

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки,

кандидат педагогічних наук, доцент

_____ Т.І.Війчук «____» _____ 2024 р.

РОЗВИТОК ПІЗНАВАЛЬНИХ ІНТЕРЕСІВ ШКОЛЯРІВ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)»

Магістерська робота

*професійної кваліфікації: «Вчитель математики, викладач закладу фахової
передвищої, вищої освіти, вчитель інформатики»*

Автор роботи:

Гут Світлана Петрівна _____

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук, доцент

Війчук Тарас Іванович _____

Дрогобич, 2024

Захист магістерської роботи
«Розвиток пізнавальних інтересів школярів під час навчання
математики»

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

дата

Голова ЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Секретар ЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Анотація

Гут С.П. Розвиток пізнавальних інтересів школярів під час навчання математики. – Рукопис

Магістерська робота зі спеціальності 014 Середня освіта (Математика). Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка. Дрогобич, 2024.

Магістерська робота присвячена вивченню психолого-педагогічних умов формування та розвитку пізнавальних інтересів учнів до математики в середніх та старших класах. У роботі аналізуються теоретичні аспекти розвитку інтересу, виявляються психологічні особливості процесу виховання інтересу до математики, а також розробляються дидактичні матеріали та навчальні вправи, спрямовані на стимулювання внутрішньої мотивації учнів і розвитку стійкого інтересу до математичних знань.

Abstract

Svitlana Gut. Development of Cognitive Interests of Schoolchildren in the Process of Learning Mathematics – Manuscript.

Master's thesis in the specialty 014. Secondary Education (Mathematics). Drohobych Ivan Franko State Pedagogical University, Drohobych, 2024.

The master's thesis is dedicated to the study of psychological and pedagogical conditions for the formation and development of cognitive interests in mathematics among students in middle and senior grades. The work analyzes theoretical aspects of interest development, identifies psychological features of the process of fostering interest in mathematics, and develops didactic materials and learning exercises aimed at stimulating students' intrinsic motivation and fostering a sustained interest in mathematical knowledge.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ I. Психолого-педагогічні основи формування пізнавального інтересу учнів до математики	7
1.1. Пізнавальний інтерес як засіб навчання	7
1.2. Роль пізнавальних інтересів школярів у мотивації їхньої навчальної діяльності	10
РОЗДІЛ II. Вибрані питання методики формування та розвитку пізнавальних інтересів учнів у процесі вивчення математики	14
2.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів на різних етапах уроку	14
2.2. Нетрадиційні уроки — одна з форм організації навчання математики	18
2.3. Зв'язок математики з життям	26
2.4. Проблемні ситуації і творча робота учнів на уроках математики	31
2.5. Самостійні роботи як один із шляхів розвитку пізнавальних інтересів	36
2.7. Ігрові ситуації на уроках математики	43
Висновки	47
Список використаних джерел	50
Додатки	53

ВСТУП

Сучасні вимоги до розвитку системи освіти та виховання у нашій країні ставлять на порядок денний важливі завдання з удосконалення математичної освіти. Якість, глибина і обсяг математичних знань, що їх здобуває молодь, значною мірою впливають на подальший прогрес нашого суспільства. Підвищення рівня наукової підготовки випускників середньої школи безпосередньо пов'язане зі станом математичної освіти. У процесі навчання школярі розвивають основні інтелектуальні навички, необхідні для успішного оволодіння програмою середньої школи, а також зміцнюють пізнавальні здібності та самостійність у засвоєнні й осмисленні навчального матеріалу.

Актуальність дослідження проблеми розвитку пізнавальних інтересів учнів у процесі навчання математики в школі обумовлена необхідністю формування в учнів активної та стійкої мотивації до вивчення цього предмета. Математика займає центральне місце в шкільній освіті та є важливим інструментом розвитку критичного мислення, логічного аналізу та розв'язування проблем, що є ключовими навичками для сучасного суспільства. Проте за відсутності належного інтересу учні часто сприймають математику як складну і малозрозумілу дисципліну, що знижує їхню навчальну активність і здатність засвоювати знання. В умовах реформування освіти важливо створити умови для розвитку внутрішньої мотивації учнів, їхнього інтересу до математичних знань, що сприятиме ефективному навчанню та інтелектуальному зростанню.

