

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Факультет фізики, математики, економіки та інноваційних технологій
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки,

кандидат педагогічних наук, доцент

_____ Тарас ВІЙЧУК «___» _____ 2024 р.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ

Спеціальність: 014 «Середня освіта (Математика)»

Магістерська робота

**на здобуття кваліфікації «Вчитель математики, викладач закладу
фахової передвищої, вищої освіти, вчитель інформатики**

Автор роботи Вахула Тетяна Володимирівна _____

підпис

Науковий керівник кандидат педагогічних наук,

доцент Гордієнко Ірина Валеріївна _____

підпис

Дрогобич, 2024

Захист магістерської роботи

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

дата

Голова ЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Секретар ЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Анотація. Вахула Тетяна. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ

У даній роботі проаналізовано дидактичну, психологічну та методичну літературу по темі дослідження. З'ясовано, в якій мірі методична література, підручники та посібники задовольняють умови вивчення звичайних дробів в курсі математики 6 класу. Експериментально перевірено ефективність розробленої методики вивчення звичайних дробів.

Annotation. Vakhula Tetiana. METHODS OF STUDYING COMMON FRACTIONS IN THE 6TH CLASS MATHEMATICS COURSE.

Didactic, psychological, and methodical literature on the research topic was analyzed in this work. It was found out to what extent methodical literature, textbooks and manuals satisfy the conditions for studying common fractions in the 6th grade mathematics course. The effectiveness of the developed methodology for studying ordinary fractions was experimentally verified.

Зміст

Вступ.....	3
Розділ І. Теоретичні основи теми “Звичайні дроби”.....	5
§1. Тема “Звичайні дроби” в елементарній математиці.....	5
§2. Аналіз методичної літератури по темі дослідження.....	11
§3. Аналіз підручників щодо викладу даної теми.....	19
Розділ ІІ. Методика вивчення теми “Звичайні дроби”.....	29
§1. Методика вивчення додавання і віднімання звичайних дробів.....	29
§2. Методика вивчення множення і ділення звичайних дробів.....	45
§3. Експериментальна перевірка розробленої методики.....	54
Висновки.....	58
Список використаних джерел	60

Вступ

Актуальність дослідження. Згідно з чинною навчальною програмою, вивчення звичайних дробів у школі поділяється на три етапи:

1. Пропедевтичний етап (4 клас початкової школи):

- Ознайомлення з базовими поняттями: дріб, чисельник, знаменник.
- Формування навичок: порівняння найпростіших дробів, знаходження дробу від числа, знаходження числа за його дробом (у два кроки).

2. Основний етап (5 клас):

- Розширення знань про дроби: різні види дробів (правильні, неправильні, мішані), зведення дробів до спільного знаменника, додавання та віднімання дробів з однаковими знаменниками, множення та ділення дробів, запис десяткових дробів як звичайних.
- Вдосконалення навичок: виконання арифметичних дій з дробами, розв'язування задач на дроби, перетворення десяткових дробів на звичайні.

3. Заключний етап (6 клас):

- Узагальнення та систематизація знань: порівняння та розпізнавання звичайних і десяткових дробів, виконання арифметичних дій зі змішаними дробами, розв'язування складніших задач на дроби, відсотки та їхні прості обчислення.

Цей покроковий підхід до вивчення звичайних дробів забезпечує поступове формування знань та навичок учнів, роблячи процес навчання чітким, логічним та доступним.

В 2018 році було розпочато реформу освіти України, яка передбачає реалізацію нової української школи (НУШ) [4], переорієнтацію процесу навчання на розвиток особистості учня, формування його основних компетенцій.

Дробові числа відіграють ключову роль у шкільному курсі математики та загальному розвитку мислення учнів. Її значення складно переоцінити,

адже саме на цій основі ґрунтується подальше вивчення математики та формується цілісне уявлення про світ.

Все це і зумовило вибір теми дослідження “Методика вивчення звичайних дробів в курсі математики 6 класу”

Об'єктом дослідження є процес навчання математики в 6 класі.

Предметом дослідження є методика навчання учнів теми "Звичайні дроби".

Мета дослідження полягає в тому, щоб розробити методику навчання учнів теми "Звичайні дроби" за чотирма рівнями та експериментально перевірити її ефективність.

Для досягнення мети планується:

- з'ясувати, в якій мірі психолого-педагогічна і методична література, підручники з математики задовольняють чотирьохрівневе навчання;
- розробити методику вивчення звичайних дробів в 6 класі;
- експериментально перевірити ефективність розробленої методики вивчення звичайних дробів.

Для розв'язання поставлених завдань планується використати комплекс теоретичних та експериментальних методів: аналіз методичної літератури, підручників і посібників з математики; практична діяльність по організації і проведенню навчального процесу на уроках математики; педагогічний експеримент, опрацювання його результатів з використанням методів математичної статистики.

Розроблена методика перевірялася експериментально в 6 класах закладу загальної середньої освіти перших-третьох ступенів та дошкільної освіти с. Дідилів, Львівської області, Львівського району. Результати дослідження доповідались на міжнародній науково-практичній студентсько-викладацькій конференції «Актуальні проблеми сучасної науки» у Дрогобицькому державному педагогічному університеті імені Івана Франка.

Розділ І. Теоретичні основи теми “Звичайні дроби”

§1. Тема “Звичайні дроби” в елементарній математиці

Питання про те, з яких дробів – звичайних чи десяткових – доцільно розпочинати вивчення дробових чисел у школі, протягом багатьох років залишається предметом дискусій.

Звичайні дроби частіше зустрічаються в повсякденному житті, наприклад, при діленні їжі, вимірюванні відстаней або розподілі часу. Це може зробити їх більш зрозумілими для дітей на початкових етапах навчання. Звичайні дроби легко візуалізувати за допомогою кругових діаграм або відрізків, що може допомогти учням зрозуміти поняття частин цілого. Звичайні дроби можна розглядати як основу для десяткових дробів, адже десяткові дроби можна представити як звичайні дроби з знаменниками 10, 100, 1000 тощо. Вивчення звичайних дробів сприяє розвитку навичок дробового мислення, які є важливими для розуміння математичних понять, таких як відношення, пропорції та ймовірність.

Деякі вчителі вважають, що вивчення звичайних дробів перед десятковими дає кращі результати, ґрунтуючись на власному досвіді та спостереженнях. Важливо зазначити, що не всі погоджуються з цими аргументами. Деякі педагоги вважають, що десяткові дроби слід вивчати спочатку, адже вони відповідають десятковій системі числення, з якою вже знайомі учні.

Ця дискусія ще не закінчилась, хоч тепер, як і раніше, учні спочатку розглядають звичайні дроби і лише потім – десяткові [2].

Ми знаємо, що для визначення будь-якої величини ми маємо її виміряти, тобто зрівняти її з одиницею. Так наприклад, прагнучи дізнатися довжину стола, ми вимірюємо її метрами. Припустимо, що метр міститиметься по довжині стола рівно два рази: тоді одержуємо ціле число;

якби цей самий стіл ми забажали виміряти кілометрами, то побачили б, що кілометр не міститься в ньому жодного разу. В такому разі ми ділимо кілометр на декілька рівних частин, наприклад на 100, і бачимо скільки разів одна така частина міститься в довжині стола. Якщо сота частина міститься 4

рази, то довжина стола рівна частин. Це число називається дробом. Отже, дріб це число, що показує, скільки разів будь-яка відома частина одиниці повторюється в предметі. Тому, щоб мати повне розуміння про дроби, потрібно знати:

1) яка була взята частина одиниці або на скільки рівних частин була поділена одиниця;

2) скільки таких частин було взято або скільки разів така частина повторювалась в предметі.

Дріб зображується за допомогою двох чисел, які записуються одне під одним і розділяються рискою. Ці два числа називаються чисельником і знаменником. Чисельник показує, скільки частин взято з цілого. Він записується над рискою. Знаменник дробу показує загальну кількість усіх частин. Він записується під рискою. Так, наприклад, дріб п'ять восьмих

записується , тут 8 є знаменником і показує, що одиниця була розділена на 8 рівних частин, а 5 – чисельник, який показує, що восьма частина повторилась в предметі 5 разів. Чисельник і знаменник разом називають членами дробу [15].

На дуже ранній стадії розвитку людина прийшла до поняття одиничного дробу. Частини (половина, четвертина, восьма частина) ,

, використовує кожна людина у своєму житті у розумінні частки, долі чогось цілого.

Цікавим є те, що єгиптяни в арифметиці дробових чисел не вийшли за межі одиничних дробів, хоча досягнули значних успіхів у техніці та мистецтві. Дійсно, всі математичні документи Єгипту, що дійшли до наших часів, і які датуються періодом з 2000 року до н.е. до VIII століття н.е., містять лише одиничні дроби. Вони використовували лише дроби з чисельником 1, а знаменник міг бути будь-яким цілим числом. Наприклад, записували дроби $\frac{1}{2}$ і так далі. Окрім таких одиничних дробів, єгиптяни

використовували лише ще один дріб – $\frac{2}{3}$. Цей дріб мав для них особливе значення, можливо, через його зв'язок з геометрією та астрономією.

Якщо результати яких-небудь розрахунків приводили до дробу неединичного, його замінювали сумою одиничних:

Рукопис Архімеда містить таблицю всіх дробів виду $\frac{1}{n}$ з чисельником 1 і непарними знаменниками в межах від 5 до 99, які можна представити як суму одиничних дробів. Очевидно, що такі таблиці були створені один раз і використовувалися кожним, хто вивчав математику. Шкіряний згорток з Британського музею, що датується більш раннім періодом, ніж рукопис Райнда, включає, крім зазначених дробів, ще 26 випадків представлення неединичних дробів у вигляді суми одиничних.

Єгиптяни розробили унікальну систему обчислень з використанням одиничних дробів. Цей підхід знайшов своє застосування в Греції ще за часів Піфагора (VI ст. до н.е.) і залишався домінуючим в грецькій математиці до III ст. до н.е. Хоча згодом греки почали використовувати й інші типи дробів, одиничні дробі продовжували широко застосовуватися в повсякденному житті аж до кінця античної Греції

Шумерська система числення зазнала значних змін протягом свого розвитку. Спочатку шумери оперували лише цілими числами та простими дробами. Однак, вже в III тисячолітті до н.е. відбувся перехід до більш складної системи, заснованої на шістдесяткових дробах, які поступово витіснили своїх попередників.

Використання одиничних дробів арабськими математиками, такими як аль-Хорезмі та аль-Кархі, вказує на можливість запозичення цієї системи обчислень у греків. Свідченням цього є праці грецьких математиків Герона та Діофанта, які також активно застосовували одиничні дробі у своїх дослідженнях.

Систематичне вивчення дробів у європейських школах стало можливим лише з XVIII століття. Саме тоді Вольф сформулював важливу ідею про єдиність арифметичних дій для цілих і дробових чисел, заклавши основу для подальшого розвитку теорії дробів.

Навчання арифметики, зокрема дробів, було впроваджено в програму англійських комерційних шкіл значно раніше, ніж у школах для аристократії. Так, у престижній Ітонській школі, заснованій у 1446 році, арифметика стала обов'язковим предметом лише у 1851 році.

Десяткові дробі є невід'ємною частиною сучасної математики, що тісно пов'язані з десятиковою системою числення. Їхнє широке застосування пояснюється впровадженням метричної системи одиниць вимірювання, яка базується на десятикових принципах.

