$. Через $t = 2 \text{ с}$ м'яч впав на землю. Знайти висоту балкона над землею і швидкість м'яча в момент удару об землю.
2. Кулька, яка прив'язана до нитки завдовжки 30 см , описує в горизонтальній площині коло, радіус якого 15 см . Якому числу обертів за хвилину відповідає швидкість обертання кульки?
3. Точка рухається по колу, що має радіус $R = 20 \text{ см}$, з постійним тангенціальним прискоренням $a_\tau = 5 \text{ см/с}^2$. Через який час t після початку руху нормальне прискорення a_n точки буде:
а) дорівнювати тангенціальному; б) у два рази більшим від тангенціального?

4. Вагон масою в $20 \cdot 10^3 \text{ кг}$, рухаючись рівносповільнено, під дією сили тертя в $6 \cdot 10^3 \text{ Н}$, через деякий час зупиняється. Початкова швидкість вагона дорівнює 54 км/год . Знайти: 1) роботу сили тертя; 2) віддаль, яку вагон пройшов до зупинки.
5. Снаряд вагою 980 Н , який летить горизонтально вздовж залізничної колії із швидкістю 500 м/с , потрапляє у вагон з піском вагою 10 т і застрягає в ньому. Яку швидкість одержить вагон, якщо: 1) вагон стояв нерухомо; 2) вагон рухався із швидкістю 36 км/год у тому ж напрямку, що і снаряд; 3) вагон рухався із швидкістю 36 км/год в напрямку, протилежному до руху снаряда?
6. Барабан сушильної машини діаметром $1,96 \text{ м}$ обертається з кутовою швидкістю $\omega = 20 \text{ рад/с}$. Визначити у скільки разів сила F , з якою тканина притискується до стінки, більша від сили тяжіння P ? Знайти величину і напрямок рівнодійної сили інерції і сили тяжіння.

Контрольна робота з механіки № 2

Варіант № 1

1. Махове колесо, момент інерції якого $J = 245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, обертається з частотою $n = 20 \text{ об/с}$. Через $t = 1 \text{ хв}$ після того, як на колесо перестав діяти момент сил M , воно зупинилося. Знайти момент сили тертя $M_{\text{тр}}$ і число обертів N , які зробило колесо до повної зупинки. Колесо вважати однорідним диском.
2. На барабан з радіусом $R = 20 \text{ см}$, момент інерції якого $J = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, намотано шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою $m = 0,5 \text{ кг}$. До початку обертання барабана висота вантажу над підлогою $h = 1 \text{ м}$. Через який час t вантаж опуститься до підлоги? Знайти кінетичну енергію вантажу в момент удару до підлоги і силу натягу нитки T . Тертям знехтувати.

3. Хлопець котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю $v = 7,2 \text{ км/год}$. На яку віддаль l може викотитися обруч на гірку за рахунок його кінетичної енергії. Нахил гірки (похилої площини) дорівнює 10 м на кожні 100 м шляху.
4. Обруч діаметром $D = 56,5 \text{ см}$ висить на цвяху, який забито в стіну, і здійснює малі коливання в площині, що паралельна до стіни. Знайти період коливань T обруча.
5. Знайти доцентрове прискорення a_n , з яким рухається по коловій орбіті штучний супутник Землі, що знаходиться на висоті $h = 200 \text{ км}$ від поверхні Землі.
6. З якою лінійною швидкістю v буде рухатися штучний супутник Землі по коловій орбіті: а) біля поверхні Землі; б) на висоті $h = 200 \text{ км}$ від поверхні Землі? Знайти період обертання T супутника Землі при цих умовах.
7. Вантаж з масою $m = 0,5 \text{ кг}$, що прив'язаний до гумового шнура завдовжки $l_0 = 9,5 \text{ см}$, відхиляють на кут $\alpha = 90^\circ$ і відпускають. Знайти довжину l гумового шнура в момент проходження вантажем положення рівноваги. Коефіцієнт пружності шнура $k = 1 \text{ кН/м}$.

