

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки,

кандидат педагогічних наук, доцент

_____ Т.І.Війчук «____» _____ 2024 р.

ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТІВ СТАТИСТИКИ У КОЛЕДЖАХ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОГО СПРЯМУВАННЯ

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Магістерська робота

*на здобуття професійної кваліфікації: «Вчитель математики, викладач за-
кладу фахової передвищої, вищої освіти, вчитель інформатики»*

Автор роботи:

Війчук Олександр Тарасович _____

Науковий керівник:

кандидат фізико-математичних наук, доцент

Комарницька Леся Іванівна _____

Дрогобич, 2024

Захист магістерської роботи

**«Вивчення теорії ймовірностей та елементів статистики у коледжах
фінансово-економічного спрямування»**

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

[illegible]

дата

Голова ЕК _____ підпис _____ прізвище, ім'я

Секретар ЕК _____ підпис _____ прізвище, ім'я

АНОТАЦІЯ

Війчук О. Т. Вивчення теорії ймовірностей та елементів статистики у коледжах фінансово-економічного спрямування. – Рукопис

У магістерській роботі розглянуто шляхи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів економічних коледжів під час вивчення ймовірнісно-статистичних понять. Проаналізовано методичні аспекти вивчення основних понять теорії ймовірності та статистики; використання стохастичних відомостей у змісті навчальних курсів професійно спрямованих дисциплін; прикладну спрямованість стохастичних понять.

Сформульовано висновки щодо доцільності та можливості професійного спрямування курсу стохастики для студентів коледжів з економічним профілем навчання; дібрано дидактичний матеріал з елементами теорії ймовірностей та статистики, який стимулюватиме навчально-пізнавальну діяльність студентів коледжів економічного спрямування. Розроблено прикладні задачі економічного змісту, визначено їх роль та місце у процесі вивчення стохастики та їх вплив на якість навчання студентів коледжів фінансово-економічного спрямування.

ABSTRACT

Viychuk O. T. Studying probability theory and elements of statistics in colleges of financial and economic direction. – Manuscript

The master's thesis explores ways to enhance the educational and cognitive activity of students in economic colleges during the study of probabilistic and statistical concepts. The methodological aspects of teaching the fundamental concepts of probability theory and statistics are analyzed, including the use of stochastic information within the content of professional courses and the applied orientation of stochastic concepts.

Conclusions are drawn regarding the feasibility and potential of professionally oriented stochastic courses for students in economic colleges. Educational resources incorporating elements of probability theory and statistics have been chosen to enhance the learning and cognitive engagement of students in economically focused programs. Practical economic tasks have been designed, their significance and integration within the teaching of stochastic topics outlined, and their influence on the educational outcomes of students in finance and economics colleges evaluated.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. Психолого-педагогічні передумови успішного вивчення	
елементів стохастики у коледжах з економічним спрямуванням	
1.1. Активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів під час	
вивчення ймовірісно-статистичних понять	10
1.2. Реалізація міжпредметних зв'язків стохастики	
з дисциплінами економічного циклу	17
РОЗДІЛ 2. Методичні аспекти вивчення основних понять теорії ймовірності	
та статистики в курсах економічних дисциплін	
2.1. Використання стохастичних відомостей у змісті	
навчальних курсів професійно спрямованих дисциплін	25
2.2. Прикладна спрямованість стохастичних понять	33
2.2.1. Початки теорії ймовірностей	35
2.2.2. Початки математичної статистики	39
ВИСНОВКИ	48
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	50
ДОДАТКИ	53

ВСТУП

Тенденції економічних перетворень, що спостерігаються в Україні дають підстави стверджувати, що найближчому майбутньому суспільство потребуватиме нових типів організаторів і учасників виробничих процесів. Це ставить вимогу до сучасної освіти, зокрема до випускників шкіл, які повинні володіти не лише базовими знаннями, а й навичками застосування методів аналізу даних та статистичних закономірностей. В умовах сучасного інформаційного суспільства важливо, щоб учні отримували уявлення про роль статистики та ймовірнісних підходів у науці, техніці та виробництві вже на ранніх етапах навчання. З огляду на це, багато розвинутих країн вже на початкових етапах шкільної освіти інтегрують елементи теорії ймовірностей і статистики в навчальні програми, забезпечуючи поступове освоєння учнями статистичних методів для аналізу реальних життєвих ситуацій. Теорія ймовірностей та математична статистика розглядаються як важливі розділи прикладної математики, що включають специфічні методи і прийоми для вирішення практичних завдань.

Розвиток ринкових відносин в Україні призводить до змін у фінансових та економічних професіях, вимагаючи від майбутніх спеціалістів високого рівня підготовки, зокрема у галузі аналізу та оцінки ймовірнісних і статистичних даних. Підготовка молодших спеціалістів (з терміном навчання три роки) має складатися з двох важливих компонентів, які повинні бути тісно інтегровані: отримання достатнього рівня середньої освіти та відповідна професійна підготовка. Перший етап навчання зазвичай орієнтований на засвоєння загальних знань і триває на першому курсі, який у багатьох закладах називають "нульовим". Програми навчання першокурсників мають відповідати вимогам загальноосвітніх навчальних закладів та Державному стандарту середньої освіти, однак на практиці це часто не реалізується в повному обсязі.

У рамках Державного стандарту середньої освіти [8] було введено ймовірно-статистичну складову, яка, однак, не є обов'язковою частиною програм з математики в фінансово-економічних коледжах. Включення цієї змістової лінії в Концепцію математичної освіти [16] є важливим кроком для формування ймовірно-статистичного мислення, яке є невід'ємною складовою сучасної культури та професійної компетентності. В умовах ринкових відносин кожен спеціаліст стикається з необхідністю використовувати статистичні методи для аналізу даних, прогнозування та прийняття рішень у випадкових ситуаціях.

Зміни в соціально-економічному середовищі підвищили значущість статистичної грамотності, що стало необхідною умовою успішної професійної діяльності. Методи теорії ймовірностей і математичної статистики широко застосовуються в економічних дослідженнях, зокрема для прогнозування ринкових тенденцій, оцінювання ефективності бізнес-процесів і аналізу впливу випадкових чинників на економічні явища. Тому ґрунтовна стохастична підготовка майбутніх економістів є важливою складовою їхнього професійного становлення, адже здатність працювати з ймовірнісними моделями та приймати обґрунтовані рішення в умовах невизначеності є ключовою для ефективної діяльності на сучасному ринку.

Проблема ймовірно-статистичної освіти учнів та студентів є важливою та тривалим часом розвивається в теорії і практиці шкільної математики. Вона має багатовікову історію, і над її вирішенням працювали видатні вітчизняні та міжнародні вчені, зокрема В.І. Кінаш, Л.М. Яценко, О.С. Коваленко, К.Ф.Гаусс, Р.Фішер, Д.Тьюкі та ін.

Введення основ теорії ймовірностей та елементів статистики до переліку навчальних дисциплін в ліцєях і коледжах економічного спрямування не є обов'язковим, хоча ці знання є важливими для якісної професійної підготовки молодих фахівців. Також, без ґрунтовної стохастичної підготовки неможливо ефективно виконувати завдання, які стоять перед студентами під час вивчення фахових дисциплін. Наприклад, знання з курсу стохастики будуть корисними

під час вивчення сучасних методів економічного аналізу, що передбачають застосування математичних і статистичних методів; набуття навичок фінансового планування і прогнозування; вміння працювати з динамічно змінною інформацією, пов'язаною з діяльністю банків, фондових ринків, акціями тощо; а також здійснення аналізу для прийняття обґрунтованих рішень у процесах управління економічними та фінансовими операціями, зокрема в страхуванні. Сучасні зміни в пріоритетах професійної освіти, зокрема перехід від загальних знань до специфічних професійних компетенцій, є актуальними для підготовки спеціалістів середньої ланки в умовах глобалізації та цифровізації економіки. [12; 20; 27].

Особливо важливою є проблема розробки змісту, методики та методичного забезпечення навчання початків стохастики у фінансово-економічних коледжах, що має забезпечити підготовку першокурсників до вивчення спеціалізованих професійних дисциплін.

Тому наше дослідження зосереджене на вирішенні цієї важливої проблеми.

Мета магістерської роботи — дослідити доцільність і перспективи включення курсу стохастики в програму підготовки студентів економічних коледжів, а також підібрати дидактичний матеріал з елементами теорії ймовірностей і статистики, що стимулюватиме їхню навчально-пізнавальну активність у фінансово-економічному напрямку.

Об'єктом дослідження є процес навчання математики студентів коледжів економічного профілю.

Предмет дослідження — зміст, методи та форми навчання початків теорії ймовірностей і математичної статистики в коледжах економічного спрямування.

У відповідності з метою дослідження було поставлено наступні **завдання**:

- аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури у контексті визначення психолого-педагогічних передумови й методичних вимоги, що забезпечують ефективне навчання стохастики у фінансово-економічних коледжах;
- розробити рекомендації щодо відбору змісту та методів навчання стохастичних елементів у закладах економічної освіти;
- підібрати прикладні задачі економічного характеру, визначити їх значення та місце у процесі викладання стохастики, а також оцінити їхній вплив на підвищення якості навчання;
- обґрунтувати доцільність використання прикладних задач під час вивчення професійно спрямованих дисциплін, засвоєння яких сприяє формуванню статистично-ймовірнісного мислення у студентів.

У процесі дослідження використовувались такі **методи**:

- вивчення психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури, що стосується теми дослідження;
- аналіз навчальних програм і підручників з математики та окремих економічних предметів;
- проведення бесід з викладачами й студентами;
- здійснення спостережень;
- проведення тестувань.

Новизна дослідження та його практичне значення полягають у розробці різноманітних прикладних завдань з професійною спрямованістю та у добірї дидактичних матеріалів, що дозволяє ефективніше використовувати елементи стохастики під час вивчення економічних дисциплін. Це спрямовано на підвищення пізнавального інтересу та результативності навчального процесу для студентів фінансово-економічних коледжів.

Результати дослідження були представлені на студентській науково-практичній конференції Інституту фізики, математики та інформатики, а також обговорені на засіданні кафедри математики та економіки Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

РОЗДІЛ 1. Психолого-педагогічні передумови успішного вивчення елементів стохастики у коледжах з економічним спрямуванням

1.1. Активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів під час вивчення ймовірісно-статистичних понять

Багаторічний дидактичний досвід інтеграції теорії ймовірностей і математичної статистики в курс шкільної математики на різних кроках модернізації математичної освіти в нашій країні, а також цінний зарубіжний досвід, надають певні орієнтири для створення методичної системи навчання цього розділу математики, зокрема в економічно спрямованих коледжах. [4; 10; 11; 30].

Ефективність навчання стохастики у коледжах та профільних класах визначається багатьма факторами, серед яких ключову роль відіграють психологічні та педагогічні аспекти. Психологічні чинники включають вікові та індивідуальні особливості студентів, а також особливості психологічної взаємодії між усіма учасниками навчального процесу.

Навчальна діяльність охоплює взаємопов'язані аспекти: активне оволодіння стохастичними знаннями та розвиток здатності учнів самостійно мислити, аналізувати, ставити питання й знаходити на них відповіді, а також формування вміння цілеспрямовано застосовувати здобуті знання на подальших етапах навчання, що реалізується через стимулювання мотивації.

Серед основних методів та засобів навчання, які сприяють активізації пізнавальної діяльності студентів під час опанування стохастики, можна виділити такі [7]:

- ✓ конкретно-індуктивний підхід;
- ✓ проблемно-орієнтоване навчання;
- ✓ самостійну роботу студентів;
- ✓ систему прикладних задач із професійним спрямуванням змісту;
- ✓ використання статистичних таблиць;
- ✓ електронні навчальні ресурси;

✓ інтеграцію міжпредметних зв'язків.

Проаналізуємо особливості застосування перелічених методів та прийомів навчання під час вивчення тем стохастики.