Ідея відокремлення цілої та дробової частин числа за допомогою спеціального знака з'явилася ще в XV столітті. Саме Регіомонтан першим

використав риску для цієї мети. Однак, саме італійський математик Франческо Пеллос у 1492 році запропонував більш зручний спосіб – відокремлювати цілу частину від дробової за допомогою крапки.

Ряд інших авторів користувався тими ж й іншими властивостями десяткових дробів: Кардано (1539 р.) знаходить частку від ділення числа на 10, 100, 1000 відкиданням останніх цифр діленого і називає цей прийом

«правилом Регіомонтана», а Апіан (1527 р.) пише, що , ,

, з тією ж метою, з якою сучасний учитель підкреслює ці рівності на перших уроках, що присвячені десятковим дробам.

Ще на початку XVI століття Петро Апіан зробив перші кроки в напрямку перетворення звичайних дробів на десяткові. Однак, саме Джон Валліс у XVII столітті провів глибоке дослідження періодичних дробів. У своєму трактаті 1676 року він не лише детально описав властивості періодичних дробів, але й встановив деякі важливі закономірності щодо їх утворення. Валліс зробив значний внесок у розуміння зв'язку між звичайними та десятковими дробами, хоча і не досліджував природу ірраціональних чисел, які виникають при добуванні коренів з нескінченних недесяткових дробів.

Перше чітке формулювання правила перетворення чистих і мішаних періодичних дробів на звичайні з'явилося у праці Августа в 1822 році. Самі терміни «чистий» і «мішаний періодичний дріб» були введені пізніше, у 1836 році, Коппе. Цікаво, що поняття «правильних» і «неправильних» дробів з'явилося значно раніше, ще у 1747 році завдяки угорському математику Сегнеру. До цього часу такої термінології не існувало.

Хоча операції з дробами, такі як розширення та скорочення, були відомі ще в XII столітті, чіткі терміни для їх позначення з'явилися значно пізніше. Термін «розширення дробу» увійшов у загальне вжитку лише в XIX столітті, тоді як термін «скорочення дробу» став використовуватися вже в XV столітті. Ще одним важливим поняттям, що з'явилося в XII столітті, було зведення дробів до спільного знаменника

У XVI столітті Різе та Грамматеус пропонували простий, але трудомісткий метод знаходження спільного знаменника: послідовно множити менший знаменник на числа 2, 3, 5 тощо, поки не отримаємо число, яке ділиться на більший знаменник. Лише Стіфель та Клавій у цей період чітко сформулювали фундаментальне правило арифметики: якщо чисельник і знаменник дробу помножити на одне й те саме число (відмінне від нуля), то значення дробу не зміниться.

У стародавніх арифметичних текстах множення дробів часто вивчалось після додавання та віднімання. Єгиптяни вже знали, як помножити дріб на ціле число, просто помноживши знаменник дробу на це число. Герон, який використовував єгипетські методи обчислень, також детально описував ділення дробу на ціле число. Однак, лише у XIII столітті Йордан запропонував метод ділення дробу на дріб, поділивши чисельник і знаменник діленого на відповідні частини дільника:

$$\frac{12}{35} : \frac{4}{4} = \frac{12:4}{35:5} = \frac{3}{7}$$

Таке ділення виконується рідко над даними числами і ці автори приходять до методу, який показано в нашій символіці:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{acd}{bcd} : \frac{c}{d} = \frac{acd}{bcd} : \frac{ad}{bc}.$$

Ще у 1482 році Бамбергська арифметика пропонувала зручний спосіб ділення дробів — множення «навхрест». Однак, протягом наступних століть існували й інші підходи. Деякі математики пропонували перед діленням

зводити дроби до спільного знаменника. Лише у XVI столітті Стіфель та Клавій чітко сформулювали правило, запозичене у індійського математика Брамагупти: щоб поділити один дріб на інший, потрібно помножити його на дріб, обернений до дільника. Цей підхід став загальноприйнятим, а термін «протилежний» дріб, який використовувався для позначення оберненого дробу, з'явився ще раніше, у працях Відмана.

Історично, додавання дробів обмежувалось двома числами, що спрощувало процес знаходження спільного знаменника. Термін «спільний знаменник» з'явився відносно пізно, у XVIII столітті. Раніше використовували більш описові формулювання. Індійський математик Бхаскара пропонував множити знаменники дробів між собою, щоб знайти спільний знаменник, не зважаючи на їх спільні дільники. Махавіра запропонував більш раціональний підхід. Леонардо Пізанський, у свою чергу, додумався використовувати спільний дільник знаменників лише один раз, але його ідея була забута на кілька століть. Лише у XVI столітті Тарталья та Клавій відновили цей підхід і почали шукати найменший спільний знаменник. Сучасний алгоритм знаходження найменшого спільного знаменника з'явився лише у кінці XVII століття.

§2. Аналіз методичної літератури по темі дослідження

У сучасному світі дуже важливо забезпечити належний рівень математичної освіти. Це пояснюється тим, що більшість професій тепер потребують ґрунтовних знань у сфері математики. У результаті зростає кількість людей, для яких математика стає важливим і необхідним предметом.

В процесі вивчення математики часто виникають труднощі, пов'язані зі специфікою цього предмета, які зумовлені потребою в розвитку математичного мислення та індивідуальними особливостями пізнавальної діяльності учнів.

Загальновідомо, що шкільна освіта виконує три важливі функції: навчальну, виховну та розвиваючу. В сучасних умовах особливої уваги потребують саме виховна та розвиваюча функції. Одне з пріоритетних завдань сучасної школи – це підготовка учнів до самоосвіти.

Принцип безперервності освіти, зокрема математичної, робить ще актуальнішою не нову для педагогіки, психології і методики навчання математики проблему – навчити учнів вчитися.

Навчання вмінню вчитися – це одне з пріоритетних завдань школи. Це передбачає формування у школярів навичок самостійного мислення, активної пізнавальної діяльності та творчої ініціативи. Як свідчать дослідження психологів, найефективніше засвоєння та запам'ятовування матеріалу відбувається, коли він стає предметом активних дій учнів, які відповідають їхньому рівню знань.

На думку О.І. Левуса [9], одним із ключових завдань сучасної школи є підготовка учнів до життя в динамічному суспільстві. Це включає в себе виховання всебічно розвинутої особистості, здатної до критичного мислення, аналізу, порівняння та орієнтації в потоці інформації. Для досягнення цієї мети необхідно створити сприятливі умови для виявлення творчого

потенціалу дитини, розвивати в учнів навички самостійного мислення, заохочувати їх до творчої діяльності, готувати до безперервної освіти та самоосвіти, а також формувати усвідомлення потреби постійного оновлення знань і навичок.

У період становлення особистості школярів особливого значення набуває розвиток їхніх індивідуальних здібностей та впевненості в собі. Важливо створити умови, які б стимулювали самостійне мислення, творчість та прагнення до самовдосконалення.

В. Плахотник [17] справедливо зазначає, що процес навчання не може бути відокремлений від виховання. Адже саме виховання формує в людині здатність застосовувати здобуті знання на практиці, тобто робить нас не просто носіями інформації, а діячими.

І. Марнянський [11] зазначає, що хоча математика сама по собі сприяє розвитку логічного мислення, вирішальне значення має саме метод навчання. Недостатній розвиток розумових здібностей учнів у початковій школі, обумовлений переважанням формального заучування, негативно впливає на їхню подальшу навчальну діяльність.

О. Москаленко та М. Філімонова [15] підкреслюють необхідність розробки інтегрованого підходу до розвитку творчих здібностей учнів. Такий підхід має враховувати як психологічні особливості дитини, так і специфіку навчального процесу.

Як свідчать дослідження психологів і дидактів, а також підтверджує шкільна практика, формування та розвиток творчої особистості учня значною мірою залежить від творчих здібностей учителя. Це означає, що врахування фактору професіоналізму вчителя та індивідуальних особливостей учнів є однією з ключових умов успішного застосування будь-якої технології, спрямованої на формування в учнів готовності до творчості.

П. Сікорський [20] підкреслює, що успішність навчання математики залежить від комплексу взаємопов'язаних факторів, серед яких особливу роль відіграють психологічні особливості учнів та педагогічні підходи.

Розуміння цих факторів дозволяє створити оптимальні умови для навчання і розвитку кожного учня. Навчання математики повинно бути індивідуалізованим, тобто враховувати вікові та індивідуальні особливості кожного учня. Навчання математики дає можливість оцінити розумові здібності учнів, що дозволяє оптимізувати процес навчання та адаптувати його зміст, сприяючи розвитку їхнього мислення. Поєднання індивідуальних та групових форм роботи на уроках математики сприяє кращому досягненню освітніх та розвивальних цілей, особливо коли психологічні аспекти професійно впроваджуються як у процес навчання, так і в процес розвитку особистості учня.

Одним із ключових завдань сучасної школи є підготовка учнів до життя в суспільстві. Це передбачає формування в них життєвої та соціальної компетентності, що ґрунтується на повному розкритті їхнього внутрішнього потенціалу.

Навчання математики може охоплювати не лише розв'язування задач та доведення теорем, але й сприяти розвитку особистості учнів. Це складніше завдання, але саме воно є головною метою особистісно-орієнтованої освіти. Її завдання полягає не лише в засвоєнні предметного змісту, визначеного освітніми стандартами, але й у формуванні особистісних компонентів.

Особистісно-орієнтована освіта не стає на шлях штучного формування особистості з певними заданими властивостями. Її мета – створити сприятливе середовище, де учні зможуть досліджувати та розвивати свої особистісні функції. При цьому важливо, щоб цілі навчання предмета чи теми не лише визначалися вчителем, але й знаходили відгук у свідомості учнів. Особливу цінність становлять задачі, які розв'язуються за допомогою математичних методів, але виходять за межі суто математики, тобто ті, що виникають у реальному житті в різних галузях науки або виробництва.

Згідно з діючою програмою, вивчення дробів у початковій школі відбувається поетапно. На початковому етапі, який можна назвати

пропедевтичним, учні знайомляться з базовими поняттями, пов'язаними з дробами. До них належать:

- *Частина цілого:* учні розуміють, що дробі представляють собою частини цілого об'єкта.
- *Долі:* учні вивчають позначення та назви різних долей (наприклад, одна чверть, половина, ціле).
- *Читання та запис долей:* учні вчаться правильно читати та записувати дробові числа.
- *Порівняння дробів за допомогою малюнка:* учні використовують малюнки, щоб візуально порівняти величини різних дробів.
- *Знаходження долі числа:* учні вчаться знаходити певну частку від заданого числа.
- *Знаходження числа за його долею:* учні вчаться знаходити ціле число, знаючи його частку.

Н. Буряк [5] говорить, що існує поширена думка серед багатьох вчителів, що за допомогою пояснень та наочних засобів можна гарантовано донести до учнів певні знання, якими вони потім зможуть без проблем користуватися. Проте реальність свідчить про протилежне. Без самостійної діяльності та пошуку знань уміння та навички не сформуються належним чином. Важливо, щоб засвоєні знання не залишалися для учнів незмінним набором вивчених правил, а перетворилися на їхнє особисте надбання, яке вони зможуть використовувати та вдосконалювати протягом життя.

Важливо, щоб вчителі звертали увагу на мовну діяльність учнів під час уроку. Промовляння дій учнями під час усних обчислень або пошуку раціонального способу розв'язання задачі має суттєву подвійну перевагу: з одного боку, це сприяє формуванню мовної сторони знань; з іншого боку, воно удосконалює процеси мислення, адже мова і мислення тісно взаємопов'язані. Так, психологи і педагоги Г. Костюк, І. Синиця, В. Шаталов, А. Пчолко та інші з метою покращення розумових здібностей рекомендують промовляти текст, з яким людина має справу, а складні для розуміння вирази

та задачі читати вголос, переказуючи їх своїми словами. Ця практика, зокрема проговорювання учнями 5-6 класів простих логічних дій під час виконання обчислень, має низку суттєвих переваг: глибоке розуміння та засвоєння матеріалу, розвиток логічного та алгоритмічного мислення, вдосконалення навички чіткого формулювання думок, покращення мовної компетенції.

