

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Факультет фізики, математики, економіки та інноваційних технологій
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки

кандидат педагогічних наук, доцент

_____ Т.І.Війчук «__»_____ 2024 р .

***Методика вивчення дробових чисел в курсі
математики 5 класу***

Спеціальність: 014 «Середня освіта (Математика)»

**Магістерська робота
на здобуття кваліфікації – вчитель математики**

Автор роботи *Павлюк Лідія Іванівна*

_____ *підпис*

**Науковий керівник кандидат педагогічних наук,
доцент *Гордієнко Ірина Валеріївна***

_____ *підпис*

Дрогобич, 2024

Захист магістерської роботи

Методика вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

дата

Голова ДЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Секретар ДЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Анотація. Павлюк Лідія. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ДРОБРВИХ ЧИСЕЛ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 5 КЛАСУ

У даній роботі проаналізовано дидактичну, психологічну та методичну літературу по темі дослідження. З'ясовано, в якій мірі методична література, підручники та посібники задовольняють умови використання такої методики. Розроблено методику вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу. Експериментально перевірено ефективність використання розробленої методики.

Annotation. Pavliuk Lidia. METHODS OF STUDYING FRACTIONAL NUMBERS IN THE 5TH CLASS MATHEMATICS COURSE

Didactic, psychological and methodical literature on the topic of the study was analyzed in this work. It was found out to what extent methodical literature, textbooks and manuals satisfy the conditions for using this method. A methodology for studying fractional numbers in the 5th grade mathematics course has been developed. The effectiveness of the use of the developed methodology was experimentally verified.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ І. Теоретичні основи теми “Дробові числа”	8
1.1. Аналіз психологічної, дидактичної і методичної літератури по темі дослідження.....	8
1.2. Аналіз підручників щодо викладу даної теми.....	22
РОЗДІЛ ІІ. Методика вивчення дробових чисел.....	27
2.1. Методика вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу	27
2.2. Експериментальна перевірка розробленої методики.....	55
ВИСНОВКИ	59
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	62

ВСТУП

Актуальність дослідження. Потреба в дробових числах з'явилася в людини вже на ранніх етапах розвитку. Розподіл здобичі, що складалася з кількох убитих тварин, між учасниками полювання, коли кількість тварин не ділилася кратно на число мисливців, ймовірно, підштовхнуло первісну людину до розуміння дробових чисел. Однак справжня необхідність у цих числах виникла з потребою вимірювати певні величини за допомогою вибраної одиниці вимірювання.

Виникнення дробів знайшло відображення в нашій мові. Ми вживаємо терміни "хвилини" і "секунди", які позначають $\frac{1}{60}$ частину години, а також "градуси" і "кутові мінути", що відповідають $\frac{1}{60}$ частині градуса кута або дуги кола. Така назва одними і тими ж словами мір зовсім різних величин (часу і кута) пояснюється тим, що жителі старовинного Вавилону більше ніж за 3000 р до н. е. мали систему мір, в якій менша одиниця виміру становила $\frac{1}{60}$ частину більшої одиниці. Тобто: перша частина - $\frac{1}{60}$, друга частина - $\frac{1}{60^2}$, третя частина - $\frac{1}{60^3}$ і т. д.

Таким чином, практика привела людину до необхідності використання різних одиниць, а із відношення цих конкретних мір виникло абстрактне поняття дробу [16].

Історія дробів розпочинається з єгипетських математиків, які володіли знаннями про звичайні дроби вже протягом кількох тисячоліть. На противагу цьому, десяткові дроби з'явилися значно пізніше, лише в XV столітті. У арифметиці Магницького, опублікованій 1703 року, звичайним дробам присвячено значну частину - всю другу частину першої книги, тоді як десятковим дробам відведено лише 3 сторінки. Лише в підручниках другої половини XVIII століття десятковим дробам почали приділяти більше уваги, але й тоді їх вивчали не після звичайних дробів, а після коренів і логарифмів. Ця ситуація змінилася лише в арифметиці Буняковського, перше видання якої вийшло 1844 року. У ній десяткові дроби вперше викладаються паралельно з

цілими числами, а перед звичайними дробами [8].

Закінчення XX століття ознаменувалося для загальноосвітньої школи переходом до принципово нового етапу розвитку, що відрізняється орієнтацією на прогресивні концепції освіти, впровадженням сучасних педагогічних та інформаційних технологій, а також використанням новітніх науково-методичних розробок.

У 2000 році розпочато реформу освіти України, спрямовану на втілення принципів гуманітарної освіти, акцентування уваги на розвитку особистості учня та формуванні його ключових компетенцій. У рамках цієї реформи значна увага приділяється вивченню дробових чисел, адже вони є фундаментом для подальшого вивчення математики та виконання будь-яких обчислень.

Перехід шкіл на Нову українську школу (НУШ) та впровадження нових підручників з математики зумовлює потребу в розробці оновленої методики вивчення дробових чисел у 5 класі, яка б відповідала сучасним вимогам та враховувала особливості НУШ. Ця потреба і стала підґрунтям для вибору теми дослідження “Методика вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу”.

Об’єктом дослідження є процес навчання в 5 класі.

Предметом дослідження є розробка методики навчання учнів теми "Дробові числа" за чотирма рівнями.

Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити методику навчання учнів теми "Дробові числа" за чотирма рівнями та експериментально перевірити її ефективність.

Для досягнення поставленої мети дослідження передбачається виконати наступні завдання:

1. Провести аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, а також підручників з математики для Нової української школи (НУШ) на предмет їх відповідності принципам чотирьохрівневого навчання.

2. Розробити методику вивчення дробових чисел у 5 класі, яка б відповідала вимогам НУШ та враховувала психолого-вікові особливості учнів.
3. Експериментально дослідити ефективність розробленої методики вивчення дробових чисел.

Для досягнення поставлених завдань дослідження планується застосувати комплекс теоретичних та емпіричних методів, які включають:

- *Аналіз психолого-педагогічної літератури, підручників та посібників з математики:* Цей метод дозволить вивчити сучасні підходи до вивчення дробових чисел, ознайомитися з досвідом інших дослідників та визначити теоретичні основи розробки методики дослідження.
- *Практична діяльність по організації і проведенню навчального процесу на уроках математики:* Цей метод передбачає проведення уроків з використанням розробленої методики, спостереження за діяльністю учнів та збирання первинних даних про ефективність методики.
- *Педагогічний експеримент:* Цей метод дозволить порівняти результати навчання учнів, які навчалися за розробленою методикою, з результатами учнів, які навчалися за традиційною методикою.
- *Опрацювання результатів експерименту з використанням методів математичної статистики:* Цей метод дозволить кількісно оцінити ефективність розробленої методики, зробити висновки щодо її доцільності та внести необхідні корективи.

Практичне значення дослідження полягає в тому, що розроблена методика допоможе вчителям поглибити рівень знань при вивченні теми "Дробові числа".

Розроблена методика перевірялася експериментально в 5 класах Брустурянського опорного закладу загальної середньої освіти І-ІІІ ступенів Усть-Чорнянської селищної ради Тячівського району Закарпатської області. Результати дослідження доповідалися на міжнародній науково-практичній студентсько-викладацькій конференції «Актуальні проблеми сучасної науки» у Дрогобицькому державному педагогічному університеті імені Івана Франка.

РОЗДІЛ I. Теоретичні основи вивчення дробових чисел.

1.1. Аналіз психологічної, дидактичної і методичної літератури по темі дослідження

Сучасний етап розвитку людства характеризується стрімким розвитком технологій і науково-технічного прогресу, що робить математичну підготовку надзвичайно актуальною. Майже всі спеціальності вимагають від фахівців доброго розуміння математики, що в свою чергу збільшує кількість людей, для яких цей предмет стає важливим і необхідним.

Математика є основою для багатьох інших наук, таких як фізика, хімія, інформатика, економіка та інженерія. Знання математичних принципів дозволяє глибше розуміти фундаментальні концепції цих дисциплін і ефективніше застосовувати їх на практиці. Розвиток інформаційних технологій вимагає від сучасних спеціалістів вміння працювати з великими обсягами даних, аналізувати їх та робити прогнози. Тут на перший план виходять математичні методи та алгоритми, які допомагають вирішувати складні задачі. Математична грамотність сприяє розвитку логічного мислення та аналітичних навичок, що є важливими в будь-якій професійній діяльності. Уміння критично оцінювати інформацію, робити логічні висновки та приймати обґрунтовані рішення є необхідними в умовах сучасного світу.

Отже, забезпечення відповідного рівня математичної підготовки є надзвичайно важливим завданням освітніх систем. Це вимагає не лише вдосконалення навчальних програм, але й підвищення кваліфікації вчителів, впровадження новітніх методик викладання та створення мотиваційних умов для учнів.

При вивченні математики часто виникають труднощі, які зумовлені специфікою самого предмета. Математика вимагає не лише розуміння абстрактних концепцій, але й розвитку певних психологічних навичок та індивідуальних особливостей пізнавальної діяльності учнів.

Сучасна школа виконує потрійну функцію: освітню, виховну і розвиваючу. В умовах сучасного суспільства важливо приділяти велику увагу

виховній і розвиваючій функціям освіти. Однією з найважливіших задач сучасної школи є підготовка учнів до самоосвіти.

Принцип безперервності освіти, особливо в галузі математики, підкреслює актуальність проблеми навчання учнів вчитися. Це не нова концепція для педагогіки, психології та методики навчання математики, але вона стає дедалі важливішою в контексті сучасного розвитку суспільства та технологій.

Задача навчити учнів вчитися передбачає розвиток у них самостійного мислення, пізнавальної діяльності та творчої ініціативи. Психологічні дослідження показують, що матеріал, який є предметом активних дій учнів, запам'ятовується краще. Ці активні дії мають відповідати рівню знань учнів, щоб забезпечити їхню ефективну участь у навчальному процесі.

Розвиток самостійного мислення включає в себе такі аспекти, як аналітичне мислення, критичне мислення та творче мислення. Для стимулювання пізнавальної діяльності і творчої ініціативи учнів важливо використовувати різноманітні методи та форми навчання, зокрема: проектну діяльність, дослідницьку діяльність та ігрові методи навчання.

Отже, забезпечення ефективного навчання в школі вимагає не лише передачі знань, але й розвитку у учнів умінь і навичок, необхідних для самостійного навчання і розвитку. Вчителі повинні створювати умови, за яких учні можуть активно діяти, мислити і творити, що сприятиме їхньому всебічному розвитку і підготовці до майбутнього життя.

Як вважає О.І. Левус [8], школа сьогодні покликана не лише давати знання, а й готувати учнів до успішного життя в сучасному суспільстві. Це передбачає виховання мислячої особистості, здатної до аналізу, порівняння та орієнтації в інформаційному потоці. Досягнення цієї мети потребує створення сприятливих умов для розкриття творчого потенціалу дитини, формування в учнів самостійного мислення, стимулювання їх до творчості, підготовки до безперервної освіти та самоосвіти, а також усвідомлення необхідності постійного поповнення знань і вмінь.

Розвиток творчого потенціалу дитини включає в себе стимулювання креативного мислення, заохочення до інновацій та надання можливостей для самовираження.

Розвиток творчого потенціалу, індивідуальних здібностей та виховання впевненості у школярів є ключовими завданнями сучасної школи. Вчителі мають створювати сприятливі умови для самовираження і саморозвитку учнів, забезпечуючи підтримку на кожному етапі їхнього навчального шляху. Це допоможе підготувати учнів до успішного майбутнього та сприяти їхньому всебічному розвитку.

І. Марнянський [12] стверджує, що розвиткові логічного мислення школярів сприяє, перш за все, сама специфіка математики, то у розвитку інших розумових здібностей особливого значення набуває методика викладання. Наприклад, відомі труднощі, з якими зустрічаються п'ятикласники, значною мірою пов'язані з слабким розвитком їхніх розумових здібностей у початковій школі, в якій переважає формальне заучування слабо умотивованих правил.

На думку О. Москаленко та М. Філімонової [16], актуальною на сьогодні є розробка технології, спрямованої на формування готовності учнів до творчості, яка б ураховувала психолого-педагогічні закономірності формування креативних здібностей дітей, особливості їх навчальної діяльності та віковий чинник.

Розвиток творчої особистості учня значною мірою залежить від творчих здібностей і професіоналізму вчителя. Врахування індивідуальних особливостей учнів та адаптація навчального процесу під їхні потреби є ключовими чинниками успіху. Використання сучасних технологій у поєднанні з індивідуальним підходом забезпечує ефективне навчання і сприяє всебічному розвитку учнів.

П. Сікорський [17] пише, що ефективність навчання математики залежить від багатьох факторів, з-поміж яких психологічні та педагогічні домінують, причому психологічні компоненти складають основу

педагогічних і є для них визначальними. Як відомо, навчання – це цілісний двосторонній процес педагогічної діяльності вчителя та навчально-пізнавальної діяльності учнів, у результаті якого відбувається засвоєння суб'єктами учіння визначених знань, навичок і умінь та реалізуються відповідні виховні функції. До психологічних факторів навчання належать вікові та індивідуальні особливості учнів (відчуття, почуття, воля, увага, сприймання, пам'ять, мислення, уява тощо), змістові особливості навчального матеріалу, а також психологія педагогічної взаємодії між усіма складовими навчання. Навчання математики допомагає встановити розумові здібності учнів для того, щоб і самою технологією навчання, й адаптованим змістом оптимізувати поступ їх мислення. Поєднання індивідуальних і групових форм навчання допоможе найкращим чином досягти освітньо-розвивальних цілей, особливо якщо психологічні аспекти професійно включатимуться і в навчання, і у розвиток. В основі удосконалення навчальних програм з математики, поліпшення математичної підготовки учнів лежить суперечність між принципами науковості та природо-відповідності математичних знань, а також співвідношення між теоретичною і практикою частинами навчального матеріалу.