Варіант № 2

1. До ободу однорідного диска радіусом $R = 0,2 \text{ м}$ прикладена дотична сила $F = 98,1 \text{ Н}$. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 4,9 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Знайти масу m диска, якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням $\beta = 100 \text{ 1/с}^2$.
2. Два вантажі з масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані ниткою, яку перекинуто через блок масою $m = 1 \text{ кг}$. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і сили натягу ниток T_1 і T_2 , до яких

підвішені вантажі. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

3. Диск масою $m = 2 \text{ кг}$ котиться без ковзання по горизонтальній площині із швидкістю $v = 4 \text{ м/с}$. Знайти кінетичну енергію диска.
4. Горизонтальна платформа масою $M = 100 \text{ кг}$ обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через її центр, з частотою $n_1 = 10 \text{ об/с}$. Людина масою $m = 60 \text{ кг}$ стоїть при цьому на краю платформи. З якою частотою n_2 почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центра? Вважати платформу однорідним диском, а людину – точковою масою.
5. Космічна ракета летить на Місяць. У якій точці прямої, яка з'єднує центри мас Місяця і Землі, ракета буде притягуватися Землею і Місяцем з однаковою силою?
6. Знайти першу і другу космічні швидкості для Місяця.
7. Знайти роботу A , яку потрібно виконати, щоб стиснути пружину на $\Delta l = 20 \text{ см}$, якщо відомо, що сила F пропорційна стиску Δl і коефіцієнт пружності пружинив $k = 2,94 \text{ кН/м}$.

Варіант № 3

1. Однорідний диск радіусом $R = 0,2 \text{ м}$ і масою $m = 5 \text{ кг}$ обертається навколо осі, яка проходить через його центр перпендикулярно до його площини. Залежність кутової швидкості ω обертання диска від часу t задається рівнянням $\omega = A + Bt$, де $B = 8 \text{ рад/с}^2$. Знайти дотичну силу F , прикладену до обода диска. Тертям знехтувати.
2. На барабан масою $m_1 = 9 \text{ кг}$ намотано шнур, до кінця якого прив'язано вантаж масою $m_2 = 2 \text{ кг}$. Знайти прискорення вантажу. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.

3. Диск діаметром $D = 60 \text{ см}$ і масою $m = 1 \text{ кг}$ обертається навколо осі, що проходить через центр перпендикулярно до його площини, з частотою $n = 20 \text{ об/с}$. Яку роботу A треба виконати, щоб зупинити диск?
4. Горизонтальна платформа масою $m = 80 \text{ кг}$ і радіусом $R = 1 \text{ м}$ обертається з частотою $n_1 = 20 \text{ об/с}$. У центрі платформи стоїть людина і тримає в розставлених руках гирі. З якою частотою n_2 буде обертатися платформа, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від $0,96 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $0,48 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Вважати платформу однорідним диском.
5. Порівняти прискорення вільного падіння біля поверхні Місяця g_M з прискоренням вільного падіння біля поверхні Землі g_3 .
6. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від висоти h над поверхнею Землі. На якій висоті h прискорення вільного падіння g_h складає $0,25$ прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі?
7. Вантаж масою $m = 1 \text{ кг}$ падає на чашку терезів з висоти $H = 10 \text{ см}$. Який показ терезів F у момент удару, якщо після заспокоєння коливань чашка терезів опустилася на $h = 9,5 \text{ м}$?