Засвоєнню учнями арифметичних дій з мішаними числами, які вони вивчають у 6 класі, може сприяти раннє знайомство з поняттям доповнення дробу до одиниці. Це можна зробити вже в 5 класі, під час вивчення та узагальнення знань про дріб, наприклад, на уроці з використанням підручника, коли учні аналізують, яку частину від цілого становить зафарбована частина круга. Поки учні відповідають, на дошці з'являються записи такого вигляду:

$$\begin{array}{cccc} \overset{1}{\text{1}} & \overset{1}{\text{1}} & \overset{1}{\text{2}} & \overset{1}{\text{3}} \\ \hline \text{2} & \text{2} & \text{4} & \text{4} \end{array}$$

Н. Буряк [5] вважає, що учитель має акцентувати увагу на знаменник і чисельник даних пар дробів та запитує в учнів, як з чисельника першого дробу пари можна одержати чисельник другого дробу, що для цього потрібно і запропонувати самостійно зробити висновок про доповнення дробу до одиниці. На наступному уроці, перевіряючи домашнє завдання, можна повторити доповнення дробу до одиниці, і запропонувати знайти значення

виразів: $1 - \frac{3}{5}; 1 - \frac{1}{2}; 1 - \frac{1}{4}; 1 - \frac{2}{5}$ тощо.

Для узагальнення і систематизації знань про мішані числа (6 клас), можна запропонувати учням записати кілька мішаних чисел у вигляді суми (щоб вони вміли записувати не тільки суму натурального числа і дробу мішаним числом, а й навпаки). Після повторення віднімання числа від суми, виконати з ними дії типу: (подавши $5 - \frac{4}{7}; 6 - \frac{3}{4}$). Доцільно розв'язати: (подівши $5 = 4 + 1; 6 = 5 + 1$). І наголосити, що для того щоб відняти

правильний дріб від цілого числа, потрібно число зменшити на одиницю і праворуч дописати доповнення даного дробу до одиниці ($5 - \frac{4}{7} = 4\frac{3}{7}$).

Практика показує, що багато старшокласників виконують дії додавання та віднімання з мішаними числами, спочатку перетворюючи їх на неправильні дроби, а потім повертаючи результат у мішаний дріб. Для них здається, що інших способів роботи з мішаними числами не існує. Це відбувається тому, що вчитель або не звернув уваги учнів на різні методи обчислень та вибір найбільш ефективного, або почав навчання додаванню і відніманню мішаних чисел саме з цього методу, приділивши йому значно більше часу, ніж іншим підходам. Тому в 5 класі приклади типу бажано не розглядати, щоб при вивченні додавання і віднімання мішаних чисел не був першим спосіб перетворення у неправильний дріб. Його краще розглядати після всіх інших способів обчислень різниці. Тобто варто наголосити на тому, що для знаходження суми або різниці мішаного та натурального чисел зручно записати мішане число як суму натурального числа і правильного дробу.

Недостатні вміння та навички значно гальмують і ускладнюють сприйняття учнями матеріалу не лише на уроках математики, але й на заняттях з інших предметів. До того ж, обдуманий підхід до обчислень і вибір раціональних методів роботи з числами сприяє розвитку дослідницького мислення та самостійності учнів, що впливає не лише на рівень розуміння майбутнього навчального матеріалу, а й на формування особистості школярів.

Г.П. Бевз у своєму навчальному посібнику [2] дробовим числам приділяє § 26. Він зазначає, що важливо приділити особливу увагу тому, щоб учні усвідомили: кожний дріб є результатом ділення чисельника на знаменник. Також необхідно пояснити учням, як зображати дроби точками на координатному промені, та практикувати розв'язання обернених задач, де потрібно позначити на промені точки з заданими координатами.

Г.П. Бевз [3] вказує на те, що правила додавання і множення не доводяться при кожному розширенні поняття числа, а вводяться як означення. Він вважає доцільним ілюструвати ці правила на конкретних прикладах, починаючи з додавання дробів з однаковими знаменниками. Щодо множення та ділення звичайних дробів, то їх також варто пояснювати за допомогою конкретних прикладів.

У своєму навчальному посібнику В.І. Мішин [13] присвячує дробовим числам §3 першого розділу, першої глави. Вивчаючи дроби, він пропонує учням поділити на рівні частини знайомі предмети, такі як кавун, диня чи пиріг, і виділити одну з цих частин. Особливу увагу автор звертає на важливість графічного методу, зокрема використання координатного променя. Учні виконують різноманітні вправи, завдяки яким вони вчаться позначати на координатному промені точку, що відповідає заданому дробу, а також визначати дріб, що відповідає певній точці на промені. Мішин В.І. стверджує, що десятковий дріб виникає як частковий випадок звичайного дробу, як спосіб запису дробів зі знаменником 10^n . Таким чином, школярам потрібно дати пояснення яке містить дві умови, що характеризують

десятковий дріб: це дріб, знаменник якого 10^n (), друга умова відноситься до форми запису (0,1; 0,003 та ін.).

С.Є. Ляпін [22] дробовим числам приділяє чимало уваги: І та ІІ глави частини другої, а також 5 параграфів ІІІ глави тієї ж частини. Він пропонує починати введення дробів із розгляду частин лінійних одиниць, квадратних одиниць і кубічних одиниць. Перетворення мішаного числа в неправильний дріб і виділення цілого числа з неправильного дробу рекомендує починати з конкретного прикладу. Не слід поспішати з формулюванням цього правила, а варто заохочувати дітей до відповідних міркувань, базуючись на одиницях і частинах цих одиниць.

Під час вивчення збільшення та зменшення дробу у кілька разів варто показати, що для збільшення дробу ми множимо його на ціле число, а для зменшення – ділимо на ціле число. При додаванні дробів з однаковими знаменниками доцільно розробити систему вправ, яка охоплює всі можливі випадки:

- 1) додавання цілого числа з дробом;
- 2) цілого числа з мішаним числом;
- 3) двох правильних дробів: а) що утворюють правильний дріб, б) що утворюють ціле число, в) що утворюють неправильний дріб;
- 4) додавання мішаного числа з дробом, де сума дробів є правильним дробом;
- 5) мішаного числа з дробом, де сума дробів утворює ціле число;
- 6) мішаного числа з дробом, де сума дробів утворює неправильний дріб;
- 7), 8), 9) аналогічні випадки для додавання мішаних чисел.

Він пропонує пояснювати віднімання дробів так само, як і для цілих чисел, тобто як дію, обернену до додавання. При відніманні дробів система вправ має ще більше значення, ніж при додаванні, оскільки іноді доводиться перетворювати зменшуване, що може збивати учнів.

Під час вивчення множення дробу на ціле число слід встановити з учнями визначення дії множення як додавання рівних доданків, кожен з яких дорівнює множеному дробу. Потрібно показати раціональний спосіб скорочення дробу, чисельник якого є добутком, що учні вперше зустрічають при множенні дробу на ціле число. Також необхідно навчити застосовувати ці навички до розв'язання задач.

С.Є. Ляпін рекомендує продемонструвати учням важливість введення нового означення для множення на дріб і розкрити його зміст. Перед вивченням множення на дріб варто спочатку розглянути задачу на визначення частини числа. Підбір вправ має бути таким, щоб початкові задачі і приклади допомогли учням пригадати знання, засвоєні в початкових класах, тобто варто обрати числа так, щоб як саме число, так і його частина були цілими.

Він також наголошує на необхідності показати на конкретних прикладах, як працюють основні закони множення для дробових чисел.

Введення ділення числа на дріб відбувається так само, як і ділення цілих чисел, і, на думку С.Є. Ляпіна, варто акцентувати на цьому увагу. Він зазначає, що не варто пояснювати ділення на дріб через означення, яке каже, що поділ числа на дріб означає знайти число за відомою його частиною. Важливо звернути увагу учнів на раціональні методи обчислень із дробами в ситуаціях, коли доводиться кілька разів виконувати множення і ділення послідовно; спершу слід аналізувати дії, далі — здійснити можливі скорочення, і лише після цього переходити до обчислень.

Множення дробів варто починати з прикладів множення десяткового дробу на ціле число. Спершу слід розглянути загальний метод множення дробу на ціле число, а вже потім переходити до спрощених варіантів. Для пояснення правила множення десяткових дробів необхідно нагадати означення множення на дріб та основне правило множення звичайних дробів, використовуючи при цьому запис десяткових дробів у вигляді звичайних. При вивченні ділення десяткового дробу на ціле число С.Є. Ляпін радить починати з повторення означення операції ділення та загального методу ділення на ціле число. Автор пропонує демонструвати доцільність перетворення звичайного дробу в десятковий через розв'язування задач, де вирази подано як у звичайних, так і в десяткових дробах. На завершення він зазначає, що вивчення десяткових дробів на основі теорії звичайних дробів допомагає учням свідомо засвоїти арифметику десяткових дробів. Це забезпечує чітке обґрунтування правил і дає можливість самоконтролю за допомогою звичайних дробів.

§ 3. Аналіз підручників щодо викладу даної теми

Розглянемо, як викладається теорія дробових чисел у шкільних підручниках з математики для 6 класів.

Розглянемо підручник [12].

Підручник складається з трьох параграфів, кожен з яких розділений на окремі пункти. Тема «Звичайні дроби» викладається у другому параграфі, що містить одинадцять пунктів (7-17). Перший пункт цього параграфа має назву «Основна властивість дробу». У ньому спочатку подано приклад із пирогом, на основі якого зроблено висновок: якщо чисельник і знаменник дробу помножити на одне й те саме натуральне число, отримаємо дріб, рівний даному. У буквеному вигляді маємо:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}.$$

Далі говорять, що коли останню рівність записати так:

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b},$$

то можна дійти ще одного висновку: *якщо чисельник і знаменник даного дробу поділити на їх спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.* Після цього наголошують на тому, що це є основна властивість дробу. На закріплення дається розв'язаний приклад.

Далі за основною властивістю дробу на прикладі показують що, коли

поділити чисельник і знаменник дробу на 2, отримаємо дріб, який йому

дорівнює, тобто . Так дріб скорочують на 2 і формулюють правило: *ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від 1, називають скороченням дробу.* Далі розглядають приклад дробу, який не є правильним дробом і формулюють означення нескоротного дробу. Потім розглядають ще один приклад скорочення дробу:

$\frac{60}{90}$ спочатку скорочують на 2, потім на 3 і нарешті на 5, в результаті чого

одержують $\frac{2}{3}$. Після цього пишуть, що коли $\frac{60}{90}$ скоротити на

$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то нескоротний дріб одержимо відразу. Далі зауважують, що так швидко вдалося отримати нескоротний дріб, оскільки $30 = \text{НСД}(60; 90)$ і формулюють правило що, *коли скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.*

Наступним пунктом цього параграфа є «Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів». На прикладі дробів $\frac{12}{19}$ і $\frac{15}{19}$ пояснюють, що 19 є спільним знаменником і показують порядок зведення дробу до спільного знаменника:

$\frac{12}{19} = \frac{12 \cdot 3}{19 \cdot 3} = \frac{36}{57}$, $\frac{15}{19} = \frac{15 \cdot 3}{19 \cdot 3} = \frac{45}{57}$, наголошуючи, що 3 це додатковий множник.

