

УДК 681.3

Характеристика систем комп'ютерної математики

Кобильник Т. П., Когут У. П.

informatyka@drohobych.net

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, кафедра інформатики та обчислювальної математики, вул. Стрийська 3, м. Дрогобич, 82100

У статті наведено порівняльну характеристику найбільш популярних систем комп'ютерної математики та проаналізовано можливості їх використання.

За тлумаченням В. П. Дьяконова, системи комп'ютерної математики (СКМ) — це програмні засоби, за допомогою яких можна автоматизувати виконання як чисельних, так і аналітичних (символьних) обчислень і розрахунків [5]. Як правило, СКМ використовують для розв'язування наукових, інженерних, навчальних задач, наочної візуалізації даних і результатів обчислень і як зручні та повні довідники з математичних обчислень. Найбільш популярними серед СКМ є Maple [2], Mathematica [7], Maxima [6], Matlab [4], Scilab [1], Mathcad [3]. Охарактеризуємо кожну з них.

Система Maple. Розробник - фірма Waterloo Maple Software Inc (www.maplesoft.com). Перша версія програми Maple 1.0 з'явилася у 1982 році, проте широко доступною стала версія Maple 3.3 (березень 1985 року). Остання версія Maple 14 з'явилася 29 квітня 2010. Пакет Maple 14 - це потужна обчислювальна система, призначена для виконання складних обчислень аналітичними та чисельними методами з власною мовою програмування. Можливості використання системи Maple 14:

- обчислення стандартних та спеціальних математичних функцій;
- символічне перетворення математичних виразів;
- розв'язування задач лінійної алгебри;
- розв'язування задач різноманітних задач математичного аналізу;
- розв'язування деяких задач обчислювальної математики;
- опрацювання експериментальних даних;
- розвинена дво- та тривимірна графіка, можливість імпортування та експортування графіків у кілька форматів (GIF, JPEG, BMP, WMF, EPS, DXF, POV, HPGL);
- імпортування та експортування даних у кілька форматів (ASCII, Binary, RTF, MS Word, HTML (incl. MathML), LaTeX, VRML, XML);
- власна мова програмування;

Система Maple 14 містить (як і більшість СКМ) пакети розширень для розв'язування задач лінійної та тензорної алгебри, аналітичної геометрії, теорії чисел, теорій ймовірностей та математичної статистики, комбінаторики, інтегральних перетворень, лінійного та нелінійного програмування, теорії графів тощо. Особливе місце займає так званий "центр додатків Maple" (Maple Application Center,

<http://www.mapleapps.com>), який містить багато програм для розв'язування задач з різноманітних галузей засобами системи Maple.

Система Mathematica. Розробник - фірма Wolfram Research Inc (www.wolfram.com). Перша версія система з'явилася у 1988 році, остання Mathematica 8.0 - у 2010 році. Система Mathematica 8.0 може працювати під управлінням таких операційних систем як Windows NT4/2000/XP/Vista, Linux, MacOS X, SUN OS, SUN Solaris, IBM AIX, HP-UX, на таких платформах як PC's, Apple, SUN, IBM, HP. Можливості використання системи Mathematica 8.0:

- розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем;
- символічні перетворення виразів;
- розв'язування різноманітних задач математичного аналізу (обчислення границь; диференціювання та інтегрування функцій як аналітично, так і чисельно; обчислення скінченних та нескінченних сум та добутків; розвинення функції в ряд Тейлора тощо);
- розв'язування диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних;
- розв'язування задач умовної та безумовної оптимізації (зокрема задач лінійного дискретного та нелінійного програмування);
- розв'язування задач лінійної алгебри (додавання, множення, обчислення оберненої, транспонованої матриць, обчислення визначника, обчислення мінорів, множення вектора на матрицю, пошук власних значень та векторів, розв'язування матричних рівнянь тощо);
- розвинена дво- та тривимірна графіка, можливість імпортування та експортування графіки у кілька форматів (BitMap (BMP), Device Independent Bitmap (DIB), Macpaint (MAC), Postscript (PS, EPS), Windows Enhanced Metafile (EMF), Tagged Image File Format (TIFF), Adobe Illustrator File (AI), Wave (WAV), MPS, EPSI, EPSTIFF, PDF, PSImage, XBitmap, PCL, PBM, MGF, SDTS, FITS, SVG, DICOM, GIF, JPG, DXF);
- власна мова програмування.

Крім того, система містить пакети розширень, які значно розширюють можливості її використання для розв'язування спеціальних задач. Фірма-розробник підтримує електронний довід-

ник (<http://mathworld.wolfram.com>), у якому міститься велика кількість наукових, та навчальних програмних продуктів.