Використання прикладних задач фінансово-економічного характеру та посилення міжпредметних зв'язків між математикою, зокрема стохастикою, і професійно спрямованими дисциплінами сприятиме глибшому засвоєнню знань, розвитку умінь і навичок студентів у практичному застосуванні стохастичних ідей. Це, своєю чергою, підвищить їхню готовність до реальних життєвих ситуацій і забезпечить ефективне опанування професійної освіти.

Використання проблемних ситуацій під час вивчення нового матеріалу з стохастики та розв'язування задач фінансово-економічного змісту сприяє активізації пізнавальних процесів, розвитку творчих здібностей студентів, забезпечує глибоке і міцне формування стохастичних понять, створює передумови для самостійного «відкриття» та використання їх на практиці.

Важливим прийомом навчання, що сприяє прояву творчої активності студентів у процесі вивчення стохастики, є евристичний метод. З метою підвищення ефективності вивчення стохастики доцільно використовувати систему логічно пов'язаних завдань, які сприяють поступовому розв'язанню проблеми, сформульованої викладачем.

З точки зору логіки, мислення має три основні форми: поняття, судження та умовивід, які є як компонентами, так і результатами ймовірнісної діяльності [13].

Науковці різняться у рекомендаціях що до процесу формування понять, однак усі вони пов'язують цей процес з практичною та розумовою діяльністю. Ряд науковців визначали як основні ті параметри, за якими можна оцінювати зміни в розумовій діяльності в процесі навчання, зокрема під час засвоєння понять. Це питання активно вивчалось психологами. Формування понять у дітей та здатність до узагальнень є однією з основних цілей шкільного навчання..

Тому організацію процесу вивчення стохастичних понять доцільно проводити за такими загальноприйнятими етапами [25]:

- організація спостереження окремих об'єктів та явищ;
- збагачення і накопичення спостережень, формування “понятійної” бази для введення нового поняття.

Чим більше накопичено учнем базових знань, тим об'ємніше та глибше розкривається поняття, враховуючи всі його різноманітні зв'язки, що забезпечує кращу підготовку студента до засвоєння нового матеріалу. Зокрема, під час формування ймовірно-статистичних понять доцільно запропонувати декілька прикладів, що демонструють учням наявність закономірностей навіть у випадкових подіях. Варто підкреслити, що основними завданнями теорії ймовірностей є вивченням математичних моделей випадкових явищ, тобто ймовірнісних моделей. Важливо враховувати, що не можна нехтувати негативними прикладами, адже вони мають важливе значення для формування у студентів впевненості у правильності засвоєння поняття. Негативні приклади допомагають учням краще усвідомити межі застосування теоретичних знань. Наприклад, для правильного формування поняття випадкової події необхідно:

- попередньо засвоїти такі основні терміни, як «статистичний експеримент», «елементарна подія», «простір елементарних подій» та інші.
- продемонструвати як виділяються загальні та істотні ознак досліджуваних об'єктів.
- означення понять. До словесного означення поняття доцільно переходити після розкриття якісних або кількісних характеристик об'єкта, що вивчається. Цей етап має найбільший зв'язок з виокремленням істотних ознак об'єктів дослідження, і ефективно сприяє розвитку абстрактного мислення учнів;
- конкретизація поняття відбувається під час виконання вправ, спрямованих на варіювання несуттєвих характеристик певного класу понять і виділення їхніх суттєвих ознак. У цьому контексті студентам важливо надати мо-

жливість здійснювати порівняння, класифікацію, абстрагування, систематизацію та узагальнення, причому кожен з цих етапів має супроводжуватися виконанням великої кількості вправ.

- виконання вправ практичного змісту з метою формування навичок застосування понять та оцінки рівня їх засвоєння. Поняття можна вважати засвоєними студентами, коли вони розуміють їхні істотні властивості та застосовують їх як інструмент для подальшого пізнання і практичної діяльності. Тому важливо організувати діяльність, спрямовану на їх закріплення, через виконання різноманітних завдань, зокрема з використанням моделювання, практичних ситуацій і розрахункових задач.;

- розширення понять.

Ці етапи доцільно використовувати у процесі формування понять теорії ймовірностей, зокрема, коли є можливість оперувати конкретним матеріалом.

Загальне виконання перших чотирьох етапів відповідає конкретно-індуктивному методу введення понять. Спочатку розглядаються різноманітні приклади, визначаються зв'язки поняття з реальним життям, а вже потім здійснюється перехід до формального визначення.

Прикладний характер стохастики визначає конкретно-індуктивний метод як основний для вивчення базових понять, а аналіз практичних життєвих ситуацій значно підвищує його ефективність.

До психолого-педагогічних передумов реалізації прикладної спрямованості курсу стохастики можна віднести такі аспекти:

- 1) новизна для старшокласників інтелектуальних операцій, пов'язаних з аналізом випадкових подій і виконанням дій над ними;
- 2) посилення прагнення до причинного пояснення випадкових явищ і процесів;
- 3) здатність обґрунтовувати та доводити стохастичні твердження (зокрема, аргументація щодо статистичної стійкості експериментів, рівномірності подій тощо) і формулювати обґрунтовані висновки;
- 4) систематизація здобутих знань;

- 5) наявність тісного взаємозв'язку між логічним мисленням і чуттєвим сприйняттям у пізнавальній діяльності старшокласників;
- 6) інтеграція знань із суміжних дисциплін [19].

Значний рівень абстрактності курсу теорії ймовірностей та математичної статистики вимагає розвиненого абстрактного мислення у студентів. Це, своєю чергою, підкреслює важливість використання різноманітних засобів наочності. Взаємодія між наочним і абстрактним мисленням розпочинається з формування наочних образів на основі словесного матеріалу, що дає змогу перекладати текстову інформацію у візуальні уявлення. Цей процес взаємодії розвивається та вдосконалюється в ході навчання. Розумова діяльність, позбавлена наочної опори, може бути важкою навіть для дорослих, а не лише для учнів.

Дієвими є методичні підходи, які інтегрують наочні елементи безпосередньо у процес навчання.

Під час вивчення стохастики широко застосовуються такі наочні засоби, як таблиці, діаграми, схеми тощо. Зокрема, використання таблиць із даними стохастичних експериментів є особливо корисним для введення та засвоєння понять, таких як статистична ймовірність, випадкова величина та інші [26].

Теорія графів є дієвим інструментом наочності при опануванні теоретичних аспектів і розв'язуванні задач із ймовірності. Використання дерев логічних можливостей і кругів Ейлера допомагає студентам систематизувати вихідні дані задачі, виокремити основні зв'язки, що створює підґрунтя для побудови аналітичної моделі задачі.

Задача. Інвестор, який раніше вклав певну суму грошей у чотири акції, вирішив продати дві з них, щоб підтримати дитину, яка навчається за контрактом. Вважаючи всі акції рівноцінними, він випадково обирає дві для продажу, а дві інші залишає. Через рік ціна на дві з чотирьох акцій зросте, а на дві інші — знизиться. Потрібно визначити ймовірність того, що:

- 1) ціна зросте на обидві збережені акції;
- 2) ціна зросте хоча б на одну з збережених акцій.

Розв'язання:

Для цієї задачі доцільно використати дерево логічних можливостей або ймовірнісне дерево (рис. 1), яке виконує кілька важливих функцій наочності. Воно не тільки візуалізує всі можливі варіанти розвитку подій, але й слугує зручною основою для аналізу ймовірностей кожного результату.

Застосування такого дерева дає змогу:

- чітко окреслити всі можливі комбінації подій;
- спростити процес підрахунку ймовірностей;
- краще зрозуміти логіку задачі та структуровано подати вихідну інформацію.

Таким чином, ймовірнісне дерево стає універсальним інструментом для розв'язання задач подібного типу, забезпечуючи більш ефективне навчання та закріплення ключових понять.

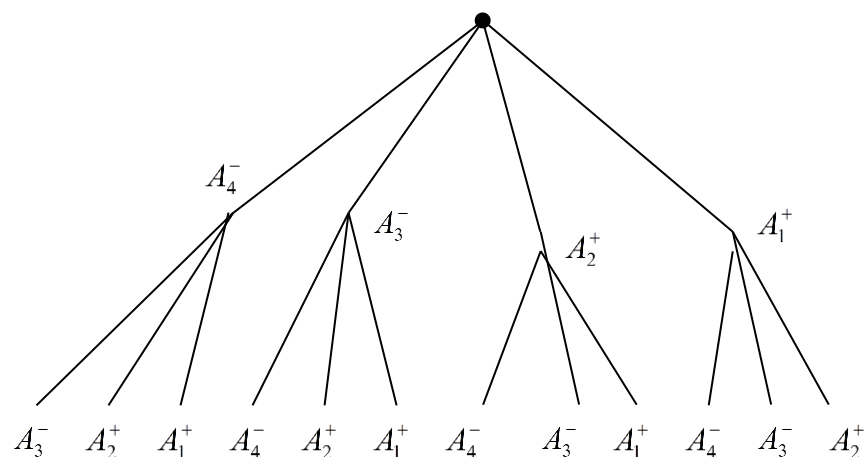


Рис. 1. Дерево логічних можливостей

На початку слід описати сам експеримент та можливі результати. Припустимо, що у людини є чотири акції: $A_1^+, A_2^+, A_3^-, A_4^-$, і їй не відомо, що акції A_1^+, A_2^+ збільшать свою вартість, а акції A_3^-, A_4^- подешевшають. Людина, за ради експерименту, випадковим чином залишає дві акції на зберігання. Потрібно визначити, які можливі результати цього експерименту?

Очевидно, що результатами випадкового вибору є дві акції. Які є способи утворення цих пар? Для демонстрації можливих варіантів перебору, доцільно продемонструвати студентам «дерево логічних можливостей» (рис. 1). У

ході аналізу варіантів утворених пар робимо висновок, що серед них є повторення $A_1^+ A_2^+; A_1^+ A_3^-; A_1^+ A_4^-; A_2^+ A_1^+; A_2^+ A_3^-; A_2^+ A_4^-; A_3^- A_1^+; A_3^- A_2^+; A_3^- A_4^-; A_4^- A_1^+; A_4^- A_2^+; A_4^- A_3^-$. З загальної кількості дванадцяти пар слід виділити тільки ті, що є різними $A_1^+ A_2^+; A_1^+ A_3^-; A_1^+ A_4^-; A_2^+ A_3^-; A_2^+ A_4^-; A_3^- A_4^-$ оскільки вони представляють унікальні наслідки експерименту. Сукупність усіх отриманих результатів складає *простір елементарних подій* для проведеного експерименту:

$$\Omega = \{A_1^+ A_2^+; A_1^+ A_3^-; A_1^+ A_4^-; A_2^+ A_3^-; A_2^+ A_4^-; A_3^- A_4^-\}.$$

Якщо через A позначити подію {вартість обох акцій зросте}, то $A = \{A_1^+ A_2^+\}$. Враховуючи, що $P(\Omega) = 1$ і кожна пара має рівноможливі шанси, то імовірності для кожного із наслідку експерименту є однаковими, і її можна обчислити як статистичну ймовірність $P(A) = 1/6$.

Подія B відбувається, якщо хоча б одна із вибраних акцій подорожчає. Тому $B = \{A_1^+ A_2^+; A_1^+ A_3^-; A_1^+ A_4^-; A_2^+ A_3^-; A_2^+ A_4^-\}$.

Тоді імовірність події B дорівнювати сумі імовірностей елементарних подій, тобто $P(B) = 5/6$.

При використанні наочних засобів навчання важливо враховувати, що: яку саме роль виконує наочний матеріал у процесі формування знань, а по-друге, як зміст предмета та його наочне представлення співвідносяться з об'єктом, що вивчається [25].

Для ефективного застосування наочності під час навчання, важливо не тільки коректно вибирати засоби унаочнення у відповідності до змісту матеріалу, що вивчається, але й відповідно до ситуації обирати організаційні підходи. Окрім того, велике значення має постановка «конкретних сенсорних завдань під час представлення наочного матеріалу, що включає вказівки на те, що саме потрібно знайти, порівняти чи візуалізувати» [25]. Такий підхід стимулює активну участь студентів, сприяє динамічному та осмисленому сприйняттю, що є необхідною умовою для глибокого і ефективного засвоєння знань.