На основі цього пояснюють, що ці дроби можна привести до інших спільних знаменників і демонструють це на прикладі. Потім формулюється правило зведення дробів до спільного знаменника. Далі наводиться приклад, який ілюструє процес порівняння дробів з різними знаменниками, з якого випливає наступне правило: *для порівняння дробів з різними знаменниками їх необхідно звести до спільного знаменника, а потім використати правило порівняння дробів з однаковими знаменниками.*

Після цього розглядають «Додавання і віднімання дробів». Спочатку пригадують як потрібно додавати і віднімати дробы з рівними знаменниками:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Далі формулюють правило: *щоб додати (відняти) два дробу з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з рівними знаменниками*. Розглядають ще декілька прикладів і переходять до властивостей додавання (переставної і сполучної).

Множення дробів розпочинають із розгляду квадрата ABCD, сторони

якого дорівнюють $\frac{a}{c}$ і $\frac{b}{c}$ дм, шукають його периметр звичайним способом:

$$P = \frac{a}{c} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{b}{c} = \frac{2a+2b}{c}.$$

(дм).

Після цього показують, що периметр можна знайти й іншим способом:

і формулюють правило: *щоб помножити дріб на натуральне число, треба чисельник помножити на це натуральне число, а знаменник залишити без змін*. Зауважують, що коли число помножити на 0, то одержимо 0 і навпаки, коли 0 помножити на число – одержимо 0. Далі знову використовуючи квадрат пояснюють множення уже двох дробів, формулюють правило: *добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник – добутку знаменників*: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$. Далі розглядаються основні властивості множення: переставна, сполучна та розподільна. Після цього пояснюється метод множення мішаних чисел, зокрема на прикладі демонструється процес і формулюється правило: *для того щоб помножити мішані числа, необхідно спершу подати їх у вигляді неправильних дробів, а потім застосувати правило множення для дробів*.

Наступним пунктом є п.12. Знаходження дробу від числа.

Розглядають таку задачу: на присадибній ділянці росте 36 дерев. З них

становлять вишні. Скільки вишень росте на ділянці? Спочатку її розв'язують звичайним способом:

1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{7}{9}$ всіх дерев:

2) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{4}{9}$ всіх дерев:

Відповідь: у саду росте 28 дерев. Так знайшли $\frac{7}{9}$ від числа 36, а подібні задачі називають задачами на знаходження дробу. Відмічають, що такий результат можна отримати і другим способом. Для цього потрібно

помножити число 36 на дріб $\frac{7}{9}$:

$$36 \cdot \frac{7}{9} = \frac{36^4 \cdot 7}{9_1} = 4 \cdot 7 = 28$$

Далі формулюють правило: щоб знайти дріб від числа, можна число помножити на цей дріб. Далі показують як таким самим способом можна розв'язувати задачі на знаходження відсотків від числа і формулюють наступне правило: щоб знайти відсоток від числа, можна подати відсотки у вигляді дробу і помножити число на цей дріб.

Поняття взаємно обернених чисел пояснюють на прикладі: якщо дріб

«перевернути», тобто поміняти місцями чисельник і знаменник, то

отримаємо дріб . Обчислимо добуток цих дробів:

Далі формулюють таке твердження: *два числа, добуток яких дорівнює 1, називаються взаємно оберненими.*

Аналогічно до дії множення дробів дію ділення пояснюють на прикладі

квадрата зі сторонами і . Після аналізу та обчислення можна прийти до висновку, що ділення дробів можна звести до множення дробів, користуючись таким правилом: *щоб поділити один дріб на інший потрібно ділене помножити на число, обернене до дільника:*

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Також наголошується, що на 0 ділити не можна.

У наступному пункті розглядають задачу обернену до задачі пункту 12:

на присадибній ділянці росте 28 вишень, що становить кількості всіх дедев, які ростуть у саду. Скільки всього дерев росте на ділянці? Її

розв'язання є аналогічне. Коли відомо, що 28 становить кількості всіх дерев, знаходять загальну кількість дерев у саду. Такі задачі називають задачами на знаходження числа за значенням його дробу. Зауважують, що

знайдену відповідь можна знайти простішим способом. Для цього число 28

можна поділити на дріб :

і формулюють правило: *щоб знайти число за значенням його дробу, можна це число поділити на цей дріб.*

При вивченні перетворення звичайних дробів у десяткові, спочатку потрібно пригадати з 5 класу:

Далі говориться, що за допомогою основної властивості дробу можна

наприклад, дріб перетворити в десятковий:

Взагалі, щоб нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ перетворити в десятковий, треба звести його до одного із знаменників 10, 100, 1000 і т.д. Після цього пояснюють як правильно обрати знаменник (10, 100, 1000 і т.д.) і формулюють правило: *нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий лише тоді, коли розклад знаменника b на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5 або ще: щоб перетворити дріб у десятковий, можна його чисельник поділити на знаменник.*

Далі розглядаються нескінченні періодичні десяткові дроби. На прикладі пояснюється значення понять: нескінченний періодичний десятковий дріб, період дробу та скінченний десятковий дріб. В результаті приходять до висновку, що при діленні одного натурального числа на інше можна отримати або натуральне число, або скінченний десятковий дріб, або нескінченний періодичний десятковий дріб.

Пункт «Десяткове наближення звичайного дробу» є завершальним у цій темі, що вивчається у 6 класі. Спочатку пригадують методи округлення десяткових дробів до десятих, сотих і тисячних. Далі, на прикладах, демонструється процес перетворення звичайних дробів у періодичні. Пояснюється значення десяткових наближень до сотих і тисячних та їх практичне застосування. У підсумку формулюється правило: щоб отримати десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду, необхідно 1) виконати ділення до наступного розряду; 2) округлити отриманий десятковий дріб до потрібного розряду.

Після кожного пункту розміщено значну кількість задач, які поділені на три рівні складності:

- ° завдання для початкового та середнього рівнів навчальних досягнень;
- завдання для достатнього рівня навчальних досягнень;
- завдання для високого рівня навчальних досягнень;
- * задачі, призначені для математичних гуртків і факультативних занять.

Задачі включають як завдання для повторення раніше вивченого матеріалу, так і рубрику "Готуємося до вивчення нової теми". Однак існують деякі недоліки: задачі не поділені окремо за початковим і середнім рівнем складності, є обмежена кількість завдань для високого рівня, а також спостерігається значна кількість однотипних завдань.

Розглянемо підручник [1].

У цьому підручнику тема «Звичайні дроби» викладена у другому розділі. Розділ містить десять параграфів, а також включає дві самостійні роботи та завдання для підготовки до тематичного оцінювання.

На відміну від попереднього підручника, перший параграф цього підручника не розглядає основну властивість дробу, а повертається до основних відомостей про звичайні дроби, які вивчалися в попередніх класах. У цьому параграфі згадуються такі поняття, як знаменник і чисельник, пояснюється, як розуміти риску дробу, розрізняються правильні та неправильні дроби. Також розглядаються значення чисельника та знаменника, а також поняття суми та різниці дробів.

У наступному параграфі, як і в підручнику [12], вивчається основна властивість дробу, але пояснення має певні відмінності. Спочатку розглядаються приклади ділення 3 на 10 та 28 на 100. Після цього пояснюється, що кожний звичайний дріб є часткою від ділення його чисельника на знаменник. Також згадується основна властивість ділення, після чого формулюється основна властивість множення: значення дробу не змінюється, якщо його чисельник і знаменник помножити або поділити на одне й те саме число, яке не є нулем. Це формулювання відрізняється від того, що наведене у підручнику [12]. Далі йде скорочення дробів. У цьому підручнику розпочинають не з прикладу, як у підручнику [12], а з формулювання основної властивості множення. Далі, за допомогою прикладу, пояснюється, як правильно скорочувати дроби, і формулюється таке твердження: найбільше число, на яке можна скоротити дріб, є найбільшим спільним дільником його чисельника і знаменника. Далі, аналогічно до підручника [12], показується, що для скорочення дробу спочатку знаходять найбільший спільний дільник (НСД) чисельника і знаменника, а потім ділять чисельник і знаменник на цей НСД. Означення нескоротного дробу є таким самим, як у підручнику [12]. Процес зведення дробів до спільного знаменника пояснюється на прикладах порівняння дробів з різними знаменниками. Зазначається, що для порівняння дробів необхідно вміти зводити їх до спільного знаменника. Окрім того, для додавання та віднімання дробів також потрібно зводити їх до спільного знаменника. На відміну від підручника [12], тут правило зведення дробів до спільного знаменника не надається. Натомість

зазначається, що зведення дробів до спільного знаменника означає заміну їх на дробу з однаковими знаменниками без зміни значень самих дробів. Додавання і віднімання дробів розпочинають з пригадування як слід додавати дробу з рівними знаменниками:

Окрім формулювання правила додавання (віднімання) наголошують, *щоб з неправильного дробу виділити цілу частину, тобто перетворити його в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник*. Зауважують, що неповна частка – це ціла частина, а остача – чисельник дробової частини.

Множення дробів пояснюють на прикладі прямокутника зі сторонами

і , а підручнику [12] на прикладі квадрата. Далі формулюють правило, яке лише декількома словами відрізняється від правила, що формулює Мерзляк: *добуток двох дробів дорівнює дробу, чисельник якого дорівнює добутку чисельників даних дробів, а знаменник – добутку їхніх знаменників*: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

На відміну від підручника [12], де спочатку вивчають знаходження дробу від числа та взаємно обернені числа, а потім переходять до ділення дробів, у цьому підручнику ділення дробів розглядається одразу. У цьому параграфі спочатку розглядають взаємно обернені числа і на основі цього формулюють правило ділення дробів: *щоб поділити яке-небудь число на дріб, треба ділене помножити на число, обернене до дільника*: $a : \frac{m}{n} = a \cdot \frac{n}{m}$. Також зауважують, що на 0 ділити не можна.

У наступному параграфі переходять до вивчення задач на множення і ділення, а саме на знаходження дробу від числа і на визначення числа за відомою його частиною або відсотком. Відмічають такі правила:

1. *Дріб від числа знаходять множенням.*

$$\frac{m}{n} \text{ від } a \text{ дорівнює } a \cdot \frac{m}{n}.$$

2. *Число за відомим дробом знаходять діленням.*

$$\text{Якщо } \frac{m}{n} \text{ від } x \text{ дорівнює } c, \text{ то } x = c : \frac{m}{n}.$$

Наступним кроком автори розглядають перетворення звичайних дробів на десяткові. На відміну від підручника [12], де подається більш індуктивний підхід (від конкретних прикладів до загального правила), у цьому посібнику спостерігається дедуктивний метод: спочатку формулюється загальне правило перетворення, а потім ілюструється на прикладах. Такий підхід дозволяє одразу сформулювати чітке розуміння алгоритму перетворення. Далі автори вводять поняття нескінченного періодичного десяткового дробу та пояснюють, як позначати і читати такі дробі.