Розв'язання проблеми розвитку пізнавальних інтересів як важливого стимулу формування особистості має велике теоретичне і практичне значення. Різні аспекти цієї проблеми знайшли своє відображення у працях психологів, педагогів, методистів, однак питання формування пізнавальних інтересів до математики в учнів все одно залишається актуальним та недостатньо дослідженим. Не в повній мірі вивчена направленість пізнавальних інтересів; об'єктивні і суб'єктивні фактори, які мають

першочергове значення у формуванні інтересу до математики у школярів; шляхи і засоби виховання інтересу до математики. актуальність та недостатнє вивчення проблеми формування і розвитку пізнавальних інтересів до математики в учнів середніх і старших класів зумовили вибір теми дослідження.

Мета магістерської роботи полягає у вивченні психолого-педагогічних умов формування та розвитку пізнавальних інтересів школярів і доборі дидактичних матеріалів, які сприятимуть розвитку внутрішньої мотивації учнів, їхнього інтересу до математичних знань.

Об'єктом дослідження є процес формування пізнавальних інтересів до математики в учнів середніх та старших класів.

Предметом дослідження є методичні підходи до розвитку пізнавального інтересу учнів

У магістерській роботі розв'язуються наступні **завдання**:

- розглянути теоретичні передумови розвитку інтересу в учнів та виявити різні способи їх реалізації в процесі навчання математики;
- проаналізувати психологічні особливості процесу виховання інтересу до математики в учнів середнього та старшого шкільного віку;
- розглянути найбільш суттєві умови, які впливають на становлення та розвиток пізнавальних інтересів учнів до математики;
- розробити навчальні вправи та пізнавальні завдання, що направлені на розвиток в учнів стійкого інтересу до математики та експериментально перевірити їх дієвість.

Для розв'язання завдань, поставлених у роботі, використано такі **методи дослідження**:

- вивчення досвіду викладання математики у школі;
- спостереження;
- бесіди;
- анкетування;
- експериментальне дослідження у школі.

РОЗДІЛ І. Психолого-педагогічні основи формування пізнавального інтересу учнів до математики

1.1. Пізнавальний інтерес як засіб навчання

Дослідженню пізнавальних інтересів присвячено чимало наукових і методичних праць. Важливим внеском сучасної психології є підхід до інтересу як до складового елементу цілісної структури особистості [1-3].

Психологи розглядають інтерес як:

- вибірккову спрямованість психічних процесів людини на об'єкти навколишнього світу;
- тенденцію, потребу, або ж внутрішню мотивацію особистості займатися певною діяльністю чи сферою, яка приносить задоволення;
- потужний активатор діяльності, завдяки якому психічні процеси відбуваються з більшою інтенсивністю та напруженістю, а сама діяльність стає привабливою та продуктивною;
- особливий вибіркковий підхід до явищ і об'єктів реального світу.

Витоки інтересу слід шукати у суспільному житті: без зв'язку з ним та без практичної діяльності інтерес особистості не може розвиватись. Психологи підкреслюють, що саме під дією інтересу встановлюється зв'язок між суб'єктом і об'єктивною реальністю. Водночас лише те, що є важливим, значущим і привабливим для людини, стає змістом її інтересу.

С.Л. Рубінштейн підкреслює двосторонній характер інтересу: якщо людина цікавиться якимось предметом, це означає, що сам предмет для неї цікавий [4].

Педагогічний підхід до розвитку інтересу в учнів передбачає:

- знаходження можливостей представити цікаві явища навколишнього життя у навчальному процесі;
- пробудження та підтримання активної зацікавленості у дітей, спрямованої на навколишній світ, моральні, естетичні та наукові цінності;

- формування інтересу як цінної особистісної риси, що сприяє творчій активності та всебічному розвитку учнів через систему навчання і виховання.

Прийнято вважати, що навчання неможливе при відсутності уваги школярів. А увага виникає лише тоді, коли появляється інтерес. Тому, одним із завдань педагога – заволодіти увагою школярів, зацікавити навчальним матеріалом, зробити своє пояснення захоплюючим.

Поняття "пізнавальний інтерес" з'явилося внаслідок розвитку педагогічної та психологічної думки, спрямованої на дослідження внутрішніх мотивів та умов навчання. Психологи та педагоги почали усвідомлювати, що для ефективного навчання недостатньо лише формальної передачі знань — важливу роль відіграє внутрішня мотивація учнів, їхнє щире бажання пізнавати нове, цікавитися змістом навчальних предметів.

У ХІХ столітті відомі педагоги, такі як Йоганн Гербарт і Константин Ушинський, підкреслювали значення інтересу в навчанні. Вони вважали, що успіх навчання залежить від зацікавленості учнів і їхньої уваги до навчального матеріалу. Особливий внесок зробив Гербарт, який розглядав інтерес як необхідну умову пізнавальної діяльності, здатну стимулювати допитливість і спонукати до самостійного навчання. Концепція інтересу поступово поглиблювалась, охоплюючи не тільки емоційні, а й пізнавальні аспекти.