Забезпечення розвитку особистості у процесі навчання математики дійсно є складнішим завданням, ніж просто навчити розв'язувати задачі та доводити математичні твердження. Проте, особистісно-орієнтована освіта ставить перед собою завдання включення до змісту освіти не тільки предметного змісту, визначеного освітніми стандартами, але й особистісних компонентів. Це підходить до навчання як до процесу всебічного розвитку учня.

Забезпечення розвитку особистості в процесі навчання математики є складним, але надзвичайно важливим завданням. Особистісно-орієнтована освіта, яка включає не тільки предметний зміст, але й особистісні компоненти, сприяє всебічному розвитку учнів. Використання індивідуалізованих підходів, стимулювання творчості і критичного мислення,

а також розвиток самостійності та відповідальності допомагають підготувати учнів до успішного майбутнього.

В умовах особистісно-орієнтованої математичної освіти вчителі повинні інтегрувати різні типи навчання, такі як індивідуальне і колективне, діалогове і контекстне. Важливо створювати всі умови для творчої діяльності та застосовувати як активні, так і пасивні методи навчання. Головним завданням вчителя є формування особистості учня не через тиск, а шляхом активізації його природних здібностей, що допоможе зробити процес навчання цікавим, різноманітним, ефективним та демократичним.

Н. Забранська та В. Забранський [5] у своїй статті зауважують, що існують різні методичні підходи до вивчення дробів у шкільному курсі математики. Один з них передбачає послідовне вивчення спочатку звичайних дробів, а потім десяткових, які розглядаються як їх частковий випадок. Інший підхід полягає у вивченні десяткових дробів після натуральних чисел, трактуючи їх як розширення системи числення вправо. Також існує метод паралельного вивчення десяткових і звичайних дробів, де десяткові дроби розглядаються як альтернативна форма запису дробового числа.

У діючій програмі прийнятий такий порядок вивчення дробів: у початковій школі йде пропедевтика вивчення дробів, тобто розглядають такі поняття, як частина цілого, долі їх позначення, читання і запис долей; порівняння дробів за допомогою малюнка, знаходження долі числа і числа за його долею.

Матеріал теми «Десяткові дроби» абсолютно новий для учнів 5-го класу. Проте тут є багато аналогій з натуральними числами, а саме:

- записуються десяткові дроби, як і натуральні числа, в позиційній десятковій системі числення;
- арифметичні дії з десятковими дробами виконуються також, як і з натуральними числами, порозрядно;

•алгоритми виконання цих дій мають багато спільного, бо алгоритми виконання дій над натуральними числами входять в алгоритми виконання дій над десятковими дробами.

Тому, викладаючи навчальний матеріал цієї теми, вчителю варто поєднати пояснювально-ілюстративні методи навчання з частково-пошуковим та дослідницьким методами, використовуючи при цьому практичні задачі.

Мотивувати вивчення десяткових дробів можна за допомогою таких практичних задач.

I. Задача вимірювання величин. Виміряйте лінійкою довжину відрізка в сантиметрах (відрізок для вимірювання вибирається меншим ніж 1 см).

II. Запишіть компактніше (або записати в кілометрах):

300 м, 20 дм, 5 дм, 5 см, 3 мм.

III. Прочитайте фрагмент газетного тексту. (В тексті мають бути присутні десяткові дробы, а учні в даному етапі навчання прочитати їх не зможуть.)

Потрібно сказати, що десяткові дробы є новою формою запису раніше відомих учням дробових чисел з знаменником 10, 100, 1000 і т. д. Зауважити, що числа із такими знаменниками домовились записувати без знаменника. Спочатку пишуть цілу частину, а потім після коми чисельник дробової частини.

Застерегти від помилкових уявлень, ніби десятковий дріб – це дріб без знаменника. Неодноразово підкреслити, що дріб без знаменника неможливий. У десяткових дробах знаменник є, але завдяки спеціальному запису в позиційній системі він не пишеться.

Звернути увагу учнів на те, що при читанні дробова частина називається по імені крайнього правого розряду.

Для кращого розуміння переваг десяткових дробів, доцільно запропонувати учням завдання, де їм буде потрібно виконати перетворення складеного іменованого числа на просте іменоване за допомогою десяткових дробів.

Існують різні підходи до обґрунтування дій додавання та віднімання десяткових дробів.

- Використовуючи залежність між одиницями метричної системи мір.
- Використовуючи перехід від десяткового до звичайного дробу.
- За аналогією виконання дії над натуральними числами, зважаючи на те, що десятковий принцип нумерації поширюється і на десяткові дробі.

Важливо надати учням зразок оформлення додавання десяткових дробів у стовпчик. Це допоможе їм візуалізувати процес і засвоїти правильну структуру запису. Під час додавання та віднімання десяткових дробів у стовпчик слід звернути увагу на правильний запис компонентів дій. Кома в другому доданку (від'ємнику) має бути записана під комою в першому доданку (зменшуваному). Цей момент часто викликає труднощі через помилкову аналогію з додаванням/відніманням натуральних чисел.

Щоб навчити учнів правильно розставляти цифри при виконанні дій додавання і віднімання, доцільно запис другого компонента починати з запису коми, потім праворуч і ліворуч від коми розставляти цифри.

Оскільки додавання та віднімання десяткових дробів не викликають у більшості учнів значних труднощів, не варто надмірно затримуватися на теорії письмового виконання цих дій. Важливо приділити увагу усним вправам, які допоможуть учням краще зрозуміти принципи додавання та віднімання десяткових дробів. При доборі усних вправ слід акцентувати увагу на задачах, де чітко простежується доцільність застосування законів додавання та властивостей суми й різниці.

Множення десяткових дробів вивчається поетапно. На першому етапі розглядається множення десяткового дробу на інший десятковий дріб. Далі учні переходять до множення десяткового дробу на натуральне число. Завершальним етапом стає множення десяткового дробу на розрядну одиницю. Існує й інша послідовність вивчення: спочатку множення десяткового дробу на натуральне число, потім на розрядну одиницю (10,

100, 1000 і т. д.), далі на десятковий дріб, а наостанок знову на розрядну одиницю (0,1; 0,01; 0,001 і т. д.).

Пошук правила множення десятих дробів доцільно здійснити за допомогою розв'язання практичної задачі. Наприклад, обчислити площу квадрата зі стороною 1,2 см.

Важливо, щоб учні набули практичного досвіду множення дробів з різною кількістю десятих знаків, перш ніж переходити до усних вправ з десятичними дробами. Лише після ґрунтовного засвоєння письмового множення можна розпочинати усні вправи.

При множенні десятих дробів учні припускаються найбільше помилок тоді, коли:

а) в добутку дістанемо менше цифр, ніж їх відокремлено комою у множниках ($2,5 \times 0,008 = 0,0200$) (в цьому випадку попереду дописують потрібну кількість нулів);

б) в добутку виходить десятковий дріб, який закінчується нулями ($0,125 \times 8,4 = 1,0500$) (в цьому випадку не слід закреслювати нулі доти, поки в результаті не буде поставлено кому).

Щоб уникати помилок, треба розглянути достатню кількість таких прикладів, вимагаючи від учнів відповідних пояснень при розв'язуванні.

Усвідомленню алгоритму збільшення і зменшення десятих дробів в 10, 100, 1000 і т.д. разів допомагають вправи на перетворення метричних мір. Усне розв'язування вправ на перетворення метричних мір має супроводжуватися докладним поясненням, а письмове – записом певної форми.

Для вдосконалення обчислювальних навичок з дробами корисно пропонувати учням більше вправ, що комбінують множення дробів з їх додаванням та відніманням. При підборі завдань для усного розв'язання важливо акцентувати увагу на практичній цінності застосування законів дій з дробами.

Вивчення ділення десяткових дробів проходить у два етапи: спочатку ділення на натуральне число, а потім на десятковий дріб.

Від учнів не очікується запам'ятовування всіх міркувань, що лежать в основі обґрунтування ділення на десятковий дріб. Натомість, важливо, щоб вони чітко розуміли правило ділення та могли вільно ним користуватися. Подібно до множення, не слід вимагати відразу ж після пояснення точного відтворення правила. Воно має стати для учнів узагальненням їхньої практики ділення на десяткові дроби.

Н. Буряк [3] у своїй статті пише, що для багатьох учителів характерною є така точка зору: наочними засобами, за допомогою пояснень досягти того, щоб учні засвоїли певні знання, бо тоді начебто надалі школярі ними зможуть користуватися. Але реально це зовсім не так. Без самостійної діяльності, самостійного пошуку певні вміння та навички не сформуються. Необхідно, щоб засвоєні знання не залишалися в учнів у незмінному витоці (визубрені правила), а стали особистим їх надбанням, яке вони можуть використовувати та удосконалювати.

Окрім того, треба звернути увагу вчителів на мовну діяльність учнів. Промовляння дій у процесі усних обчислень або в пошуку раціонального способу розв'язання сприяє не тільки формуванню мовної сторони знань, а й удосконалює процеси мислення, бо мова і мислення взаємопов'язані. Так, психологи і педагоги Г. Костюк, І. Синиця, В. Шаталов, А. Пчолко та інші для підвищення ефективності інтелектуальної діяльності пропонують промовляти текст, з яким працює людина, а вирази та задачі, що погано зрозумілі, зачитувати, перефразовувати своїми словами тощо. Промовляння простих логічних дій у процесі обчислень учнями 5 класу сприяє глибокому усвідомленню та засвоєнню відповідного матеріалу, формуванню логічного, алгоритмічного мислення, вмінню формувати думку і, нарешті, мовної сторони знань предмета.

Але вже в 5 класі, коли учні вивчають і узагальнюють знання початкової школи про дріб, учителю доцільно ознайомити учнів з

доповненням дробу до одиниці. Це можна зробити на етапі уроку «робота з підручником», коли учні розглядають, яку частину від цілого становить зафарбована частина круга. Доки учні відповідають, на дошці з'являються записи такого вигляду:

$$\begin{array}{cccc} \overset{1}{\overbrace{1\ 1}} & \overset{1}{\overbrace{1\ 3}} & \overset{1}{\overbrace{2\ 2}} & \overset{1}{\overbrace{3\ 1}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$$

Н. Буряк стверджує, що учитель має акцентувати увагу на знаменник і чисельник даних пар дробів та запитує в учнів, як з чисельника першого дробу пари можна одержати чисельник другого дробу, що для цього потрібно і запропонувати самостійно зробити висновок про доповнення дробу до одиниці. На наступному уроці, під час перевірки домашнього завдання, можна повторити доповнення дробу до одиниці, і запропонувати знайти значення виразів: $1 - \frac{3}{5}$; $1 - \frac{1}{2}$; $1 - \frac{1}{4}$; $1 - \frac{2}{5}$ тощо.

При вивченні десяткових дробів бажано звернути увагу учнів на те, що якщо в завданні на обчислення маємо і звичайні і десяткові дроби, то є два шляхи розв'язання: перетворення звичайного дробу в десятковий або навпаки. При цьому перше неможливо, якщо нескоротний звичайний дріб містить у знаменнику множники, що відмінні від 2 та 5.

Відсутність відповідних умінь і навичок значно уповільнює та ускладнює подальше сприйняття учнями матеріалу не тільки на уроках математики, а й на уроках з інших дисциплін. Окрім цього, усвідомлений підхід до обчислень, вибір раціональних способів роботи з числом сприяє формуванню пошукового мислення та самостійної діяльності учнів, що, в свою чергу, впливає не тільки на рівень сприйняття подальшого навчального матеріалу, а й на формування особистості учнів.

Г.П. Бевз у своєму навчальному посібнику [1] дробовим числом приділяє § 26. Він пише, що особливу увагу треба приділити тому, щоб учні розуміли, що кожний дріб – це частка від ділення його чисельника на знаменник. Обов'язково треба розповісти учням про зображення дробів

точками на координатному промені, а також розв'язувати обернену задачу: позначити на промені точки з даними координатами.

Бевз зауважує [1], що правила дій додавання і множення при кожному розширенні поняття числа не доводяться, а означаються. Стверджує, що доцільніше ілюструвати це правило конкретними прикладами. Починати найкраще з додавання двох дробів з однаковими знаменниками. Правило множення і ділення звичайних дробів рекомендує пояснювати на конкретних прикладах.

Бевз стверджує [1], що існує два основних підходи до пояснення десяткових дробів: через звичайні дроби або без цієї опори. У ході пояснення рекомендується використовувати співвідношення між одиницями метричної системи мір, які вже знайомі учням.

Опанування додавання десяткових дробів розпочинається з вивчення правил їх читання та записування. Далі учні знайомляться з додаванням десяткових дробів з однаковою кількістю знаків після коми та додаванням десяткового дробу до натурального числа. Наступним кроком стають тренувальні вправи, які поступово ускладнюються: додавання трьох і більше десяткових дробів, виконання перевірки результатів. Важливо також продемонструвати учням на прикладах, що до додавання десяткових дробів застосовуються переставний та сполучний закони.

Послідовність вивчення десяткових дробів передбачає пояснення додавання, потім – віднімання, і на завершення – множення. При цьому важливо пояснювати віднімання десяткових дробів одразу після додавання, щоб учні могли тренуватися в обох операціях одночасно. Для пояснення правила множення рекомендується використовувати наочний приклад, наприклад, знаходження площі прямокутника.