Останній параграф розділу присвячений важливому аспекту роботи з десятковими дробами – наближеним обчисленням. Зокрема, детально розглядається процес округлення нескінченних десяткових дробів та отримання таким чином їх наближених значень. Вводяться й уточнюються такі поняття, як десяткові наближення до тисячних, десяткові знаки та значущі цифри. Також наводяться приклади додавання та віднімання наближених чисел типу 3, 24 і 2,5, на основі яких приходять до таких правил:

- 1) *При додаванні і відніманні наближених чисел у результаті слід зберігати стільки десяткових знаків, скільки їх має компонент дії з найменшою кількістю десяткових знаків.*

- 2) *При множенні наближених чисел у результаті слід зберігати стільки значущих цифр, скільки їх має множник з найменшою кількістю значущих цифр.*

Після параграфів містяться цікаві задачі, рубрики «Дізнайся більше», «Поглянь», «Перевір себе» та вправи для повторення. Також є запитання для самоперевірки і завдання у тестовій формі. Після кожного з параграфів представлені вправи для письмового розв'язування, які поділені на усні завдання, рівень А, рівень Б, та вправи для повторення. Одним з основних недоліків цього підручника є те, що задачі не розподілені за рівнями складності, наявна мала кількість вправ достатнього та високого рівнів, а також велика кількість однотипних задач.

Розділ II. Методика вивчення теми “ Звичайні дроби ”

§1. Методика вивчення додавання і віднімання звичайних дробів

На вивчення теми дробові числа згідно програми у 6-му класі відводиться 30 години, вони поділені на такі теми:

Номер уроку	Тема уроку	К-ть годин
Звичайні дроби		30
Тема: Додавання і віднімання дробових чисел		14
1	Повторення відомостей про звичайні дроби. Основна властивість дробу	1
2, 3	Скорочення звичайних дробів	2
4-6	Спільний знаменник кількох звичайних дробів. Зведення дробів до НСЗ. Порівняння звичайних дробів	3
7, 8	Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками	2
9, 10	Додавання і віднімання цілих і дробових чисел	2
11, 12	Розв’язування задач	2
13	Тематична контрольна робота	1
14	Аналіз тематичної контрольної роботи	1
Тема: Множення і ділення звичайних дробів		16
1-3	Множення звичайних дробів. Властивості множення	3
4, 5	Задачі на множення дробів	2
6	Взаємно обернені числа, їх властивості	1
7-9	Ділення звичайних дробів. Ділення цілих і дробових чисел	3
10, 11	Знаходження числа за його дробом	2
12	Перетворення звичайних дробів у десяткові і навпаки	1
13, 14	Розв’язування задач на всі дії з дробами	2
15	Тематична контрольна робота	1
16	Аналіз тематичної контрольної роботи	1

При розробці конспектів користуватимемося підручником «Математика 6 клас» А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір.

Тема: Основна властивість дробу

Вчитель. Вам вже відомо, що числа бувають натуральні (використовуються для лічби) та дробові (означають частину числа або суму натурального і дробового чисел). Давайте розглянемо таку задачу:

До Петрика в гості мали прийти двоє друзів. Мама спекла пиріг і поділила його на три рівні частини (мал. 1), розраховуючи, що кожний

хлопчик з'їсть пиріг. Порції були надто великі, і вони поділили кожен ще на дві рівні частини (мал. 2). Однак пиріг був таким смачним, що хлопчики з'їли по два кусочки. Скажіть скільки кусочків пиріг з'їв кожний із них?

Учень. Кожний з них з'їв пиріг.

Вчитель. Так, виявляється, що пиріг дорівнює пиріг,

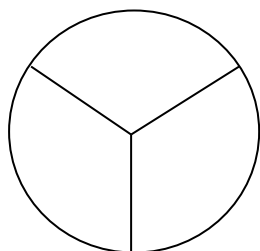
тобто дроб $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ виражають одну й ту саму величину. Тому, що ми можемо сказати про ці дробы і як їх можна записати?

Учень. Ці дробы називають рівними і записують $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

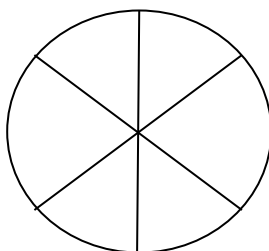
Вчитель. Якби хлопчики поділили свої порції на три рівні частини то

кожний з'їв би $\frac{1}{3}$ пирога мал. 3). Про дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ також можна

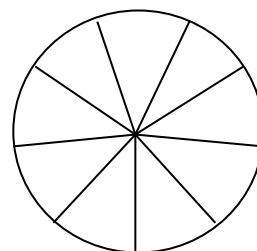
сказати, що вони рівні: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.



Мал.1



Мал.2



Мал.3

Ми бачимо, що ділення порції пирога на чотири, п'ять, шість і т. д. рівних

частин приводить до рівностей $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ і т. д.

Таким чином, $\frac{1}{n} = \frac{2}{2n}$.

Цей ланцюг рівностей можна записати у іншій формі:

Яку закономірність ви побачили в останній рівності?

Учень. Для кожного з наступних дробів чисельник і знаменник множаться на одне і те ж число.

Вчитель. Записані рівності показують, що, помноживши чисельник і

знаменник дробу на одне й те саме натуральне число, ми отримаємо дріб, який

дорівнює .

Отже, висновок: якщо чисельник і знаменник даного дробу помножити на одне і те саме число, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

У буквеному вигляді маємо:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}.$$

Якщо останню рівність записати так:

$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}$, то можна дійти ще одного висновку: якщо чисельник і знаменник даного дробу поділити на їх спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

Ці останні два твердження виражають основну властивість дробу.

На закріплення матеріалу пропонується такий ряд вправ: (перші 5 задач потрібно виконати усно, обговорюючи їх).

1. Помножте чисельник і знаменник кожного дробу:

; ; ; ; ; на 3. Запиши рівності.

2. Поділіть чисельник і знаменник кожного дробу:

; ; $\frac{20}{100}$; $\frac{15}{100}$; $\frac{50}{100}$; $\frac{10}{50}$ на 5. Запиши рівності.

3. Запишіть декілька дробів, рівних .

4. Чи правильні рівності: ?

5. В чому полягає основна властивість дробу?

Далі ми переходимо до письмових вправ. Я запрошую до дошки трьох учнів, які розв'язують відповідні завдання, під час чого аналізуємо їхні відповіді. Решта учнів працюють на своїх місцях.

1. Запишіть чотири дробу, що дорівнюють дробу $\frac{12}{36}$, знаменники яких менші від знаменника даного дробу.

2. Яку частину метра складають 75см, 30см, 60см, 80см?

3. Яку частину кілограма складають 12г, 250г, 500г, 750г?

Далі я запрошую до дошки одного учня, і він виконує вказане завдання із поясненням, після чого інші учні роблять записи в свої зошити.

1. При якому значенні x рівність правильною:

a) $\frac{12}{x} = \frac{3}{4}$;

Учням, які є «сильнішими» потрібно дати додаткові вправи такого типу:

1. Накресли числовий промінь. Познач на ньому точки, яким відповідають числа . Запиши під кожною точкою ще два дробу, які зображаються тією самою точкою.

2. Скільки міститься:

a) десятих в ;

b) дев'ятих в ;

с) двадцятих у ;

д) шостих у ;

е) сотих в .

Тема: Скорочення дробів

Вчитель. Давайте пригадаємо, що ми одержимо, коли поділимо

чисельник і знаменник дробу, наприклад, на 2?

Учень. Отримаємо дріб, який йому дорівнює, тобто .

Вчитель. Так, звичайно. У таких випадках кажуть, що дріб

скоротили на 2. Наприклад, рівність $\frac{35}{14} = \frac{5}{2}$ означає, що дріб $\frac{35}{14}$ скоротили на 7. Тобто:

Ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник, відмінний від 1, називається скороченням дробу.

Як ви вважаєте, чи можна скоротити дріб $\frac{12}{25}$?

Учень. Ні, не можна.

Вчитель. Так, як ми бачимо, скоротити не можна, оскільки його чисельник і знаменник не мають спільних дільників, відмінних від 1. У таких

випадках кажуть, що $\frac{12}{25}$ – нескоротний дріб.

Отже, маємо таке означення: *дріб, чисельник і знаменник якого – взаємно прості числа, називають нескоротним.*

Якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на 2, то отримаємо дріб $\frac{30}{45}$, тобто (записую на

$$\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$$

дошці) . У свою чергу, дріб $\frac{30}{45}$ можна скоротити на 3. Маємо:

$$\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$$

. Далі, скоротивши дріб $\frac{10}{15}$ на 5, отримаємо дріб , який вже є нескоротним.

Але, якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то нескоротний дріб

$$\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

отримаємо відразу .

Нам удалося так швидко отримати нескоротний дріб, оскільки $30 = \text{НСД}(60; 90)$.

Взагалі, якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

Далі ми переходимо до розв'язування вправ. Мета цих вправ полягає не лише в закріпленні матеріалу, але й, що важливіше, у розвитку мовлення учнів. Тому від учнів вимагається не тільки розв'язування завдань, а й їх пояснення та правильне читання. Спочатку ми розглядаємо усні вправи, обговорюючи їх:

1. Поясніть

рівності:

$$\frac{25}{50} = \frac{25:25}{50:25} = \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36}$$

2. Скоротіть дроб: .

3. Запишіть десяткові дробу у вигляді звичайних дробів і результат, якщо можливо, скоротіть: 0,4; 0,5; 0,12; 0,84; 0,59; 0,128.

4. Які з дробів $\frac{11}{12}$; $\frac{7}{42}$; $\frac{9}{111}$; $\frac{5}{42}$; $\frac{12}{68}$ нескоротні?

5. Знайди серед дробів $\frac{15}{25}$; $\frac{24}{99}$; $\frac{28}{45}$; $\frac{26}{51}$; $\frac{16}{42}$ нескоротні.

Особливу увагу слід звернути на вправи такого типу (див. нижче), оскільки ці завдання є базовими, і подібні типи завдань можуть зустрітися у самостійних і контрольних роботах. (Записую завдання на дошці і проводжу колективне розв'язання).

1. Замініть x таким числом, щоб була правильною рівність:

a) $\frac{30}{x} = \frac{10}{11}$; b) $\frac{30}{x} = \frac{10}{11}$; c) .

2. Виразіть у хвиликах: від 2 год 30 хв; від 2 год 30 хв.
Результати порівняйте.

Після цього переходимо до письмових вправ. Можна запросити до дошки трьох учнів, які виконують відповідні завдання, а інші записують їх у своїх зошитах:

1. Скоротіть дроб: .

Далі до дошки викликаю наступних три учні, що виконують наступні завдання:

2. Знайдіть НСД чисельника і знаменника кожного із дробів та скоротіть

дроби: $\frac{36}{48}$; $\frac{63}{81}$; $\frac{525}{1000}$.

Учням які швидше роблять обчислення потрібно дати додаткові вправи, наприклад:

1. Яку частину години становлять:

4 хв; 10 хв; 36 хв; 54 хв; 72 хв?

2. Дріб скоротили на 2, потім на 3, потім на 5. На яке число можна було зразу скоротити дріб?

3. Кожний чисельник і кожний знаменник усіх поданих нижче дробів можна поділити на те саме число. Поділи на це число і запиши відповідно

рівності: $\frac{24}{36}$; $\frac{15}{42}$; $\frac{39}{21}$; $\frac{450}{180}$; $\frac{75}{90}$.

Тема: Зведення дробів до спільного знаменника

Вчитель. Давайте пригадаємо, які дії ви вже вмієте виконувати з дробами з п'ятого класу.

Учень. Ми навчилися порівнювати дроби з рівними знаменниками.

Вчитель. Так, звичайно. Але виникає питання, як порівнювати дроби з різними знаменниками? Якби ми вміли замінити такі дроби на рівні їм, але з однаковими знаменниками, то порівняння дробів не було б складним. Дроби $\frac{12}{19}$ і $\frac{15}{19}$ мають рівні знаменники. У такому випадку кажуть, що вони мають спільний знаменник 19.