Таким чином, поняття "пізнавальний інтерес" виникло як результат досліджень у сфері освіти і психології, зокрема вивчення природи навчальної мотивації та ролі інтересу в розвитку особистості. Це поняття стало ключовим у педагогіці, оскільки визначає один із провідних мотивів навчання, що сприяє глибокому і усвідомленому засвоєнню знань.

Дослідженню проблеми розвитку інтересу учнів до навчання приділяли увагу багато відомих українських педагогів і психологів. Ось кілька з них:

1. *Василь Сухомлинський* — видатний український педагог, який вважав розвиток пізнавальних інтересів важливим елементом формування

особистості. У своїх працях він наголошував на тому, що навчання повинно викликати у дітей інтерес і радість пізнання.

2. *Олександр Савченко* — відомий дослідник у галузі педагогічної психології, який розглядав питання мотивації та інтересу учнів до навчання, а також шляхи активізації навчальної діяльності в початковій і середній школі.

3. *Олександр Леонтєв* — його роботи присвячені психологічним аспектам діяльності та мотивації, включаючи пізнавальний інтерес як важливий компонент у навчанні. Він вивчав механізми формування інтересу через діяльність, що сприяє активному навчанню.

4. *Ганна Базилевич* — українська дослідниця, що розробляла підходи до формування інтересу в процесі навчання на основі педагогічних умов і методик, які стимулюють інтерес у шкільному навчанні.

5. *Ніна Мойсеюк* — досліджувала особливості психологічного розвитку дітей у навчальному процесі, приділяючи увагу питанням мотивації та інтересу до навчання.

6. *Галина Балл* — відома українська психологиня, яка займалася питаннями психології навчання та розробляла методики активізації пізнавальної активності учнів, враховуючи їхні індивідуальні інтереси та схильності.

Як показує практика, велике значення має в навчанні направленість пізнавального інтересу. Якщо інтерес виникає на основі лише однієї тільки цікавості, знання учня збагачуються тільки фактами.

І хоч в учнів створюються позитивні пізнавальні емоції, сама діяльність породжує інтерес, а учні майже не можуть використовувати знання. Якщо ж інтерес спирається на допитливість, то пізнання може йти далше, з'явиться бажання зрозуміти причину явищ.

Теорія інтересу, яка склалася, породила точку зору на вчительську діяльність, як на мистецтво. Мовляв, головна мета уроку – зацікавити учнів, щоб вони в найбільш легкій формі запам'ятали матеріал. Але сьогодні школа не просто збагачує знаннями, а забезпечує на основі знань формування

наукового світогляду, готує учнів до праці. На це звертається увага в ряді документів про освіту.

Хочеться відмітити, що мистецтво спирається головним чином на емоції, на інтерес, який породжується зовнішньою формою. Вчительська діяльність також спирається на інтереси і емоції учнів. Але ці інтереси і емоції ґрунтуються на потребах в знаннях, розвитку розумових здібностей. Тому значну роль у педагогічному процесі відіграють знання закономірностей вищої нервової діяльності, психологічної і педагогічної науки, досвід кращих вчителів.

1.2. Роль пізнавальних інтересів школярів у мотивації їхньої навчальної діяльності

Учень має відчувати потребу в знаннях і в діяльності, яка сприяє їх набуттю, усвідомлюючи, що без знань неможливо ефективно організувати своє життя, здійснювати професійну діяльність, мислити логічно та приймати правильні рішення.

Дослідники стверджують, що для розвитку пізнавального інтересу необхідна активізація мислення [7-9]. Це, природньо важливо. Але цього недостатньо. У ході педагогічної практики я спостерігала учнів, які вміють добре міркувати у ході розв'язування математичних задач, але не здатні використовувати це вміння у практичній діяльності. Вчителю деколи здається, що учень сам повинен розуміти потребу у знаннях і як їх використовувати. Така точка зору – помилкова. Вчитель оцінює учнів, порівнюючи їх із собою, забуваючи, що в них немає життєвого і практичного досвіду, і їм важко розібратися в корисності знань.

Відомо, якою великою рухомою силою діяльності є потреби, і матеріальні, і духовні, які визначаються соціальними умовами, навчанням і вихованням.

Серед українських науковців, які приділяли значну увагу формуванню нових потреб, зокрема пов'язаних із пізнанням, можна виділити:

1. *Григорій Костюк* – видатний український психолог, який досліджував розвиток особистості, включно з формуванням інтелектуальних та пізнавальних потреб. Він обґрунтував важливість внутрішніх мотиваційних чинників для розвитку особистості та навчальної діяльності.