Так само на конкретних прикладах можна пояснювати і ділення дробових чисел. Бевз зауважує [1], що ділення десяткових дробів можна виконувати двома способами:

- 1) замінювати і ділене і дільник натуральними числами;

2) замінювати тільки дільник натуральним числом.

В.І. Мішин у своєму навчальному посібнику [18] дробовим числам приділяє §3 розділу першого, глави першої. При введенні дробів він пропонує учням розділити на рівні частини знайомі предмети, такі, як кавун, диня, пиріг та ін. і виділити одну із частин. Наголошує, що велике значення дробів має використання графічного методу, особливо координатного променя. Учні виконують цілий ряд вправ, за допомогою яких формуються уміння позначати на координатному промені точку, яка відповідає заданому дробу, і, навпаки, називати дріб, що відповідає позначеній точці. В.І. Мішин стверджує, що десятковий дріб виникає як частковий випадок звичайного дробу, як спосіб запису дробів зі знаменником 10^n . Таким чином, школярам потрібно дати пояснення яке містить дві умови, що характеризують десятковий дріб: це дріб, знаменник якого 10^n ($\frac{1}{10}$, $\frac{3}{1000}$ та ін.), друга умова відноситься до форми запису (0,1; 0,003 та ін.).

З додаванням і відніманням десятих дробів знайомити учнів В.І. Мішин [18] пропонує аналогічно до додавання і віднімання натуральних чисел. Вивчення множення і ділення десятих дробів слід розпочинати з розгляду найпростіших випадків, тобто з множення і ділення десятичного дробу на натуральне число. При діленні десятичного дробу на натуральне число важливим моментом є розміщення коми після закінчення ділення цілої частини даного числа. Множення на десятковий дріб Мішин пропонує розглядати за допомогою розв'язання задачі на знаходження площі прямокутника.

С.Є. Ляпін [19] дробовим числам приділяє чимало уваги. Введення дробів він пропонує розпочати із розгляду частин лінійних одиниць, кв. одиниць, куб. одиниць. Перетворення мішаного числа в рівний йому неправильний дріб і виключення цілого числа із неправильного радить починати із розгляду конкретного прикладу. Не потрібно поспішати з формулюванням цього правила, потрібно ж пропонувати дітям проводити відповідні міркування, основою яких є одиниці із частин цієї одиниці.

При розгляді збільшення і зменшення дробу в декілька раз, потрібно показати, що збільшуючи дріб в декілька разів, ми його множимо на ціле число, зменшуючи – ділимо на ціле число. При додаванні дробів з однаковими знаменниками пропонує створити систему вправ, що охоплює всі можливі випадки додавання: 1) цілого з дробом; 2) цілого з мішаним числом; 3) двох правильних дробів: а) що утворюють в сумі правильний дріб, б) що дають в сумі ціле число, в) що дають в сумі неправильний дріб; 4) мішаного числа з дробом, причому сума дробів – правильний дріб; 5) мішаного числа з дробом, причому сума дробів – ціле число; 6) мішаного числа з дробом, причому сума дробів – неправильний дріб; 7), 8), 9) ті ж самі випадки для суми мішаних чисел.

Віднімання дробів пропонує означати так як і для цілих чисел, як дія, обернена до додавання. При відніманні дробів система вправ має ще більше значення, ніж при додаванні, так як при відніманні іноді приходится зменшуване перетворювати, що заплутує учнів.

При вивченні множення дробу на ціле число необхідно встановити з учнями визначення дії множення на ціле число як додавання рівних доданків, із яких кожне рівне множеному; показати раціональний спосіб скорочення скорочення дробу, чисельник якого є добутком, з яким учні зустрічаються вперше при множенні дробу на ціле число; навчити застосовувати ці вміння до задач.

С. Є. Ляпін [19] радить показати учням доцільність введення нового визначення для множення на дріб і конкретний зміст цього визначення. Перед введенням дії множення на дріб спочатку слід розглянути задачу на знаходження частини числа. Систему вправ слід підібрати так, щоб перші задачі і приклади допомогли учням повторити знання, одержані в початковій школі, тобто числа мають бути підібрані так, щоб саме число і шукана частина числа була цілим числом. Він стверджує, що необхідно показати учням на конкретних прикладах справедливість основних законів множення для дробових чисел.

Введення ділення числа на дріб залишається те ж саме, що й для ділення цілих чисел. При поясненні С.Є.Ляпін [19] пропонує наголосити на цьому. Зауважує, що неправильно будувати пояснення ділення на дріб, взявши за визначення, що розділити будь-яке число на дріб – означає знайти число за даною величиною його дробу. Необхідно звернути увагу учнів на раціональні способи обчислень з дробами в тих випадках, коли потрібно виконувати послідовність декількоразового множення і ділення; спочатку слід проаналізувати дії, потім виконувати можливі скорочення і тільки після цього робити обчислення.

Ляпін С.Є. пише [19], що існують два означення десяткових дробів. Перше означення: десятковим дробом називається дріб, у якого знаменник – цілий степінь десяти (або записується одиницею з декількома нулями), в другому означенні ще додається умова особливого запису. Зауважує, що учням слід давати перше означення, так як додавання умови особливого запису дробу, щоб він був десятковим, дає класифікацію дробів нечіткою, відволікає учнів від думки, що десяткові дробі є частковим видом звичайних дробів. Перед тим, як перейти до вивчення десяткових дробів, слід розкрити перед учнями причини вивчення часткового виду дробів і встановити задачі, які потрібні для вивчення цієї теми. Додавання і віднімання десяткових дробів потрібно пояснювати на загальному прикладі виконання цих дій над дробами, способом зведенням дробів до спільного знаменника. Множення дробів потрібно починати з розгляду множення десяткового дробу на ціле число, причому спочатку розглянути загальний спосіб множення дробу на ціле, після чого уже вводити спрощення. Щоб ввести правило множення десяткових дробів, потрібно згадати визначення множення на дріб, загальне правило множення звичайних дробів і застосовувати його, записуючи десяткові дробі в вигляді звичайних. Розгляд ділення десяткового дробу на ціле число Ляпін рекомендує почати з повторення визначення дії ділення і загального способу ділення на ціле число. Доцільність питання про перетворення звичайного дробу в десятковий автор пропонує показати шляхом розв’язування задач, в

яких дані вирази і в звичайних дробах і в десяткових. Підводячи підсумки говорить, що побудова вивчення десяткових дробів на основі теорії звичайних дробів є загалом свідомого засвоєння учнями арифметики десяткових дробів. Учні одержують чіткі обґрунтування виведених правил, можливість самоконтролю за допомогою звичайних дробів.

1.2. Аналіз підручників щодо викладу даної теми

Розглянемо, як викладається теорія дробових чисел у шкільних підручниках з математики для 5 класу.

Розглянемо підручник [13].

Підручник містить два розділи, які діляться на параграфи, а останні на пункти. Викладу теми «Дробових чисел» присвячений розділ другий, який містить два параграфи. Перший параграф носить назву «Звичайні дроби» (5 пунктів), другий – «Десяткові дроби» (10 пунктів). Висвітлення теми розпочинається із пункту 22 «Уявлення про звичайні дроби». Тут зауважують, що крім натуральних чисел і нуля, існують ще й дробові. Вони виникають при поділу одного предмета чи одиниці виміру на рівні частини. Розглядають приклади дробових чисел (півлітра, чверть години, півтора метра тощо). На прикладі святкового пирога пояснюють, що називають звичайним дробом. Також пояснюють запис звичайних дробів за допомогою риски дробу, пояснюють що називається чисельником і знаменником дробу. Зауважують, що знаменник дробу показує, на скільки рівних частин поділили щось ціле, а чисельник – скільки таких частин взяли. Наводяться розв’язані вправи.

На прикладі прямокутника поділеного на 7 рівних частин пояснюють виникнення неправильних дробів. Дають такі означення:

1. *Дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називається неправильним.*
2. *Дріб, у якого чисельник менший від знаменника, називається правильним.*

Наводяться приклади правильних і неправильних дробів. На прикладі розглядуваного прямокутника пояснюють порівняння дробів. Звертають увагу на важливість координатного променя. *На координатному промені з двох дробів більший дріб розташований правіше, а менший – лівіше.* Підводячи підсумок говорять, що з двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого знаменник менший [13].

При поясненні додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками знову використовують прямокутник, але уже поділений на 9 рівних частин. Формулюють такі правила:

1. *Щоб додати два дроби з однаковими знаменниками, треба додати їхні чисельники, а знаменник залишити той самий.*
2. *Щоб відняти дроби з однаковими знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а а знаменник залишити той самий [13].*

Дається буквенний запис цих правил і виконані вправи для прикладу.

Ділення натуральних чисел пояснюють за допомогою конкретного прикладу: «Число 8 ділиться націло на 4. Число 7 ділиться на 4 з остачею. А чи можна число 3 поділити на 4? Нібито не можна. Але тоді виходить, що коли 4 шукачі скарбів з знайдуть 3 мішки із золотом, то вони не зможуть розділити здобич? Звісно, зможуть. Вони кожний великий мішок із золотом розділять на 4 однакових малих мішки, і кожен візьме собі 3 малих мішки. Отже, будь-хто з трьох шукачів скарбів отримає $\frac{3}{4}$ великого мішка.» Розглядаючи таку вправу приходять до висновку, що результатом ділення числа 3 на 4 є дробове число $\frac{3}{4}$, тобто $3 : 4 = \frac{3}{4}$ і риску дробу можна розглядати як знак ділення.

У «Мішані числа» на основі конкретних прикладів пояснюють, що називається мішаним числом, цілою частиною. Роблять висновок, що *будь-який неправильний дріб, у якого чисельник націло не ділиться на знаменник, можна записати у вигляді мішаного числа.* Далі знову користуючись

конкретним прикладом $\frac{22}{5} = \frac{20+2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}$ пояснюють, що є цілою частиною дробу, чисельником і знаменником дробової частини. Формулюють правила перетворення неправильного дробу в мішане число і, навпаки, мішаного числа у неправильний дріб, додавання і віднімання мішаних чисел.

При поясненні «Уявлення про десяткові дробі» спочатку перетворюють менші величини в більші, тобто: $1\text{мм} = \frac{1}{10}\text{см}$, $1\text{к.} = \frac{1}{100}\text{грн.}$, $1\text{г} = \frac{1}{1000}\text{кг}$, а потім говорять, що для таких дробів знайшли зручнішу, «одноповерхову» форму запису:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \frac{1}{100} = 0,01; \frac{1}{1000} = 0,001; \frac{1}{10000} = 0,0001$$

Зауважують, що цей винахід можна застосовувати до всіх дробів, у яких знаменники дорівнюють 10, 100, 1000 і т. д. Наводять приклади десяткових дробів і показують як правильно їх читати. Звертають увагу, що кома відокремлює цілу та дробову частини.

При порівнянні десяткових дробів розглядають спочатку дробі із різними цілими частинами і говорять, що з *двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша*, а потім переходять до дробів з рівними цілими частинами і пояснюють, що у такому випадку спочатку порівнюють десяті, якщо ж вони виявилися однаковими, то порівнюють соті. У випадку рівності сотих порівнюють тисячні і т. д. Зауважують, що такий спосіб порівняння називають порозрядним. Розглядають ще декілька прикладів порівняння дробів з різною кількістю цифр після коми і формулюють таке правило: *щоб порівняти два дробі з рівними цілими частинами, треба за допомогою приписування нулів справа зрівняти кількість цифр у дробових частинах, після чого порівняти отримані дробі* [13].

Округлення десяткових дробів починають із розгляду задачі про земельну ділянку прямокутної форми, яка має ширину 17 м, а довжину – 36 м. Обчислюють площу – 612 м^2 або 6,12 сотки. Зауважують, що у повсякденному житті кажуть, що площа цієї ділянки приблизно дорівнює 6

соток. У таких випадках число 6 називають наближеним значенням числа 6,12 або кажуть, що число 6,12 округлили до числа 6, і записують $6,12 \approx 6$. Звертають увагу, що коли потрібно округлити число, наприклад, 6,5, яке однаково віддалене від чисел 6 і 7, потрібно $6,5 \approx 7$. Наводять приклади округлення до десятих, сотих, тисячних, до одиниць і говорять, *якщо десятковий дріб округлюють до одиниць, десятих, сотих і т. д., то всі наступні за цим розрядом цифри відкидають. Якщо при цьому перша з цифр, які відкидають, дорівнює 0, 1, 2, 3, 4, то остання з цифр, які залишаються, не змінюється. Якщо ж перша з цифр, які відкидають, дорівнює 5, 6, 7, 8, 9, то останню з цифр, які залишають, збільшують на одиницю* [13].

Пояснення додавання і віднімання десяткових дробів виконують за допомогою прикладу. Беруть два десяткових дробу (2,374 і 1,725) і перетворюючи їх у звичайні виконують додавання . Кажуть, що цей результат можна одержати швидше, якщо «у стовпчику» підписати доданки один під одним, розряд під розрядом. Виконують додавання і аналогічно виконують віднімання. Зауважують, що додавання і віднімання десяткових дробів мало відрізняється від цих дій з натуральними числами.