Варіант № 4

1. До обода колеса радіусом $0,5 \text{ м}$ і масою $m = 50 \text{ кг}$ прикладена дотична сила $F = 98,1 \text{ Н}$. Знайти кутове β прискорення колеса. Через який час t після початку дії сили колесо буде мати частоту обертання $n = 100 \text{ об/с}$. Колесо вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

2. На барабан радіусом $R = 0,5 \text{ м}$ намотано шнур, до кінця якого прив'язали вантаж масою $m = 10 \text{ кг}$. Знайти момент інерції барабана, якщо відомо, що вантаж опускається з прискоренням $a = 2,04 \text{ м/с}^2$.
3. Знайти кінетичну енергію велосипедиста, що їде зі швидкістю $v = 9 \text{ км/год}$. Маса велосипедиста разом з велосипедом $m = 78 \text{ кг}$, при цьому на колеса припадає маса $m_0 = 3 \text{ кг}$. Колеса велосипеда вважати обручами.
4. Людина масою $m = 60 \text{ кг}$ перебуває на нерухомій платформі масою $M = 100 \text{ кг}$. З якою частотою n буде обертатися платформа, якщо людина буде рухатися по колу з радіусом $r = 5 \text{ м}$ навколо осі обертання? Швидкість руху людини відносно платформи $v_0 = 4 \text{ км/год}$. Радіус платформи $R = 10 \text{ м}$. Вважати платформу однорідним диском, а людину – точковою масою.
5. Знайти другу космічну швидкість (для Землі).
6. Знайти лінійну швидкість v руху Землі по коловій орбіті.
7. Хлопець, стріляючи з рогатки, натягнув гумовий шнур так, що його довжина стала більша на $\Delta l = 10 \text{ м}$. З якою швидкістю v полетів камінь масою $m = 20 \text{ кг}$? Коефіцієнт пружності для шнура $k = 1 \text{ кН/м}$.

Контрольна робота № 3

Варіант № 1

1. До якої висоти h потрібно налити воду у циліндричну посудину радіусом R , щоб сумарна сила її дії на бічну поверхню зрівнялася із силою дії води на дно?

2. Якої найбільшої швидкості v може досягнути дощова крапля діаметром $d = 0,3$ мм, якщо динамічна в'язкість повітря $\eta = 1,2 \cdot 10^{-5}$ Па·с?
3. Знайти довжину l мідної дротини, яка розірветься під дією сили тяжіння (якщо її підвісити вертикально).
4. Учень, стріляючи із рогатки, натягнув гумовий шнур так, що його довжина збільшилася на $\Delta l = 10$ см. З якою швидкістю полетів камінь масою $m = 20$ г? Жорсткість шнура $k = 10^3$ Н/м.
5. Амплітуда гармонічного коливання $A = 5$ см, період $T = 4$ с. Знайти максимальну швидкість $v_{\max}$ і максимальне прискорення $a_{\max}$ точки, яка здійснює коливання.
6. Амплітуда затухаючих коливань математичного маятника за час $t = 1$ хв зменшилась удвічі. У скільки разів зменшиться амплітуда за час $t = 3$ хв?
7. Знайти різницю фаз $\Delta\phi$ коливань двох точок, які перебувають від джерела коливань на віддаль $l_1 = 10$ м і $l_2 = 16$ м. Період коливань $T = 0,04$ с; швидкість поширення $c = 300$ м/с.

Варіант № 2

1. Прикраса і сплаву золота ($\rho_1 = 19300$ кг/м³) і срібла ($\rho_2 = 10500$ кг/м³) важить у повітрі $P_1 = 3$ Н, а у воді $P_2 = 2,74$ Н. Визначити маси золота і срібла у прикрасі. Густиною повітря знехтувати. Вважати, що об'єм під час сплавлення не змінюється.
2. Стальна кулька діаметром $d = 1$ мм падає з постійною швидкістю $v = 0,185$ см/с у великій посудині, яка заповнена касторовим маслом. Знайти динамічну в'язкість η касторового масла.