Дроби і мають різні знаменники. Давайте спробуємо зробити якісь дії, щоб порівняти ці дроби? Чим можемо скористатися?

Учень. Можемо використати основну властивість дробу.

Вчитель. Так, згідно з основною властивістю дробу їх можна звести до спільного знаменника. Маємо:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}, \quad \frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{4}{12}.$$

Дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ ми звели до спільного знаменника 12. Для цього чисельник і знаменник першого дробу помножили на число 4, яке називають додатковим множником. Чисельник і знаменник другого дробу помножили на додатковий множник 2. А чи можливо звести ці дроби до іншого спільного знаменника?

Учень. Потрібно перший дріб помножити на 6, а другий на 4.

Вчитель. Справді, ці дроби ми можемо звести й до інших спільних знаменників:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{6}{18};$$

$$\frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{8}{24}.$$

Дроби зведено до спільного знаменника 24.

А ще ми можемо звести ці дроби й до спільного знаменника 36, тобто:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{12}{36}, \quad \frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{12}{36}.$$

Потрібно зауважити, що знайдені спільні знаменники 12, 24, 36 є

спільними кратними чисел 4 і 6 – знаменників дробів $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{6}$.

Отже, можемо зробити такий висновок, що *спільний знаменник двох дробів – це спільне кратне їх знаменників.*

Запам'ятайте, що при зведенні дробів до спільного знаменника зручніше використовувати найменший спільний знаменник, який дорівнює найменшому спільному кратному знаменників цих дробів.

Щоб звести дробы до найменшого спільного знаменника, треба:

- 1) *знайти найменший спільний знаменник даних дробів;*
- 2) *знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;*
- 3) *помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.*

А зараз навчимося застосувати наші знання на практиці.

Спочатку виконуємо усні завдання:

1. Назвіть дріб зі знаменником 16, який дорівнює дробу: $\frac{1}{4}$. (Для кращого сприйняття можна умову записати у вигляді рівності:

$$\frac{1}{4} = \frac{?}{16}; \quad \frac{1}{4} = \frac{?}{16}; \quad \frac{3}{8} = \frac{?}{16}$$

2. Скільки міститься:

a) восьми в $\frac{1}{4}$;

b) сотих в $\frac{1}{4}$.

Далі переходимо до виконання письмових вправ.

1. Що менше:

.

a) чи ;

b) чи ;

2. Що більше:

a) чи ;

b) $\frac{87}{100}$ чи $\frac{87}{90}$;

Після цього розглядаємо ще дві вправи, з детальним поясненням:

1. Розмісти в порядку зростання:

.

2. Дмитрик робить 3 кроки за 5с, а Гена 5 кроків такої самої довжини за 8с.

Хто йде швидше?

2. Чому дорівнює найменший спільний знаменник дробів, якщо:

a) знаменники взаємно прості числа;

b) найбільший знаменник ділиться на кожний з решти?

3. Порівняй дроби (спочатку скороти їх):

a) $\frac{15}{20}$ і $\frac{15}{20}$;

b) $\frac{10}{15}$ і $\frac{10}{15}$;

с) $\frac{21}{42}$ і $\frac{21}{28}$.

Наступну задачу пропонуємо виконати самостійно, а потім хтось може прокоментувати її розв'язання.

1. Через першу трубу басейн наповнюється за 10 год, а через другу за 4 год. Яка труба дає менше води – друга за 3 год чи перша за 4 год?

Оскільки на цю тему виділяється 3 години, то наступний урок буде уроком розв'язування задач, а на третьому – самостійна робота:

I-варіант:

1. Скоротіть дроби: $\frac{16}{24}$; $\frac{15}{150}$; $\frac{4 \cdot 5}{15 \cdot 6}$.
2. Порівняйте дроби: .
3. Мишко купив 15 цукерок за 8 грн, а Марічка – 20 цукерок за 11 грн. У кожного з дітей кожна цукерка коштувала дорожче?
4. Запишіть дроби у порядку зростання: .

II-варіант:

1. Скоротіть дроби: $\frac{17}{34}$; $\frac{20}{160}$; $\frac{5}{80}$.
2. Порівняйте дроби: .
3. 11 кг вишневого варення розлили порівну в 15 банок, а 13 кг полуничного – порівну у 18 банок. Якого варення в одній банці було більше – полуничного чи вишневого?
4. Запишіть дроби у порядку зростання: .

Тема: Додавання і віднімання дробів

Щоб учні впевнено додавали і віднімали дроби з різними знаменниками, необхідно переконатися, що вони добре опанували навички зведення дробів до спільного знаменника та знаходження найменшого спільного кратного. Саме ці вміння є основою для успішного виконання обчислень з дробами.

Для уникнення помилок важливо не поспішати з коротким записом. На першому етапі розв'язування вправ доцільно вимагати докладних пояснень і розгорнутих записів.

Вчитель. У п'ятому класі ви навчилися додавати і віднімати дроби з рівними знаменниками, тобто:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Щоб навчитись додавати дроби з різними знаменниками, чи можна скористатись методом зведення дробів до спільного знаменника?

Учень. Ми можемо використати зведення дробів до спільного знаменника.

Вчитель. Так, додавати чи віднімати дроби з різними знаменниками для вас уже не проблема, адже ви уже вмієте зводити дроби до спільного знаменника. Отже, щоб звести дроби до спільного знаменника потрібно застосувати таке правило:

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з рівними знаменниками.

Наприклад, нам потрібно знайти суму $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$. Що на вашу думку можна взяти за спільний знаменник?

Учень. Найменший спільний знаменник доданків дорівнює 24.

Вчитель. Так, вірно. Маємо:

$$\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{9+4}{24} = \frac{13}{24}.$$

А тепер знайдемо різницю $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$. Що буде спільним знаменником?

Учень. Найменшим спільним знаменником цих дробів буде 48.

Вчитель. Так, тоді:

$$\frac{7 \cdot 3}{16 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 4} = \frac{21}{48} - \frac{20}{48} = \frac{21-20}{48} = \frac{1}{48}.$$

Потрібно запам'ятати, що для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості додавання, то ж запишіть ці властивості на дошці.

Учень. Є дві властивості додавання:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \text{ – переставна властивість,}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right) \text{ – сполучна властивість.}$$

Вчитель. А зараз для кращого засвоєння давайте розглянемо таку вправу: (викликаю до дошки двох учнів і вони розв'язують вказані приклади) виконайте дії:

Перший учень: .

Вчитель. Оскільки 1 можна розглядати як дріб $\frac{16}{16}$, то використайте це при розв'язуванні.

$$\text{Другий учень: } 1 - \frac{9}{16} = \frac{16}{16} - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}.$$

Вчитель. Звернемо увагу: якщо в результаті додавання (віднімання) дробів отримаємо скоротний дріб, то треба виконати скорочення.

А зараз перейдемо до розв'язування вправ. Спочатку виконуємо усні вправи.

1. Обчисліть: .
2. Знайдіть НСД дробів: .

Далі виконуємо письмові вправи. (Викликаю трьох учнів до дошки і даю їм відповідні вправи).

1. Замініть десятковий дріб звичайним і виконайте дії:
2. Знайдіть значення виразу:

3. Розв'яжіть рівняння:

Після цього даю учням задачу для самостійного опрацювання, потім пропоную одному з учнів прокоментувати хід розв'язування задачі.

4. За перший день заасфальтували _____ км дороги, за другий – на

_____ км менше. Скільки кілометрів дороги заасфальтували за два дні?

«Сильнішим» учням можна запропонувати такі вправи:

1. Таня відвідала театр. На це вона затратила $3\frac{5}{6}$ год, з них $1\frac{2}{3}$ год - на дорогу туди й назад. Який час тривала театральна вистава?

2. Ранішній надій молока від корови становить $8\frac{1}{2}$ л, вечірній $6\frac{3}{10}$ л, а в

обід надій молока був на _____ л менший, ніж вранці. Який надій молока був за день?

3. Яке число більше від $1\frac{1}{8}$ на стільки, на скільки $1\frac{1}{4}$ менше від $1\frac{1}{4}$.

Текст письмової роботи для перевірки знань та умінь учнів у двох варіантах:

Варіант-I

I-й рівень:

1. Укажіть пропущене значення чисельника або знаменника, при якому даний запис буде правильним:

a) $\frac{1}{2} = \frac{1}{x}$;

b) $\frac{1}{2} = \frac{1}{x}$.

2. Які з дробів $\frac{11}{12}$; $\frac{7}{42}$; $\frac{9}{111}$; $\frac{5}{42}$; $\frac{12}{68}$; $\frac{13}{36}$ нескоротні?

3. Зведіть до найменшого спільного знаменника:

a) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{2}$;

b) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{2}$.

4. Обчисліть:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$;

b) $\frac{13}{15} - \frac{2}{3}$; d) .

II-й рівень:

1. Запишіть:

a) число 5 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 8;

b) число 10 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 14;

c) число 16 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 16.

2. Знайдіть значення виразу, попередньо скоротивши дроби:

$$\frac{25}{80} + \frac{45}{60}$$

a) ;

b) $\frac{14}{24} - \frac{39}{90} + \frac{15}{100}$;

c) $\frac{45}{72} - \frac{33}{144} - \frac{20}{64}$.

3. Розташуйте в порядку зростання числа:

a) ;

b) .

III-й рівень:

1. Укажіть два числа, кожне з яких:

a) більше за , але менше від ;

b) більше за , але менше від ;

с) більше за , але менше від ;

2. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

а) ;

б) ;

с) .

IV-й рівень:

1. До басейну підведено три труби. Через першу трубу вся вода витікає за 10 год, через другу басейн наповнюється за 6 год, а через третю – за 4 год. Яка частина басейну наповниться за 1 год, якщо відкрити всі три труби одночасно?

Варіант-I

I-й рівень:

1. Укажіть пропущене значення чисельника або знаменника, при якому даний запис буде правильним:

а) ;

с)

.

2. Які з дробів $\frac{12}{113}$; $\frac{6}{42}$; $\frac{5}{125}$; $\frac{3}{40}$; $\frac{8}{68}$; $\frac{13}{37}$ нескоротні?

3. Зведіть до найменшого спільного знаменника:

a) ; c) ;

b) ; d) .

4. Обчисліть:

a) ; c) ;

b) ; d) .

II-й рівень:

1. Запишіть:

a) число 3 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 6;

b) число 10 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 5;

c) число 1 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 29.

2. Знайдіть значення виразу, попередньо скоротивши дроб:

$$\frac{20}{45} + \frac{26}{54}$$

a) ;

$$\frac{36}{300} + \frac{12}{40} - \frac{350}{1000}$$

b) ;

$$\frac{42}{120} + \frac{20}{32} - \frac{28}{160}$$

- с) .
3. Розташуйте в порядку спадання числа:

а) ;

б) $\frac{28}{45}, \frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$.

III-й рівень:

3. Укажіть два числа, кожне з яких:

а) більше за , але менше від ;

б) більше за , але менше від ;

с) більше за $\frac{98}{99}$, але менше від 1;

4. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

а) ;

б) ;

с) .

IV-й рівень:

5. До басейну підведено три труби. Через першу і другу він наповнюється за 9 і 8 годин відповідно, а через третю трубу вода витікає за 6 год. Яка частина басейну буде наповнена після 1 год роботи всіх трьох труб?