Система Maxima. За походженням Maxima належить до однієї з найперших СКМ. Розвиток системи Maxima бере свій початок з 60-х років ХХст., коли з'явилася програма з назвою Macsyma, де реалізовувались всі найновіші (на той час) технології в галузі комп'ютерної математики. Проект Macsyma був заснований Енергетичним Управлінням США (Department of Energy, DOE). Створювали його в Масачусетському Технологічному Інституті (Massachusetts Institute of Technology, MIT) на основі мови Lisp, яка вважалася на той момент найбільш придатною для створення систем символьних обчислень. Спочатку система Macsyma була закритим комерційним проектом. Вільний доступ до проекту став можливим завдяки професору Вільяму Шелтеру (William Schelter), який домігся від DOE отримання коду Macsyma та його публікації під ліцензією GPL з назвою Maxima.

Система Maxima серед математичних пакетів володіє досить широкими можливостями при виконанні символьних обчислень. Це, по суті, єдина з вільно поширюваних відкритих систем, яка не поступається комерційним СКМ Mathematica та Maple. Система Maxima розповсюджується під ліцензією GPL і є доступною як користувачам операційних систем Linux, так і користувачам Windows. У системі Maxima прийнятий такий же принцип нумерації версій, як і в операційній системі Linux: номер складається з трьох чисел, розділених крапками, причому номери з непарним середнім числом відповідають так званим development-версіям (в розробці), з парним - stable (стабільним). Стабільність однієї вітки і статус "в розробці" іншої тут означає не стільки стабільність чи нестабільність роботи програми, скільки стабілізацію самого процесу розробки: у development-вітці нова молодша версія може мати нові функції та нові інтерфейси, у стабільній же молодшій версії будуть містити тільки виправлення помилок. Мінімум, що потрібно для того, щоб почати роботу зі системою Maxima в будь-якому розповсюджуваному Linux-дистрибутиві, це пакет maxima. Цей пакет містить насправді мінімум: консольну версію програми з необхідними бібліотеками та кілька демо-файлів. Консольна версія забезпечує доволі бідні візуальні можливості: всі математичні формули будуються звичайними текстовими символами в кілька рядків дисплею, а зображення графіків відображаються в окремому вікні (причому продовження роботи можливе тільки після його закривання). Проте за рахунок цього різко зменшуються вимоги до технічних характеристик комп'ютера - система Maxima в консольному варіанті здатна працювати навіть на таких комп'ютерах, які сьогодні й за комп'ютери ніхто не вважає. Для

системи Maxima розроблено кілька графічних інтерфейсів: xmaxima, emaxima, imaxima, wxMaxima та інші. Система Maxima працює на всіх сучасних варіантах операційних Linux та UNIX, Windows 9x/2000/XP. Основні команди та функції системи Maxima містяться у ядрі. Система Maxima, як і більшість СКМ, має також пакети розширень, які збільшують можливості її використання при розв'язуванні спеціальних задач.

Система Matlab. Розробник - фірма The Mathworks Inc (www.mathworks.com). Система Matlab була розроблена Молером (С. В. Moler) і з кінця 70-х років широко використовувалась на великих ЕОМ. На початку 80-х років Джон Літл (John Little) з фірми MathWorks Inc розробив версії системи PC Matlab для комп'ютерів класу IBM PC, VAX і Macintosh. Далі були розроблені версії для робочих станцій Sun, комп'ютерів з операційною системою UNIX та інших типів великих та малих ЕОМ. Остання версія системи Matlab (Matlab 2008a) може працювати під управлінням таких операційних систем як Windows, Linux, UNIX, MacOS X, на таких платформах як PC, SUN, Macintosh. Можливості використання системи Matlab 2008a:

- розв'язування різноманітних задач математичного аналізу (обчислення границь; диференціювання та інтегрування функцій як аналітично, так і чисельно; перетворення Фур'є тощо);
- реалізація алгоритмів обчислювальної математики (сплайн-інтерполяція, методи Рунге-Кутта для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь тощо);
- розв'язування задач умовної та безумовної оптимізації (зокрема задач лінійного дискретного та нелінійного програмування);
- розв'язування задач лінійної алгебри (додавання, множення, обчислення оберненої, транспонованої матриць, обчислення визначника, обчислення мінорів, множення вектора на матрицю, пошук власних значень та векторів, розв'язування матричних рівнянь тощо);
- опрацювання статистичних даних;
- можливість імпортування та експортування даних у форматі ASCII, Binary, Lotus 1-2-3, Excel, Word, Powerpoint
- можливість імпортування та експортування графіки формати PS, EPS, Bitmap, EMF, GIF, AVI, JPG, TIFF.
- власна мова програмування.