3. До сталльної дротини радіусом $r = 1 \text{ мм}$ підвішений вантаж масою $m = 100 \text{ кг}$. На який найбільший кут α можна відхилити дротину з вантажем, щоби вона не розірвалася при проходженні цим вантажем положення рівноваги?
4. З якою швидкістю v рухався вагон масою $m = 2 \cdot 10^4 \text{ кг}$, якщо при ударі об перешкоду кожен буфер стиснувся на $l = 10 \text{ см}$? Жорсткість пружини кожного буфера $k = 10^6 \text{ Н/м}$.
5. Рівняння руху точки задається рівнянням $x = \sin \frac{\pi}{6} t$. Знайти моменти часу, в яких досягається максимальна швидкість і максимальне прискорення.
6. Знайти логарифмічний декремент затухання δ математичного маятника, якщо за час $t = 1 \text{ хв}$ амплітуда коливань зменшилася у 2 рази. Довжина маятника $l = 1 \text{ м}$.
7. Знайти різницю фаз $\Delta \varphi$ коливань двох точок, які лежать на промені і розміщені на віддалі $l = 2 \text{ м}$ одна від одної, якщо довжина хвилі $\lambda = 1 \text{ м}$.

Варіант № 3

1. Аеростати наповнюють воднем ($\rho_1 = 0,09 \text{ кг/м}^3$) або гелієм ($\rho_2 = 0,18 \text{ кг/м}^3$). На скільки відсотків підймальна сила наповненого воднем аеростата більша, ніж після заповнення гелієм? Густина повітря $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$.
2. Суміш свинцевого дроби з діаметрами $d_1 = 3 \text{ мм}$ і $d_2 = 1 \text{ мм}$ опустили в бак з гліцерином заввишки $h = 1 \text{ м}$. На скільки пізніше впадуть на дно кульки меншого діаметра порівняно з кульками більшого діаметра? Динамічна в'язкість гліцерину $\eta = 1,47 \text{ Па}\cdot\text{с}$.
3. До сталльної дротини завдовжки $l = 50 \text{ см}$ і діаметром $d = 1 \text{ мм}$ прив'язаний вантаж масою $m = 1 \text{ кг}$. З якою частотою n можна

рівномірно обертати у вертикальній площині цю дротину з вантажем, щоб вона не розірвалася?

4. Вантаж масою $m = 1 \text{ кг}$ падає на чашку терезів з висоти $H = 10 \text{ см}$. Який показ терезів F у момент удару, якщо після заспокоєння коливань чашка терезів опустилася на $h = 0,5 \text{ см}$?
5. Точка здійснює гармонічне коливання. Період коливань $T = 2 \text{ с}$, амплітуда $A = 50 \text{ мм}$, початкова фаза $\varphi = 0$. Знайти швидкість v точки в момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги $x = 25 \text{ мм}$.
6. Логарифмічний декремент затухання математичного маятника $\delta = 0,2$. У скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника?
7. Знаючи, що середня квадратична швидкість молекул двохатомного газу $v = 461 \text{ м/с}$, знайти швидкість c поширення звуку в газі.

Варіант № 4

1. Кулька, зроблена з корка, радіус якої $r = 5 \text{ мм}$, спливає в посудині, заповненій касторовим маслом. Знайти динамічну та кінематичну в'язкість касторового масла, якщо кулька спливає із сталою швидкістю $v = 3,5 \text{ см/с}$.
2. Однорідний мідний стержень завдовжки $l = 1 \text{ м}$ рівномірно обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через один із його кінців. При якій частоті обертання n стержень розірветься?
3. Знайти роботу A , яку треба виконати, щоб стиснути пружину на $l = 20 \text{ см}$, якщо відомо, що сила F пропорційна стику l і жорсткість пружини $k = 2,94 \text{ кН/м}$.

