

УДК 539.12-164 + 539.3

Математична модель процесу модуляції напрямку випромінювання гетеролазера $InAs/GaAs$ з квантовими точками $InAs$ під впливом акустичної хвилі

Пелешак Р. М., Даньків О. О., Кузик О. В., Угрин Ю. О., Шуптар Д. Д.

peleshchak@rambler.ru

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, кафедра загальної фізики,
вул. Стрийська 3, м. Дрогобич, 82100

Побудовано теоретичну модель процесу модуляції напрямку випромінювання гетеролазера $InAs/GaAs$ з квантовими точками $InAs$ під впливом акустичної хвилі. Встановлено характер залежності амплітуди кута відхилення гетеролазера від частоти акустичної хвилі та геометричних розмірів квантової точки.

1. Вступ

Подальший прогрес в області гетеролазерів пов'язаний з використанням в активній області структур з квантовими точками (КТ) [1, 2]. Напівпровідникові гетероструктури $InAs/GaAs$ з КТ $InAs$ мають високий квантовий вихід фотолюмінесценції і є перспективним матеріалом для створення лазерів у близькій інфрачервоній області спектру [1, 3]. Лазери на КТ виявляють значно кращі властивості, ніж лазери на квантових ямах. Вони мають більший коефіцієнт посилення, цілком нечутливі до температури ґратки, для них легше здійснювати контроль енергії кванта випромінюваної рекомбінації [4]. Істотно покращити властивості таких лазерів вдалося за рахунок отримання тунельно-зв'язаних у вертикальному напрямку КТ [2, 5]. На рис. 1 приведена схема активної області гетеролазера, що містить КТ $InAs$ у матриці $GaAs$ [6]. Такі лазери є, як правило, поверхнево-випромінюючими лазерами з довжиною резонатора кілька довжин хвиль [6].

Джерела інфрачервоного випромінювання, які здатні швидко перебудовувати частоту генерації та напрямок випромінювання, є важливими елементами лазерної спектроскопії високої роздільної здатності та оптичних систем зв'язку [5, 7, 8].

Важливим фактором, який впливає на спектральні характеристики гетеролазера, зокрема, на стан поляризації світла [9], напрямок випромінювання [8], є пружні деформації матеріалу гетероструктури.

У даній роботі побудовано теорію модуляції напрямку випромінювання гетеролазера на квантових точках під впливом акустичної хвилі.

Акустична хвиля, яка є джерелом пружної періодичної неоднорідної деформації, призводить до періодичної зміни компонентів тензора діелектричної проникності матеріалу гетероструктури. Таким чином, акустооптична взаємодія призводить не тільки до зміни коефіцієнта заломлення з часом, але й до його неоднорідного просторового розподілу в напрямку, перпендикулярному до резонатора. Тому з часом буде змінюватися напрямок випромінювання гетеролазера.

2. Модель

Розглянемо наногетеросистему $InAs/GaAs$ з напруженими квантовими точками $InAs$, що знає впливу акустичної хвилі (рис. 2). У багатопаровій структурі локальна поверхнева напруга, спричинена КТ, акумулюється і як наслідок проявляє себе у вигляді стовпчикowego розташування острівців (КТ), що спостерігалось для $InAs/GaAs$ [10]. Тому таку систему, яка є активною областю оптичного резонатора, можна представити у вигляді циліндричної матриці $GaAs$ з радіусом основи R_1 , в яку поміщено циліндр з радіусом основи, що дорівнює радіусу КТ R_0 , та висотою L , яка дорівнює довжині резонатора (рис. 2). Вісь циліндра збігається з напрямком оптичного випромінювання при відсутності акустичної хвилі, а кут $\alpha(t)$ є кутом відхилення напрямку випромінювання гетеролазера під впливом неоднорідної деформації, яку створює акустична хвиля.