Результати дослідження вітчизняних і зарубіжних науковців освітньої галузі, а також практичний характер цієї галузі науки, доводять, що вивчення

стохастичних понять має бути активним, проблемним, з використанням різноманітних евристичних підходів. Воно повинно бути насичене простими та зрозумілими прикладами, що супроводжуються наочними моделями, а також активно реалізовувати міжпредметні зв'язки через вирішення прикладних задач [10; 11; 12; 23; 33].

1.2. Реалізація міжпредметних зв'язків стохастики з дисциплінами економічного циклу

Використання професійно орієнтованих завдань на різних етапах освітнього процесу сприяє зростанню інтересу студентів до теорії імовірності та статистики. Це створює умови для ефективного застосування міжпредметних зв'язків і збільшення частки задач прикладного характеру як інструментів для формування позитивної мотивації до навчання та активізації пізнавальної активності студентів.

Сучасний підхід до розуміння міжпредметних зв'язків і прикладної спрямованості в межах шкільного курсу математики, зокрема розділу стохастики, став об'єктом уваги на міжнародних конференціях та висвітлений у роботах українських учених, таких як Я.С. Бродський, М.Ф. Борисенко, М.І. Бурда [2; 3], М.І. Жалдак [10], Г.Г. Кулагін [19], Т.М. Задорожня [11; 12], З.І. Слєпкань [25], О. Стрельченко [28], Л.С. Межейнікова, В.О. Швець [21] та ін.

Реалізація міжпредметних зв'язків може здійснюватися на різному підґрунті:

- на основі спільних теорій, законів та понять;
- на основі однакових наукових фактів, що стосуються спільних об'єкта дослідження;
- за спільним використанням наукових методів;
- за спільними методами розумової діяльності [19].

Залежно від часу їх реалізації, розрізняють попередні, супутні та перспективні зв'язки.

Трактування міжпредметних зв'язків як однієї із форм взаємодії різних предметів є основою для успішної інтеграції стохастики з професійно орієнтованими курсами в економічних коледжах. Такий підхід сприяє розвитку міждисциплінарних зв'язків і сприяє підвищенню ефективності навчального процесу.

Міжпредметні зв'язки курсу теорії імовірності та статистики з іншими професійно орієнтованими дисциплінами можуть бути реалізовані у двох основних напрямках:

1. різноманітні науки, що складають основу професійної підготовки, виступають джерелом задач для теорії ймовірностей і статистики (зокрема страхування, економіка, фінанси тощо);
2. стохастичні методи слугують інструментом для проведення досліджень у природничих науках.

Визначаючи міжпредметні зв'язки під час вивчення таких дисциплін, як страхування, фінансовий аналіз та інших, ми забезпечуємо студентам практичне розуміння сфер застосування стохастичних понять і формул. Це сприяє виконанню одного з ключових завдань математики – продемонструвати практичну значущість стохастики у реальному житті [33].

Застосування міжпредметних зв'язків під час викладання стохастики в економічних коледжах дасть змогу:

- глибше розкрити сутність ключових стохастичних понять, враховуючи їхню багатогранність і зв'язок з іншими сферами знань, зокрема у межах професійно орієнтованих дисциплін;
- сформувати в студентів загальні навички й уміння для розв'язання професійних завдань.

Такий підхід сприятиме розвитку наукового світогляду та практичних компетенцій студентів, необхідних для їхньої майбутньої професійної діяльності.

Міжпредметні зв'язки можна значно посилити за допомогою використання прикладних задач на заняттях. Застосування різноманітних типів таких задач дозволить ефективно реалізувати прикладну спрямованість курсу теорії ймовірності та статистики.

Наразі існує кілька підходів до визначення терміна «прикладна спрямованість». Згідно з трактуванням Ю.М. Колягіна та В.В. Пікана [18], прикладна спрямованість навчання математики полягає в адаптації змісту та методів для використання математичних знань у технічних сферах, суміжних науках, професійній діяльності, а також у народному господарстві та повсякденному житті. Враховуючи це, прикладну спрямованість стохастики в економічних коледжах ми визначаємо як орієнтацію навчального змісту й методів на практичне застосування стохастичних концепцій у професійно спрямованих дисциплінах та майбутній професійній діяльності студентів.

Прикладна задача фінансово-економічного характеру – це задача, що моделює реальну економічну ситуацію через словесний опис, що виникає в практиці, і для розв'язання якої використовуються методи стохастики. Ці задачі належать до економічних спеціальностей і допомагають студентам зрозуміти теоретичні аспекти в контексті реальних економічних процесів [18].

Зазвичай, такі задачі поділяють на чотири категорії [12]. Перша група включає задачі, що використовують термінологію, пов'язану з професійною діяльністю, зокрема фінансово-економічною. Друга група охоплює задачі, що застосовують основи теорії ймовірностей у контексті страхування. Третя група задач стосується використання стохастичних методів для оцінки прогнозованого прибутку від інвестиційної діяльності. Четверта група включає задачі, що передбачають застосування базових статистичних методів для обробки економічної інформації.

Забезпечення ефективної реалізації прикладної спрямованості стохастики потребує дотримання низки загальновідомих методичних принципів, які включають наступні вимоги [12; 30]:

- 1) необхідність впровадження прикладної спрямованості на етапі формування усіх стохастичних понять, з огляду на особливості змісту цих тем;
- 2) під час опанування теоретичним матеріалом важливо ознайомлювати студентів із реальними галузями застосування отриманих знань, звертаючи увагу на універсальність математичних і стохастичних підходів, а також ілюструючи їх практичну цінність через конкретні приклади;
- 3) для більш ефективної підготовки до опанування теоретичних аспектів доцільно використовувати прикладні задачі, які сприятимуть підвищенню мотивації під час введення нових понять і методів, а також стимулюватимуть розвиток пізнавального інтересу у студентів;
- 4) розв'язування прикладних задач фінансово-економічного змісту, які відповідають конкретним специфічним критеріям, є одним із ключових способів впровадження прикладної спрямованості курсу. Такі задачі мають формувати цілісну систему, яка задовольняє дидактичні вимоги та забезпечує тісний зв'язок із теоретичним матеріалом;
- 5) добірка задач повинна об'єднувати прикладні завдання, що призводять до розуміння стохастичних термінів, із задачами, які демонструють шляхи використання цих понять у практичній діяльності. Це дозволить організувати навчальний процес із математичного моделювання через розв'язування таких задач;
- 6) прикладні задачі та практичні завдання повинні не лише сприяти засвоєнню стохастичних концепцій, але й дозволяти студентам отримати знання з суміжних дисциплін, таких як фінансовий аналіз, страхування та інші, тим самим здійснюючи міждисциплінарні зв'язки;
- 7) впровадження прикладної спрямованості вивчення стохастики має передбачати ознайомлення студентів із сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями, які активно застосовуються у навчальному процесі.

Розв'язання більшості прикладних задач базується на створенні математичної моделі або застосуванні вже заданої моделі з умов задачі. Тому надзвичайно важливо розвивати у студентів навички математичного моделювання.

Це включає виділення математичних і стохастичних зв'язків, зазначених в умові задачі, що дозволяють сформулювати математичну модель; обрання відповідних методів дослідження для аналізу створеної моделі; розробку алгоритму для вирішення формалізованої задачі, спираючись на теоретичні основи; а також оцінку та інтерпретацію отриманих результатів.

Результати наукових досліджень дають підстави стверджувати, що ефективна реалізація міжпредметних зв'язків через використання прикладних задач можлива тільки за умови належного поєднання ключових предметів загальноосвітнього курсу, дисциплін природничо-наукового та загальноекономічного циклів, а також професійних курсів. Між цими елементами повинна існувати гармонія, підкріплена завданнями з професійною орієнтацією. Адже відомо, що прогалини в знаннях з загальноосвітніх та природничо-наукових дисциплін можуть суттєво обмежити потенціал для розвитку творчих здібностей майбутніх економістів.

Зі швидкими соціальними змінами, розвитком науки, техніки і виробництва, а також переходом до ринкових відносин, викладачі профільних ліцеїв і коледжів повинні володіти не тільки глибокими знаннями в окремих дисциплінах, а й розуміти загальні закономірності та зв'язки між різними науковими областями. Викладач математики в економічному коледжі має добре орієнтуватися в математичних концепціях, які будуть вивчатися студентами в майбутньому, та, де це можливо, готувати їх до засвоєння матеріалу професійно орієнтованих курсів. Інтеграція міжпредметних зв'язків у навчальний процес допомагає студентам краще засвоїти матеріал, знижує психологічний бар'єр на етапі вивчення спеціалізованих дисциплін і зменшує додаткове навантаження. Окрім того, такі зв'язки сприяють збільшенню мотивації студентів до вивчення відповідних розділів курсу математики. [30].

Прикладне застосування математичних знань загалом, і стохастичних методів зокрема, а також розширення реалізації міжпредметних зв'язків між загальноосвітніми та спеціалізованими дисциплінами є особливо важливим

для студентів економічних спеціальностей. Стохастика для них стає інструментом, необхідним для вивчення нових професійних курсів. Адже глибоке засвоєння елементів стохастики допоможе студентам у майбутньому ефективно освоїти методики оцінки результатів діяльності підприємств, організацій, банків; методи фінансового аналізу та планування; а також методологію економіко-статистичного аналізу державних фінансів та процесу оподаткування.

Для встановлення міжпредметних зв'язків з відповідними дисциплінами ми використали загальнодидактичну модель, запропоновану в дослідженнях [12]:

- 1) вибір основного предмета або теми;
- 2) інтеграція знань з основного предмета або теми з іншими знаннями дисциплін, що входять до професійної підготовки;
- 3) коригування знань відповідно до типу навчального закладу та індивідуальних планів щодо подальшого навчання.

Для коледжів, що мають фінансово-економічну спрямованість, прикладом такої схеми є модель, що зображена на рис. 2.

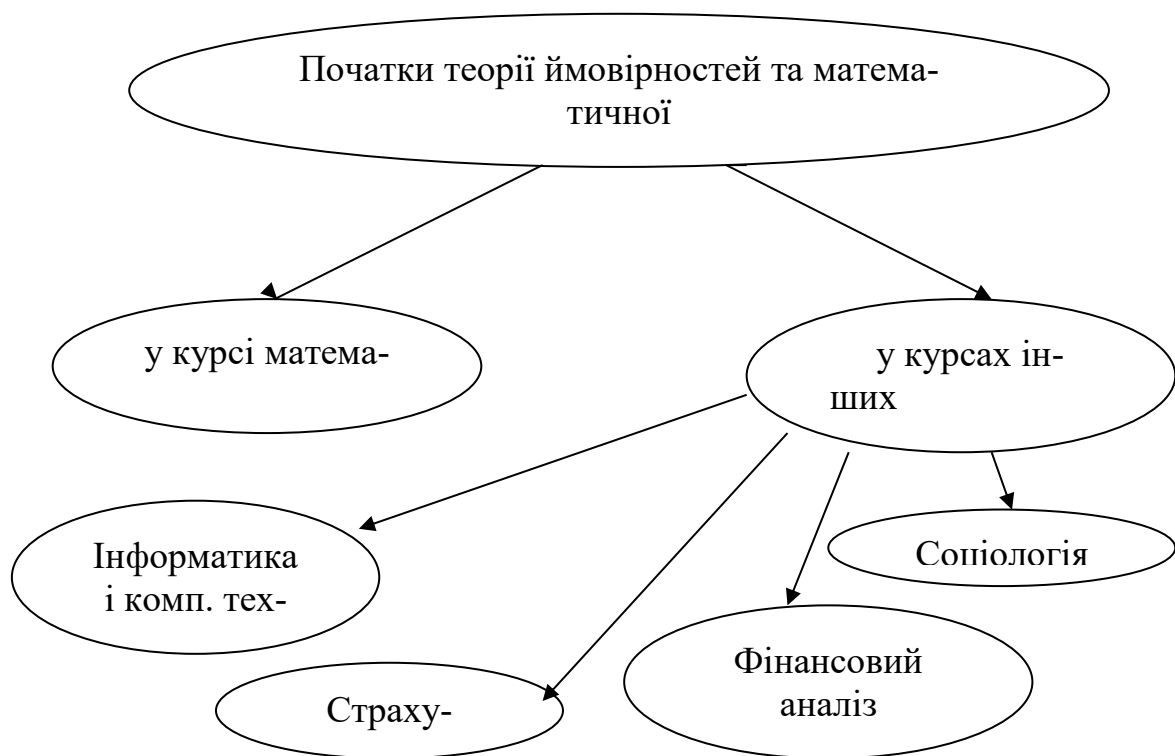


Рис. 2. Схема міжпредметних зв'язків

Дана схема ілюструє потенціал інтеграції стохастичних знань в інші навчальні дисципліни, що набуває особливої важливості в умовах зменшення годин для аудиторних занять з математики та їх широкого застосування в різних сферах. Наприклад, на практичних заняттях з математичної статистики доцільно відпрацьовувати методи обробки експериментальних даних на вибірках з малим обсягом, тоді як завдання з більшими масивами даних краще виконувати під час інтегрованих занять з інформатики та математики. Задачі, що включають великі обсяги статистичних даних, також повинні розв'язуватися під час практичних занять з курсу «Інформатики».