Крім того, система Matlab містить пакети розширень.

Важливим нововведенням у системі Matlab 2008a є підтримка інших об'єктно-орієнтованих мов програмування таких як C++ та Java. До числа додаткових нововведень можна віднести можливість роботи з файлами визначення класів, що дає змогу описувати властивості, методи, класи та події. З'явилися нові засоби для реалізації пара-

лельних обчислень, верифікації та перевірки отриманих результатів, а також функція автоматичної генерації коду у форматі AUTOSAR.

Система Scilab. Пакет Scilab є вільно поширюваною (разом з вихідними кодами) СКМ. Її розробляли дослідницькі інститути INRIA та ENPC (обидва розташовані у Франції). Починаючи з травня 2003 року підтримку продукту взяла на себе спеціально створена для цієї мети компанія Scilab Consortium, на сайті якої (www.scilab.org) можна завантажити останню версію програми та повний комплект документації. Пакет Scilab розробляється для операційних систем Windows, Linux, MacOS X. Пакет Scilab не випадково має ім'я, співзвучне з Matlab - однією з найбільш потужних комерційних СКМ. В обидвох системах багато спільного: від інтерфейсу до синтаксису. Таким чином, пакет Scilab можна розглядати як зменшений варіант системи Matlab, який зберігає основні можливості використання останнього. Пакет підтримує основні елементарні та багато спеціальних математичних функцій (еліптичні інтеграли, функції Бесселя, Неймана тощо). Особливістю пакету є те, що він призначений майже винятково для реалізації чисельних методів - набір символьних операцій обмежений. Пакет Scilab дозволяє обмінюватися даними з іншими програмами, проте в загальному можливості імпорту/експорту системи не можна назвати багатими. Підтримуються формати документів Matlab, Maple, структурований текст та TeX. Функціональні можливості використання системи:

- побудова дво- та тривимірних графічних об'єктів, анімація;
- розв'язування задач лінійної алгебри;
- розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем;
- розв'язування задач лінійного та квадратичного програмування;
- розв'язування задач статистики;
- власна мова програмування.

Пакет Scilab містить пакети розширень, які збільшують можливості його використання до розв'язування задач.

Система Mathcad. Розробник - фірма The Mathworks Inc. Сайт www.mathworks.com. Mathcad - програма для виконання та документації інженерних та наукових обчислень. Перша версія системи з'явилася у 1986 році, яка працювала під управлінням операційної системи MS

DOS, остання - Mathcad 15, яка може працювати під управлінням операційних систем Windows 2000/XP/Vista/7. Існували версії Mathcad для MAC, Unix та інших операційних систем, проте вони вже давно не підтримуються та не оновлюються. Основні можливості використання системи Mathcad:

- розв'язування диференціальних рівнянь різноманітними чисельними методами;
- побудова дво- та тривимірних графічних об'єктів, імпортування та експортування графічних зображень у формати (BMP, GIF, JPG, TGA);
- виконання обчислень у символьному режимі;
- виконання матрично-векторних операцій;
- розв'язування рівнянь та їх систем;
- проведення статистичних обчислень та робота з розподілами ймовірностей.

Незважаючи, що система Mathcad орієнтована на користувачів, які не мають глибоких знань з програмування, її все-таки використовують для дослідження складних проектів з метою візуалізації результатів математичного моделювання. Головні зміни у версії системи Mathcad 14 стосуються символьної математики у зв'язку зі зміною розробника ядра символьних перетворень: раніше це була фірма Waterloo Maple Software Inc, а тепер фірма SciFace Software (пакет MuPAD - www.mupad.de). Безперечним досягненням розробників Mathcad 14 є те, що тепер не виникає проблем з літерами нелатинського алфавіту - символами кирилиці, грецької мови тощо. Остання версія системи Mathcad 15, у якій додано кілька функцій для обчислення з планування експериментів, а також підтримка Microsoft Excel 2007.

Проте незважаючи на широкі можливості використання СКМ, при роботі з ними можуть зустрічатися неточності та некоректності. Наведемо деякі з них.

Некоректний результат можна отримати при обчисленні первісної $\int x^n dx$, де n - ціле число, за допомогою СКМ. Якщо $n = -1$ результатом є $\ln x + C$, інакше $x^{n+1} + C$. Наприклад, СКМ Maxima "просить" уточнити значення виразу $n+1$. Результат в інших системах (наприклад, Maple, Mathematica) $x^{n+1} + C$. Інші неточності можуть виникати при роботі з комплексними числами. Зокрема, функції певної СКМ повинні задовольняти умові, згідно якої вираз $\exp(\ln(z)) = z$, проте

$\ln(\exp(z))$ для $z \in C$ не спрощується до z в загальному випадку.