2. *Софія Балій* – педагог і психолог, яка займалася питаннями мотивації та інтересу до навчання в учнів. Вона підкреслювала важливість створення умов, за яких у дітей формується внутрішня потреба у навчанні та пізнанні.

3. *Олександр Савченко* – відомий педагог, досліджував методи підвищення мотивації до навчання, включаючи розвиток пізнавальних потреб у школярів через цікаві й доступні форми подачі матеріалу.

4. *Василь Сухомлинський* – педагог і мислитель, який багато уваги приділяв формуванню в учнів прагнення до знань і самоосвіти. У своїх працях він підкреслював значення виховання пізнавальних інтересів і внутрішньої потреби в пізнанні світу. Його підходи спрямовані на розвиток мотивації до навчання через виховання любові до знань та розуміння їх важливості.

Першою необхідною передумовою виникнення бажання до пізнавальної діяльності є усвідомлення потреб, аналіз тих фактів, які створюють передумови для розуміння необхідності знань, умінь, постановки мети, їх досягнення. Спочатку ця система не зовсім виражена, але в процесі оволодіння знаннями стає все чіткішою, проявляється допитливість, виникає потреба, а на її основі – пізнавальний інтерес. Пізнання набуває для школяра характер життєво необхідної діяльності.

Формування потреб у знаннях досягає найвищого рівня тоді, коли учень сам пробує усвідомити потребу у знаннях. Природньо, одноманітна діяльність такого роду може притупити інтерес до неї. Тому варто дотримуватися різноманітних засобів розвитку потреб у знаннях.

На нашу думку на формування потреб в знаннях впливають такі фактори:

- 1) відносини які склались до навчального процесу, знанням (для учнів, у яких склалось негативне відношення до знань, необхідно більше повторень, щоб перебороти інерцію такого відношення);
- 2) відношення до мистецтва, до активної розумової діяльності;
- 3) індивідуальні відмінності в поведінці учнів, в їх ставленні до інших навчальних предметів, тип вищої нервової діяльності.

Математика сприяє розвитку творчих здібностей учнів, формує їх світогляд і переконання, тим самим сприяючи вихованню морально зрілої особистості. Досягнення цієї важливої мети навчання можливе лише за умови формування у учнів інтересу до знань у процесі навчання.

Навчальний процес повинен бути побудований таким чином, щоб учень усвідомлював і сприймав цілі, які ставить перед ним вчитель, і ставав активним учасником реалізації цих цілей, тобто суб'єктом своєї діяльності.

У такому випадку пізнавальний інтерес учня стане не лише метою навчання, а й ефективним інструментом для вчителя та мотивом для учня, що сприятиме досягненню результатів навчання. Доцільно відмітити, що наявність в учнів інтересу до навчання належить до того ряду педагогічних явищ, які у великій степені визначаються діяльністю вчителя, його педагогічною майстерністю.

Поєднання у своїй діяльності таких компонентів, як зрозумілість, доступність та логічності пояснення навчального матеріалу, максимальна активізація уваги дітей, використання найбільш ефективних методів впливу на особистість учня, поєднання високих вимог і доброти вважаються як ознаками педагогічного таланту. У педагогічній та психологічній літературі зазначається, що головна функція вчителя – це не передача знань, а утворення відповідного емоційного відношення до цих знань, яке забезпечує їх активне сприймання і засвоєння.

Свідоме освоєння знань починається з зацікавленості предметом, з інтересу до конкретної проблеми (задачі, запитання), з бажання відкривати нове, з потреби в знаннях і прагнення до їх здобуття.

Важливо, щоб діти з перших етапів навчання усвідомлювали, що математичні знання необхідні представникам усіх професій, без них сьогодні не обійтися ніде; математика глибоко проникла в усі галузі людської діяльності, в усі науки і є рушійною силою їх розвитку. Учні мають знати також, що саме завдяки досягненням у математиці стало можливим створення штучних супутників Землі і космічних кораблів, електронно-обчислювальних машин, роботів, які дедалі ширше впроваджуються в різноманітні галузі виробництва.

Завдання вчителя полягає в тому, щоб зацікавити весь клас і кожного учня окремо, пробудити у них фантазію, стимулювати мислення, захопити бажанням досліджувати, доводити, відкривати, шукати найбільш ефективні шляхи розв'язання проблем. Реалізація цього є основною умовою успіху всього навчально-виховного процесу. Ключовим для формування пізнавальної потреби є те, що учень в процесі навчання постійно отримує нові знання, які з кожним уроком стають більш глибокими і змістовними, задовольняючи його зростаючий інтерес.