Під час проведення експериментальних зрізів ми прагнули розширити нашу навчальну програму, регулярно проводячи пропедевтичну роботу. Це включало пояснення деяких ймовірнісних понять при вивченні інших тем у курсі математики. Наприклад, у курсі «Вища математика» розглядається тема «Застосування похідної до дослідження функцій і побудови їх графіків». У ході проведення практичного заняття з цієї теми студентам наголошувалось, що під час вивчення елементів теорії імовірності та математичної статистики розглядались тільки дискретні випадкові величини. Але стохастика досліджує і неперервні випадкові величини. Для їх опису використовуються функції, зокрема локальна функція Лапласа: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}$.

При цьому акцентувалась увага на тому, що ця функція є табличною, часто застосовується для аналізу економічних процесів і має схожі властивості до функції Гауса, яка описує нормальний розподіл випадкових величин.

Узагальнюючи вище сказане, можна зробити висновок, що важливим аспектом є професійне спрямування змісту навчально-виховного процесу з самого початку підготовки молодших спеціалістів. Тому структура курсу з математики загалом і розділу стохастики зокрема повинна передбачати акцент на основних концепціях, при цьому більшість часу і уваги має бути зосереджена на ключових методах та фактах, які становлять основу курсу. Адже економіст працюватиме з реальними об'єктами, і кінцевою метою його діяльності

є не лише виявлення закономірностей досліджуваного процесу, але й застосування отриманих знань для ефективного управління ним та прогнозування можливих результатів.

РОЗДІЛ 2. Методичні аспекти вивчення основних понять теорії ймовірності та статистики в курсах економічних дисциплін

2.1. Використання стохастичних понять під час вивчення професійно орієнтованих дисциплін

Математика є дієвим інструментом для аналізу та опису різноманітних зв'язків, що існують у природних, соціальних і виробничих процесах. Завдяки її вивченню студенти набувають здатності розуміти і розкривати ці взаємозв'язки. Важливим аспектом навчального процесу є реалізація міжпредметних зв'язків, які стають необхідною умовою для ефективного виховання та навчання студентів у профільних ліцєях, коледжах і університетах. Студенти мають розуміти, що знання, які вони здобувають на різних етапах навчання, будуть застосовуватися в майбутньому при вивченні спеціалізованих дисциплін, а також у їхній професійній діяльності.

Головною метою підготовки фахівців середнього рівня є всебічний розвиток особистості, що забезпечує гнучкість у поєднанні загальної, культурної та фахової підготовки.

Необхідність вивчення стохастики обумовлена специфікою змісту професійно орієнтованих курсів у фінансово-економічній освіті.

Під час дослідження було проаналізовано програми та лекційні матеріали дисциплін загальноекономічного та професійного циклів на предмет включення елементів стохастики. Аналіз навчальних планів для таких курсів, як «Теорія статистики», «Регіональна статистика», «Менеджмент», «Маркетинг», «Комерційна діяльність», «Статистика фінансів», «Інформатика та комп'ютерна техніка» та інших показав, що майже у кожній з цих програм є теми, які неможливо повноцінно розглянути без розуміння основних понять та методів стохастики.

У ході нашого дослідження було проаналізовано програми та лекційні матеріали дисциплін загальноєкономічної та професійної підготовки на предмет використання стохастичних методів. Аналіз програм таких дисциплін, як «Теорія статистики», «Регіональна статистика», «Менеджмент», «Маркетинг», «Комерційна діяльність», «Статистика фінансів», «Інформатика та комп'ютерна техніка» та інших, показав, що в кожній з них є теми, для розгляду яких необхідне розуміння основних понять та принципів стохастики.

У процесі навчання на курсах фінансово-економічного спрямування студенти мають опанувати ключові поняття, пов'язані зі стохастикою. До таких понять належать кредитні, фінансові й інфляційні ризики, середні та очікувані характеристики; інвестиційні й ринкові ризики, управлінські ризики; ризиковість та ринкові ризики цінних паперів тощо.

У змісті дисциплін фінансового циклу особливу роль відіграють стохастичні концепти, такі як середні показники, характеристики розсіювання та кореляція між різними величинами [28; 29].

Наприклад, для точного розрахунку середнього рівня заробітної плати застосовується формула середньозваженої величини:

$$\overline{x}_{zg} = \frac{\sum x_i f_{si}}{\sum f_i}, \quad (2.1)$$

де x_i - варіанти значень досліджуваної ознаки; f_i - частоти (ваги).

Під час аналізу показників, заданих дискретними значеннями, тобто величинами, що описують явища в окремі моменти часу або на конкретні дати, обчислюють середню хронологічну:

$$\overline{x}_{xp} = \frac{0,5x_1 + x_2 + \dots + 0,5x_n}{n-1}, \quad (2.2)$$

де $x_1, x_2, \dots, x_n$ - значення варіант досліджуваної ознаки, n - кількість усіх значень ознаки.

Середнє хронологічне може використовуватись для обчислення різних величин, які мають прив'язку до певної календарної дати. Наприклад величина, що характеризує обсяг оборотних коштів підприємства станом на перше

число кожного місяця чи року, або показники курсу української гривні відносно долара США станом на початок кожної декади кварталу.

Середньоквадратичне відхилення є одним із найпоширеніших показників під час аналізу рівня варіації результатів фінансово-господарської діяльності підприємств:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}, \quad (2.3)$$

де $x_1, x_2, \dots, x_n$ – значення варіант досліджуваної ознаки, n – кількість варіант.

Однією з ключових характеристик діяльності підприємств є тривалість експлуатації обладнання. В умовах сучасного технічного прогресу середній строк використання обладнання зазвичай становить близько семи років. Для розрахунку середнього віку як усього устаткування підприємства, так і його окремих видів, застосовується спеціальна формула:

$$\bar{t}_c = \frac{\sum t_i q_i}{Q}, \quad (2.4)$$

де $\bar{t}_c$ – середній термін служби; t_i – середнє арифметичне значення відповідного інтервалу в роках; q_i – кількість верстатів відповідного терміну експлуатації; Q – загальна кількість одиниць устаткування.

Соціально-економічна ситуація в нашій країні залишається нестабільною, що підкреслює значення оцінки економічних ризиків для підприємців та інвесторів. Це обумовлено можливістю різкого зниження майбутніх доходів через непередбачувані обставини, такі як втрата ринкових позицій, значне підвищення цін на виробничі ресурси (сировину, енергоносії тощо), зміни в податковій політиці держави або політична нестабільність [4]. Тому детальна оцінка рівня ризику інвестицій є основним підґрунтям прийняття рішень щодо інвестицій, зокрема, оцінюючи критерії прибутковості, рентабельності та обсягу вкладених коштів.

Вимірювання ризику здійснюється через оцінку рівня відхилення можливих значень дохідності проектів від середнього очікуваного значення, що визначається за допомогою середньоквадратичного відхилення. Це значення

отримується шляхом обчислення квадратного кореня з дисперсії випадкової величини, що характеризує розподіл значень від прогнозованих параметрів:

$$G = \sqrt{\sum_1^n (E_i - \overline{E_R})^2 \cdot p_i}, \quad (2.5)$$

де G – середньоквадратичне відхилення ймовірних значень доходів від очікуваного доходу; E_i – кількість варіанти доходів від реалізації проекту; $\overline{E_R}$ – очікуваний імовірнісний дохід; p_i – ймовірність значення певного доходу; n – кількість варіант можливих значень досліджуваної величини.

Такий метод оцінки економічних ризиків називають дисперсійний і він базується на використанні стохастичного поняття дисперсії.

При розгляді варіації (дисперсії) як засобу вимірювання ризику слід зазначити, що вона не завжди повністю відображає ступінь ризику. Однак у певних ситуаціях дисперсія дозволяє визначити граничні можливості для менеджера, інвестора чи підприємця у прийнятті рішень.

Основу цієї теорії складає відома нерівність Чебишева, згідно з якою «ймовірність відхилення випадкової величини від її математичного сподівання на величину, що перевищує задане відхилення δ , не може бути більшою, ніж її дисперсія, поділена на квадрат цього відхилення δ^2 » [4].

У практичній діяльності часто використовують і інші методи оцінки економічних ризиків, які дають змогу визначити їх рівень, оцінюючи ймовірність настання чи не настання деякої події та міру її впливу на економічну ситуацію.

Для оцінки коефіцієнта ризику в короткотерміновому прогнозуванні існує досить проста методика. Якщо ймовірність реалізації прогнозу становить p , то ймовірність того, що прогноз не здійсниться, буде дорівнювати $(1 - p)$. Рівень ризику або ступінь потенційної невдачі у досягненні поставленої мети можна розрахувати, множачи ймовірність невдачі (несприятливих результатів) на обсяг можливих негативних наслідків, таких як збитки, витрати чи інші негативні ефекти, що можуть виникнути в такій ситуації.

$$W = p_i \cdot x, \quad (2.6)$$

де W - величина, що характеризує рівень ризику; p_n - ймовірність небажаних наслідків; x – кількісне значення цих наслідків [4, 24].

У певних випадках, зокрема у сфері страхування, рівень (ступінь) ризику визначається через ймовірність виникнення несприятливих наслідків.

$$W = p_n \quad (2.7)$$

Ймовірність може бути досить точно обчислена на основі статистичних даних. Для точного визначення ризику необхідно враховувати всі потенційні наслідки певної події, а також ймовірності їх настання.

Найбільш очікуване значення (математичне сподівання) в умовах невиваженості визначається як середньозважена величина всіх можливих результатів, де ймовірність кожного з них виступає у ролі ваги відповідного значення. Це значення дає змогу оцінити середній результат або ризик, який можна очікувати в конкретній ситуації. $m = M(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$, (2.8)

де x_i - можливі значення випадкової величини; p_i - їх відповідні ймовірності, $i \in N$.

Поняття математичного сподівання набуло широкого застосування, оскільки воно, як середнє значення величини (або статистична оцінка математичного сподівання), є узагальненою кількісною характеристикою фінансового показника.

У практиці фінансових, економічних розрахунків і господарської діяльності часто виникають ситуації, які зазвичай важко передбачити, а іноді й зовсім неможливо. Особливості аналізу таких подій яскраво демонструються через приклади з реальної практики та історичних випадків [9; 11; 14; 20; 22].

Неможливо заздалегідь визначити появу цих подій, тобто вони є випадковими. Однак у масі явищ вони повторюються, що дозволяє прогнозувати їх і вжити відповідних заходів для мінімізації негативних наслідків, базуючись на законодавчих нормах [28].