Оскільки постійна ґратки нарощуваного матеріалу $InAs$ ($a_1=0,608$ нм) більша, ніж матриці $GaAs$ ($a_2=0,565$ нм), то при гетероепітаксійному нарощуванні $InAs$ на шар $GaAs$ в межах псевдоморфного росту матеріал $InAs$ зазнає деформації стиску, а $GaAs$ – розтягу. Таким чином, в гетеросистемі $InAs/GaAs$ виникає деформація, яка спричинена як дією акустичної хвилі, так і невідповідністю параметрів ґраток контактуючих ма-

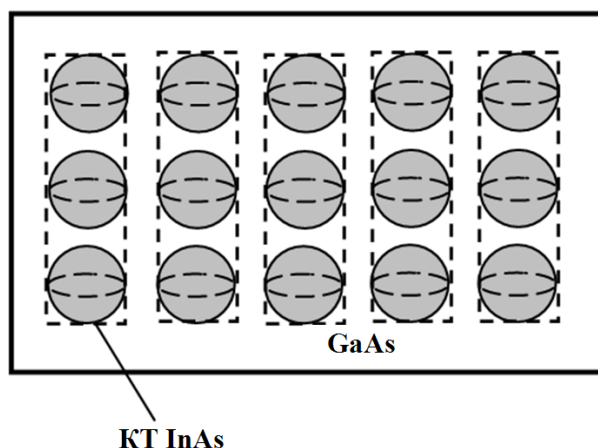


Рис.1. Схема активної області гетеролазера $InAs/GaAs$ з квантовими точками $InAs$

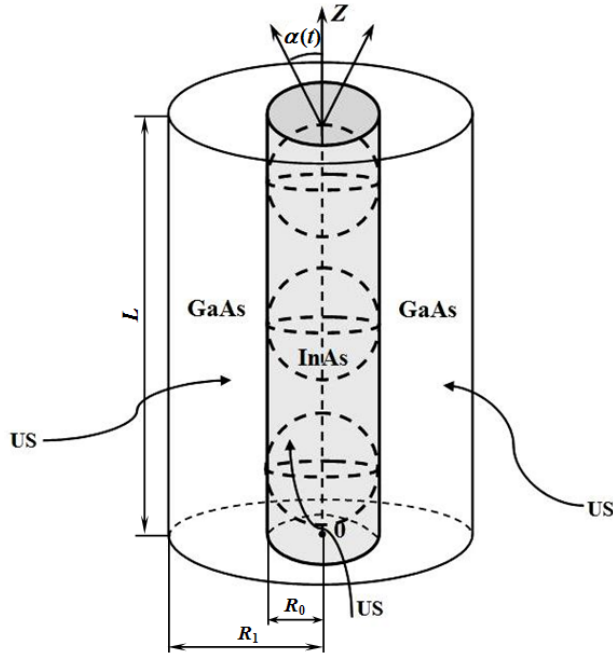


Рис.2. Модель гетероструктури InAs/GaAs з тунельно-зв'язаними у вертикальному напрямку КТ InAs

теріалів.

Для визначення компонентів тензора деформації необхідно знайти вектори зміщень $\mathbf{u}^{(i)}(t, \mathbf{r})$ ($i = \begin{cases} 1 \equiv \text{InAs} \\ 2 \equiv \text{GaAs} \end{cases}$) в матеріалах квантової точки чи матриці, які задовольняють рівняння:

$$\rho^{(i)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^{(i)}}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}^{(i)}}{\partial x_j}, \quad (1)$$

де $\rho^{(i)}$, $\sigma_{ij}^{(i)}$ – густина і компоненти тензора напружень матеріалів квантової точки чи матриці, відповідно;

$$\sigma_{ij}^{(i)} = K^{(i)} \sum_k \xi_{kk}^{(i)} \delta_{ij} + 2\mu^{(i)} \left(\xi_{ij}^{(i)} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sum_k \xi_{kk}^{(i)} \right), \quad (2)$$

де $K^{(i)}$, $\mu^{(i)}$ – модулі всебічного стиску і зсуву, відповідно, $\xi_{ij}^{(i)}$ – компоненти тензора деформації:

$$\xi_{ij}^{(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (3)$$

Представимо вектори зміщень $\mathbf{u}^{(i)}(t, \mathbf{r})$ у вигляді суми двох доданків $\mathbf{u}^{(i)}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{u}_l^{(i)}(t, \mathbf{r}) + \mathbf{u}_T^{(i)}(t, \mathbf{r})$, які задовольняють умови:

$$\text{rot} \mathbf{u}_l^{(i)}(t, \mathbf{r}) = 0, \quad \text{div} \mathbf{u}_T^{(i)}(t, \mathbf{r}) = 0.$$

У результаті отримаємо:

$$\Delta \mathbf{u}_l^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_l^{(i)}}{\partial t^2}, \quad \Delta \mathbf{u}_T^{(i)} = \frac{1}{c_T^{(i)2}} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_T^{(i)}}{\partial t^2}, \quad (4)$$

де $c_l^{(i)} = \sqrt{\frac{3K^{(i)} + 4\mu^{(i)}}{3\rho^{(i)}}}$, $c_T^{(i)} = \sqrt{\frac{\mu^{(i)}}{\rho^{(i)}}}$ – поздовжні та поперечні швидкості акустичних коливань у матеріалах квантової точки чи матриці.