У «Множення дробів» спочатку на конкретних прикладах пояснюють множення дробів 10, 100, 1000 і т. д., формулюють правило: *щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т. д., треба в цьому дробі перенести кому вліво на 1, 2, 3, і т. д. цифр*, після цього аналогічно пояснюють ділення дробів на 10, 100, 1000 і т. д. Далі знову користуючись конкретними значеннями (3,4 і 1,23) пояснюють множення двох десяткових дробів і формулюють правило: *щоб перемножити два десяткових дробу, достатньо перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на коми, а в отриманому добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх було після ком в обох множниках разом* [13]. Далі пояснюють множення на дріб виду 0,1; 0,01; 0,001 і т. д. Розглядають властивості множення.

При поясненні ділення десяткових дробів пригадують, що означає поділити два натуральних числа. Потім на конкретних прикладах розглядають

частку, коли дільник – натуральне число, спочатку усні вправи, а після письмові – ділення «куточком». Після цього показують, що ділення на десятковий дріб легко зводиться до ділення на натуральне число: $43,52 : 1,7 = 435,2 : 17$. Виконують ділення і формулюють правило: *щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і в дільнику перенести коми вправо на стільки цифр, скільки їх міститься після коми в дільнику, і виконати ділення на натуральне число* [13].

Цей підручник з математики для 5 класу має чітку структуру, що полегшує учням процес навчання. Кожен параграф розпочинається зі звернення авторів до учнів, в якому описуються основні теми, що вивчаються, та навички, якими учні оволодіють після його опрацювання. Параграфи поділяються на пункти, які є логічними частинами викладу матеріалу. Наприкінці кожного параграфа розміщені:

- Завдання рубрики "Перевір себе" у тестовій формі, які допомагають учням оцінити рівень засвоєння матеріалу.
- Рубрика "Головне в параграфі", де автори ще раз підсумовують ключові поняття, формули та властивості з вивченого.

Деякі параграфи доповнені цікавими рубриками:

- "Коли зроблено уроки", де учні знаходять цікаві факти з історії математики.
- "Учимося застосовувати математику", в якій наводяться приклади практичного застосування математичних знань.

Така структура підручника робить його зручним для самостійного вивчення матеріалу, а також для використання на уроках.

Недоліком є те, що задачі не розбиті на чотири рівні складності, мала кількість задач, що відповідають високому рівню, а також чимала кількість однотипних задач.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕМИ “ДРОБОВІ ЧИСЛА”

2.1. Методика вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу

У чинній модельній навчальній програмі «Математика. 5-6 класи» [11] для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А. та інші), що затверджена [наказом](#) МОН №795, визначено орієнтовну послідовність досягнення очікуваних результатів навчання учнів, зміст навчального предмета та види навчальної діяльності учнів.

Метою курсу математики 5-6 класів є формування уявлення про числа та розвиток навичок роботи з ними. В ході вивчення курсу учні знайомляться з новими типами чисел (дроби, від'ємні числа), а також удосконалюють свої обчислювальні та графічні здібності. Важливим завданням курсу є не лише засвоєння алгоритмів розв'язання задач, але й розуміння математичних принципів, що лежать в їх основі. Курс математики 5-6 класів готує учнів до подальшого вивчення математики та використання математичних знань на практиці. [11].

Пропонований зміст навчального предмета згідно модельної навчальної програми «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: Мерзляк А.Г. та ін.)

Змістова лінія «Числа і дії з ними»

1. Натуральні числа. Число нуль.
2. Цифри. Десятковий запис натуральних чисел.
3. Порівняння натуральних чисел.
4. Арифметичні дії з натуральними числами. Властивості арифметичних дій.
5. Квадрат і куб натурального числа.
6. Ділення з остачею.
7. Звичайні дроби.
8. Правильні і неправильні дроби. Звичайні дроби і ділення натуральних чисел. Мішані числа.

9. Порівняння звичайних дробів з однаковими знаменниками, правильних і неправильних дробів.
10. Додавання і віднімання звичайних дробів з однаковими знаменниками
11. Десятковий дріб. Запис десяткових дробів.
12. Порівняння десяткових дробів. Округлення натуральних чисел і десяткових дробів.
13. Арифметичні дії з десятковими дробами. Властивості арифметичних дій.
14. Середнє арифметичне. Середнє значення величини.
15. Відсотки.

При розробці конспектів користуватимемося підручником «Математика 5 клас» А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір [13].

Тема: Уявлення про звичайні дроби

(Для мотивації навчальної діяльності потрібно показати учням необхідність введення поняття «дробові числа», запропонувавши декілька практичних завдань (на кожную парту заздалегідь видано набір геометричних фігур)).

Вчитель: Дайте відповіді на такі запитання:

1. Як розділити відрізок, зображений у вигляді паперової смуги, на 2, 4, 8 рівних частин?

Учень: Потрібно цей відрізок скласти навпіл 1, 2, 3 рази.

Вчитель: Як знайти, чому дорівнює довжина кожної з утворених частин, якщо довжина смуги, наприклад, 8 см?

Учень: Якщо розділити відрізок на 2 частини, то довжина буде – 4 см; якщо на 4 частини, то – 2 см; якщо на 8 рівних частин, то – 1 см.

Вчитель: Як паперову модель кута поділити навпіл?

Учень: Потрібно провести бісектрису або скласти її по лінії, що виходить з вершини кута і перегнути так, щоб сторони даного кута співпали.

Вчитель: Як знайти, чому дорівнює кут між бісектрисою даного кута і його стороною, якщо даний кут, наприклад, прямий, 99° ?

Учень: Ми знаємо, що бісектриса кут ділить пополам. Отже,

$$90^\circ : 2 = 45^\circ; 99^\circ : 2 - \text{ не ділиться.}$$

Вчитель: Модель квадрата розрізана на 4 рівних частини. Як знайти, чому дорівнює площа кожної з утворених частин, якщо сторона квадрата: 10 см, 1 дм.

Учень: Спочатку потрібно знайти площу, а потім поділити на чотири, тобто: $10^2 : 4 = 25\text{см}^2$; $1^2 : 4 - \text{ не ділиться.}$

Вчитель: Після виконання цих завдань можемо зробити висновок, що розв'язання деяких математичних завдань приводить до необхідності введення нових, окрім натуральних, чисел – дробових. В побуті ми часто зустрічаємося з прикладами дробових чисел: півхлібини, півкілограма, півлітра, чверть години, півтора метра. Давай розглянемо такий приклад, ми маємо пиріг і нам потрібно розділити його між десятьма друзями. Тоді кожен отримає одну десяту частину пирога. Записують: $\frac{1}{10}$ пирога. Такий «двоповерховий» запис використовують для позначення й інших дробових чисел. Наприклад, півкілограма - $\frac{1}{2}$ кг (читають: «одна друга кілограма»); чверть години - $\frac{1}{4}$ години (читають: «одна четверта години»); $\frac{1}{3}$ шляху (читають: «одна третя шляху»). Записи виду $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{27}{31}$ тощо називають звичайними дробами або коротше – дробами.

Звичайні дроби записують за допомогою двох натуральних чисел і риски дробу. Число, записане над рискою, називається *чисельником дробу*; число, записане під рискою, називається *знаменником дробу*. Знаменник дробу показує, на скільки рівних частин поділили щось ціле, а чисельник – скільки таких частин взяли.

Отже, на закріплення давай розглянемо деякі вправи. Спочатку розглядаємо вправи усного характеру.

1. Прочитайте дроби: $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{21}{29}$. Назвіть чисельник і знаменник кожного дробу і поясніть, що вони означають.

Далі розглянемо вправи, які потрібно записувати в зошити. (Викликаю учнів по одному до дошки, вони записують дроби на дошці, решта в зошитах)

2. Запишіть у вигляді дроби число:

- a) дві п'ятих;
- b) сім тринадцятих;
- c) двадцять дві шістдесятих;
- d) тридцять чотири сорок третіх;
- e) тридцять дев'ять сотих;
- f) сто двадцять сім тисячних.

Далі учні повинні навчитись записувати одиниці виміру у вигляді дроби, але перш ніж давати учням це завдання, потрібно провести деяку підготовчу роботу колективного характеру. А саме:

3. Скільки в одному сантиметрі (дециметрів, міліметрів)? На скільки рівних частин треба поділити відрізок довжиною 1м, щоб отримати рівні частини довжиною 1см (1дм, 1мм)?

Після виконання цього завдання доцільно скласти своєрідний «алгоритм» розв'язання задач виду «Виразити величину меншими одиницями вимірювання».

1) Знайти, скільки в даній одиниці шуканих, і записати це натуральне число в знаменник дроби.

2) З'ясувати, скільки шуканих одиниць взяли, записати це натуральне число в чисельник дроби.

Для кращого розуміння дроби візьмемо за приклад цілий предмет, наприклад, яблуко. Якщо його розрізати на 4 рівні частини, то кожна частина буде $\frac{1}{4}$ яблука. Щоб записати дріб, потрібно знати скільки всього частин (знаменник) і скільки з них "вибрано" (чисельник). Зараз ми потренуємося розв'язувати задачі з дробами. Два учні по черзі вийдуть до дошки і з поясненнями розв'яжуть завдання, а решта класу буде працювати на своїх

місцях. Після того, як завдання на дошці будуть розв'язані, ми їх обговоримо, щоб переконатися, що всі зрозуміли.

4. Виразіть:

а) у метрах: 1 см; 5 см; 1 дм; 7 дм; 1 мм; 247 мм;

б) у годинах: 1 хв; 7 хв; 19 хв; 1 с; 4 с; 58 с.

Далі слід колективно розглянути наступну задачу і занотувати її в зошити:

5. Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{3}{7}$; 4) $\frac{7}{11}$; 5) $\frac{21}{23}$ його дорівнює 42.

Після цього учні самостійно розв'язують наступну задачу, по завершенні один із них зачитає свій розв'язок, а решта перевіряють свої.

6. З двох портів, відстань між якими дорівнює 576 миль, одночасно назустріч один одному вийшли кораблі капітана Врунгеля і Сіндбада-мореплавця. Яхта капітана Врунгеля пропливла за день 42 милі, що становить $\frac{7}{9}$ того, що проплив за день корабель Сіндбада. Через скільки днів після початку руху зустрінуться славетні мореплавці?

На наступних двох уроках, що виділяються на цю тему, потрібно окрім розв'язування задач, дати невеличку самостійну роботу, розраховану на 15 хв.

I-варіант:

1. Виразіть у метрах:

1) 5 см; 2) 3 дм; 3) 4 дм 2 см;

2. Розв'яжіть задачу.

1) У хлопчика було 56 зошитів, з них $\frac{4}{7}$ становили зошити в клітинку. Скільки зошитів у клітинку було у хлопчика?

2) У саду росло 36 яблунь, що становило $\frac{4}{9}$ усіх дерев. Скільки дерев росло в саду?

3. Знайдіть число $\frac{1}{20}$ якого становлять $\frac{2}{3}$ числа 210.

II-варіант:

1. Виразіть у метрах:
 - 1) 5 см; 2) 3 дм; 3) 4 дм 2 см;
2. Розв'яжіть задачу.
 - 1) У хлопчика було 56 зошитів, з них $\frac{4}{7}$ становили зошити в клітинку. Скільки зошитів у клітинку було у хлопчика?
 - 2) У саду росло 36 яблунь, що становило $\frac{4}{9}$ усіх дерев. Скільки дерев росло в саду?
3. Знайдіть число $\frac{5}{8}$ якого становлять $\frac{5}{7}$ числа 350.

Тема: Правильні і неправильні дроби. Порівняння дробів

На початку уроку проводжу невелику актуалізацію опорних знань у вигляді фронтального опитування:

1. Як назвати записи $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{10}$?
2. Як називають число, записане вниз (зверху)?
3. Що показує знаменник дробу? Чисельник дробу?
4. Яку частину становить:
 - 1) довжина сторони квадрата від його периметра;
 - 2) доба від високосного року;
 - 3) кут, градусна міра якого 30° , від розгорнутого кута;
 - 4) площа прямокутника зі сторонами 4 см і 25 см від 1 дм^2 ?

Вчитель: Як ви вважає, чи може чисельник дробу дорівнювати його знаменнику?

Учень: Так, може.

Вчитель: Дійсно, давайте побудуємо прямокутник і поділимо його на 7 рівних частин. Якщо їх усі зафарбувати, то виявиться, що зафарбовано $\frac{7}{7}$ площі прямокутника, тобто весь прямокутник. Таким чином, $\frac{7}{7}$ прямокутника

дорівнюють 1 прямокутнику, або $\frac{7}{7} = 1$. Наведіть будь ласка, ще декілька прикладів як у вигляді дробу можна зобразити 1.

Учень: Можна у вигляді $\frac{5}{5} = 1$; $\frac{9}{9} = 1$; $\frac{11}{11} = 1$; $\frac{17}{17} = 1$.

Вчитель: Так, вірно. Але якщо уважно подивитись на перелічені дроби, то яку закономірність можна помітити.

Учень: Усі ці дроби рівні між собою бо дорівнюють одному і тому ж числу 1.

Вчитель: Вірно. $\frac{5}{5} = \frac{9}{9} = \frac{11}{11} = \frac{17}{17} = \frac{m}{m} = 1$, де m – натуральне число. А як ви думаєте, чи може виникнути така «неправильна» ситуація, коли чисельник дробу виявиться більшим від знаменника?

Учень 1: Може.

Учень 2: Не може.

Вчитель: У вас уже виникли сумніви. Так давайте це перевіримо. Побудуємо на дошці два рівних прямокутники (будую), кожний з яких поділено на 7 рівних частин. Ми зафарбували весь перший прямокутник і 4 з 7 частин другого прямокутника. Давайте порахуємо скільки усього частин зафарбовано.