Частота події, що виражена відносно загальної кількості спостережень, може змінюватися, проте, незважаючи на ці варіації, стабільність повторюваності події ефективно описується середнім значенням відносної частоти. Цей показник є достатньо стійким за певних умов і може виступати як оцінка ймовірності настання події.

Ймовірнісні розрахунки є основою теоретичного курсу страхування, де вони застосовуються для оцінки ризиків та встановлення страхових тарифів. Страхові компанії активно використовують таблиці комутаційних чисел, що мають глибоке історичне коріння. Зокрема, перші таблиці смертності були створені Депарсіє в XVIII столітті для монахів і монахинь Парижа. Однак ці таблиці не могли бути застосовані до загальної популяції через суттєві відмінності в умовах життя між монастирями та зовнішнім світом. Сучасні таблиці смертності дозволяють вирішувати різні питання, зокрема, визначати премії, які виплачуються застрахованими при укладанні договорів, а також розраховувати страхові ставки та інші параметри страхування життя, майна тощо.

Ці таблиці базуються на ймовірнісних та стохастичних розрахунках, які можна проілюструвати на конкретному прикладі:

Якщо позначити кількість людей у віці x років у певній фіксованій групі символом, а число осіб з цієї групи, які померли в x років, – символом d_x , то очевидно, що

$$d_x = l_x - l_{x+1}, \quad (2.9)$$

де l_{x+1} – кількість людей з даної спільноти, що дожили до віку $x+1$.

Отже, ймовірність того, що людина з цієї групи, яка має вік x років, проживе ще рік, тобто доживе до віку $x+1$, дорівнює:

$$p(x) = \frac{l_{x+1}}{l_x}, \quad (2.10)$$

а прожити впродовж n років буде:

$$P_n(x) = \frac{l_{x+n}}{l_x}. \quad (2.11)$$

Ймовірність того, що людина з даної групи у віці x років помере протягом наступного року життя дорівнює:

$$q(x) = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - p(x), \quad (2.12)$$

а ймовірність померти протягом найближчих n років для цієї людини дорівнює:

$$q_n(x) = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} = 1 - p_n(x). \quad (2.13)$$

Ймовірність для людини, що має вік x років, померти протягом $(n+1)$ -го року дорівнює:

$$q_n(x) = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+1}}{l_x} = \frac{l_{x+n}}{l_x} - \frac{l_{x+n+1}}{l_x} = p_n(x) - p_{n+1}(x). \quad (2.14)$$

Методика розрахунку ймовірностей доживання до певного віку або смерті протягом n років, а також ймовірності смерті в наступному $(n+1)$ році є основою для побудови таблиць смертності, що використовуються в актуарних науках та статистиці. Цей підхід був викладений ще в дореволюційних вітчизняних підручниках, зокрема в роботах К.Д. Драгоманова. Застосування такого методу обчислення ймовірностей ефективно демонструється в рамках курсу з страхування, зокрема на прикладі, наведеному в дослідженні [12].

Згідно з демографічними даними, представленими в таблиці 2, для особи, яка має 40 років, необхідно визначити ймовірності таких подій: а) дожити до 41 року; б) померти протягом наступного року; в) дожити до 45 років; г) померти протягом наступних п'яти років; д) померти саме на п'ятому році життя. Варто зазначити, що спостереження проводились на фіксованій групі осіб, однак отримані результати можна застосовувати до будь-якої загальної популяції.

Таблиця 2.

Демографічні дані

Вік, у роках	Кількість осіб, що дожили до віку x років	Кількість осіб, що померли при
--------------	---	--------------------------------

		переході від x років до $x+1$ років
40	88565	319
41	88246	336
42	87910	352
43	87558	369
44	87189	384
45	86805	400

$$\text{а) } p_{40} = \frac{l_{40+1}}{l_{40}} = \frac{88246}{88565} = 0,9964; \quad \text{г) } q_{40}(5) = \frac{l_{40} - l_{40+5}}{l_{40}} = \frac{88564 - 86805}{88565} = 0,0223;$$

$$\text{б) } q_{40} = \frac{d_{40}}{l_{40}} = \frac{319}{88565} = 0,036; \quad \text{д) } q_{40}(5) = \frac{l_{40+4} - l_{40+5}}{l_{40}} = \frac{87189 - 86805}{88565} = 0,0043.$$

$$\text{в) } p_{40}(5) = \frac{l_{40+5}}{l_{40}} = \frac{86805}{88565} = 0,98;$$

Невід'ємним є те, що ймовірності життя та смерті застрахованих осіб не обов'язково повністю співпадають з обчисленими ймовірностями для загального населення. Смертність серед застрахованих може значно відрізнятися від показників для всієї популяції, оскільки ймовірність смерті для кожного віку застрахованих є функцією численних змінних, що залежать від різноманітних факторів, таких як стан здоров'я, спосіб життя, умови праці тощо.

Ключовим етапом для кількісної оцінки ймовірностей у сфері страхування є попереднє збирання та аналіз статистичних даних, які забезпечують обґрунтованість подальших розрахунків.

Для страхових ризиків застосовуються методи, що ґрунтуються на теорії ймовірностей та математичній статистиці, з використанням числових рядів. Це дозволяє точно визначати такі важливі параметри, як ймовірність настання страхового випадку, нетто-ставку, ризикову надбавку та інші показники. Таким чином, страхування є галуззю, яка глибоко пронизана стохастичними методами. Оволодіти цією сферою знань без належної стохастичної підготовки,

розвиненої інтуїції та відповідних навичок мислення є надзвичайно складним завданням.

Випадковий відбір є основою для ряду фінансових операцій, зокрема при визначенні серій та номерів облігацій у розіграшах. Для кожного виду облігаційних виплат розраховується ймовірність виграшу, яка обчислюється як відношення кількості виграшних комбінацій до загальної кількості можливих варіантів. Термін оплати є умовним і залежить від конкретних умов. Частота внесків і виплат за депозитами ощадних кас регулюється в межах, визначених правилами, що дозволяє оцінювати ймовірність відхилень між фактичними та звітними даними під час інвентаризації товарно-матеріальних цінностей і грошових засобів. Операції такого типу здійснюються з використанням методів, заснованих на теорії ймовірностей та математичних розрахунках, що дозволяє враховувати випадкові коливання і неясності в даних. [28; 31].

Дослідження оптимізації функціонування економічних систем у умовах невизначеності активно ґрунтується на математичних методах теорії ігор та математичної статистики. Одним із найбільш поширених підходів є байєсівський підхід, що застосовується для вирішення задач, пов'язаних з розподілом капітальних вкладень, управлінням запасами і багатьма іншими аспектами економічної діяльності. Байєсівський метод, розроблений англійським математиком і священиком Т. Байєсом у XVIII столітті, дозволяє моделювати ймовірнісні процеси, враховуючи як початкові дані, так і нові факти, що з'являються під час аналізу. Цей підхід став важливим інструментом для прийняття обґрунтованих рішень у фінансовому та управлінському контекстах, що ми розглядали під час навчання студентів через формулу Байєса.

Стохастика відіграє важливу роль і в аналізі таких процесів, як дослідження попиту та управління грошовим обігом.

При впровадженні стохастичних концепцій у навчальні курси особливу увагу варто приділити практичному застосуванню теоретичних знань через розв'язання прикладних задач, що дозволяють краще зрозуміти концепти ймовірностей та їх вплив на економічні процеси [10; 21; 24].

Аналіз професійно орієнтованих курсів показує, що в цих курсах активно використовуються основні стохастичні поняття, такі як ймовірність, дисперсія, математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, а також важливі теореми, зокрема теореми суми та добутку ймовірностей, теорема про повну ймовірність, теореми гіпотез та інші. Це підкреслює важливість ґрунтовного вивчення математичних і статистичних методів.

Огляд навчальних планів та лекційних матеріалів для загальноєкономічних і спеціалізованих дисциплін свідчить про необхідність надання студентам економічних спеціальностей глибоких знань з стохастики. Це дозволить їм ефективно оцінювати та прогнозувати економічні процеси, здійснювати правильне моделювання економічних ситуацій, а також приймати обґрунтовані рішення. Вивчення теорії ймовірностей є важливим етапом у підготовці фахівців, оскільки ці знання закладають основу для освоєння більш спеціалізованих економічних дисциплін, які сприяють розвитку їх аналітичних та дослідницьких навичок..

Дослідження змісту професійно орієнтованих дисциплін з точки зору використання понять та тверджень теорії ймовірностей і математичної статистики виявило необхідність врахування їх особливостей при формуванні стохастичної підготовки студентів коледжів і учнів профільних класів фінансово-економічного напрямку. Основним засобом досягнення цієї мети є застосування прикладних задач, що відповідають специфіці навчальних курсів.

2.2. Прикладна спрямованість стохастичних понять

Реалізація ідеї прикладної спрямованості стохастики в навчальному процесі можлива через інтеграцію прикладних задач фінансово-економічного спрямування в зміст навчального матеріалу. Це можуть бути задачі на тему страхування, оцінки очікуваного прибутку чи збитку від інвестицій, а також простих методів статистичної обробки економічних даних. Таке застосування

задач є ефективним як при введенні нових понять, так і при розвитку навичок створення і аналізу математичних моделей реальних економічних процесів. Вони відіграють важливу роль як мотиваційний елемент, стимулюючи студентів до поглибленого вивчення матеріалу та розвитку аналітичних здібностей [18; 32].

Аналіз завдань, що стоять перед студентами в рамках професійно орієнтованих дисциплін, вказує на необхідність глибокого освоєння сучасних методик економічного аналізу, що використовують математичні та статистичні підходи, а також на вміння застосовувати методи фінансового планування та прогнозування. Студенти повинні здобути навички роботи з динамічними статистичними даними, пов'язаними з банківською справою, акціями, фінансовими ринками та іншими економічними процесами. Для ефективного виконання цих завдань необхідне формування стійких стохастичних уявлень, що дозволить успішно аналізувати і приймати обґрунтовані рішення в процесах управління фінансами, страховими компаніями та іншими економічними структурами.

Мета вивчення стохастики перегукується з основними цілями навчання математики в цілому, однак вона має й певні специфічні мотиви. Як зазначає В.В. Фірсов, «навчання законам випадку набуває особливої ваги, виходячи за межі традиційних підходів. Слухаючи курс теорії ймовірностей, студент навчається застосовувати логічні прийоми в ситуаціях невизначеності, що є невід'ємною частиною практичної діяльності» [25]. Це дозволяє формувати вміння адекватно оцінювати ситуації, де результат залежить від випадкових факторів.

У повсякденному житті ми постійно стикаємося з випадковістю, і саме теорія ймовірностей надає інструменти для прийняття обґрунтованих рішень, враховуючи потенційні ризики. Це стосується таких ситуацій, як вибір навчального закладу, вибір форми страхування, прийняття рішення про інвестування в акції або участь у різного роду іграх чи підприємницьких проектах. Теорія ймовірностей дає можливість діяти раціонально навіть за умови невизначеності.

Головним завданням при розробці курсів з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів фінансово-економічних коледжів є інтеграція теоретичних знань з практичними аспектами, що відповідають вимогам майбутньої професійної діяльності студентів.

Фінансово-економічні коледжі, які є частиною системи неперервної професійної освіти, займають рівень, що є попереднім до вищої освіти, тому методи навчання в цих закладах повинні сприяти поступовому переходу від загальноосвітньої школи до вищого рівня навчання. Щоб зробити стохастичні концепції та методи доступними для студентів різних рівнів підготовки, необхідно застосовувати різноманітні навчальні підходи. Особливу увагу слід приділяти методам, які активізують пізнавальну діяльність студентів, сприяють розвитку їх творчої активності та навичок самостійної роботи. До таких методів належать проблемно-орієнтоване навчання, евристичні бесіди, аналіз реальних прикладів та інші інтерактивні методи.

Знання теорії ймовірностей та математичної статистики мають важливу роль у загальному інтелектуальному розвитку студентів. Вони допомагають розвивати здатність аналізувати випадкові фактори, формулювати і оцінювати гіпотези, прогнозувати можливі результати та приймати обґрунтовані рішення в умовах невизначеності та ризику. Вивчення стохастичних методів дозволяє студентам набути навичок, які є важливими для вирішення складних економічних задач, прогнозування розвитку економічних процесів і управління фінансами [14].