Поперечна акустична хвиля ($\mathbf{u}_T^{(i)}$) у (4) не призводить до зміни об'єму [11], оскільки $\text{div} \mathbf{u}_T^{(i)}(t, \mathbf{r}) = 0$. Поширення поздовжньої хвилі супроводжується об'ємним розширенням та стиском.

Пружні коливання у гетеросистемі з квантовими точками розглядатимемо на фоні статичних напружень, що виникають за рахунок невідповідності параметрів ґраток контактуючих матеріалів. Представимо зміщення у вигляді:

$$\mathbf{u}_l^{(i)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}_0^{(i)}(\mathbf{r}) + \mathbf{u}_{1l}^{(i)}(\mathbf{r}, t), \quad (5)$$

де $\mathbf{u}_0^{(i)}(\mathbf{r})$ – статичні зміщення у матеріалі квантової точки чи матриці, які виникають за рахунок невідповідності параметрів ґраток контактуючих матеріалів. Оскільки в роботі проводиться розрахунок кута відхилення випромінювання гетеролазера, то обмежимося розрахунком складової зміщень $\mathbf{u}_{1l}^{(i)}(\mathbf{r}, t)$ у матеріалах квантової точки чи матриці, які спричинені дією акустичної хвилі.

Для аксіально симетричної системи радіальне напруження має вигляд:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \left(K^{(i)} + \frac{4}{3}\mu^{(i)} \right) \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + \left(K^{(i)} - \frac{2}{3}\mu^{(i)} \right) \frac{u_r^{(i)}}{r}. \quad (6)$$

Перейшовши до скалярного потенціалу $\mathbf{u}_{1l}^{(i)} = \nabla \varphi^{(i)}$, рівняння (4) з врахуванням (5) можна записати у вигляді:

$$\Delta \varphi^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Розв'язок рівняння (7) шукаємо в кожній області гетероструктури з врахуванням крайових умов:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{(1)}(t)|_{r=R_0} = \sigma_{rr}^{(2)}(t)|_{r=R_0}; \\ u_r^{(1)}(t)|_{r=R_0} = u_r^{(2)}(t)|_{r=R_0}; \\ \sigma_{rr}^{(2)}(t)|_{r=R_1} = -\sigma_{us} \sin \omega t. \end{cases} \quad (8)$$

Остання крайова умова системи (8) визначає вплив акустичної хвилі на напружений стан наносистеми як дію періодичної вимушуючої сили з частотою ω , де σ_{us} – амплітуда механічної напруги, створеної акустичною хвилею на поверхні матриці. Напрямок цієї зовнішньої періодичної сили та пружної сили, що виникає у наногетеросистемі під її впливом, є протилежними у будь-який момент часу, що обумовлює вибір знаку у другому рівнянні системи (8).

Таким чином, враховуючи (6) – (8), а також те, що $u_r^{(i)} = \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial r}$, отримаємо вираз для радіальних складових вектора зміщень у квантовій точці чи матриці:

$$u_r^{(1)}(r, t) = C_1 \frac{\omega}{c_l^{(1)}} J_1 \left(\frac{\omega r}{c_l^{(1)}} \right) \sin \omega t, \quad (9)$$

$$u_r^{(2)}(r, t) = C_2 \frac{\omega}{c_l^{(2)}} J_1 \left(\frac{\omega r}{c_l^{(2)}} \right) \sin \omega t +$$

$$+ C_3 \frac{\omega}{c_l^{(2)}} Y_1 \left(\frac{\omega r}{c_l^{(2)}} \right) \sin \omega t, \quad (10)$$

де J_1 , Y_1 – функції Бесселя 1-го та 2-го роду. Константи C_1 , C_2 , C_3 визначаються з крайових умов (8). При отриманні розв'язку (9) забезпечено регулярність функції в точці $r = 0$.