Учень: Одинадцять.

Вчитель: Вірно. Зафарбовано 11. У таких випадках кажуть, що зафарбовано $\frac{11}{7}$ прямокутника. Як ми бачимо, у нас утворився дріб, у якого чисельник більший за знаменник. А такі дроби, і ті в яких чисельники і знаменники рівні, називаються *неправильними*. Дріб, у якого чисельник менший від знаменника, називається *правильним*. Отже, наведіть приклади правильних і неправильних дробів.

Учень 1: $\frac{1}{2}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{17}{584}$ - правильні дроби.

Учень 2: $\frac{7}{5}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{31}{15}$ - неправильні дроби.

Вчитель: Ви уже можете розрізняти правильні і неправильні дроби. Залишилося навчитись їх порівнювати. Для цього знову побудуємо

прямокутник і поділимо на 7 рівних частин. Із них зафарбуємо 2 частини. Отже, скажіть, за допомогою того що уже вивчили, скільки частин зафарбовано.

Учень: Зафарбовано $\frac{2}{7}$ цього прямокутника.

Вчитель: А скільки частин залишилося не зафарбованими?

Учень: Незафарбовано $\frac{5}{7}$ цього прямокутника.

Вчитель: Як ви вважаєте, чого більше: зафарбованих чи не зафарбованих частин?

Учень: Якщо поглянути на малюнок то видно, що більше не зафарбованих частин бо їх 5 із 7.

Вчитель: Так, вірно. Отже, ми підійшли до правила порівняння дробів: з двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого чисельник більший. Наприклад, $\frac{5}{7} > \frac{1}{7}$; $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$; $\frac{5}{7} < \frac{11}{7}$. Також, $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$; $\frac{11}{7} > \frac{7}{7}$. Тому всі правильні дроби менші від одиниці, а неправильні – більші або дорівнюють одиниці. Кожний неправильний дріб більший за будь-який правильний дріб [13]. Дроби можна порівнювати за допомогою координатної прямої. Потрібно запам'ятати, що у цьому випадку більший той, який лежить правіше. Взагалі, з двох дробів з однаковими знаменниками більший той, у якого знаменник менший [13]. А зараз давайте перевіримо здобуті знання на практиці. Спочатку розглянемо вправи усного характеру.

1. Які з дробів: $\frac{6}{1}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{6}{19}$; $\frac{9}{19}$; $\frac{19}{19}$; $\frac{4}{3}$ є правильними? неправильними?

2. Правильний чи неправильний буде дріб якщо $\frac{y}{12}$, якщо: $y = 10$; $y = 1$; $y = 20$; $y = 12$.

3. Назвіть у порядку зростання чотири перших неправильних дроби: із знаменником 5; із чисельником 5.

4. При яких натуральних значеннях x дріб $\frac{x}{9}$ буде правильним?

Далі переходимо до виконання письмових вправ.

5. Порівняйте дроби:

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{5}{13}$ і $\frac{7}{13}$; | d) $\frac{11}{15}$ і $\frac{11}{13}$; |
| b) $\frac{37}{41}$ і $\frac{34}{41}$; | e) $\frac{29}{5}$ і $\frac{29}{6}$; |
| c) $\frac{9}{25}$ і $\frac{4}{25}$; | j) $\frac{7}{12}$ і 1. |

На самостійне виконання учням пропонується наступна задача, після її виконання один із учнів коментує свій розв'язок, а решта порівнюють зі своїми.

6. За зміну робітник має виготовити за нормою 63 деталі. Але Іван Працелюб виготовляє $\frac{9}{7}$ норми. Скільки деталей виготовляє за зміну Іван Працелюб? На скільки деталей він виготовляє більше за норму?

Учням, які вправи виконують дещо швидше за всіх, можна дати додаткові завдання:

1. Два десятилітрових цебра повністю наповнене водою. З першого спочатку виливають $\frac{1}{2}$ цебра, а потім $\frac{1}{5}$ остачі. З другого, навпаки, спочатку виливають $\frac{1}{5}$ цебра, а потім $\frac{1}{5}$ остачі. В якому з цебер води залишилось більше?

2. З чисел 1; 4; 5; 7 утворіть:

- a) всі можливі правильні дроби;
- b) всі можливі неправильні дроби.

Тема: Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками

Вчитель: Дробові числа, як і натуральні, можна додавати і віднімати. Давайте побудуємо прямокутник і поділимо його на 9 рівних частин. Перші дві частини зафарбуємо червоним кольором, а наступні 5 жовтим. Як це ми можемо виразити дробами?

Учень: Червоних - $\frac{2}{9}$; жовтих - $\frac{5}{9}$.

Вчитель: А скажіть, що потрібно зробити, щоб дізнатися скільки усього частин зафарбовано?

Учень: Якщо дивитись по малюнку то буде $\frac{7}{9}$.

Вчитель: Так, вірно. Але рахувати на малюнку не зручно, потрібно $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$. Отже, ми можемо сформулювати правило: *щоб додати два дроби з однаковими знаменниками, треба додати їхні чисельники, а знаменник залишити той самий.* У буквенному вигляді це записується так:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

Очевидно, що $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$. *Щоб відняти дроби з однаковими знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а знаменник залишити той самий* [13].

А зараз перейдемо до розв'язування вправ. Спочатку розглянемо усні вправи.

1. Виконайте дії:

1) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18};$ 3) $\frac{31}{58} - \frac{16}{58};$

2) $\frac{11}{24} + \frac{8}{24};$ 4) $\frac{23}{47} - \frac{14}{47};$

2. Назвіть усні пари (правильних) дробів зі знаменником 9, сума яких дорівнює $\frac{5}{9}$.

Після цього перейдемо до письмових вправ. Викликаю до дошки двох учнів, а решта працюють на місцях.

3. Виконайте дії:

1) $\frac{4}{15} + x = \frac{11}{15};$

2) $\frac{16}{21} - x = \frac{9}{21}.$

Далі колективно розглядаємо першу із наступних задач і учні записують її в зошит, а другу учні розв'язують самостійно.

4. За перший день Михайлик прочитав $\frac{5}{16}$ книжки, а за другий день $-\frac{7}{16}$ книжки. Яку частину книжки прочитав Михайлик за два дні?

«Сильним» учням слід дати додаткові вправи:

1. Василь склав такий план розміщення овочів на ділянці: $\frac{7}{25}$ ділянки – морква, $\frac{3}{25}$ – редиска, $\frac{2}{25}$ – буряк, а $\frac{12}{25}$ – картопля. Чи вдасться здійснити цей план?

2. Поставте замість зірочок знаки «+» або «-» так, щоб була правильна рівність: $\frac{4}{7} * \frac{1}{7} * \frac{3}{7} * \frac{5}{7} = \frac{7}{7}$. Як інакше можна записати число в правій частині рівності?

Оскільки на цю тему виділяється дві години, то на наступному уроці доречно дати на 15 хв невеличку самостійну роботу.

I-варіант:

1. Виконайте дії: $\frac{12}{13} - \left(\frac{5}{13} - \frac{3}{13}\right)$.

2. Розв'яжіть рівняння $x - \frac{7}{17} = \frac{3}{17}$; $\frac{5}{17} - x = \frac{2}{17}$ і знайдіть суму їх коренів.

3. Яке з поданих чисел задовольняє нерівність $x > \frac{16}{21} - \frac{5}{21}$?

1) $\frac{11}{21}$; 2) $\frac{13}{21}$; 3) $\frac{2}{21}$; 4) $\frac{7}{21}$.

II-варіант:

1. Виконайте дії: $\frac{15}{19} - \left(\frac{8}{19} - \frac{7}{19}\right)$.

2. Розв'яжіть рівняння $\frac{7}{45} + x = \frac{14}{45}$; $\frac{8}{45} - x = \frac{2}{45}$ і знайдіть різницю їх коренів.

3. Яке з поданих чисел задовольняє нерівність $x < \frac{15}{31} - \frac{2}{31}$?

4. $\frac{10}{31}$; 2) $\frac{15}{31}$; 3) $\frac{16}{31}$; 4) $\frac{17}{31}$.

Щоб перевірити, як учні засвоїли даний розділ, потрібно провести письмову роботу.

I-варіант:

I-й рівень:

1. Розмістити дроби у порядку зростання:

$$\frac{7}{12}; \frac{1}{12}; \frac{10}{12}; \frac{11}{12}; \frac{9}{12}; \frac{3}{12}.$$

2. При яких значеннях x дріб $\frac{x}{9}$ правильний?

3. Напиши усі неправильні дроби із знаменником 7.

4. Який дріб більший:

$$\frac{11}{10} \text{ чи } \frac{7}{10}; \frac{7}{6} \text{ чи } \frac{5}{6}; \frac{5}{4} \text{ чи } \frac{5}{3}.$$

5. Обчисли:

$$1) \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{5}; \quad 3) \quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7};$$

$$2) \quad \frac{3}{8} - \frac{1}{8}; \quad 4) \quad \frac{19}{20} - \frac{12}{20}.$$

II-й рівень:

1. Виділи цілу і дробову частини числа:

$$\frac{8}{7}; \frac{36}{10}; \frac{56}{9}; \frac{32}{5}.$$

2. Виконай дії:

$$1) \quad \frac{6}{11} + \frac{3}{11} + \frac{2}{11};$$

$$2) \quad \frac{8}{15} + 6 - \frac{7}{15}.$$

3. При яких значеннях x дріб $\frac{x}{10}$ менший від дробу $\frac{9}{10}$? Запиши усі ці дроби.

III-й рівень:

1. Розв'яжи рівняння:

$$1) \quad \frac{7}{15} + x = \frac{14}{15};$$

$$2) \quad \left(\frac{5}{24} + x \right) - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}.$$

2. При яких значеннях x дріб $\frac{x}{10}$ менший від дробу $\frac{9}{10}$?

IV-й рівень:

1. Магазин мав продати 714 кг яблук. Першого дня продали $\frac{5}{17}$ усіх яблук, а другого – $\frac{9}{17}$. Скільки яблук продали за два дні?

II-варіант:

I-й рівень:

1. Розділити дроби у порядку зростання:

$$\frac{7}{15}; \frac{4}{15}; \frac{1}{15}; \frac{14}{15}; \frac{11}{15}; \frac{8}{15}.$$

2. При яких значеннях x дріб $\frac{11}{x}$ неправильний?

3. Напиши усі неправильні дроби із знаменником 8.

4. Який дріб більший:

$$\frac{15}{19} \text{ чи } \frac{2}{19}; \frac{7}{8} \text{ чи } \frac{3}{8}; \frac{1}{4} \text{ чи } \frac{3}{4}.$$

5. Обчисли:

$$1) \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{5}; \quad 3) \quad \frac{5}{6} + \frac{1}{6};$$

$$2) \quad \frac{5}{8} - \frac{3}{8}; \quad 4) \quad \frac{19}{21} - \frac{12}{21}$$

II-й рівень:

1. Виділи цілу і дробову частини числа:

$$\frac{7}{4}; \frac{17}{8}; \frac{24}{5}; \frac{33}{8}.$$

2. Виконай дії:

$$1) \quad \frac{7}{12} + \frac{1}{12} + \frac{4}{12};$$

$$2) \quad \frac{7}{16} + \frac{5}{16} - \frac{9}{16}.$$

3. При яких значеннях x дріб $\frac{x}{10}$ менший від дробу $\frac{9}{10}$? Запиши усі ці дроби.

III-й рівень:

1. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \quad \frac{4}{15} + x = \frac{11}{15};$$

$$2) \quad \left(x - \frac{4}{11}\right) - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}.$$

2. При яких значеннях x дріб $\frac{x}{15}$ менший від дробу $\frac{9}{15}$?

IV-й рівень:

1. Від села до міста 132 км. За першу годину автобус проїхав $\frac{3}{11}$ усього шляху, а за другу - $\frac{4}{11}$. Скільки кілометрів проїхав автобус за 2 години?

Тема: Уявлення про десяткові дроби

Вчитель: Десятковий дріб це «скорочена» форма запису звичайного дробу, тобто запис, в якому знаменник відсутній і знаменником якого є степінь числа 10. Ми знаємо, що $1\text{мм} = \frac{1}{10}\text{см}$, $1\text{к.} = \frac{1}{100}\text{грн.}$, $1\text{г} = \frac{1}{1000}\text{кг}$. Для таких дробів знайшли зручнішу, «одноповерхову» форму запису:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \frac{1}{100} = 0,01; \frac{1}{1000} = 0,001.$$

Цей винахід можна застосувати до всіх дробів, у яких знаменники дорівнюють 10, 100, 1000 і т.д. Наприклад, $\frac{7}{10} = 0,7$ (читають: «нуль цілих сім десятих»); $\frac{12}{100} = 0,12$ (читають: «нуль цілих дванадцять сотих»); $2\frac{973}{1000} = 2,973$ (читають: «дві цілих дев'ятсот сімдесят три тисячних»).

Записані в такій формі дроби, в яких знаменники є степенями десяти, тобто числами 10, 100, 1000 і т.д., називають *десятковими дробами*. Наведіть свої приклади звичайних дробів, що дорівнюють десятковим.

$$\text{Учень: } \frac{6}{10} = 0,6; \frac{86}{100} = 0,86; \frac{79}{100} = 0,79.$$

Вчитель: Вірно. Потрібно звернути увагу на те, що кома відокремлює цілу та дробову частини. При цьому вважають, що ціла частина правильного дробу дорівнює 0. *Запис дробової частини містить стільки цифр, скільки нулів у запису знаменника відповідного звичайного дробу.* Тому, наприклад, $6,003 = 6\frac{3}{1000}$; $0,017 = \frac{17}{1000}$. Нагадаємо, що десятковий запис натурального числа має таку властивість: одиниця молодшого розряду в 10 разів менша від одиниці сусіднього старшого розряду. Така властивість притаманна і запису

десяткових дробів. Тому одразу після коми йде розряд десятих, далі розряд сотих, потім розряд тисячних і т.д.