Однією з основних сфер застосування стохастики є економіка. Сьогодні важко уявити ефективне дослідження та прогнозування економічних процесів без використання економічного моделювання, яке ґрунтується на принципах теорії ймовірностей. Це підкреслює необхідність оволодіння методами статистичного аналізу та прогнозування економічних явищ і процесів, які включають теорію ймовірностей та математичну статистику. В умовах сучасної економіки студенти фінансових коледжів та ліцеїв повинні не лише володіти на-

вичками виконання розрахунків і розуміти якісні аспекти економічних закономірностей, але й мати здатність оцінювати ці закономірності на основі статистичних даних. Вони мають уміти передбачати, як випадкові економічні явища можуть розвиватися в майбутньому, використовуючи теорію ймовірностей як інструмент для моделювання таких процесів.

Окрім цього, вивчення стохастики є важливим для подолання психологічного бар'єру, що часто виникає у студентів при вивченні курсів, пов'язаних із випадковими явищами в таких сферах, як страхування, фінанси та економічний аналіз. Застосування стохастичних методів дозволяє майбутнім фінансистам не лише розв'язувати складні професійні задачі, але й розвивати інтуїтивне розуміння ймовірнісних процесів, що згодом полегшує їхнє сприйняття і використання в реальних економічних ситуаціях.

2.2.1. Початки теорії ймовірностей

Вивчення основних тем теорії ймовірностей доцільно розпочинати з активного обговорення, в рамках якого розглядаються приклади явищ і процесів, де випадковість має настільки значущий вплив, що без кількісної оцінки цього впливу неможливо здійснити їх аналіз і прогнозування. [10; 21].

Приклад 1. Банк у ході реалізації своєї інвестиційної програми у для деякого підприємства не може бути повністю впевнений у її успіху. Його сумніви зумовлені тим, що багато факторів, які можуть вплинути на бізнес, неможливо точно спрогнозувати. Наприклад, існують ризики банкрутства компанії, затримок із поверненням позик, зміни фінансових показників тощо.

Приклад 2. Страхування від нещасних випадків. При страхуванні від нещасних випадків чи інших ризиків (наприклад, аварій з транспортними засобами) неможливо точно передбачити, чи відбудеться страхова подія. Тому в таких випадках використовуються ймовірнісні моделі для оцінки ризиків, що дозволяє більш точно визначати ставки страхових внесків.

Приклад 3. Основним способом поширення інфекційних захворювань відбувається шляхом передачі інфекції від хворих до здорових осіб. Визначити точну тривалість епідемії, а також кількість людей, які будуть схильні до хвороби після її завершення, неможливо через велику кількість змінних, від яких залежить цей процес. Це ускладнює розробку ефективних стратегій для локалізації епідемії та пом'якшення її наслідків.

Можна зробити такі висновки:

- певні закономірності, властиві більшості явищ і проявляються через взаємодію випадкових факторів;
- аналіз багатьох явищ неможливе без визначення оцінки впливу випадкових факторів.

Особливу увагу слід приділяти тому, що теорія ймовірностей займається вивченням математичних моделей випадкових явищ, процесів та подій, котрі виникають в реальному світі.

Ці моделі допомагають отримати цінні висновки, що дозволяють прогнозувати розвиток ситуацій та процесів, а також враховувати можливі ризики, що дозволяє зменшити або запобігти матеріальним і моральним втратам у майбутньому.

Приклад 4. У 2002 році вдалося передбачити Виверження вулкана на одному з островів Японії завдяки застосуванню методів аналізу випадкових величин. Ймовірність виверження становила 0,83, що дозволило організувати евакуацію населення з острова і таким чином уникнути людських жертв.

Приклад 5. У ході передвиборчої кампанії, застосовуючи статистичні методи для обробки результатів опитувань, можна отримати точні дані про рейтинг кандидатів у певних регіонах. Це дозволяє своєчасно коригувати стратегію агітації, зокрема, зосередивши зусилля на регіонах із низьким рейтингом кандидата, тим самим підвищуючи ефективність виборчої кампанії.

Однією з основних задач методики викладання теорії ймовірностей та математичної статистики у коледжах і ліцєях є вдосконалення навчального

процесу, стимулювання пізнавальної активності студентів та формування їхньої позитивної мотивації до навчання. Ми вважаємо, що ефективним рішенням цієї проблеми є впровадження прикладних і практичних завдань у навчальний процес, які дозволять не лише акцентувати увагу на теоретичних аспектах, але й продемонструвати практичну значущість отриманих знань у реальних ситуаціях.

Залучення студентів до вивчення теоретичних концепцій теорії ймовірностей і математичної статистики через конкретні професійно орієнтовані задачі або серії таких завдань сприяє активному використанню методів проблемного навчання на лекціях. Такий підхід створює сприяє досягненню навчальних, розвивальних та виховних цілей вивчення стохастики, тому що це сприяє залучення студентів до більш глибокого осмислення матеріалу, а також підвищує їхню зацікавленість у предметі.

Наприклад, засвоєння понять, пов'язаних із схемою та формулою Бернуллі, стає більш зрозумілим і мотивованим, якщо їх вивчення здійснюється поступово, з чітким поділом на логічні етапи. Розпочинати виведення формули доцільно з аналізу конкретної економічної задачі, що дозволяє не лише продемонструвати застосування математичних моделей у реальних умовах, але й сприяє кращому засвоєнню матеріалу, поєднуючи теоретичні знання із практичними навичками.

Приклад 5. У середньому 20% акцій на аукціонах реалізуються за початково встановленою ціною. Потрібно визначити ймовірність того, що з трьох пакунків акцій, які виставлені на торги, два будуть продані за початково заявленою ціною.

Для усвідомлення способів розв'язування задач такого типу, доцільно попередньо ознайомити студентів із змістом відповідних економічних термів (акції, аукціон) та повторити властивості тих стохастичних понять, які будуть використовуватись при розв'язанні. Наступним етапом є запропонування студентам відповісти на такі запитання:

- Який, у цьому випадку, експеримент є стохастичним?

- Які можливі наслідки цього стохастичного експерименту?

Відповіді студентів узагальнюються та уточнюються викладачем, після чого переходять до побудови математичної моделі даної практичної проблеми.

Такого типу задачі передбачають два стохастичні експерименти, кожен із яких пов'язаний з проведенням аукціону. Зміст першого експерименту полягатиме у фіксації результату продажу випадково обраного пакету акцій: A - відбувся продаж за заявленою ціною спочатку, $\bar{A}$ - відбувся продаж за вищою ціною ніж планувалось спочатку. Отже, $\Omega_1 = \{A, \bar{A}\}$, і з умови задачі випливає, що

$$P(A) = p = 0,2, \quad \text{а} \quad P(\bar{A}) = 1 - p = q = 1 - 0,2 = 0,8.$$

У другому експерименті фіксуються результати продажів кожного з трьох пакетів акцій. Тому у результаті такої фіксації ми отримаємо набір з трьох елементів $(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3)$, де $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3 \in \{A, \bar{A}\}$. Ця трійка відображає результат продажу усіх трьох пакетів акцій. У результаті фіксації таких експериментів ми отримаємо простір елементарних подій $\Omega_1^3 = \{(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3); \tilde{a}_i \in \{A, \bar{A}\}, i \in \overline{1,3}\}$. Якщо розписати його через окремі наслідки експерименту, то отримаємо:

$$\Omega_1^3 = \{ (A, A, A), (\bar{A}, \bar{A}, \bar{A}), (\bar{A}, A, A), (A, \bar{A}, A), (A, A, \bar{A}), (\bar{A}, \bar{A}, A), (A, \bar{A}, \bar{A}), (\bar{A}, A, \bar{A}) \}.$$

Кожна елементарна подія у просторі подій представляє конкретний результат продажу трьох пакетів акцій. Наприклад, подія $(\bar{A}, \bar{A}, \bar{A})$ позначає ситуацію, коли перший пакет продано за вищою ціною, другий – за початково заявленою, а третій — також за ціною, що перевищує початкову.

Таким чином, у випадку серії незалежних випробувань, у кожному з яких подія A відбувається з ймовірністю p , а її протилежна подія відбувається з ймовірністю $q = 1 - p$, можна обчислити ймовірність того, що подія A відбудеться рівно m разів з n випробувань, використовуючи формулу Бернуллі:

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m \cdot q^{n-m}, \quad (2.15)$$

Для забезпечення правильного розуміння отриманої формули викладач використовує метод фронтального опитування, під час якого уточнюються всі деталі її застосування та пояснюється кожен етап розв'язування задачі.

Для активізації пізнавальної діяльності учнів можна використовувати и короткий історичний огляд, який студенти можуть підготувати самостійно на 5-10 хвилин. Такі повідомлення підготовлюються заздалегідь, а їх зміст узгоджується з викладачем на консультаціях.

При вивченні теорії ймовірностей та математичної статистики важливо постійно акцентувати увагу на їх прикладному значенні, зберігаючи при цьому наукову глибину теоретичних викладок. Вивчення проблемних задач практичного спрямування або задач з професійною термінологією дає студентам змогу самостійно робити висновки, що з часом може сприяти їхньому інтересу до теоретичного обґрунтування цих рішень.

У процесі пояснень доцільно створювати умови для того, щоб студенти відчували потребу в усвідомленому засвоєнні теоретичного матеріалу, а не просто заучували готові формули. Лише за такої умови вони зможуть не лише побачити закономірності, що вивчаються, але й зрозуміти їх значення для майбутньої професійної діяльності.

2.2.2. Початки математичної статистики

Методична система викладання стохастики, яку ми використовуємо для студентів економічних коледжів [6], спрямована на врахування специфіки їх майбутньої професійної діяльності, що безперечно буде пов'язана з обробкою та аналізом великих обсягів статистичних даних, що відображають різноманітні економічні умови та ситуації. Саме тому значну увагу слід приділяти навчанню методам обробки та аналізу статистичних даних, що є основними інструментами в економічних дослідженнях.

Математична статистика є важливою галуззю математики, яка займається розробкою та застосуванням математичних методів для збирання, систематизації, обробки та інтерпретації статистичних даних, необхідних для наукових і практичних висновків. Ознайомлюючи студентів з цією темою, необ-

хідно конкретизувати економічні та соціальні завдання, які можуть бути вирішені за допомогою математичної статистики, а також ті конкретні аспекти, які будуть розглянуті під час занять:

1. Вибір методів збору та групування статистичних даних, зокрема в разі, коли обсяг даних значний.
2. Визначення методів аналізу статистичних даних в залежності від цілей дослідження.
3. Аналіз статистичних даних для виявлення закономірностей, які можна встановити на основі спостережень і отриманих результатів.

Історія розвитку статистики показує, що цей термін (від латинського „status” – стан, становище) спочатку використовувався для позначення знань про державу, її структуру, чисельність населення. Як зазначав Ю.М. Колягін, статистика є „наукою про математичні методи дослідження масових явищ”.[18]

Основою статистичного аналізу є статистичні спостереження. Результати таких спостережень можуть бути зафіксовані у різних формах, таких як журнали, бланки, анкети або інші документи обліку. В сучасних умовах найбільш зручним інструментом для збору та обробки даних є електронні засоби. Наприклад, в останні роки жителі міст отримують рахунки за різні послуги (зв'язок, комунальні послуги) через електронні платформи, що базуються на даних підприємств, забезпечуючи ефективну та швидку обробку інформації.

Наступним етапом є узагальнення результатів спостереження, що передбачає введення таких статистичних понять, як варіаційний ряд, варіанти, а також статистичний ряд розподілу частот (відносних частот). Такі поняття є важливими інструментами для подальшого аналізу та інтерпретації статистичних даних.