У математиці кожне поняття можна пояснити наочно, на відомих учневі предметах навколишнього середовища, певною мірою “показати” його. Найважливіше для учнів у вивченні цієї дисципліни – зрозуміти закономірності, засвоїти їх і навчитися використовувати в різних навчальних завданнях.

Основою оволодіння сучасними професіями є вже не елементарна математична підготовка, а глибоке опанування знань, необхідних для розуміння математичних закономірностей, ідей, методів, на яких ґрунтується сьогодні виробництво.

Важливо, щоб учні усвідомили: математика – це результат нелегкої праці багатьох поколінь самовідданих, наполегливих людей.

РОЗДІЛ II. Вибрані питання методики формування та розвитку пізнавальних інтересів учнів у процесі вивчення математики

2.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів на різних етапах уроку

Вимога підвищення ефективності уроків та вдосконалення різних форм їх проведення завжди залишається в центрі уваги вчителів математики. Важливо не лише надати учням глибокі знання з математики, а й викликати у них зацікавленість до цього предмета. У цьому контексті велике значення має організаційний етап кожного уроку. Як швидко налаштувати учнів на навчальну діяльність і стимулювати їхнє мислення?

Цьому сприяє так звана "математична зарядка". Попередньо слід підготувати кілька карток із простими завданнями. Вони подаються з відповідями, деякі з яких правильні, а інші – ні. Кожна вправа складається з двох рухів: учитель показує картки по черзі, і учні реагують відповідними рухами. Наприклад, якщо відповідь правильна – учні піднімають руку вгору, а якщо ні – простягають руку вперед. Спочатку учні можуть не встигати в ритмі, але поступово їхня увага зосереджується, і темп вправи зростає. Через 2-3 хвилини клас стає майже повністю готовим до роботи.

Приклад «математичної зарядки» з темт «Дільники і кратні»:

1 вправа: (якщо відповідь правильна, то протягуємо руки вперед, якщо неправильна - вгору)

$$\begin{array}{lll} 2 \times 0,3 = 0,6; & 0,5 \times 10 = 50; & 7 \times 12 = 84; \\ 6 : 100 = 0,6; & 6 : 2 = 3; & 7 \times 0,5 = 0,75; \end{array}$$

2 вправа: (учні стоять: правильна відповідь – поворот направо, неправильна – вліво)

$$\begin{array}{ll} 2 - \text{дільник } 222; & 1 - \text{має один дільник;} \\ 15 - \text{кратне } 10; & \text{будь-яке число кратне } 1; \end{array}$$

Допомагають активізувати учнів на уроці швидкі диктанти. Від звичайних диктантів вони відрізняються трьома такими особливостями.

Перша – завдання різного рівня складності. Спочатку пропонуємо дуже легкі, а пізніше чим раз складніші.

Друга особливість – зміна темпу диктанту. Спочатку завдання диктуємо повільніше, а потім швидше.

Третя особливість – одночасно з класом біля дошки працюють два учні. Це дає можливість учням перевірити свої відповіді.

Прикладом швидких диктантів при вивченні теми " Одночлени" у 7 класі

I. Записати:

- 1) добуток чисел 3 і a ;
- 2) добуток трьох однакових множників c ;
- 3) квадрат числа m ;
- 4) куб числа c ;
- 5) добуток числа 3 і квадрат числа a ;
- 6) добуток квадрата a і куба b ;
- 7.квадрат добутку чисел a і c ;
- 8) куб добутку чисел 2 і m ;
- 9) куб квадрата числа m ;
- 10) квадрат куба числа b .

II. Записати у вигляді виразу:

- 1) квадрат суми чисел a і b ;
- 2) суму квадратів чисел m і n ;
- 3) квадрат різниці чисел a і b ;
- 4) різницю квадратів чисел c і p ;
- 5) потроєний добуток квадратів чисел a і b ;
- 6) подвоєний квадрат добутку чисел m і n ;
- 7) потроєний добуток квадрата a і числа b ;
- 8) потроєний добуток куба m і квадрата b ;
- 9) подвоєний добуток куба a і суми чисел b і c ;
- 10) потроєний добуток квадрата a і куба суми b і c .

Педагогічний досвід показує, що ефективним засобом закріплення знань є повторення. Незважаючи на свої дидактичні функції повторення не повинне бути самоціллю, яке переростає у просте «натаскування».