Серед усієї різноманітності СКМ виникає проблема: який математичний пакет є кращим? Для відповіді на це питання слід враховувати кілька факторів. По-перше, для яких потреб Вам необхідна СКМ (для наукових досліджень чи для

супроводу навчального процесу)? По-друге, вартість, якщо система є комерційною. По-третє, вибір СКМ залежить від задач, які необхідно розв'язувати (наприклад, чисельно чи аналітично, які можливості використання СКМ тощо).

Цікавим є дослідження, яке проводить С. Стейнхаус. Деякі з результатів тестування

Програма (версія)	GAUSS 8.0	Maple V11	Mathematica 6.0	Matlab 2008a	O-Matrix 5.2	Ox Prof. 3.2	Scilab 4.12
Категорія порівняння							
Інсталяція (%)	35,41	87,54	96,27	76,52	41,18	34,36	39,69
Математичні операції (%)	69,59	55,10	76,04	68,79	36,58	54,38	43,88
Графічні операції (%)	60,86	60,88	84,63	88,49	47,14	43,96	51,32
Засоби програмування (%)	62,70	50,81	64,86	72,43	41,62	72,43	62,16
Управління даними (%)	67,43	64,06	76,03	72,77	49,89	55,43	53,71
Доступні операційні платформи (%)	62,43	69,23	100,00	76,77	15,38	92,31	46,15
Швидкість обчислень (%)	21,85	11,16	39,07	54,68	83,42	42,36	24,51
Загальний результат(%)	52,11	51,13	71,05	69,58	49,43	50,49	42,28

Табл. 1.

СКМ (станом на 15 квітня 2008 року), наведених у роботі [8], подано у табл. 1, з якої видно, що кращими в середньому за всіма категоріями порівняння є системи Mathematica 6.0 (71,05%) та Matlab 2008a (69,58%), далі GAUSS 8.0 (52,11%) та Maple V11 (51,13%). При цьому за математичними характеристиками кращою є система Mathematica 6.0 (76,04%), значно відстають системи GAUSS (69,56%) та Matlab (68,79%).

Висновки

Для супроводу навчального процесу пропонується використовувати систему Maxima, тому що:

- система поширюється під ліцензією GNU/GPL;
- оснащена системою меню, має україномовний інтерфейс;
- є однією з кращих щодо виконання символьних обчислень (по суті, єдина, що може конкурувати з комерційними Maple та Mathematica).

Для наукових цілей вибір СКМ залежить від вхідних даних та результату, що необхідно отримати. Наприклад, фізику-теоретику більш цікава аналітична модель досліджуваного явища чи об'єкта, тому доцільніше використовувати пакети, наприклад Mathematica, Maple. Фізикам-експериментаторам для опрацювання великих масивів даних зручно використовувати систему Matlab. Проте, не слід забувати, що ці системи є комерційними. Плата за індивідуальну ліцензію, наприклад для системи Mathematica 8 становить \$1750, значно дешевшими є ліцензії для навчальних закладів та студентів (від \$44.95). Це стосується й інших популярних комерційних СКМ. Проте, незважаючи на недоліки та переваги кожної з СКМ, користувачу вкрай необхідно проводити аналіз отриманих результатів з метою уникнення неточностей та некоректностей.

Бібліографія

- [1] Алексеев Е.Р., Чеснокова Е.А., Рудченко Е.А. *Решение инженерных и математических задач в пакете Scilab*. — М.: ALT Linux, 2008. — 257 с.
- [2] Виктор З.А. *Системы компьютерной алгебры: Maple: Искусство программирования*. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2006. — 792 с.
- [3] Гаев Є.О., Нестеренко Б.М. *Універсальний математичний пакет MatLab і типові задачі обчислювальної математики: Навч. посіб. [для студ. техн. спец. вищих навч. закл.]*. — К.: НАУ, 2004. — 175 с.
- [4] Дьяконов В.П. *Компьютерная математика. Теория и практика*. — М.: Нолидж, 2001. — 1296 с.
- [5] Семеріков С.О. *Maxima 5.13: довідник користувача / за ред. академіка М. І. Жалдака*. — Київ, 2007. — 48 с.
- [6] Шмидский Я.К. *Mathematica 5: Самоучитель*. — М.-СПб.-К.: Диалектика, 2004. — 580 с.
- [7] Steinhilber S. Comparison of mathematical programs for data analysis (Edition 5.03) [Електронний ресурс] — Munchen/Germany. — 64 p. — Режим доступу: <http://www.scientificweb.de/ncrunch/>.