Давайте спробуємо відобразити здобуті знання на практиці. Спочатку розглянемо усні вправи.

1. Який із записів є десятковим дробом?

$\frac{2}{10}$; $\frac{2}{7}$; 2,07; 207. Назвіть його цілу і дробову частину.

2. Який із наступних записів є записом у вигляді десяткового дробу числа $\frac{23}{10000}$?

0,00023; 0,2300; 0,0023; 0,2003.

3. Прочитайте числа: 12; 1,2; 0,12; 0,012.

4. Скільки одиниць в кожному з розрядів чисел?

17; 345; 52,67.

Після цього переходимо до задач письмового характеру. Викликаю до дошки два учні (перший виконує 1), другий 2))і вони виконують наступне завдання, решта учнів працюють на місцях.

5. Запишіть у вигляді десяткового дробу:

1) $\frac{8}{10}$; $\frac{34}{100}$; $5\frac{1}{1000}$; $\frac{4}{1000}$;

2) $\frac{9}{10}$; $\frac{683}{1000}$; $42\frac{174}{1000}$; $\frac{3}{1000000}$.

Далі до дошки ідуть інші два учні і виконують:

6. Виділіть цілу та дробову частини числа і запишіть дане число у вигляді десяткового дробу:

$\frac{23}{10}$; $\frac{851}{100}$; $\frac{3636}{100}$; $\frac{654321}{10000}$.

Після цього виконуємо вправу на запис числа, записаного словами десятковим дробом. Вчитель читає, а учні, сприймаючи на слух, записують. Виконавши обмінюються зошитами з сусідами по парті і перевіряють(вчитель на дошці записує правильні варіанти, учні звіряють).

7. Запишіть у вигляді десяткового дробу число, в якому:

1) три одиниці чотири десятих п'ять сотих;

- 2) два десятки вісім одиниць одна сота с тисячних;
- 3) вісім сотень дев'ять одиниць сім десятих шість тисячних;
- 4) одна тисяча одна десятитисячна.

Учням які краще навчаються і швидше за всіх виконують вправи слід дати додаткові завдання.

1. Запишіть десятковий дріб у вигляді суми розрядних доданків:

0,1; 80,888; 63,712; 8,08080; 808,08.

2. Розмістіть у порядку зростання дробів:

$\frac{7}{10}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{11}{10}$; $\frac{18}{10}$; $\frac{5}{10}$.

3. Найбільша глибина Чорного моря 2,211 кілометрів. Виразіть глибину моря в метрах.

Тема: Округлення десятих дробів

Вчитель: Розглянемо числа: 1,2; 1,5; 1,9 – вони мають цілу частину – 1, отже, лежать між сусідніми натуральними числами 1 і 2. Але 1,2 ближче до 1, а 1,9 – до 2. Тому можна сказати, що $1,2 \approx 1$ (приблизно дорівнює 1), а $1,9 \approx 2$. Серед інших десятих дробів з однією цифрою після коми і цілою частиною 1 є ще кілька чисел, що лежать ближче до 1 (це 1,1; 1,3; 1,4), і кілька чисел, що лежать ближче до 2 (1,6; 1,7; 1,8), тому $1,1 \approx 1$; $1,3 \approx 1$; $1,4 \approx 1$, але $1,6 \approx 2$; $1,7 \approx 2$; $1,8 \approx 2$. Погляньте на останні рівності і скажіть, що ви помітили.

Учень: В отриманих числах цифри, що йшли після коми, відсутні.

Вчитель: Так, вірно. Остання цифра, що залишилась, є цифрою розряду одиниць, і вона співпадає з цифрою розряду одиниць, що були в даному числі, якщо за нею йшли цифри 1; 2; 3; 4, і ця остання цифра збільшилась на 1 у випадку, коли за нею йшли цифри 6; 7; 8; 9. Цю операцію називають округленням десятих дробів до «розряду» одиниць і правило, що описує розв'язування подібних задач, можна сформулювати так: *якщо десятковий дріб округлюють до одиниць, десятих, сотих і т.д., то всі наступні за цим розрядом цифри відкидають. Якщо при цьому перша з цифр, які відкидають,*

дорівнює 0, 1, 2, 3, 4, то остання з цифр, які залишаються, не змінюється. Якщо ж перша з цифр, які відкидають, дорівнює 5, 6, 7, 8, 9, то останню з цифр, які залишають, збільшують на одиницю [13]. Варто зауважити, що округлюють не тільки десяткові дроби, а й натуральні числа. При округленні натуральних чисел до деякого розряду замість усіх наступних за цим розрядом цифр пишуть нулі.

Далі переходимо до виконання вправ. Корисно розпочати із вправ усного характеру.

1. Прочитайте і скажіть, до якого розряду округлили число:

$3,543 \approx 3,5$; $7,318 \approx 7$; $14,5 \approx 10$; $0,61740,617$.

2. Округлити:

1) до одиниць: 0,3; 12,7; 26,33; 1,49;

2) до десятих: 3,68; 12,05; 23,357; 0,2153;

3) до сотих: 15,634; 2,739; 2,6123; 0.0574.

Далі виконуємо письмові вправи із записом до зошитів. Наступну вправу учні виконують самостійно, по закінченні обмінюються зошитами з сусідом по парті і перевіряють.

3. Округліть: 1) до тисяч; 2) до сотень; 3) до десятків; 4) до одиниць; 5) до десятих; 6) до сотих; 7) до тисячних число: 8419,3576; 6745,2891; 9421,5307.

Далі викликаю одного учня до дошки і пропоную йому розв'язати наступну вправу, решта учнів працюють на місцях і звіряються з дошкою.

4. Запишіть у метрах, попередньо округливши до сотень: 469 см; 3244 см; 5382 см; 20460 см; 312245 см.

Тема: Додавання і віднімання десяткових дробів

Вчитель: Ви вже вмієте додавати звичайні дроби з однаковими знаменниками. Потрібно ще навчитись додавати десяткові дроби. Давайте знайдемо суму $2,375 + 1,724$. На вашу думку, як це зробити?

Учень: Ми можемо десяткові дроби перетворити в звичайні і додати.

Вчитель: Вірно. Отже, зробимо перетворення:

$$2,347 + 1,725 = 2\frac{374}{1000} + 1\frac{725}{1000} = 3 + \frac{374 + 725}{1000} = 3 + \frac{1099}{1000} \\ = 3 + 1\frac{99}{1000} = 4\frac{99}{1000} = 4,099.$$

«Схожість» запису десяткових дробів із записом натуральних чисел дає змогу виконувати додавання швидше, «у стовпчик», підписавши доданки один під одним, розряд під розрядом. Наприклад,

2,	3	7	4	
+	1,	7	2	5
	4,	0	9	9

Нехай нам потрібно додати дробі з

різною кількістю цифр після коми.

Зрівняємо цю кількість, для чого

припишемо праворуч до одного з

чисел стільки нулів, скільки потрібно. Наприклад, $7,6 + 11,35 = 7,60 + 11,35$. Далі виконаємо додавання «у стовпчик».

	7,	6	0	
+	1	1,	3	5
	1	8,	9	5

Зрозуміло, що «у стовпчик» можна

також віднімати десяткові дробі. З

наведених прикладів видно, що

додавання і віднімання десяткових

дробів мало відрізняється від цих дій з натуральними числами. Це і є головною перевагою десяткової форми запису дробів. Нагадайте мені будь ласка які є властивості додавання?

Учень: Це переставна і сполучна.

Вчитель: Так, вірно. Властивості додавання виконуються і для дробових чисел:

$$a + b = b + a \text{ — переставна властивість,}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сполучна властивість}$$

Самим основним для вас є засвоїти і навчитись використовувати алгоритм додавання десяткових дробів. Так давайте запишемо його собі в зошити:

- 1) Зрівняйте кількість цифр після коми в обох числах.

2) Запиши у стовпчик, щоб кома знаходилась під комою; додавай (віднімай) як натуральні числа.

3) Постав кому в сумі (різниці) під комою в даних числах (збережи місце коми).

Вчитель: Давайте застосуємо вивчений алгоритм до розв'язування наступних прикладів: $12 + 3,9$; $10 - 3,82$. Погляньте і скажіть, скільки цифр у дробовій частині першого числа (у кожному з виразів)?

Учень: Дробової частини немає.

Вчитель: Будь-яке натуральне число можна записати у вигляді десяткового дробу, ціла частина якого дорівнює даному числу, а дробова складається з одного, або двох, або декількох нулів, і тоді розв'язання прикладів буде мати такий вигляд:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 1 \quad 2, \quad 0 \\ + \quad \quad 3, \quad 9 \\ \hline 1 \quad 5, \quad 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \quad 0, \quad 0 \quad 0 \\ - \quad \quad 3, \quad 8 \quad 2 \\ \hline \quad \quad 6, \quad 1 \quad 8 \end{array} \end{array}$$

Далі перейдемо до розв'язування вправ. Викликаю до дошки по черзі двох учнів, вони розв'язують наступні завдання, решта учнів працюють на місцях.

1. Виконай додавання:

- 1) $12,5 + 23,9$;
- 2) $18,74 + 3,3$;
- 3) $13,72 + 24,318$.

2. Виконай віднімання:

- 1) $14,4 - 8,9$;
- 2) $72,28 - 54,46$;
- 3) $35,4 - 16,72$.

Після цього викликаю до дошки іншого учня, він виконує вказане завдання, решта учнів працюють самостійно і звіряються.

3. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 4,83 = 9$;
- 2) $43,78 - x = 5,384$.

Далі колективно розглядаємо першу із наступних вправ із записом до зошитів, а другу учні розв'язують самостійно, після чого один із учнів зачитує порядок розв'язання, решта звіряються.

4. Власна швидкість теплохода дорівнює 23,8 км/год, швидкість течії річки – 1,6 км/год. Знайдіть швидкість теплохода проти течії і його швидкість за течією.

5. Вирушивши на ядрі в подорож на Місяць, барон Мюнхаузен за першу хвилину польоту пролетів 234,7 км, що на 18,6 км менше, ніж за другу хвилину. За третю хвилину він пролетів на 156,4 км менше, ніж за першу і другу хвилини разом. Скільки кілометрів пролетів Мюнхаузен за перші три хвилини польоту? [13].

Учням, що швидше за всіх розв'язують вправи потрібно дати додаткові завдання:

1. Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислення:
 - 1) $(2,45 + 0,276) + 4,55$;
 - 2) $5,12 + 3,75 + 5,25 + 4,88$.
2. Розв'яжіть рівняння:
 - 1) $(1,34 + x) - 58,3 = 4,26$;
 - 2) $4,75 - (x - 0,67) = 3,025$.
3. Замість зірочок поставте цифри так, щоб додавання (віднімання)

було виконано правильно:

$$\begin{array}{rcl}
 1) & 1 & 7, * & 4 \\
 & + & * & *, 5 * \\
 \hline
 & 1 & 0 & 5, 2 & 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 2) & 7 & 2, * & * \\
 & - & 3 & *, 5 & 9 \\
 \hline
 & & * & 2, 6 & 9
 \end{array}$$

Для перевірки рівня навчальних досягнень учнів з даного розділу, потрібно провести письмову роботу.

I-варіант:

I-й рівень:

1. Порівняйте: 1) 18,3 і 18,287; 2) 0,5438 і 0,544.
2. Округліть: 1) до десятих: 3,875; 0,4351; 2) до сотих: 11,232; 0,4759.
3. Знайди суму в стовпчик:
 - 1) $2,15 + 0,312$;
 - 2) $18,509 + 3,912$.
4. Знайди різницю в стовпчик:
 - 1) $45,327 - 18,043$;
 - 2) $137,024 - 108,916$.
5. При яких натуральних значеннях букв правильна нерівність:

$$2,41 < x < 7,23; \quad 3,7 < y < 5,4.$$

II-й рівень:

1. Знайди помилки і виправ їх:
 - 1) $14,7 < 14,70$;
 - 2) $0,3040 > 0,34$;
 - 3) $3,405 < 3,4050$;
 - 4) $3,000304 > 3,0034$.
2. Округли до одиниць і обчисли:
 - 1) $2,1 + 3,8$;
 - 2) $9,6 - 2,1$;
 - 3) $7,2 + 3,3$;
 - 4) $6,7 - 0,8$.
3. Знайди x , якщо:
 - 1) $x + 12,4 = 15,83$;
 - 2) $20 - x = 12,3$.

III-й рівень:

1. Напишіть чотири числа, кожне з яких більше за 7,33 і менше від 7,36.
2. Яка довжина третьої сторони трикутника, якщо одна сторона 16,7 см, друга на 1,9 см менша від першої, а периметр дорівнює 40,9?

IV-й рівень:

1. Які цифри можна поставити замість зірочок, щоб утворилася правильна нерівність (у правій і лівій частинах нерівності зірочкою позначено одну й ту саму цифру): 1) $0,*4 > 0,6*$; 2) $0,*5 < 0,5*$?