Велике значення має повторення через узагальнення. Воно допомагає систематизувати знання учнів з певної теми (розділу) курсу в цілісну логічну структуру. Часто, при цьому матеріал, що вивчається, збагачується новими ідеями, розглядається під новим кутом зору, що дає змогу учням не тільки систематизувати знання, а й глибоко їх усвідомити. Це нестандартні уроки – уроки-вистави, уроки-казки, уроки-мандри, математичні твори та ін.

Здебільшого такі уроки проводяться в кінці вивчення тем з геометрії, у вигляді повторення і узагальнення знань, але проводяться в незвичній для учнів формі. Складовою частиною таких уроків є теоретичні знання, історичний матеріал до навчальної теми, різноманітні задачі прикладного характеру, яким віддається перевага.

Підготовка до узагальнюючого уроку вимагає більше часу, ніж до звичайного. Але затрати будуть компенсовані розвитком розумової активності учнів, забезпечать глибину й міцність засвоєння програмного матеріалу.

Значним досягненням таких уроків є зміцнення знань учнів. Досвід вчителів-практиків вказує на те, що теоретичні знання, «обіграні» певним чином, краще зберігаються в пам'яті учнів. Як приклад можна навести урок узагальнюючого повторення у вигляді прес-конференції у 9 класі на тему: «Послідовність. Арифметична та геометрична прогресії».

Мета такого уроку не тільки повторення, закріплення і систематизація вивченого матеріалу, але й отримання учнями додаткової інформації поза підручником, виготовлення саморобних таблиць, плакатів з різними малюнками до теми, до задач, складаннями учнями задач і розв'язування запропонованих вчителем, історичні відомості, виготовлення приладів, самостійне дослідження.

Клас ділиться на дві групи:

Група 1 – це майбутні «журналісти»;

Група 2 – майбутні «вчені» математики, фізики, біологи, інформатики.

Майбутні журналісти як представники різних математичних видань і запрошені гості задають різноманітні запитання і завдання, а друга група відповідає на них і розв'язує задачі. Свої відповіді учні супроводжують малюнками, схемами, наводять приклади з життя, техніки.

У 7 класі з метою узагальнюючого повторення з теми «Функція» проводиться урок у вигляді ярмарки. Клас ділиться на «продавців» і «покупців». Покупці, одержавши конверт із запитаннями і задачами різного рівня відповідають на них і розв'язання задач понад продавцями. Якщо відповідь правильна, то покупець одержує від продавця синій кружечок, або кружечок іншого кольору, що відповідає двом балам, або трьом балам відповідно. Якщо у відповіді були неточності, або вчитель дав покупцеві консультацію, тобто «позику», йому видається чорний кружечок, тобто мінусується 1 бал. Учні-покупці таким чином заробляють бали.

Такі уроки для учнів – це підвищення відповідальності за результатами своєї праці, розвиток самостійності, наполегливості. Все це сприяє активізації розумової діяльності кожного учня.

Відомо, що однією з ключових умов якісного навчання є активна участь учнів у пізнавальному процесі та інтерес до предмета, який вивчається. Але як саме пробудити цей інтерес?

Найчастіше для цього застосовують ігрові елементи на уроці, створюють проблемні ситуації або акцентують увагу на практичній цінності матеріалу, що вивчається.

Для розвитку усних обчислювальних навичок у 5-х і 6-х класах можна організувати гру "Математичне лото", яка дуже подобається дітям. У цій грі учні отримують картки з п'ятьма або десятьма номерами та фішки, щоб їх закривати, як у звичайному лото.

Для гри створюють декілька варіантів карток, кожна з яких має унікальну комбінацію чисел. Учитель заздалегідь визначає виграшний варіант і роздає відповідні картки тим учням, яким планує поставити оцінку.

Урок – це не розвага, але він має бути цікавим. Звідси й важливість використання рольових ігор, поезії, казок, уривків з літературних творів, цікавих висловів науковців та історичних фактів – усе це має місце на уроках математики. Нестандартні уроки стають своєрідною винагородою для учнів за їхню старанність і любов до математики. Під час таких занять учні надзвичайно активні й зацікавлені, а обсяг додаткової літератури, яку вони опрацьовують, важко переоцінити.

2.2. Нетрадиційні уроки – одна з форм організації навчання математики

Як створюється хороший урок?

Перш за все, урок повинен бути ретельно продуманий у кожній деталі, так, щоб етапи логічно впливали один з іншого, а учні розуміли причини й мету кожного завдання.

Далі, корисно дотримуватись принципу "краще один раз побачити, ніж сто разів почути": те, що говорить учитель, бажано підкріплювати наочними матеріалами – таблицями, приладами, візуальними демонстраціями.