Результати, які зафіксували під час спостереження є первинним матеріалом, який підлягає подальшій обробці. Обробка даних починається систематизації первинної інформації. Процес впорядкування результатів спостере-

жень називається групуванням даних. Значення досліджуваної ознаки як правило позначають через x_i , де $i = 1, 2, \dots, k$ і якщо їх впорядкувати за зростанням, то отриманий ряд матиме назву – варіаційний:

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_k.$$

Числа x_i , що отримуються в результаті спостережень, називаються варіантами. У деяких випадках окремі варіанти можуть повторюватися. Припустимо значення x_1 зустрічалось у сукупності n_1 разів, x_2 – n_2 разів і т.д., тоді значення x_k – n_k разів. Числа $n_1, n_2, \dots, n_k$ називаються частотами відповідних варіантів.

Студентам варто підкреслити, що для аналізу закономірностей частоти появи варіантів необхідно впорядкувати їх у порядку зростання або спадання. Також слід зазначити частоту появи кожного варіанта в розглянутій сукупності. Якщо записати у таблицю відповідні значення ознаки і їх частоти, то отримаємо статистичний ряд розподілу частот (табл. 3).

Таблиця 3.

Статичний ряд розподілу частот

Варіанти x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_k
Частоти n_i	n_1	n_2	n_3	...	n_k

Наступним етапом є введення понять генеральної та вибіркової сукупностей, а також обсягу вибірки.

Важливо наголосити, що під «генеральною сукупністю» розуміють множину значень конкретної випадкової величини, що дозволяє застосовувати до неї стохастичні методи аналізу та дослідження [20].

Поняття обсягу вибірки вводиться індуктивно і узагальнюється на довільні випадки, зокрема з використанням позначення: $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$.

Необхідно пояснити студентам, що дослідження всієї генеральної сукупності не завжди можливе або раціональне. У таких випадках для аналізу використовують вибірку, яка має відображати основні характеристики генеральної сукупності. Це є особливо важливим, коли сукупність є неоднорідною,

тому вибірка повинна бути репрезентативною і відображати властивості генеральної сукупності в достатній мірі.

Для розвитку навичок самостійної роботи студентам регулярно пропонувалося самостійно опрацьовувати певні аспекти нового матеріалу з подальшим контролем знань. Наприклад, це стосувалося історичних аспектів науки, методів відбору даних, складання статистичних таблиць тощо. Рівень виконання таких завдань перевірявся під час колоквиумів або на наступних заняттях через фронтальне опитування.

Способи формування вибірки можуть значно варіюватися. Студенти отримували завдання підготувати приклади для демонстрації різних способів вибірки, зокрема:

1. Суцільний і несуцільний відбір, їх практичне застосування.
2. Випадковий відбір.
3. Механічний відбір.
4. Типовий відбір.
5. Повторний і безповторний відбори, а також їхні характеристики.

Графічне представлення варіаційних рядів відіграє важливу роль у їх візуалізації. Варіаційний ряд може бути представлений у вигляді діаграм, полігонів чи гістограм залежно від завдання. Викладач пояснює, що полігон розподілу будується в декартовій системі координат, де значення досліджуваної властивості розміщуються по осі абсцис, а частоти або відносні частоти – по осі ординат.

Полігони застосовуються для графічного подання дискретних варіаційних рядів.

Для кращого засвоєння елементів математичної статистики використовувалися задачі прикладного характеру, взяті з повсякденного життя, щоб зробити їх близькими й зрозумілими для студентів. Додатково увага зосереджувалася на задачах економічного змісту.

Одним із важливих понять математичної статистики є числові характеристики вибірки. Особливе місце серед них займають середні величини, такі

як середнє арифметичне, геометричне та квадратичне. Варто акцентувати увагу студентів на тому, що кількість повторень варіант або інтервалів називається частотою або статистичною вагою, а середнє значення, розраховане з урахуванням ваги, визначається як зважена середня.

Ці характеристики не є новими для студентів: оскільки варіанти відповідають значенням випадкової величини X , це дає змогу провести аналогію з числовими характеристиками випадкової величини, яку для зручності можна розглядати як дискретну та обмежену кількістю значень.

Таблиця 3

**Таблиця аналогій між числовими характеристиками
вибірки та випадкової величини**

Числові характеристики простої випадкової величини	Числові характеристики вибірки
$M(\tilde{O}) = \sum_{i=1}^k x_i p_i$ - математичне сподівання, де $\tilde{o}_i$ - значення випадкової величини, $\tilde{o}_i$ - відповідні значення ймовірності	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i$ - середнє арифметичне
$D(\tilde{O}) = M(\tilde{O} - M(\tilde{O}))^2$ $D(\tilde{O}) = M(\tilde{O}^2) - M^2(\tilde{O})$ - дисперсія	$D_{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2$ $D_{\epsilon} = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2$ - дисперсія
$\sigma(\tilde{O}) = \sqrt{D(\tilde{O})} = \sqrt{M(\tilde{O}^2) - M^2(\tilde{O})}$ - середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ - середнє квадратичне відхилення

У ході аналізу числових характеристик, доцільно звернути увагу студентів на те, що величини $M(x)$ і $\bar{x}$ хоча і мають схожий зміст, але вони не є ідентичними. Відношення $\frac{n_i}{n}$ вибіркового середнього до математичного очікування змінюється залежно від вибірки, однак, відповідно до закону великих чисел, якщо великій кількості спостережень є достатньо великою (в теорії прямує до нескінченості), то $\frac{n_i}{n} \approx p_i$. Тому $\bar{x} \approx M(\tilde{O})$. Це дозволяє оцінити математичне сподівання випадкової величини X використовуючи значення вибіркового середнього.

Студентам необхідно усвідомити, що середнє значення може слугувати узагальнюючою характеристикою лише тоді, коли застосовується до однорідних сукупностей (наприклад, середня температура у групі хворих або здорових осіб, середня заробітна плата в певній галузі). Використання середніх для неоднорідних множин може призвести до некоректних результатів та помилкових висновків.

Важливість числових характеристик доцільно продемонструвати, запропонувавши їм задачі економічного характеру.

Приклад 6. У результаті спостережень за товарообігом крамниці протягом визначеного періоду, отримано такі фінансові результати (табл. 5):

Таблиця 5

Товарообіг крамниці						
Товарообіг (тис. грн.)	10	20	30	40	50	60
Частота	7	9	6	3	3	2

Обчисліть середній товарообіг і побудуйте полігон частот на основі даних з таблиці 4.

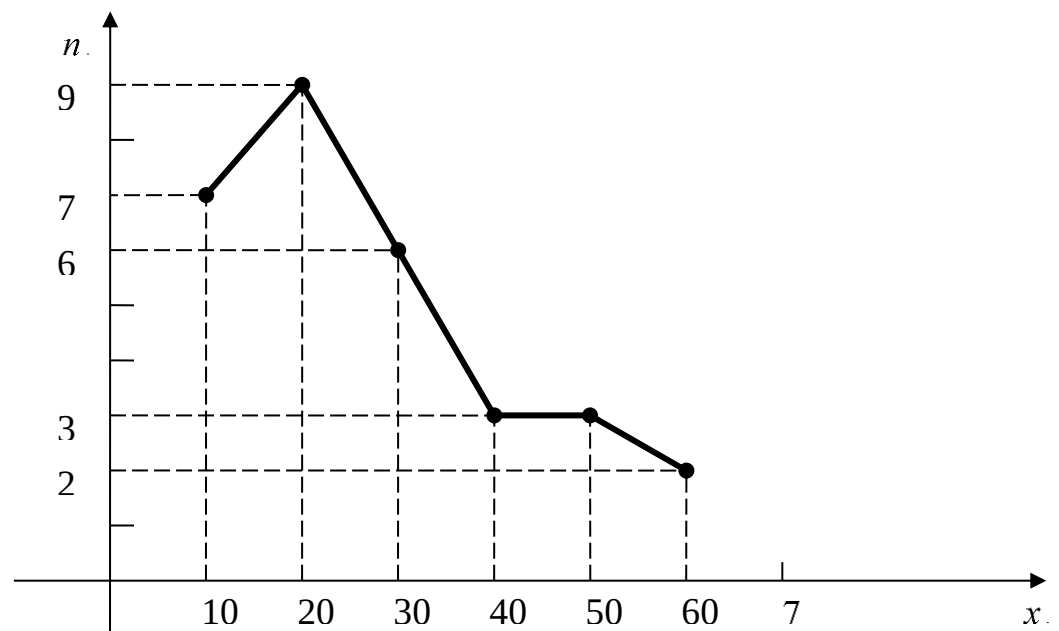


Рис. 3. Полігон частот товарообігу крамниці

Дана задача належить до категорії прикладних завдань, в умові яких задано варіаційний ряд. Завдання полягає у визначенні числових характеристик та графічному представленні даних.

Практична значимість статистичних показників, таких як середнє арифметичне, середнє квадратичне відхилення та дисперсія, розкривалася під час розв'язання наступної задачі:

Приклад 8. Фермер, для збільшення доходу, планує оновити насіннєвий фонд і придбати з цією метою новий сорт жита. Підприємство, яке займається вирощуванням насіннєвих культур, пропонує фермеру обрати серед таких сортів, при цьому надає результати статистичних досліджень кожного із сортів (табл. 6, 7):

Таблиця 6

Урожайність сорту №1

Урожайність (в ц/га)	18	20	22
Частота	20	50	30

Таблиця 7

Урожайність сорту №2

Урожайність (в ц/га)	18	20	22
Частота	10	70	20

Як фермеру зробити правильний вибір?

Студенти у ході аналізу таблиць та відповідних обчислень, приходять до висновку, що середня урожайність обох сортів є однаковою, і тому цей показник не дасть змоги фермеру зробити правильний вибір. Це спричиняє необхідність аналізу стійкості врожайності, що приводить до висновку про необхідність визначення дисперсії.

$$\bar{x}_1 = (18 \cdot 20 + 20 \cdot 50 + 22 \cdot 30) / 100 = 20,2;$$

$$D_1 = \frac{1}{100} [(18 - 20,2)^2 \cdot 20 + (20 - 20,2)^2 \cdot 50 + (22 - 20,2)^2 \cdot 30] = 1,96.$$

$$\bar{x}_2 = (18 \cdot 10 + 20 \cdot 70 + 22 \cdot 20) / 100 = 20,2;$$

$$D_2 = \frac{1}{100} [(18 - 20,2)^2 \cdot 10 + (20 - 20,2)^2 \cdot 70 + (22 - 20,2)^2 \cdot 20] = 1,15.$$

Дисперсія для сорту №2 виявилася значно меншою, що свідчить про менше розсіювання врожайності цього сорту. Тому майбутній урожай буде більш стабільним, а отже, можна зробити висновок, що фермеру доцільніше обрати сорт №2. Водночас варто підкреслити, що певний ризик помилки залишається, але він є мінімізованим.

При вивченні графічних способів представлення статистичних даних значну увагу необхідно приділяти аналізу інтервальних рядів.

Приклад 9. У таблиці 8 представлено результати дослідження рентабельності підприємств легкої промисловості:

Таблиця 8

Рівень рентабельності підприємств

Рівень рентабельності (%) (інтервали)	До 5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30 і більше
Кількість підприємств	3	8	16	22	24	18	9

Побудуйте гістограму на основі даних таблиці 7.