Так, розроблена методика навчання учнів додаванню і відніманню звичайних дробів сприяє кращому засвоєнню і запам'ятовуванню матеріалу. Вона відповідає чотирьохрівневому навчанню, що дозволяє крок за кроком

поглиблювати розуміння та навички учнів. Крім того, такий підхід дозволяє краще пояснити матеріал учням, зацікавити їх процесом навчання та активізувати їхні знання.

§2. Методика вивчення множення і ділення звичайних дробів

При розробці методики вивчення множення і ділення звичайних дробів будемо користуватися підручником «Математика 6 клас» А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір.

У зв'язку з обмеженням обсягу роботи, розглянемо, на нашу думку, найскладніші теми програми.

Тема: Множення звичайних дробів

(Будую на дошці квадрат зі стороною .)

Вчитель: Давайте знайдемо периметр цього квадрата. Нагадайте мені як це зробити.

Учень: Периметр квадрата дорівнює сумі довжини усіх його сторін.

Вчитель: Так, вірно. Отже, маємо:

(дм).

А тепер пригадайте, як це можна зробити коротше.

Учень Периметр можна знайти коротше, якщо суму рівних доданків записати у вигляді добутку.

Вчитель: Так, звичайно. Отже, . Тепер ми можемо сформулювати правило множення дроби на натуральне число: *щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це натуральне число, а знаменник залишити без зміни.* У буквенному вигляді це правило записують

так: $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$. Виникає питання як помножити два дроби? Давайте розглянемо прямокутник зі сторонами , і знайдемо його площу. Що для цього потрібно зробити?

Учень: Щоб знайти площу прямокутника потрібно довжину помножити на ширину.

Вчитель: Вірно. Отже, потрібно . Погляньте на ці два дробу і скажіть як їх можна записати в іншому вигляді.

Учень: Можна ці дробу перетворити в десяткові і перемножити.

Вчитель: Давайте так і зробимо: , тоді

Що ви можете сказати про останню рівність?

Учень: Чисельник одержаного дробу дорівнює добутку чисельників що множились, а знаменник – добутку знаменників.

Вчитель: Вірно. Отже, ми тепер можемо сформулювати правило множення двох дробів: *добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник – добутку знаменників:* $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$. Запам'ятайте, що для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості множення:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} - \text{переставна властивість}$$

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}\right) - \text{сполучна властивість},$$

$$\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} - \text{розподільна властивість}$$

Перейдемо до практичного застосування набутих знань.

I-й рівень:

1. Сформулюй правило множення дробів.
2. Чи може добуток правильних дробів бути більшим за множники?
3. Обчисли (усно):
.
4. Обчисли:
.

5. Спрости вираз:

а) ;

б) $1 \cdot \frac{4}{5} \cdot 10a$.

II-й рівень:

1 Виконай дії:

а) ;

б) .

2. Обчисли двома способами:

а) $;(4 \cdot \frac{2}{3} + 5 \cdot \frac{1}{2}) \cdot 3^2$;

б) $(3 \cdot \frac{2}{7} + \frac{5}{7}) \cdot 7$.

3. Знайди значення виразу:

а) $3a+5b$, при $a=2 \cdot \frac{7}{15}$; $b=3 \cdot \frac{1}{25}$;

б) $7 \cdot \frac{1}{4}x + 3 \cdot \frac{2}{9}y$, при $x=2^3$; $y=3^2$.

III-й рівень:

1. Від клубка дроту довжиною 60,8м відрізали два рази по $9 \cdot \frac{3}{4}$ м, а потім три рази по $10 \cdot \frac{1}{3}$ м. Скільки дроту залишилось в клубку?

2. Сума всіх сторін прямокутника 240см. Довжина його на $20 \cdot \frac{1}{2}$ см більше ширини. Знайди сторони прямокутника.

IV-й рівень:

1. Розв'яжи рівняння:

а) $5,3 \cdot \frac{23}{35} = 0$;

б) ;

в) .

Тема: Ділення звичайних дробів

Вчитель: Давайте розглянемо таку задачу:

Задача. Площа прямокутника Довжина однієї сторони .
Знайдіть довжину другої сторони.

Як ви вважаєте, що потрібно зробити щоб розв'язати цю задачу?

Учень: Щоб знайти довжину другої сторони потрібно площу поділити на довжину першої сторони.

Вчитель: Так, вірно, але цього робити ми не вміємо. Отже, розв'яжемо задачу іншим способом. Позначимо шукану сторону через x і складемо рівняння. (Роблю записи на дошці)

Оскільки ми не знаємо правила ділення звичайних дробів, спробуємо знайти x іншою дією: . Домножимо обидві частини рівняння на дріб,

обернений до . Маємо: тобто або $x = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3}$. Отже, з одного боку щоб розв'язати дане рівняння потрібно $x = \frac{5}{7} : \frac{3}{4}$, а з іншого $x = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3}$. Погляньте уважно на ці рівності і скажіть що ви помітили?

Учень: У даних рівностях спільними є: у першій – перший множник, а у другій – ділене. Другий множник у першій рівності є тим самим дільником другої рівності лише переверненим.

Вчитель: Вірно, але не «переверненим», говорять, що ці числа взаємно обернені. Отже, розв'язавши цю задачу ми можемо сформулювати таке

правило і його потрібно запам'ятати, адже ви ним часто будете користуватись: *щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число обернене до дільника*. У буквенному вигляді це записується так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Потрібно звернути увагу на те, що , але на нуль ділити не можна.

Далі переходимо до розв'язування вправ. Спочатку пропоную учням усні вправи типу:

1. Чи правильні рівності:

?

2. Замініть множенням:

.

3. Назвіть число обернене до: .

Після цього ми переходимо до розв'язування письмових вправ. Я запрошую до дошки трьох учнів, кожен з яких розв'язує по два приклади, де потрібно знайти значення виразу. Решта учнів працюють на своїх місцях:

1.

2.

3.

Після цього викликаю до дошки наступних три учні і даю їм такі вправи, решта учнів ці вправи виконують в своїх зошитах:

1. Перетворіть десятковий дріб у звичайний, а потім обчисліть: .
2. Перетворіть звичайний дріб у десятковий, а потім обчисліть: .
3. Виконайте ділення: .

При розв'язуванні задач важливо коментувати процес, особливо якщо в учнів виникають труднощі. Варто пояснити, що спочатку потрібно перетворити десяткові і мішані дроби на звичайні, а потім вже розв'язувати задачу. «Сильним» учням додаємо додаткові вправи на картках:

1. За два дні турист подолав 26 км. Шлях, який він подолав першого

дня, складав шляху, який турист подолав другого дня. Скільки кілометрів проходив турист щодня?

2. Турист 3 години йшов пішки із швидкістю 5 км/год, а далі 4 год їхав потягом, швидкість якого у 12 разів більша. Шлях, що залишився, турист проїхав автобусом за 8 год. З якою середньою швидкістю рухався турист за

весь час своєї подорожі, якщо швидкість автобуса становила швидкості потяга?

Для перевірки рівня засвоєння знань і вмінь учнів з теми «Множення і ділення звичайних дробів» пропоную такі умови тематичної контрольної роботи в двох варіантах.

Варіант-I:

I-й рівень:

1. Виконайте множення:
a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

2. Чи будуть взаємно оберненими числа: $\frac{32}{7}$ і $\frac{7}{13}$; 0,3 і $\frac{3}{10}$; 0,4 і $\frac{5}{2}$?
3. Виконайте ділення:

a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

4. Знайдіть число:

a) якого складає 9;

b) якого складає 14;

c) якого складає 24

5. Знайдіть:

a) від числа 60;

b) **0,16** від числа 20;

c) від числа ;

II-й рівень:

1. Виконай дії:

a) ;

b) $\left(\frac{51}{60} \cdot \frac{17}{17}\right) : \frac{3}{10}$;

c) .

2. Знайди значення виразу:

$$4 \cdot a - \frac{1}{2}a$$

a) , при .

b) , при .

3. Скільки кілометрів пройде Людина зі швидкістю 6 км/год за години?

III-й рівень:

1. Розв'яжіть рівняння:

a) $x : \frac{8}{9} = \frac{9}{13};$

b) .

2. Два насоси можуть наповнити басейн за 4 години. За який час наповнить цей басейн перший насос, якщо другому для цього потрібно 6 год?

IV-й рівень:

1. Чотири бригади зібрали 1680 кг цибулі. Перша бригада зібрала

усієї цибулі, друга – 34 % решти, третя – в рази більше, ніж друга. Скільки цибулі зібрала четверта бригада?

Варіант-II:

I-й рівень:

1. Виконайте множення:

a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

2. Чи будуть взаємно оберненими числа: $\frac{25}{7}$ і $\frac{7}{16}$; 0,5 і $\frac{5}{10}$; 0,6 і $\frac{5}{2}$?

3. Виконайте ділення:

a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

4. Знайдіть число:

a) якого складає 14;

b) якого складає 12;

c) якого складає 24

5. Знайдіть:

a) від числа 60;

b) від числа 350;

c) від числа 15;

II-й рівень:

1. Виконай дії:

a) ;

b) ;

c) .

2. Знайди значення виразу:

a) , при .

b) $3a + 7b$, при .

3. Скільки кілометрів пройде автомобіль зі швидкістю 65 км/год за

години?

III-й рівень:

1. Розв'яжіть рівняння:

a) ;

b) $x : 4\frac{2}{7} = \frac{3}{5}$.

2. Перша труба наповнює басейн за 4 години, а друга – за 6 год. За який час обидві труби наповнять басейн, якщо вони будуть відкриті одночасно?

IV-й рівень:

1. За чотири дні зі складу було вивезено 4060 кг вугілля. Першого

дня було вивезено усього вугілля, другого 35 % решти, третього в рази більше, ніж другого. Скільки вугілля вивезено за четвертий день?

Так, розроблена методика навчання учнів множенню і додаванню звичайних дробів сприяє кращому засвоєнню і запам'ятовуванню матеріалу. Вона відповідає чотирьохрівневому навчанню, що дозволяє систематично поглиблювати розуміння та навички учнів. Крім того, такий підхід дозволяє краще пояснити матеріал учням, зацікавити їх процесом навчання і

активізувати

їхні

знання.

§3. Експериментальна перевірка розробленої методики

Стандартні навчальні програми, орієнтовані на "середнього учня", можуть обмежувати можливості для індивідуального розвитку кожного учня. Нехтування індивідуальними особливостями загрожує зниженням мотивації до навчання математики та загального рівня навчальних досягнень.

Щоб поліпшити ситуацію, важливо враховувати індивідуальні потреби та здібності кожного учня. Це можливо через розробку та впровадження різнорівневих методик навчання, які адаптують матеріал до потреб кожного учня. Такий підхід підвищує мотивацію до вивчення математики, покращує засвоєння матеріалу та сприяє загальному розвитку учнів.

Під час проходження практики ми зіткнулися з цими проблемами. Тому було вирішено провести дослідження щодо використання методики викладання матеріалу, пов'язаного з вивченням звичайних дробів у курсі математики для 6 класу, та проаналізувати, як її впровадження впливає на навчальний процес і засвоєння учнями матеріалу.

На уроках математики відбувалося пояснення нового матеріалу та розв'язування задач. Результатом стало різке зростання інтересу учнів до уроків математики, підвищення їх активності на заняттях, а також заповнення прогалин у знаннях. Усе це підтвердило ефективність впровадження даної методики при вивченні математики.

Під час підбору матеріалу ми виявили, що на сьогоднішній день різнорівневе навчання більше є теоретичною моделлю розвиваючого навчання, ніж цілісним процесом у шкільній практиці. Основна причина цього полягає в тому, що теоретичні розробки щодо доцільного застосування різних ситуацій у навчанні та способів розв'язання задач не доведені до рівня конкретних педагогічних технологій. Це підтверджує аналіз сучасної психолого-педагогічної літератури та дидактичних матеріалів. Тому ми

розробили методику вивчення звичайних дробів у курсі математики для 6 класу.