4. Рівняння коливальної матеріальної точки масою $m = 10 \text{ г}$ має вигляд $x = 5 \sin(\pi t / 5 + \pi / 4) \text{ см}$. Знайти максимальну силу $F_{\max}$, що діє на точку, і повну енергію цієї точки.
5. Період затухаючих коливань $T = 4 \text{ с}$; логарифмічний декремент затухання $\delta = 1,6$; початкова фаза $\varphi = 0$; зміщення точки $x = 4,5 \text{ см}$. Написати рівняння руху цього коливання.
6. Знайти швидкість c поширення звуку в двоатомному газі, якщо відомо, що при тиску $P = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ густина газу $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

11. ВИМОГИ ДО ІНДИВІДУАЛЬНОГО НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНИЦЬКОГО ЗАВДАННЯ

1. Індивідуальне навчально-дослідницьке завдання з предмету (надалі ІЗ) є видом позааудиторної самостійної роботи студента навчального, навчально-дослідницького чи проектно-конструкторського характеру, яке використовується у процесі вивчення програмного матеріалу навчального курсу і завершується разом зі складанням підсумкового іспиту чи заліку з даної навчальної дисципліни.

2. ІЗ має бути індивідуалізоване із врахуванням рівня творчих можливостей студента, його навчальних здобутків, інтересів, навчальної активності.

3. ІЗ має спрямовуватися на самостійне вивчення частини програмного матеріалу, систематизацію, поглиблення, узагальнення, закріплення та практичне застосування знань студента з предмету та розвиток навичок самостійної роботи.

4. ІЗ має бути завершеною теоретичною або практичною роботою з предмету, при виконанні якої використовуються знання, уміння і навички, отримані в процесі лекційних, семінарських, практичних та лабораторних занять з предмету.

5. ІЗ має бути сформульоване так, щоб виключити списування та дублювання робіт.

6. ІЗ повинно містити елементи пошукової роботи і виступати чинником залучення студентів до науково-дослідницької діяльності, яка може бути продовжена через виконання курсової, дипломної, магістерської роботи.

7. Приблизна тематика ІЗ затверджується на засіданні кафедри. Ця тематика може уточнюватися у процесі викладання предмету і переглядатися.

8. Орієнтовна структура ІЗ така:

- вступ
- теоретичне обґрунтування
- методи
- основні результати роботи

- висновки
- список використаної літератури

11.1. Конспект з теми (модуля) за заданим або власно розробленим планом.

11.2. Реферат з теми (модуля).

11.3. Розв'язування та складання розрахункових або практичних (наприклад, ситуативних) задач різного рівня з теми (модуля).

11.4. Розроблення моделей явищ, процесів, конструкцій.

11.5. Комплексний опис будови, властивостей, функцій, явищ, об'єктів.

11.6. Анотація прочитаної додаткової літератури з курсу, бібліографічний опис, історичні довідки.

11.7. Розроблення навчальних та діагностичних тестових завдань з предмету.

11.8. Створення позаурочних планів та конспектів уроків шкільних предметів на інноваційній основі.

Подання і захист ІЗ

13. Звіт про виконання ІЗ містить титульну сторінку (зразок її додається), змістове наповнення відповідно до п.7. Обсяг звіту – до 10 аркушів.

14. ІЗ подається викладачеві предмету не пізніше, ніж за два тижні до екзамену (заліку).

15. Можливий захист завдання шляхом усного звіту студента про виконану роботу.

16. Оцінка за ІЗ виставляється як частина сумарної модульної оцінки на останньому лекційному (практичному, семінарському, лабораторному) занятті з предмету на основі попереднього ознайомлення викладача зі змістом виконаного ІЗ.

12. ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗАВДАНЬ З МЕХАНІКИ

1. Розв'язування задач з кінематики матеріальної точки (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

2. Розв'язування задач з динаміки матеріальної точки (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

3. Розв'язування задач на закон збереження імпульсу (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

4. Розв'язування задач на закон збереження повної механічної енергії (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

5. Розв'язування задач на механічну роботу (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

6. Розв'язування задач на властивості пружно деформованих тіл (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

7. Розв'язування задач на рух тіл в полі сили тяжіння (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

8. Розв'язування задач на коливальні рухи тіл (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

9. Розв'язування задач з акустики (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

10. Розв'язування якісних задач з динаміки (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

11. Розв'язування якісних задач на закони збереження (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

12. Підібрати, описати та пояснити досліди з механіки, які можна використати при проведенні шкільного вечора „Цікава фізика”.