Також важливо підготувати учнів до розуміння теми уроку поступово, щоб вони не просто побачили її на дошці, а усвідомили через процес навчання. Тему вони мають осмислити разом із учителем, а не просто запам'ятати.

І нарешті, на уроці має бути цікаво, адже без емоційного залучення розум не працює наповну. Інтерес виникає, коли вчитель може передати учням свою власну емоційність і зацікавленість матеріалом.

Ващенко Г. [19] рекомендував у навчальному процесі дотримуватись таких вимог:

- збуджувати в учнів інтерес;
- добиватись свідомого засвоєння;
- розвивати самостійне мислення;
- вести чітко науковий виклад;
- застосовувати наочність;
- проводити практичні роботи.

Усе навчання повинно бути реальним і близьким до життя.

В практику багатьох вчителів ввійшли нестандартні уроки, а саме:

- “урок-семінар”;
- “урок-відкритих думок”;
- “урок-громадського огляду знань”;
- “урок-рольової гри”;
- “урок-самооцінювання”;
- “урок-диспут”;
- “урок-змагання”;
- “урок-КВК”;
- “урок-ведуть знатоки”;
- “урок-слідство ведуть знавці”;
- “урок-прес-конференція”;
- “урок-за круглим столом”;
- “урок-захисту своїх задач” і т.д.

Суть цих нестандартних уроків полягає в тому, щоб зміст і форми викликали в учнів інтерес до знань, до вивчення нового матеріалу.

Нестандартний урок – урок нових форм спілкування з учнями, нестандартних прийомів, застосування яких допомагає підвищувати інтерес учнів до знань, що сприяє досягненню високих результатів у роботі. Розглянемо приклади окремих нестандартних уроків.

“Урок–диспут”

Вчить учнів думати, вчить сперечатись. Він вимагає від учнів начитаності, знань, здобутих не тільки на уроках із підручника, а також

шляхом самоосвіти. Такий урок стимулює самих учнів шукати відповіді на поставлені перед ними питання.

Наприклад, учні повинні знайти якомога більше способів розв'язання рівняння $\sin x + \cos x = 1$ і довести, який з них найбільш раціональний. У суперечках учнів повторили різні способи розв'язування тригонометричних рівнянь, а потім учням дано вікторину «Розв'яжи рівняння». На такому уроці оцінюються найактивніші учні. На закінчення уроку учні одержують домашнє завдання: знайти у журналі «Квант» одне чи два рівняння, які можна розв'язати різними способами і порівняти одержані результати.

“Урок захисту своїх задач”

На цьому уроці показано учнівську самостійну роботу. Учні розбиваються на групи. Кожна група готує 4-5 “важких” задач, використовуючи збірники для поступаючих у вузи. У класі учні обмінюються карточками з наборами задач. Найбільш цікаві задачі розв'язуються на уроці біля дошки, пояснюють, чому вони вибрали саме цю задачу, чим вона цікава. Дуже цікаво спостерігати на цьому уроці за учнями. По-перше, всім хочеться подати свою задачу. По-друге, учням подобається задавати запитання доповідачу. По-третє, вони і тільки вони оцінюють задачу і її розв'язок.

“Урок-семінар”

Мета проведення уроку-семінару в тому, щоб зробити теоретичні узагальнення, систематизувати вивчений матеріал, опрацювати основні методи, способи і прийоми розв'язування практичних завдань. Проведення таких уроків активізує процес навчання, вчить учнів виступати із самостійними повідомленнями, відстоювати свої міркування. Ці уроки доцільно проводити при:

а) вивченні нового матеріалу, якщо він доступний для самостійного опрацювання учнями;

б) узагальненні з деяких тем. У цьому випадку заздалегідь слід дати учням план заняття, вказати літературу для підготовки з основних питань семінару, призначаються доповіді, для них організовуються консультації;

в) використанні різних методів розв'язання задач. На такому уроці йде обговорення знайдених способів розв'язання задач, відзначаються переваги і недоліки кожного з них, робляться висновки.

Наприклад, на уроці-семінарі з теми: «Тригонометричні рівняння та нерівності» можна запропонувати такі завдання:

а) перфокарта з перевірки вмінь знаходити обернені тригонометричні функції.