II-варіант:

I-й рівень:

6. Порівняйте: 1) 21,397 і 21,4; 2) 0,825 і 0,8248.
7. Округліть: 1) до десятих: 8,347; 0,86945; 2) до сотих: 13,9261; 0,4677.
8. Знайди суму в стовпчик:
3) $6,586 + 1,3$;
4) $8,59 + 2,852$.
9. Знайди різницю в стовпчик:
3) $65,827 - 17,673$;
4) $124,854 - 96,896$.
10. При яких натуральних значеннях букв правильна нерівність:

$$3,75 < x < 9,89; \quad 1,67 < y < 5,4.$$

II-й рівень:

4. Знайди помилки і виправ їх:
- 5) $1,45 > 1,43$;
- 6) $3,45 > 3,46$;
- 7) $7,05 < 7,4050$;

- 8) $2,00045 > 2,00450$.
5. Округли до одиниць і обчисли:
- 5) $3,4 + 6,4$;
- 6) $4,5 - 2,9$;
- 7) $4,2 + 8,39$;
- 8) $5,9 - 0,896$.
6. Знайди x , якщо:
- 3) $6,9 + x = 8,2$;
- 4) $1 - x = 0,998$.

III-й рівень:

3. Напишіть чотири числа, кожне з яких менше від 3,72 і більше за 3,75.

4. Знайди довжину три прогонного залізничного моста, якщо довжина середнього прогону 86,8 м, а кожен крайній прогін менший від середнього на 12,2 м.

IV-й рівень:

1. Які цифри можна поставити замість зірочок, щоб утворилася правильна нерівність (у правій і лівій частинах нерівності зірочкою позначено одну й ту саму цифру): 1) $0,*3 > 0,6*$; 2) $0,*4 < 0,4*$?

Тема: Множення десяткових дробів

Вчитель: Ви вже знаєте, як додавати та віднімати десяткові дроби, і вмієте використовувати їх для розв'язання задач. А чи знаєте ви, що існують ще два типи арифметичних дій з десятковими дробами: множення та ділення? Ці дії також дозволяють розв'язувати багато цікавих та практичних задач. Також ви знаєте, що $a \cdot 10 = a + a + \dots + a$. Нескладно встановити, що ця сума дорівнює 2, тобто

$$0,2 \cdot 10 = 2.$$

Аналогічно можна отримати, наприклад:

$$5,2 \cdot 10 = 52;$$

Якщо

$$0,27 \cdot 100 = 27;$$

$$1,2534 \cdot 1000 = 1253,4.$$

Погляньте уважно і скажіть, що ви помітили?

Учень: Кома переноситься на стільки цифр, скільки нулів у другому множнику.

Вчитель: Так, вірно. Отже, ми можемо сформулювати правило: *щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т.д., треба в цьому дробі перенести кому вправо на 1, 2, 3 і т.д. цифр.* Як бачимо, перенесення коми вправо на 1, 2, 3 і т.д. цифр збільшує цей дріб у 10, 100, 1000 і т.д. разів. Тоді, якщо кому перенести вліво на 1, 2, 3 і т.д. цифр, то дріб буде зменшуватися в 10, 100, 1000 і т.д. разів. Отже, *щоб поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т.д., треба перенести в цьому дробі кому вліво на 1, 2, 3 і т.д. цифр* [13]. А давайте спробуємо знайти площу прямокутника, якщо довжини його сторін дорівнюють 2,3 м і 1,5 м? Що для цього потрібно зробити?

Учень: Щоб знайти площу потрібно перемножити довжини.

Вчитель: Вірно. Але множити десяткові дроби ми не вміємо.

Учень: Можна перетворити десяткові дроби у звичайні і обчислити.

$$2,3\text{м} = 2\frac{3}{10}\text{м} = \frac{23}{10}\text{м}, 1,5\text{ м} = 1\frac{5}{10}\text{м} = \frac{15}{10}\text{м}, \text{тоді } \frac{23}{10} \cdot \frac{15}{10} = \frac{345}{100} = 3\frac{45}{100} = 3,45 (\text{м}).$$

Вчитель: Так. Але це можна зробити й іншим способом: Можна обидва дроби збільшити у 10 раз і перемножити, а потім збільшити добуток у 100 разів. Маємо: $23 \cdot 15 = 345$. Тоді коли зменшимо це число у 100 разів, то отримаємо 3,45. Результат такий же як був і раніше. Його можна одержати, користуючись таким правилом: *щоб перемножити два десяткові дроби, достатньо перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на*

коми, а в отриманому добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх було після ком в обох множниках разом. Маємо:

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ \times 1,5 \\ \hline 115 \\ 23 \\ \hline 345 \end{array}$$

Далі переходимо до розв'язування задач. Спочатку розглянемо усні вправи.

1. Як помножити десятковий дріб на 100? як помножити на 10000?
2. Як поділити десятковий дріб на 10? на 1000?
3. Знайдіть добуток:
 - 1) $9,6 \cdot 10$;
 - 2) $0,065 \cdot 100$;
 - 3) $32,97 \cdot 1000$.

Після цього переходимо до вправ письмового характеру. Викликаю до дошки учні і він виконує наступну вправу, решта працюють на місцях.

4. Обчисліть: $0,4^2$; $0,2^3$; $1,6^2$.

Далі до дошки виходять два учні і виконують, решта перевіряють.

5. Знайдіть значення виразу:
 - 1) $12,3 \cdot 0,8 - 5,5 \cdot 1,6$;
 - 2) $(46 - 34,17) \cdot 0,09$.

Після цього колективно розв'язуємо задачу:

6. Дід Остап продав 15,8 кг вишень по 2,05 грн. за кілограм і 20,5 кг слив по 1,6 грн. за кілограм. За які фрукти він уторгував більше грошей і на скільки?

Тема: Ділення десяткових дробів

Вчитель дає учням запитання.

Вчитель: Як знайти невідомий множник у рівнянні $4x = 1,2$? Чи є коренем цього рівняння число 0,3? 3,03?

Учень: Невідомий множник дорівнює частці від ділення добутку на відомий множник: $x = 1,2 : 4$, зрозуміло, що $x = 0,3$, бо $4 \cdot 0,3 = 1,2$.

Вчитель: Як знайти невідомий дільник у рівнянні $2,5 : x = 5$? Чи є коренем цього рівняння число 5; 0,5; 0,05?

Учень: Невідомий дільник дорівнює частці від ділення діленого на частку: $x = 2,5 : 5$, зрозуміло, що корінь $x = 0,5$, бо $0,5 \cdot 5 = 2,5$.

Вчитель: Якщо на ці приклади подивитись уважно, то можна дійти висновку: $1,2 : 4 = 0,3$; $2,5 : 5 = 0,5$. Давайте розглянемо такий приклад, поділити 43,52 на 17. Якщо виконати ділення «куточком», то одержимо: $4352 : 17 = 256$. Тут ділене збільшено у 100 разів, а отже, частка 256 в 100 більша за шукану. Таким чином, $43,52 : 17 = 2,56$.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 3, 5 & 2 & 1 & 7 \\ - 3 & 4 & & 2, & 5 & 6 \\ \hline & 9 & 5 & & & \\ & - 8 & 5 & & & \\ \hline & & 1 & 0 & 2 & \\ & - 1 & 0 & 2 & & \\ \hline & & & 0 & & \end{array}$$

Цей самий результат можна отримати інакше. Поділимо 43,52 на 17 «куточком», не звертаючи уваги на кому. Проте після закінчення ділення цілої частини діленого треба в частці поставити кому:

Якщо ціла частина діленого менша від дільника, то ціла частина частки дорівнює нулю.

Покажемо, що ділення на десятковий дріб легко зводиться на натуральне число.

Знайдемо частку $43,52 : 1,7$.

Якщо ділене і дільник збільшити одночасно в 10 разів, то частка не зміниться. Маємо:

$$43,52 : 1,7 = 435,2 : 17.$$

Тепер залишилося виконати ділення десяткового дробу 435,2 на натуральне число 17. Отже, *щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і в дільнику перенести коми вправо на стільки цифр, скільки їх міститься після коми в дільнику, і виконати ділення на натуральне число* [13]. Отже, перейдемо до розв'язування вправ. Викликаю до дошки учня, він розв'язує вказане завдання, решта працюють на місцях.

1. Виконайте ділення:

- 1) $169,2 : 8$;
- 2) $33,28 : 52$.

Далі до дошки виходять два учні і розв'язують наступні відповідні завдання, решта виконують самостійно і звіряються.

2. Обчисліть:

- 1) $21,6 - 12,6 : 18 + 6$;
- 2) $(21,6 - 12,6) : 18 + 6$.

Далі розв'язуємо першу із двох наступних задач колективно, а другу учні розв'язують самостійно.

3. Барвінок зібрав у своєму саду 456,3 кг яблук і груш. Яблука він розклав у 9 ящиків по 23,5 кг у кожний, а груші – порівну в 12 кошиків. Скільки кілограмів груш було в кожному кошику?

4. Відстань між двома островами дорівнює 556,5 км. Від цих островів назустріч один одному одночасно вийшли два кораблі, які

зустрілися через 7 год після виходу. Один з кораблів ішов зі швидкістю 36,8 км/год. З якою швидкістю рухався другий корабель?

По закінченні вивчення множення і ділення десяткових дробів слід провести письмову роботу, щоб перевірити знання, уміння та навички учнів.

I варіант:

I-й рівень:

1. Виконай дії: $54,8 \cdot (36,41 + 12,096)$.
2. Розв'яжи рівняння: $19,3 - b = 6,41$.
3. Перетвори у десятковий дріб: $\frac{3}{4}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{23}{32}$; $\frac{53}{40}$.
4. Обчисли вираз у метрах: 0,4237 см; 4,248 км; 4,28 км.

II-й рівень:

1. Обчисли значення виразу: $8,6 - k + 19,74$, якщо $k = 4,96$.
2. З 4га зібрали 126,4ц пшениці, скільки пшениці зібрали з 8га?
3. Розв'яжи рівняння: $(x - 15,43) \cdot 0,2 = 3,73$.

III-й рівень:

1. Знайди корінь рівняння: $16 \cdot x - 6,8 \cdot x = 29,44$.
2. Відстань між двома селами дорівнює 149,8 км. З цих сіл одночасно в одному напрямку виїхали легковий автомобіль і мотоцикл, причому мотоцикліст їхав попереду. Через 3,5 год після початку руху автомобіль наздогнав мотоцикліста. Якою була швидкість мотоцикліста, якщо швидкість автомобіля дорівнювала 75,5 км/год?

IV-й рівень:

1. Знайди добуток $a \cdot x$ коренів рівнянь: $3,2 \cdot x + 5,6 + 5,8 \cdot x = 17,21$ та $3 + 1,2a + 6,7a = 109$.

II варіант:

I-й рівень:

1. Виконай дії: $81,31 \cdot (54,1 - 27,36)$.

2. Розв'яжи рівняння: $a - 7,83 = 6,47$.
3. Перетвори у десятковий дріб: $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{19}{25}$; $\frac{19}{8}$.
4. Обчисли вираз у кілограмах: 4,5 т, 4,567 т, 0,667 т, 4,4657 т.

II-й рівень:

1. Обчисли значення виразу: $4,5 + 18,57 - p$ якщо $p = 42,34$.
2. Власна швидкість катера 43,5 км/год, а швидкість течії річки 4,6 км/год. Знайди швидкість катера за течією і проти течії.
3. Розв'яжи рівняння: $0,78 \cdot (x + 0,12) = 3,9$.

III-й рівень:

1. Знайди корінь рівняння: $2,56 \cdot k + 3,64 \cdot k = 29,76$.
2. З двох станцій, відстань між якими дорівнює 59,75 км, одночасно в одному напрямку виїхали пасажирський і швидкий поїзди. Попереду їхав пасажирський поїзд зі швидкістю 62,8 км/год і через 2,5 год після початку руху його наздогнав швидкий поїзд. Знайдіть швидкість швидкого поїзда.

IV-й рівень:

1. Знайди добуток $a \cdot x$ коренів рівнянь: $19a - 0,18 = 19,01$ та $6,7 \cdot x + 1,9 \cdot x + 3,3 \cdot x = 38,08$.

2.2. Експериментальна перевірка розробленої методики

Як показує практика, орієнтування навчальних проблем і шкільних підручників з математики на так званого “середнього учня” призводить до того, що в процесі навчання математики не враховується різномірний характер засвоєння учнями матеріалу. Це може мати негативні наслідки, такі як низькі знання учнів з математики та відсутність зацікавленості у її вивченні. Вирішення цієї проблеми вимагає диференційованого підходу до навчання, який враховує індивідуальні особливості кожного учня.

Під час проходження педагогічної практики ми зустрілись з цими ж проблемами. Тому було поставлено завдання провести дослідження в області розробки методики вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу і

проаналізувати, як її впровадження впливає на навчальний процес та засвоєння учнями матеріалу.

На уроках математики проводились рівневі самостійні роботи, здійснювався рівневий поділ класних завдань, завдань для домашньої роботи та перевірочних робіт. Результатом цього стало різке зростання інтересу учнів до уроків математики, підвищення їхньої активності на уроках, а також заповнення прогалин у знаннях. Все це підтвердило ефективність здійснення рівневого навчання математики.

При виборі задач для рівневої роботи було виявлено, що існуючі методики та дидактичні матеріали не задовольняють чотирьохрівневе навчання, впроваджене у школах згідно реформи освіти. Нами була розроблена методика вивчення дробових чисел і система різнорівневих задач з математики для 5 класу з урахуванням чотирьохрівневого навчання.