13. Відкриття з механіки на уроках фізики у 7 класі.

14. Відкриття з механіки (його зміст, відомості про вченого, значення цього відкриття та його вплив на подальший розвиток фізики) на уроках фізики у 9-му класі.

15. Підібрати та описати корисні поради, які можна використати на заняттях технічного гуртка, що ґрунтуються на законах механіки.

16. Описати методи визначення прискорення вільного падіння (зробити висновки про їх переваги та недоліки);

17. Описати переваги та недоліки відомих методів визначення модуля Юнга.

18. Описати експериментальні методики, які можна використати при вивченні механіки обертового руху твердого тіла.

19. Описати переваги та недоліки відомих методів визначення швидкості звуку в різних середовищах.

20. Описати експериментальні методи дослідження коливань струни (зробити висновки про їх переваги та недоліки).

21. Розв'язування задач на закон збереження моменту імпульсу (підбір, складання, пояснення, малюнки, обчислення та висновки).

22. Аналіз експериментальних методів визначення коефіцієнта в'язкості рідин (теоретичні основи, простота методики, точність одержаних результатів).

23. Досліди, які можна використати при вивченні властивостей рухомої рідини.

24. Аналіз відомих методів визначення швидкості кулі (зробити висновки про їх переваги та недоліки).

25. Досліди, які можна використати при вивченні законів збереження (імпульсу, моменту імпульсу, енергії).

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Рекомендована література

Основна

1. Блашків В. С. Механіка. Тексти лекцій / В. С. Блашків, О. О. Даньків, Д. Д. Шуптар. Дрогобич : РВВ ДДПУ імені Івана Франка, 2009. 291 с.
2. Блашків В. С. Лабораторний практикум. Методичні рекомендації до лабораторного практикуму / В. С. Блашків, Р. М. Пелешак, М. Г. Станько, Д. Д. Шуптар. Дрогобич : РВВ ДДПУ, 2004. 111 с.
3. Бушок Г. Ф. Курс фізики. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка / Г. Ф. Бушок, Є. Ф. Венгер. Київ : Вища школа, 2002. 375 с.
4. Гаркуша І. П. Загальний курс фізики. Збірник задач / І. П. Гаркуша. Київ : Техніка, 2003. 560 с.
5. Дущенко В. П. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка / В. П. Дущенко, І. М. Кучерук. Київ : Вища школа, 1993. 540 с.
6. Кучерук І. М. Загальний курс фізики. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. Київ : Техніка, 2006. 536 с.
7. Фелінський Г. С. Загальна фізика / М-во освіти і науки України, Київський нац. ун-т ім. Т. Шевченка. Київ : Каравела, 2022. 656 с.
8. Фізичний практикум / За редакцією В. П. Дущенка. Київ : Вища школа, 1981. 248 с.
9. Чолпан П. П. Фізика. Вища школа. Київ. 2003. 576 с.
10. Яворський Б. М. Курс фізики / Б. М. Яворський, А. А. Детлаф, Л. В. Милковська. Київ : Вища школа, 1978/468 с.

Допоміжна

11. Блашків В. С. Закони збереження в механіці (теорія і задачі). Методичні матеріали до самостійної роботи / В. С. Блашків, О. О. Даньків, О. В. Кузик. Дрогобич : РВВ ДДПУ, 2009. – 122 с.
12. Блашків В. С. Механіка. Методичні матеріали до самостійної роботи. Частина 1 / В. С. Блашків, О. О. Даньків, Р. М. Пелешак, М. М. Шубак, Д. Д. Шуптар. Дрогобич : РВВ ДДПУ, 2008. 118 с.