Компоненти тензора деформації матеріалів квантової точки чи матриці:

$$\xi_{rr}^{(i)} = \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r^{(i)}}, \quad \xi_{\varphi\varphi}^{(i)} = \frac{u_r^{(i)}}{r^{(i)}}, \quad \xi_{zz}^{(i)} = -\frac{\nu^{(i)}}{1-\nu^{(i)}} \left(\xi_{rr}^{(i)} + \xi_{\varphi\varphi}^{(i)} \right),$$

$$\xi^{(i)} = \text{Sp} \xi^{(i)} = \xi_{rr}^{(i)} + \xi_{\varphi\varphi}^{(i)} + \xi_{zz}^{(i)}, \quad (11)$$

де $\nu^{(i)}$ – коефіцієнт Пуассона матеріалу квантової точки чи матриці.

3. Модуляція напрямку випромінювання гетероструктури з квантовими точками

Розглянемо поширення світлового променя в гетероструктурі InAs/GaAs з квантовими точками InAs, що зазнає аксіально-симетричної деформації під впливом акустичної хвилі (рис. 2). На рис. 3 приведено результати розрахунків просторового розподілу всебічної деформації матеріалу гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs у різні моменти часу при частоті акустичної хвилі 10^9 Гц. Розрахунки проводились при наступних значеннях параметрів [12]: $R_1=100$ нм; $K^{(1)}=0,58$ Мбар; $\mu^{(1)}=0,19$ Мбар; $K^{(2)}=0,79$ Мбар; $\mu^{(2)}=0,33$ Мбар; $\rho^{(1)}=5680$ кг/м³; $\rho^{(2)}=5320$ кг/м³; $\nu^{(1)}=0,352$; $\nu^{(2)}=0,318$; $\sigma_{us}=10$ бар.

Вплив акустичної хвилі призводить до виникнення градієнта деформації, а отже, й показника заломлення у напрямку, перпендикулярно-му до оптичного резонатора. Як видно з рис. 3, за час, що дорівнює періоду акустичної хвилі змінюється не тільки величина градієнта деформації, але і його напрям. Тому, очевидно, що з часом буде змінюватися траєкторія світлового променя, яка у неоднорідному середовищі описується диференціальним рівнянням

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{n^{(i)}} \frac{dn^{(i)}}{dr} \quad (12)$$

з крайовими умовами:

$$\begin{cases} r(z=0) = r_0; \\ \frac{dr(z=0)}{dz} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Перша умова визначає початкову відстань r_0 променя від осі симетрії, друга умова вказує на те, що

промені у площині $z = 0$ поширюються паралельно до осі OZ.

Враховуючи, що показник заломлення визначається співвідношенням $n^{(i)}(r, t) = \sqrt{\varepsilon^{(i)}(r, t)}$ ($\varepsilon^{(i)}(r, t)$ – діелектрична проникність матеріалу гете-

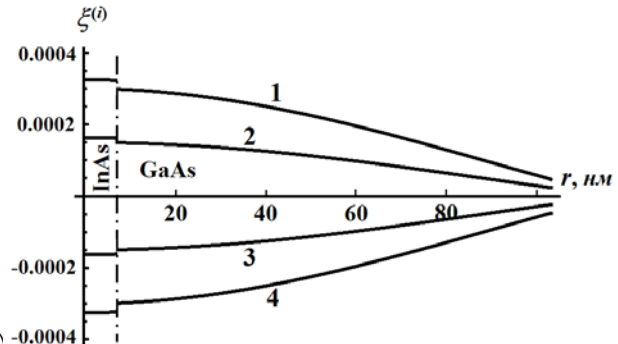


Рис. 3. Просторовий розподіл всебічної деформації $\xi(r)$ у матеріалах КТ та матриці в різні моменти часу:

$$1 - \omega t = \frac{\pi}{2}; \quad 2 - \omega t = \frac{\pi}{6}; \quad 3 - \omega t = \frac{7\pi}{6}; \quad 4 - \omega t = \frac{3\pi}{2}$$

роструктури), рівняння (12) можна переписати у вигляді:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{2\varepsilon_0^{(i)}} \frac{d\varepsilon^{(i)}}{dr}, \quad (14)$$

де $\varepsilon_0^{(i)}$ – діелектрична проникність однорідного матеріалу гетероструктури.

Діелектричну проникність $\varepsilon^{(i)}(r, t)$ матеріалу КТ, що змінюється з часом під дією акустичної хвилі, можна представити у вигляді [13]:

$$\varepsilon^{(i)}(r, t) = \varepsilon_0^{(i)} + a^{(i)} \xi^{(i)}(r, t), \quad (15)$$

де $a^{(i)} < 0$ – пружнооптичні сталі.