Експериментальна перевірка розробленої методики проводилась в закладі загальної середньої освіти перших-третьох ступенів та дошкільної освіти с. Дідилів, Львівської області, Львівського району.

За експериментальну групу було взято учнів 6-А класу. Середній бал успішності в даному класі за минулий навчальний рік становив 7,3. За контрольну групу було взято учнів 6-Б класу. Середній бал успішності складав відповідно 8.

Вчителям було пояснено суть експерименту та особливості навчання за розробленою методикою. Учні контрольної групи працювали за шкільною програмою та підручниками, тоді як учні експериментального класу навчалися за пропонованою нами методикою. Після завершення теми "Множення і ділення звичайних дробів" учні обох груп – експериментальної та контрольної – виконали перевірочні контрольні роботи.

Контрольна робота (див. с. 50).

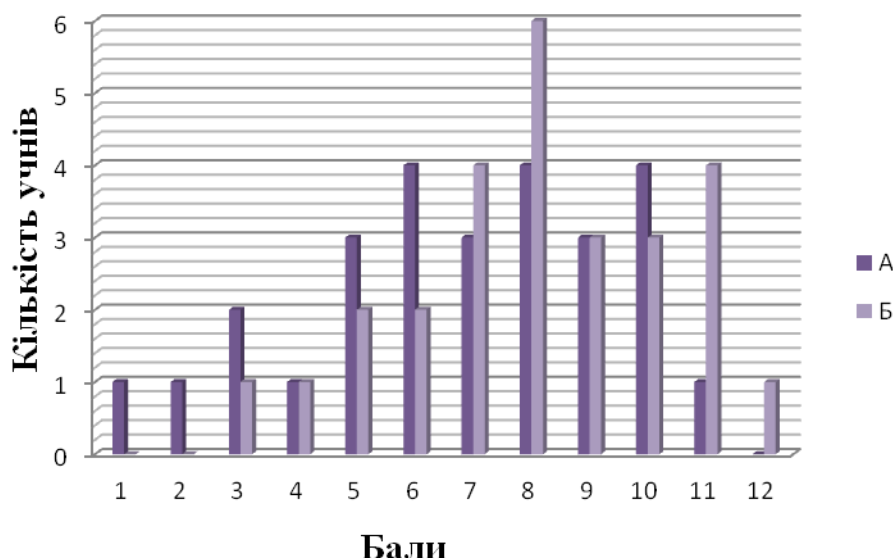
Учні цих класів отримали такі оцінки:

Бали	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
А	1	1	2	1	3	4	3	4	3	4	1	0
Б	0	0	1	1	2	2	4	6	3	3	4	1

А – кількість учнів, що одержали відповідні бали (в контрольному класі);

Б – кількість учнів, що одержали відповідні бали (в експериментальному класі);

Результати роботи в графічному зображенні:



Результати експерименту демонструють значне покращення навчальних досягнень учнів експериментального класу. Порівняно з контрольною групою, більша кількість учнів експериментального класу продемонстрували високий рівень засвоєння матеріалу, що свідчить про ефективність запропонованої методики навчання.

Щоб точно визначити, як впливає застосування цього методу на формування та засвоєння математичних знань, ми застосуємо метод кореляції на прикладі даних класів. Для цього обчислимо коефіцієнт кореляції, який є мірою сили та напрямку розглянутого зв'язку. Чим ближче коефіцієнт кореляції до 1, тим сильніша залежність між застосуванням розробленої методики та відповідними рівнями знань. Якщо зв'язок між ознаками відсутній, то коефіцієнт кореляції буде рівний або близький до 0. [10].

Обчислимо коефіцієнт по даних контрольної роботи.

Коефіцієнт визначається за формулою: ,

де

SS_x – сума квадратів відхилень: ,

SS_y – сума квадратів відхилень: $SS_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N}$,

– сума скоректованих добутків: ,

де N – кількість учнів.

Кількість учнів	Загальна кількість балів		Допоміжні розрахунки		
N	В контрольному класі	В експериментальному класі	$\sum xy$		
27	183	218	5009	4773	7066

1. Знаходимо суму квадратів відхилень:

$$SS_x = 4773 - \frac{183^2}{27} = 4773 - 1240 = 3533.$$

$$SS_y = 7066 - \frac{218^2}{27} = 7066 - 1824 = 5306.$$

2. Сума скоректованих добутків:

.

3. Коефіцієнт:

$$r = \frac{3531}{\sqrt{3533 \cdot 5306}} = \frac{3531}{4330} = 0,8.$$

Бачимо, що отриманий коефіцієнт кореляції наближається до одиниці, що свідчить про наявність тісного зв'язку між застосуванням розробленої методики та досягненням учнями високих рівнів знань. Це дозволяє стверджувати про ефективність впровадження методики викладання матеріалу, пов'язаного з вивченням звичайних дробів, у навчальний процес. Використання цієї методики в шкільній практиці сприяє кращому засвоєнню навчального матеріалу учнями, підвищує їхній інтерес до поглибленого вивчення математики та забезпечує формування і об'єктивну перевірку відповідних рівнів знань.

Висновки

Метою математичної освіти є розвиток особистості через формування математичної компетентності, яка взаємодіє з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та професійної діяльності протягом усього життя. Це передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вмінь у розв'язанні математичних та практичних задач, розвиток логічного мислення та психічних якостей особистості, а також розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті [14].

Наука швидко розвивається, тому разом з нею потрібно постійно удосконалювати методичні системи, які максимально враховують індивідуальні інтереси та здібності учнів. Вони мають сприяти всебічному розвитку учнів і забезпечувати диференційований підхід у організації навчально-виховного процесу.

Згідно з дослідженням науково-методичної літератури та експериментальними дослідженнями, вивчення звичайних дробів в курсі математики 6 класу ставить перед собою важливе завдання: забезпечити глибоке і міцне засвоєння учнями теоретичних знань, таких як поняття, твердження про їх властивості, правила і закони. Також важливо сформувати навички і вміння застосовувати теоретичні знання на практиці та оволодіти методами творчої діяльності.

Щоб знання учнів з теми «Звичайні дроби» були гнучкими, щоб вони змогли набути в школі відповідних компетентностей, потрібно:

1. Планувати викладання теоретичного матеріалу системно, з метою уникнення відірваності окремих розділів та дотримання логічної послідовності та взаємозв'язку між ними.
2. Реалізовувати проєктну діяльність під час вивчення теоретичних розділів.

3. Здійснювати на уроках внутрішньо предметні та міжпредметні зв'язки.

4. Проводити інтегровані, бінарні уроки та позакласні заходи.

При вивченні теми “Звичайні дроби” учні формують наступні компетенції і вміння:

- *здатність адаптуватися до нових умов* (учні навчаються використовувати набуті знання про звичайні дроби у нових математичних задачах і ситуаціях);
- *застосування набутих знань, вмінь і навичок* (вони вміють використовувати правила і методи множення, ділення і операцій з дробами для вирішення практичних завдань);
- *уміння аналізувати ситуацію і робити правильні висновки* (учні розвивають навички аналізу та логічного мислення, що допомагають їм робити обґрунтовані висновки при розв'язанні математичних задач);
- *інтерес до математики* (вивчення звичайних дробів може стимулювати інтерес до математики через цікаві приклади і задачі);
- *навички узагальнювати і систематизувати знання* (учні навчаються узагальнювати свої знання і систематизувати їх, що допомагає покращувати їх розуміння і засвоєння матеріалу).

Ці аспекти допомагають учням не лише засвоювати теоретичні аспекти математики, а й розвивати практичні вміння і критичне мислення, що є важливими для їхнього навчання та подальшого особистісного розвитку.

Сучасна нова українська школа акцентує на диференційований підхід до навчання, що вимагає розробки передових методичних підходів, відповідних сучасним принципам організації навчально-виховного процесу.

Дана тема є актуальною, оскільки матеріал, який представлений у роботі, може бути використаний вчителями математики та студентами для підготовки до проведення занять з математики, а також для дослідження методики вивчення звичайних дробів в курсі математики 6 класу.

Список використаних джерел

1. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Д.В. Васильєва, Владімірова Н.Г. Математика: підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти. Ч.1 (у 2-х частинах). Київ: Видавничий дім «Освіта», 2023. 192 с.
2. Бевз Г.П. Методика викладання математики. Київ. Вища школа, 1989. 368 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання алгебри: Посібник для вчителів. Київ. Радянська школа, 1971. 272 с.
4. Бібік Н.М. Нова українська школа: порадник для вчителя. Київ : Літера ЛТД, 2018. 160 с.
5. Буряк Н. Про усну лічбу та деякі прийоми обчислень у курсі математики 5 – 6 класів. *Математика в школі*. 2004. № 2. С. 38 – 41.
6. Капіносов А.М. Дидактичні матеріали. 6 клас. Поточна перевірка знань і вмінь: рівневі самостійні, перевірочні роботи. Кам'янець-Подільський: Абетка, 2001. 382 с.
7. Конет І.М., Недокіс В.А. Практикум з математичної статистики. Кам'янець-Подільський: Абетка-світ, 2010. 12 с.
8. Кушнір В. Дослідження та розвиток творчості під час вивчення математики. *Математика*. 2009. № 6. С. 3 – 5.
9. Левус О.І. Формування навичок самостійної роботи учнів на різних етапах уроку. *Математики в школі*. 2009. № 5. С. 12 – 16.
10. Ляпин С.Є. Методика викладання математики. Київ. Учпедгиз. 1952. 451 с.
11. Марнянський І. Розвиваюче навчання та формування математичних понять. *Математика в школі*. 1999. №2. С. 2 – 6.
12. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: підруч. для 6 кл. закладів загальної середньої освіти: Ч.1 (у 2-х частинах) Харків. Гімназія, 2023. 208 с.

13. Мішин В.І. Методика викладання математики в середній школі К.: Просвіта, 1987. 416 с.
14. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Бурда М.І., Васильєва Д.В.) «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» (наказ Міністерства освіти і науки України від 12.07.2021 № 795)
15. Москаленко О., Філімонова М. Створення креативного середовища у процесі навчання математики учнів 5 – 6 класів / О. Москаленко, М. Філімонова // Математика в школі. 2007. № 9 – 10. С. 15 – 19.
16. Огородніков І.Т. Педагогіка. Підручник для вчительських інститутів / І.Т. Огородніков. К.: Рад. школа, 1950. 405 с.
17. Плахотник В. Рушійні сили виховання в математиці. *Математика в школі*. 2004. № 5. С. 4 – 8.
18. Пометун О.І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: наук.-метод. Посібник. Київ. Видавництво А.С.К., 2003. 212 с.
19. Програми модельні 5–6 і 7–9 класів НУШ. Математика. <https://imzo.gov.ua/model-ni-navchal-ni-prohramy/matematychna-osvitnia-haluz/matematyka/>
20. Сікорський П. Психолого-педагогічні проблеми навчання математики. *Математика в школі*. 2004. № 4. С. 5 – 9.
21. Столяр А.А. Педагогіка математики: Навчальний посібник. Київ. Вища школа. 1986. 414 с.
22. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. Київ. Вища школа 2006. 582 с.
23. Ушинський К.Д. Вибрані педагогічні твори: у 2-х т. Теоретичні проблеми педагогіки. Київ. 1983. 488 с.