13. Блашків В. С. Механіка. Методичні матеріали до самостійної роботи. Частина 2 / В. С. Блашків, О. О. Даньків, Р. М. Пелещак, М. М. Шубак, Д. Д. Шуптар. Дрогобич : РВВ ДДПУ, 2008. 158 с.
14. Богацька І. Г. Загальні основи фізики. Кн. 1. Механіка. Термодинаміка та молекулярна фізика / І. Г. Богацька, Д. Б. Головка. Київ : Либідь, 1998. 192 с.
15. Загальна фізика. Лабораторний практикум : навчальний посібник для педагогічних інститутів / за загальною редакцією І. Т. Горбачука. Київ : Вища школа, 1992. 509 с.
16. Нечволод М. К. Курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка : навчальний посібник / М. К. Нечволод, М. М. Голоденко, А. Ф. Прун. Київ : Просвіта, 2001. – 228 с.
17. Нечволод М. К. Курс фізики. Запитання і задачі : навчальний посібник / М. К. Нечволод, М. М. Голоденко, А. Ф. Прун. Київ : Просвіта, 2001. 232 с.

Інформаційні ресурси

1. Електронний архів наукових та освітніх матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського: <http://ela.kpi.ua/>
2. Науковий репозитарій Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича: <http://www.library.chnu.edu.ua/index.php?page=/ua/04fondy>
3. Електронний науковий архів Науково-технічної бібліотеки Національного університету “Львівська політехніка”: <http://ena.lp.edu.ua:8080/>
4. Мультидисциплінарний відкритий електронний архів ELibUkr-OA: <http://oa.elibukr.org/>

ДОДАТКИ

1. Десяткові префікси до назв одиниць

Множник	Позначення і найменування префікса	Приклад	Множник	Позначення і найменування префікса	Приклад
10^{12}	Т - тера	тераджоуль, ТДж	10^{-1}	д - деци	дециметр, дм
10^9	Г - гіга	гігабайт, Гбайт	10^{-2}	с - санти	сантиметр, см
10^6	М - мега	мегаом, МОм	10^{-3}	м - мілі	міліампер, мА
10^3	к - кіло	кілометр, км	10^{-6}	мк - мікро	мікрровольт, мкВ
10^2	г - гекто	гектоватт, гВт	10^{-9}	н - нано	наносекунда, нс
10^1	да - дека	декалітр, дал	10^{-12}	п - піко	пікофарад, пФ

2. Основні фізичні сталі

Маса спокою електрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Питомий заряд електрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Електрична стала	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 1,672 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Стала Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$

3. Густина (кг/м³)

<i>Тверді тіла (при температурі 15 - 20 °C)</i>			
Алюміній	2700	Мідь	8900
Залізо, сталь	7800	Нікель	8800
Золото	19300	Олово	7300
Корок	200	Платина	21400
Кухонна сіль	2200	Свинець	11300
Лід (0 °C)	900	Срібло	10500
<i>Рідини (при температурі 15 - 20 °C)</i>			
Бензин	700	Гліцерин	1200
Вода (+4 °C)	1000	Нафта	800
Вода морська	1030	Ртуть	13600
Гас	800	Спирт етиловий	790

4. Модулі пружності і межі міцності металів

Метал	Модуль пружності, ГПа	Межа міцності, МПа	Метал	Модуль пружності, ГПа	Межа міцності, МПа
Алюміній	70	100	Свинець	15	15
Мідь	120	400	Сталь (залізо)	205	500

5. Теплові властивості речовин

Тверді тіла

Речовина	Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	Температура плавлення, °С	Питома теплота плавлення, кДж/кг
Алюміній	880	660	380
Лід	2100	0	330
Свинець	131	327	25
Сталь	460	1400	82

Рідини

Речовина	Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	Температура кипіння, °С	Питома теплота пароутворення, кДж/кг
Вода	4200	100	2260
Ртуть	120	357	290
Спирт	2400	78	850

6. Питома теплота згоряння палива

Речовина	$q, \text{МДж/кг}$	Речовина	$q, \text{МДж/кг}$
Бензин	46	Гас	46
Дерево	10	Нафта	43
Дизельне паливо	42	Спирт	29

7. Коефіцієнт поверхневого натягу рідин, мН/м (при 20°C)