З врахуванням (9), (11) та (15) у наближенні $\frac{\omega r}{c_l^{(1)}} \ll 1$ рівняння (14), що описує траєкторію променя у внутрішньому циліндрі (рис. 2), можна записати у вигляді:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{4\varepsilon_0^{(1)}} a^{(1)} \frac{1-2\nu^{(1)}}{1-\nu^{(1)}} C_1 \left(\frac{\omega}{c_l^{(1)}} \right)^4 r \sin \omega t. \quad (16)$$

Розв'язок диференціального рівняння (16) з врахуванням крайових умов (13):

$$r(z, t) = r_0 \cos \sqrt{|q|} \sin \omega t z, \quad 2\pi n \leq \omega t \leq (2n+1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

$$r(z, t) = r_0 \text{ch} \sqrt{|q|} \sin \omega t z, \quad (2n+1)\pi \leq \omega t \leq 2\pi(n+1), \quad (18)$$

$$\text{де } q = \frac{a^{(1)}}{4\varepsilon_0^{(1)}} \frac{1-2\nu^{(1)}}{1-\nu^{(1)}} C_1 \left(\frac{\omega}{c_l^{(1)}} \right)^4.$$

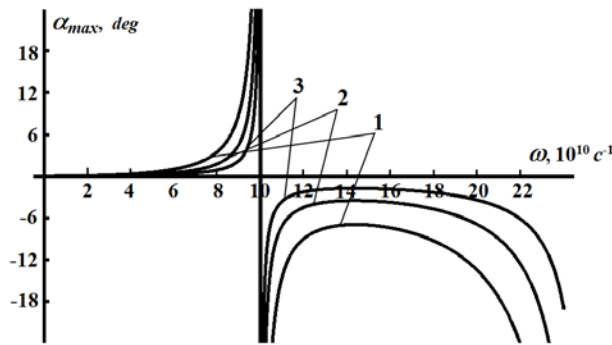


Рис.4. Залежність амплітуди кута відхилення випромінювання гетеролазера InAs/GaAs з КТ InAs від частоти акустичної хвилі для різних розмірів КТ:

1 – $R_0 = 3$ нм; 2 – $R_0 = 6$ нм; 3 – $R_0 = 9$ нм

При виході з оптичного резонатора довжиною L амплітуда кута відхилення α_{max} випромінювання гетеролазера від початкового напрямку поширення дорівнюватиме

$$tg\alpha_{max} = \frac{dr(z=L)}{dz} = r_0 q(\omega, R_0) L,$$

або з врахуванням того, що $\sqrt{|q|}L \ll 1$:

$$\alpha_{max} \approx r_0 q(\omega, R_0) L. \quad (19)$$

Як бачимо, кут відхилення променя пропорційний до його відстані від аксіальної осі, а отже, оптичний резонатор, що піддається впливу акустичної хвилі поводить себе як лінза (півперіоду як збиральна, а іншу половину – як розсіювальна) з фокусною відстанню $f = \pm \frac{1}{|q|L\sqrt{|\sin \omega t|}}$, що змінюється з часом.

На рис. 4 представлено залежність амплітуди кута відхилення випромінювання гетеролазера InAs/GaAs з квантовими точками InAs від частоти акустичної хвилі при різних значеннях радіуса квантової точки ($\varepsilon_0^{(1)} = 12,8$; $L = 2$ мкм; $r_0 = 1$ мкм).

Акустооптична стала $a^{(i)}$ може бути визначена з експерименту. При проведенні розрахунків стала $a^{(i)}$ вибиралась таким чином, щоб амплітуда кута відхилення випромінювання гетеролазера InAs/GaAs з квантовими точками InAs радіусом 3

нм при частоті акустичної хвилі 10^{10} Гц становила 3° .

Амплітуда модуляції напрямку випромінювання визначається величиною градієнта деформації, який залежить як від частоти акустичної хвилі, так і від амплітуди деформації. При збільшенні частоти акустичної хвилі в діапазоні $10^7 c^{-1} < \omega < 6 \cdot 10^{10} c^{-1}$ амплітуда кута відхилення зростає за законом $\alpha_{max} \sim \omega^3$. При подальшому збільшенні частоти акустичної хвилі спостерігається немонотонна зміна кута відхилення випромінювання гетеролазера з максимумом, що відповідає частоті $\omega \approx 10^{11} c^{-1}$, що пов'язане із зростанням амплітуди деформації матеріалу КТ. Таке зростання деформації відбувається внаслідок наближення частоти акустичної хвилі до власної частоти коливань атомів КТ [14]. Розбіжність розв'язку при $\omega \approx 10^{11} c^{-1}$ обумовлена нехтуванням загасання коливань у пружному середовищі.