Експериментальна перевірка розробленої методики проводилась в Брустурянському опорному закладі загальної середньої освіти I-III ступенів Усть-Чорнянської селищної ради Тячівського району Закарпатської області. За експериментальну групу було взято учнів 5-А (вчитель математики Карвацька Ірина Миколаївна). Середній бал успішності 7,1. За контрольну групу було взято учнів 5-Б класу: (вчитель математики Карвацька Ірина Миколаївна). Середній бал успішності 7,5.

З вчителем було обговорено, в чому суть та особливості експерименту. Учні експериментального класу навчалися за даною методикою, а учні контрольного – за шкільними програмами та підручниками. По закінченні навчання учням і експериментального, і контрольного класів було запропоновано перевірочні роботи з теми “Десяткові дробі”.

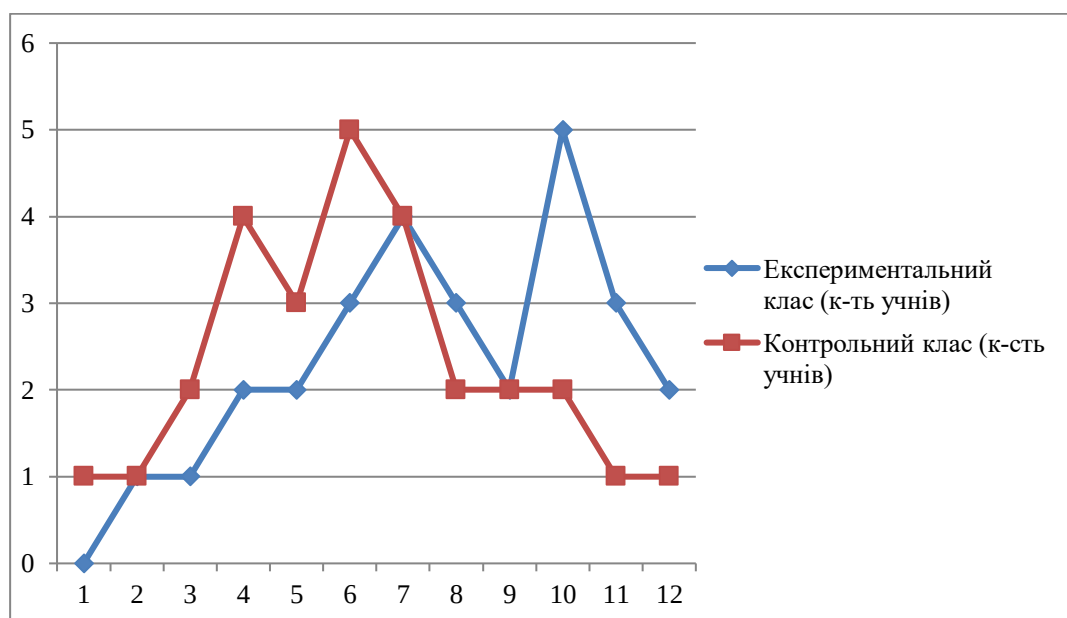
Учні даних класів одержали такі оцінки:

5-ті класи:

Бали	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Експериментальний клас (к-сть учнів)	0	0	1	1	2	4	3	2	4	2	3	2
Контрольний клас (к-сть учнів)	0	1	2	3	4	3	5	2	1	2	1	0

Результати цих робіт зображено графічно (мал. 1).

5-ті класи



Мал. 1

Як видно з одержаних результатів, в експериментальній групі спостерігається ріст позитивних оцінок, причому кількість їх більша, ніж в контрольній групі. Це доводить, що розроблена методика є ефективною.

Для того, щоб з'ясувати більш точно, як впливає застосування різнорівневих завдань з математики на формування знань, використано метод кореляції на прикладі даних класів. Для цього визначимо коефіцієнт кореляції, який є мірою щільності розглядуваного зв'язку. Чим більший коефіцієнт кореляції, тим більша залежність між застосуванням

різнорівневих завдань для перевірки і підтвердження відповідного рівня знань. Якщо зв'язок між ознаками відсутній, то коефіцієнт кореляції буде рівний або близький до нуля.

Коефіцієнт кореляції визначають за формулою:

$$r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}}, \text{ де } SS_x - \text{сума квадратів відхилень:}$$

$$SS_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}, \text{ аналогічно для } SS_y:$$

$$SS_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N}, SP_{xy} - \text{суму скоректованих добутоків:}$$

$$SP_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{N}, \text{ де } N - \text{кількість учнів.}$$

Кількість учнів	Загальна кількість балів		Допоміжні розрахунки		
	В експериментальному класі ($\sum x$)	В експериментальному класі ($\sum y$)	$\sum xy$	$\sum x^2$	$\sum y^2$
24	148	191	2776	2991	4759

1. Знаходимо суму квадратів відхилень: $SS_x = 2991 - \frac{148^2}{24} = 2078$,
 $SS_y = 4759 - \frac{191^2}{24} = 3229$.

2. Суму скоректованих добутоків: $SP_{xy} = 2776 - \frac{148 \cdot 191}{24} = 1598,2$.

3. Коефіцієнт кореляції $r = \frac{SP_{xy}}{\sqrt{SS_x \cdot SS_y}} = \frac{1598,2}{\sqrt{2078 \cdot 3229}} \approx 0,62$.

Бачимо, що одержані коефіцієнти кореляції близькі до одиниці. Це свідчить про існування тісного зв'язку між застосуванням різнорівневих задач для перевірки і досягненням учнями відповідних рівнів знань. Тому можна говорити про доцільність впровадження такої методичної системи в навчальний процес. Її використання в шкільній практиці забезпечує засвоєння учнями навчального матеріалу, сприяє розвитку в учнів стійкого інтересу до поглибленого вивчення математики, веде до формування даних рівнів знань, їх об'єктивної перевірки.

ВИСНОВКИ

Розв'язання завдань загальної освіти в сучасних умовах передбачає застосування інноваційних підходів, що орієнтовані на особистісно-орієнтоване навчання. Це включає створення нових методичних систем, які максимально враховують індивідуальні інтереси та здібності учнів, а також сприяють їх всебічному розвитку.

Так, обов'язкові результати навчання стали ключовим етапом у вдосконаленні системи навчання математики. Розуміння різниці у готовності учнів до вивчення математики допомагає підготувати ефективніші та індивідуалізовані методики.

Об'єктивною реальністю є те, що кожен учень має власний темп оволодіння матеріалом та власний набір сильних та слабких сторін у вивченні математики. Деякі учні можуть потребувати більше часу на освоєння нового матеріалу або додаткових вправ для закріплення навичок, тоді як інші можуть швидше освоювати матеріал і вирішувати завдання з меншою кількістю вправ.

Створення обов'язкових результатів навчання дозволяє визначити конкретні цілі та очікувані досягнення для кожного етапу навчання. Це може включати вимоги щодо засвоєння певних математичних концепцій, вирішення типових задач, розв'язання складніших проблем або демонстрацію певних математичних вмінь.

Застосування обов'язкових результатів навчання допомагає учням краще розуміти, що очікується від них у процесі вивчення математики, та дає змогу вчителям більш ефективно оцінювати прогрес кожного учня. Це також стимулює постійне самовдосконалення і пошук шляхів для досягнення поставлених цілей.

Існуючі методичні системи навчання математики не завжди відповідають сучасним вимогам чотирьохрівневої освіти. Це робить актуальним створення нових методик, які б враховували ці вимоги. Оскільки в курсі математики провідна роль належить задачам, важливо розробити

методику їх розробки з використанням різнорівневих завдань. Це дозволить краще диференціювати навчання та зробити його більш ефективним для учнів з різним рівнем підготовки.

Аналіз задач з підручників з математики показав, що вони не відповідають принципам рівневого навчання. В підручниках практично немає або дуже мало завдань високого рівня складності. Розподіл завдань по рівнях складності не є чітким і логічним. Системи вправ містять багато задач середньої складності, але не пропонують чіткої системи ускладнення завдань. Багато завдань дублюють одне одного і не сприяють розвитку нових умінь. Це свідчить про те, що задачний матеріал у підручниках з математики потребує вдосконалення.

Через суперечності в розподілі завдань по рівнях складності, діючі посібники з математики не відповідають вимогам сучасного рівневого навчання.

Для досягнення найкращих результатів у засвоєнні дробових чисел учнями 5 класу, важливо використовувати в процесі навчання як дидактичні матеріали, так і тематичні перевірочні роботи.

- учень самостійно визначає рівень складності та стежить за своїм розвитком, що є ефективним у контексті навчання математики. Він стимулює учнів до саморегуляції, сприяє розвитку відповідальності та самостійності;
- звичайна робота змушує учня розв'язати цілу низку завдань, частина яких є елементарними. Однакові задачі не дають можливості проявити високий рівень знань, однак вимагають значних витрат часу.

Отримані результати експериментальної перевірки підтверджують ефективність розробленої методики з використанням різнорівневих задач у навчанні математики. Тісний зв'язок між застосуванням таких завдань та досягненням учнями відповідних рівнів знань свідчить про їхню доцільність та значущість для навчального процесу.

У рамках цієї магістерської роботи було проведено глибоке вивчення та аналіз різноманітних психолого-педагогічних та методичних джерел, що стосуються теми "Методика вивчення дробових чисел в курсі математики 5 класу".

Окрім пояснення теорії, вкрай важливою складовою курсу математики є рівнева перевірка знань учнів. Завдяки рівневій перевірці знань вчитель може отримати чітке уявлення про те, як кожен учень засвоїв матеріал. Використання завдань різної складності дозволяє диференціювати навчання та зробити його більш ефективним для учнів з різним рівнем підготовки. Рівнева перевірка знань є важливим інструментом для мотивації учнів до вивчення математики.

В ході дослідження було виявлено, що існуючі методичні розробки та підручники з математики не в повній мірі забезпечують ефективне вивчення дробових чисел в умовах рівневого навчання. Дослідження показало, що методика вивчення дробових чисел потребує вдосконалення, а також необхідна розробка нових рівневих завдань та підручників, що відповідають вимогам Нової української школи. Аналіз методичної літератури та підручників з математики виявив низку проблем, які негативно впливають на процес вивчення дробових чисел учнями.

Ця методика може стати відмінним інструментом для покращення навчального процесу та досягнення успіху кожним учнем у вивченні математики та інших предметів. Її впровадження в шкільну практику допоможе забезпечити якісну освіту, що враховує індивідуальні потреби кожного учня.

Експеримент довів, що розроблена методика дійсно сприяє кращому засвоєнню учнями математики. Завдяки цій методиці учні не лише краще розуміють математику, але й стають більш зацікавленими в її вивченні. Використання методики позитивно впливає на розвиток логічного мислення, прагнення до пошуку знань, самовдосконалення та самопізнання учнів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики. К.: Вища школа, 1989. 368 с.
2. Бевз Г.П. Методика викладання алгебри: Посібник для вчителів. К.: Радянська школа, 1971. 272 с.
3. Буряк Н. Про усну лічбу та деякі прийоми обчислень у курсі математики 5 – 6 класів. *Математика в школі*. 2004. № 2 С. 230 – 241.
4. Державний стандарт базової середньої освіти. Міністерство освіти і науки України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/novaukrayinska-shkola/derzhavnij-standart-bazovoyi-serednoyi-osviti> (дата звернення: 18.08.2022);
5. Додатки до Державного стандарту базової середньої освіти. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/file/text/83/f498849n194.doc> (дата звернення: 17.05.2022).
6. Елементи STEM-навчання на уроці математики. URL: <https://vseosvita.ua/library/elementi-stem-navcanna-na-uroci-matematiki-229868.html> (дата звернення: 17.10.2022)
7. Забранська Н., Забранська В. Десяткові дроби та дії над ними *Математика в школі*. 2002. №2 С. 32 – 36.
8. Кушнір В. Дослідження та розвиток творчості під час вивчення математики / В. Кушнір, А. Ольшанецька, І. Дворак // 2009. – № 6 – С. 3-5.
9. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальносередньої освіти // *Математика*. – жовтень 2000. – с.2.
10. Левус О.І. Формування навичок самостійної роботи учнів на різних етапах уроку. *Математики в школі*. 2009. № 5 – С. 2.
11. Математика. Модельні програми 5–6 і 7–9 класів НУШ. <https://imzo.gov.ua/model-ni-navchal-ni-prohramy/matematychna-osvitnia-haluz/matematyka/>
12. Марнянський І. Розвиваюче навчання та формування математичних понять. *Математика в школі*. 1999. №2 С. 2 – 3.

13. Мерзляк А.Г. Математика: підручник для 5 класу. А.Г. Мерзляк, В.В. Полонський, М.С. Якір. Харків: Гімназія, 2022. 357 с.
14. Методичні рекомендації щодо особливостей організації освітнього процесу у 5 класах НУШ. Шкільне життя. №4.5. 2021 URL: <https://www.schoollife.org.ua/metodychni-rekomendatsiyi-shhodo-osoblyvostejorganizatsiyi-osvitnogo-protsesu-5-klasah-nush/> (дата звернення: 30.08.2022).
15. Москаленко О., Філімонова М. Створення креативного середовища у процесі навчання математики учнів 5–6 класів. *Математика в школі*. 2007. № 9-10. С. 15-19.
16. Сікорський П. Психолого-педагогічні проблеми навчання математики. *Математика в школі*. 2004. № 4. С. 5-9.
17. Столяр А.А. Педагогіка математики. Київ: Вища школа. 1986. 414 с.
18. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. Видання 2-ге, допов. і переробл. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
19. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. 240с.