Вода	73	Розчин мила у воді	45
Вода (70 °C)	64	Ртуть	510
Гас	30	Спирт етиловий	22

8. Деякі астрономічні величини

Радіус і маса Землі	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}; 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радіус і маса Сонця	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}; 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Відстань між центрами Землі і Сонця	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Відстань між центрами Землі і Місяця	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

9. Деякі позасистемні величини

1 доба = 86400 с	1 рік = 365,25 діб = $= 3,16 \cdot 10^7 \text{ с}$	1 кал = 4,191 Дж
$1^\circ = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$	$1' = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$	$1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$
$1'' = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ рад}$	1 мм рт.ст. = $= 133,3 \text{ Па}$	$1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

10. Таблиця значень синусів і тангенсів

α	$\sin \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	α	$\sin \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	α	$\sin \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
0	0,0000	0,0000	31	0,5150	0,6009	61	0,8746	1,804
1	0,0175	0,0175	32	0,5299	0,6249	62	0,8829	1,881
2	0,0349	0,0349	33	0,5446	0,6494	63	0,8910	1,963
3	0,0523	0,0524	34	0,5592	0,6745	64	0,8988	2,059
4	0,06980	0,0699	35	0,5736	0,7002	65	0,9063	2,145
5	0,0872	0,0875	36	0,5878	0,7265	66	0,9135	2,246
6	0,1045	0,1051	37	0,6018	0,7536	67	0,9205	2,356
7	0,1219	0,1228	38	0,6157	0,7813	68	0,9272	2,475
8	0,1392	0,1405	39	0,6293	0,8098	69	0,9336	2,605
9	0,1564	0,1584	40	0,6428	0,8391	70	0,9397	2,747
10	0,1736	0,1763	41	0,6561	0,8693	71	0,9455	2,904
11	0,1908	0,1944	42	0,6691	0,9004	72	0,9511	3,078
12	0,2079	0,2126	43	0,6820	0,9325	73	0,9563	3,271
13	0,2250	0,2309	44	0,6947	0,9657	74	0,9613	3,487
14	0,2419	0,2493	45	0,7071	1,0000	75	0,9659	3,732
15	0,2588	0,2679	46	0,7193	1,039	76	0,9703	4,011
15	0,2756	0,2867	47	0,7314	1,072	77	0,9744	4,331
17	0,2924	0,3057	48	0,7431	1,111	78	0,9781	4,705
18	0,3090	0,3249	49	0,7547	1,150	79	0,9816	5,145
19	0,3256	0,3443	50	0,7660	1,162	80	0,9848	5,671
20	0,3420	0,3642	51	0,7771	1,235	81	0,9877	6,314
21	0,3584	0,3839	52	0,7880	1,280	82	0,9903	7,115
22	0,3746	0,4040	53	0,7986	1,327	83	0,9925	8,114
23	0,3907	0,4245	54	0,8090	1,376	84	0,9945	9,514
24	0,4067	0,4452	55	0,8192	1,428	85	0,9962	11,43
25	0,4226	0,4663	56	0,8290	1,483	86	0,9976	14,30
26	0,4384	0,4877	57	0,838	1,540	87	0,9986	19,080
27	0,4540	0,5095	58	0,8480	1,600	88	0,9994	28,64
28	0,4695'	0,5317	59	0,8572	1,664	89	0,9998	57,29
29	0,4848	0,5643	60	0,8660	1,732	90	1,0000	∞
30	0,5000	0,5774						

Електронне навчально-методичне видання

Олеся Даньків, Олег Кузик

Загальна фізика

МЕХАНІКА

Методичні рекомендації до самостійної роботи

**Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка**

Редактор
Ірина Невмержицька

Технічний редактор
Артимко Ірина

Здано до набору 20.03.2025 р. Формат 60х90/16. Гарнітура Times.
Ум. друк. арк. 18,125. Зам. 18.

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка. (Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників та розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5140 від 01.07.2016 р.). 82100, Дрогобич, вул. Івана Франка, 24, к. 203.