При частоті акустичної хвилі з діапазону $10^7 c^{-1} < \omega < 5 \cdot 10^{10} c^{-1}$ амплітуда модуляції напрямку випромінювання гетеролазера InAs/GaAs з КТ InAs практично не залежить від їх розмірів. Для частоти акустичної хвилі $\omega > 5 \cdot 10^{10} c^{-1}$ спостерігається монотонне збільшення кута відхилення при зменшенні радіуса КТ. Це пояснюється тим, що квантові точки менших розмірів є більш чутливими до впливу зовнішньої механічної напруги.

4. Висновки

1. Побудовано теоретичну модель процесу модуляції напрямку випромінювання гетеролазера InAs/GaAs з квантовими точками InAs під дією акустичної хвилі.
2. Встановлено, що при збільшенні частоти акустичної хвилі в діапазоні $10^7 c^{-1} < \omega < 5 \cdot 10^{10} c^{-1}$ амплітуда кута відхилення напрямку випромінювання гетеролазера монотонно зростає за законом $\alpha_{max} \sim \omega^3$, а при частоті $\omega > 5 \cdot 10^{10} c^{-1}$ така залежність має немонотонний характер.
3. Показано, що із зменшенням розміру КТ амплітуда модуляції напрямку випромінювання гетеролазера InAs/GaAs зростає, що пояснюється збільшенням градієнта деформації матеріалу КТ.

Бібліографія

- [1] Ledentsov N.N. Quantum dot laser // Semicond. Sci. Technol. — 2011. — **26**, № 1. — P. 014001(1)–014001(8).
- [2] Шерняков Ю.М., Егоров А.Ю., Жуков А.Е., Зайцев С.В. и др. Инжекционный гетеролазер с квантовыми точками, работающий в непрерывном режиме при комнатной температуре с выходной мощностью 1 Вт // Письма в ЖТФ. — 1997. — **23**, № 4. — С. 51–54.
- [3] Stock E., Dachner M.-R., Warming T., Schliwa A. Acoustic and optical phonon scattering in a single In(Ga)As quantum dot // Phys. Rev. B. — 2011. — **83**, № 4. — P. 041304(R1)–041304(R4).
- [4] Arakawa Y., Sakaki H. Multidimensional quantum well laser and temperature dependence of its threshold current // Appl. Phys. Lett. — 1982. — **40**, № 11. — P. 939(1)–939(3).
- [5] Надточий А.М., Блохин С.А., Мутиг А., Лотт Дж. и др. Быстродействие вертикально-излучающих AlGaAs-лазеров с активной средой на основе субмонослойных внедрений InAs // ФТП — 2011 — **45**, № 5. — С. 688–693.

- [6] Пихтин А.Н. *Оптическая и квантовая электроника*. — М.: Высшая школа, 2001. — 573 с.
- [7] Кулакова Л.А. Тонкая спектроскопия динамики излучения гетеролазеров в присутствии ультразвуковой деформации // ФТТ. — 2009. — **51**, № 1. — С. 73–80.
- [8] Кулакова Л.А., Лютецкий А.В., Волошинов В.Б. Градиентное управление направлением излучения InGaAsP/InP гетеролазеров // Письма в ЖТФ. — 2010. — **36**, № 12. — С. 48–54.
- [9] Котов О.И., Лиокумович Л.Б., Марков С.И., Медведев А.В., Николаев В.М. Белосветный волоконно-оптический межмодовый интерферометр // Письма в ЖТФ. — 1999. — **25**, № 12. — С. 44–50.
- [10] Xie Q., Madhukar A., Chen P. Vertically Self-Organized InAs Quantum Box Islands on GaAs(100) // Phys. Rev. Lett. — 1995. — **75**, № 13. — P. 2542–2545.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория упругости*. — М.: Наука, 1987. — 248 с.
- [12] Chris G. Van de Walle. Band lineups and deformation potentials in the model-solid theory // Phys. Rev. B. — 1989. — **39**, № 3. — P. 1871–1883.
- [13] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред*. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
- [14] Пелешак Р.М., Даньків О.О., Кузик О.В. Моделювання деформації гетероструктури *InAs/GaAs* з квантовими точками *InAs* під впливом акустичної хвилі // ЖФД. — 2010. — **14**, № 4. — С. 4402-1–4402-5.