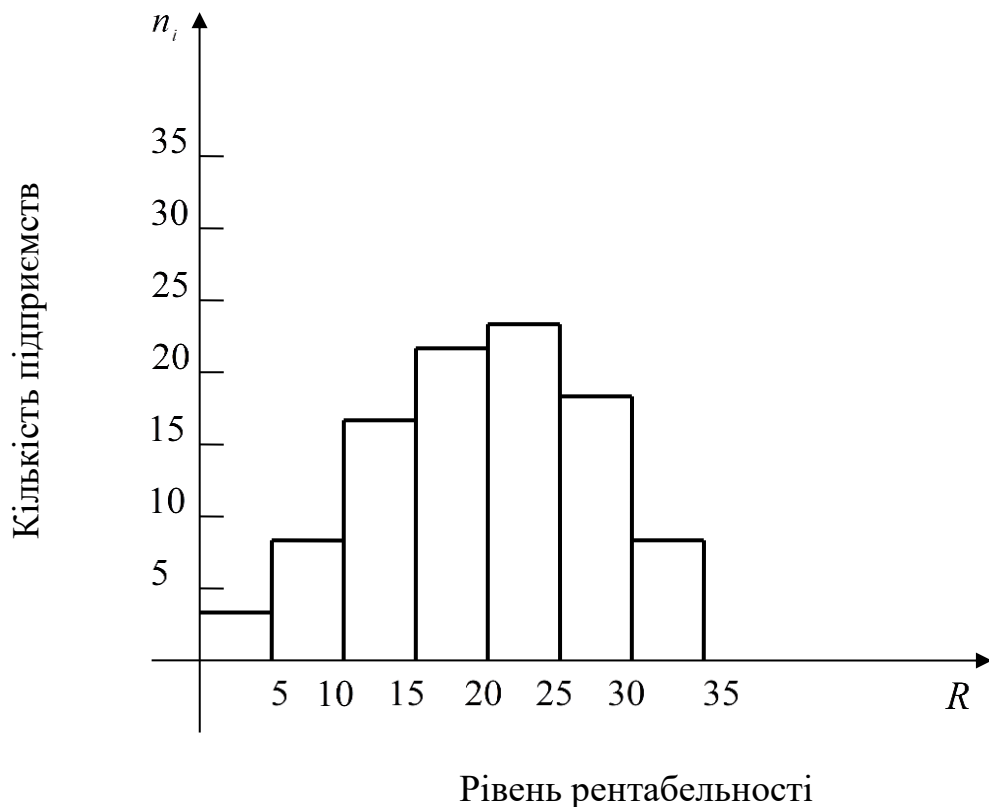


Рис. 4. Гістограма рентабельності підприємств легкої промисловості

З рисунку 4 можна зробити висновок, що рівень рентабельності підприємств легкої промисловості найчастіше знаходиться в діапазоні 20–25%. Тільки невелика частка (9%) підприємств демонструє рентабельність, що перевищує 30%. Це викликає питання щодо доцільності діяльності підприємств з низьким рівнем рентабельності, особливо враховуючи їх незначну частку. Окрім рівня рентабельності, гістограми є зручним інструментом для представлення таких показників, як вартість реалізованої продукції, рівень зайнятості працездатного населення, депозитні ставки комерційних банків тощо.

Для вдосконалення навичок створення діаграм, полігонів і гістограм були використані дані з різноманітних статистичних джерел. Під час виконання індивідуальних завдань групу з 30 студентів розподілили на шість підгруп. Кожна з них займалася підготовкою графічного зображення різних показників бюджету України (надходження, податкові збори, витрати), фінансових доходів і витрат громадян, а також обсягів виробництва та споживання товарів продовольчого і непродовольчого характеру. Завдання не передбачало складних математичних обчислень, тому студенти працювали із зацікавленістю. Обговорення результатів роботи всіх підгруп під час заняття допомогло студентам сформувати цілісне уявлення про економічну діяльність держави.

Важливо, що статистична інформація, яка пропонується студентам була актуальна і цікава для них, врадуючи їх вік і фах. Тому для активізації пізнавальної діяльності студентів доцільно пропонувати їм самим проводити збір статистичних даних, а також, формулювати рекомендації щодо їх застосування.

Однією з характерних рис більшості статистичних завдань є необхідність опрацювання великих обсягів числових даних. З огляду на це, важливо ознайомити студентів із сучасними програмними засобами, що допомагають ефективно обробляти та аналізувати ці дані.

Наше дослідження показало, що розуміння важливості вивчення матеріалу та формування позитивної мотивації до навчання можливі лише через вла-

снугу активність студентів при розв'язуванні задач, що мають особливе значення для них. Для студентів спеціалізованих коледжів важливо, щоб навчання сприяло глибшому оволодінню професійною діяльністю. Вивчення основ стохастики надасть їм можливість в майбутньому ефективно освоїти методи оцінки результатів діяльності підприємств, організацій, банків, фінансове планування, а також економіко-статистичний аналіз державних фінансів і процесів оподаткування.

ВИСНОВКИ

Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, а також вивчення змісту та методичного забезпечення процесу вивчення основ стохастики в коледжах фінансово-економічного напрямку дозволяє зробити кілька важливих висновків щодо доцільності інтеграції понять теорії ймовірностей і статистики з метою підвищення якості засвоєння студентами як математичних, так і економічних знань:

1. Освіта в галузі ймовірнісно-статистичних методів є ключовим елементом математичної культури сучасної особистості. Шляхи та методи досягнення цієї мети ґрунтуються на досвіді, здобутому як зарубіжними, так і вітчизняними педагогами та методистами, а також на історії розвитку цієї науки.

2. Один із ефективних способів підвищення якості професійної підготовки фахівців фінансово-економічного профілю полягає в орієнтації курсу стохастики на практичне використання, що досягається завдяки системному та комплексному підходу в організації навчального процесу. Важливим аспектом є врахування рівня фундаментальної математичної підготовки студентів. Професійна орієнтація курсу стохастики сприяє адаптації його змісту та методичних підходів до застосування математичних і статистичних знань не лише при вивченні основних дисциплін, але й у майбутній професійній діяльності студентів. Це створює педагогічні умови для збагачення курсу математики в економічних і фінансових спеціальностях, що, у свою чергу, активізує навчальні дії студентів. Тому підбір навчального матеріалу має здійснюватися з урахуванням його практичної значущості та необхідності для майбутньої професійної діяльності економістів.

3. Вивчення основ стохастики повинно враховувати вікові та психологічні особливості студентів, а також специфіку основної навчальної діяльності на цьому етапі. Важливо дотримуватися педагогічних і методичних вимог щодо реалізації рівневої та профільної диференціації, що забезпечить не лише

ефективність засвоєння матеріалу, але й сприятиме підвищенню пізнавального інтересу студентів.

4. Враховуючи прикладний характер стохастики прикладної доцільно використовувати різні форми самостійної роботи студентів, як вдома, так і в аудиторії. Застосування різноманітних методів навчання, як репродуктивних так і евристичних – сприятиме формуванню у студентів стійкої внутрішньої мотивації до вивчення математики в цілому та до стохастики зокрема. Обов'язковою складовою курсу стохастики повинні бути індивідуальні завдання протягом усіх етапів вивчення. Такі завдання повинні мати прикладний характер, що дозволяє з'єднати теоретичні знання з реальними ситуаціями.

5. Використання наочних методів, таких як графіки, діаграми, дерева рішень та інші візуальні інструменти, значно поглиблює розуміння стохастичних процесів, що вивчаються. Це дозволяє відтворювати економічні чи соціальні ситуації, які аналізуються через призму стохастики, і корелювати числові характеристики з відповідною символікою та термінологією. Такий підхід сприяє кращому засвоєнню теоретичних концепцій і розвиває навички та вміння ефективно розв'язувати математичні задачі.

Використання наочних методів, зокрема графіків, діаграм, дерев рішень та інших візуальних інструментів, сприяє значному поглибленню розуміння стохастичних процесів. Це дозволяє візуалізувати економічні або соціальні явища, що аналізуються в контексті стохастики, а також зв'язувати числові характеристики з відповідною символікою та термінологією. Такий підхід сприяє більш глибокому засвоєнню теоретичних матеріалів, а також розвитку навичок розв'язування математичних задач, що є важливими для формування практичних умінь у студентів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Артющин Г.М. Тестовий контроль як фактор активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів /Артющин Г.М. // Практична психологія та соціальна робота. – 2001. - № 6. - С. 50-51.
2. Бродський Я.С. Профільна диференціація навчання/ Бродський Я.С., Павлов О.Л. // Рідна школа.-1995.-№ 12.- с.
3. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти /Бурда М.І. // Педагогіка і психологія. – 1996. – №1. – С. 40-45.
4. Вітлинський В.В. Ризик у менеджменті / Вітлинський В.В., Наконечний С.І.. – Київ: ТОВ “Борисфен – М”, 1996.- 326 с.
5. Війчук Т.І. Особливості вивчення елементів стохастики у коледжах з економічним спрямуванням/ Війчук Т.І., Стасів Н.Ю. – Materiály IX mezinárodní vědecko – praktická konference «Věda a technologie: krok do budoucnosti – 2013». - Díl 13. Pedagogika: Praha. Publishing House «Edecatation and Sciense» s.r.o – stran. 49-52.
6. Війчук О.Т. Вивчення теорії ймовірностей та елементів статистики у коледжах фінансово-економічного спрямування // Александр Війчук, Леся Комарницька. Тези конференції: Актуальні проблеми сучасної науки: матеріали XI-ї Міжнародної науково-практичної конференції / За редакцією Юрія Матуріна, Ігоря Столярчука. Дрогобич: Редакційно-видавничий відділ ДДПУ імені Івана Франка, 2024. 686 с.
7. Волков Ю. Початки математичної статистики / Волков Ю., Войналович Н. // Математика в школі. – 2004. - №4, С. 6-10.
8. Воловик П.М. Теорія ймовірностей і математична статистика в педагогіці / Воловик П.М. – Київ: Рад. школа, 1969. – 223 с.
9. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2011. - №8 – С.2 – 5.
10. Дружинін Н.К. Математична статистика в економіці / Дружинін Н.К. – К.: Радянська школа, 1989. – 218 с.

11. Жалдак М.І. Елементи стохастики у шкільному курсі математики / Жалдак М.І., Михалін Г.О. // Математика в школі. - 2000. - № 1 – 4, 6; 2001. - №1.- С. 4 – 10.
12. Задорожня Т.М. Програма розділу «Початки стохастики»/ Задорожня Т.М. // Математика в школі. – 1999. - № 2. – С. 18 – 20.
13. Задорожня Т.М. Використання прикладних задач при вивченні теорії ймовірностей/ Задорожня Т.М. // Математика в школі. – 2005. - № 10. – С.35 – 39.
14. Концепція математичної освіти загальноосвітньої школи // “Математика в школі”, 2009. – № 2(64). – С. 12-17.
15. Концепція базової математичної освіти в Україні. – ВІКОЛ, 2009.– 31 с.
16. Концепція профільного навчання у старшій школі // Математика в шк. – 2006.- №4.- С. 2 – 7.
17. Леоненко М.М. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці/ Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. – Київ: Інформтехніка, 1995. - 306с.
18. Межейнікова Л.С. Математичні задачі з фінансовим змістом в основній школі / Межейнікова Л.С., Швець В.О. – Харків: Вид. група «Основа», 2004. – 96 с.
19. Олексюк О.С. Системи підтримки прийняття фінансових рішень на мікрорівні/ Олексюк О.С. - Київ: Наукова думка, 1998. – 508с.
20. Плоцкі А. Випадкова величина та гра як модель процесу прийняття рішення в умовах ризику/ Плоцкі А. // Математика в школі. –2000. - № 2. – С.7 – 14.
21. Реньї А. Заради чого необхідно викладати теорію ймовірностей? / Реньї А. // Математика в школі. - 1998. – № 1. - С. 31.
22. Слєпкань З.І., Соколовська І.С. Методика вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в загальноосвітніх навчальних закладах / Слєпкань З.І., Соколовська І.С.// Математика – 2004. - №29 -30 (281 – 282). – 121 с.

23. Соколовська І. Така нова стара проблема/ Соколовська І. // Математика в школі. – 1998.- № 1. - С. 32 – 35.
24. Стрельченко О. Програма з математики для класів економічного профілю/ Стрельченко О., Вайнтрауб М., Стрельченко І. // Математика в школі. - 2003. - № 5. – С.43.
25. Ядренко М.Й. Випадкові події та їх ймовірності / Ядренко М.Й. // У світі математики. – Київ: Рад. школа, 1997. – Випуск 2. – С.5- 16.
26. Якиляшек В. Аспекти інтеграції математичних і природничих знань/ Якиляшек В. // Математика. – 2000. - № 46. - С. 4 - 5.