	1	2	3
$\text{Arcsin}(-1/2)$	$-\pi/6$	$\pi/6$	$5\pi/6$
$\text{Arccos}(-\sqrt{3}/2)$	$5\pi/6$	$-\pi/6$	$\pi/6$
$\text{Arctg}(-1)$	$-\pi/4$	$\pi/4$	$3\pi/4$
$\text{Arcctg}(-\sqrt{3}/3)$	$-\pi/3$	$2\pi/3$	$\pi/3$

б) розв'язати нерівність на карточці з друкованою основою, що є одиничним колом (картка вкрита прозорою плівкою);

в) розв'язати графічно рівняння на карточці з друкованою основою, де зображено синусоїду;

г) математичний диктант:

1. якщо $\cos x = -1/2$, то $x = \dots$
2. якщо $\sin x = 2,5$, то $x = \dots$
3. якщо $\sin x = 1/2$, то $x = \dots$
4. якщо $\text{tg} x = 1$, то $x = \dots$
5. спростити і розв'язати рівняння $\sin 2x \cos 2x = 1$.

д) заповнити пропущені місця:

1. $\sin x = 1$

$x = \pi/2 + \boxed{}, n \in \mathbb{Z}.$

2. $\sin x = \sqrt{3}/2$

$\boxed{}$

$$x = \quad + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

3. $\cos x = \square$

$$x = \pm 3\pi/4 + \square, n \in \mathbb{Z}.$$

4. $\operatorname{tg} x = \square$

$$x = -\pi/3 + \square, n \in \mathbb{Z}.$$

Завдання виконується на аркуші паперу і вкладається в конверт, номер якого відповідає порядковому номеру учня у класному журналі. На семінарі оцінюються всі учні. Як правило, такий урок передуює контрольній роботі.

“Урок–КВК”

Для цього уроку вчитель довго повинен спостерігати за учнями, проводити різноманітні тестування, індивідуальні бесіди, щоб вірно розбити клас на команди і виявити в них лідерів, які можуть самі стати капітанами команд. Потрібно також підготувати декількох учнів для роботи в званні консультантів КВК. Окремі ігрові ситуації необхідно відпрацювати на окремих уроках, щоб учні зрозуміли як треба виконувати нестандартні завдання. До уроку КВК необхідно старанно підготувати наочні посібники, дидактичний матеріал, ТЗН тощо.

Команди готують кольорові карточки, за допомогою яких будуть оцінюватися відповіді в усних конкурсах, малюють емблеми для капітанів, помічників капітанів і консультантів, підбирають назви для своєї команди.

Урок починається вступним словом вчителя, який нагадує правила про порядок проведення КВК.

Змагання розпочинаються із розминки. Це 5 хвилинна самостійна робота учнів на листочках. Виграють ті команди, які вклалися в час і правильно розв'язали завдання.

Наступний усний рахунок проходить у вигляді конкурсу «бліцтурнір» із завданнями типу «щоб це означало» або «знайди помилку».

Наступний конкурс – домашнє завдання. Зошити зібрали до уроку і склали групами (по командах). Помічники капітанів перевіряють їх під час «розминки» і «бліцтурніру». Якщо в команді всі завдання зроблено

правильно, то вона одержує «5» балів, якщо хтось помилився, то із загальної кількості балів відраховується число учнів, яке дорівнює кількості зошитів із помилками.

Найцікавішим є «конкурс капітанів». Вчитель дає їм карточки з однаковими завданнями, переможцем вважається той капітан, який першим правильно виконав завдання. За відмінне пояснення розв'язку присуджуються додаткові бали. Команди не тільки вболівають за своїх капітанів, але і допомагають їм: виконують теж завдання в своїх зошитах.

Вкінці «конкурс консультантів». Він дає можливість консультантам побути в ролі вчителя, пояснюючи учням розв'язування задач підвищеної складності. Кожний консультант одержує карточку з завданням, виконує завдання на дошці і дає до нього вичерпне пояснення. Завдання команди суперників – завалити консультантів питаннями, розігруючи нерозуміння поясненої задачі. Консультант–переможець може принести своїй команді до 10 балів: 5 за правильне і швидке розв'язання і 5 за відмінне пояснення.

КВК закінчується підведенням підсумків і заключним словом вчителя, який вітає переможців, втішає переможених і відзначає ті завдання, які дітям вдаються, а також і ті, над якими потрібно ще попрацювати.

“Урок відкритих думок”

До цього уроку вчителю потрібно готувати всіх учнів. Цей вид уроку може бути двох видів: тематичний – тема визначається заздалегідь (наприклад, «логарифмічна функція») на вільну тему, але обов'язково у зв'язку з матеріалом, що саме вивчається. До уроку потрібно більш чітко організувати підготовку. Учні діляться на групи (кожна з яких працює у визначеному напрямі), кожна група одержує повне завдання:

- а) читання додаткової літератури;
- б) виконання домашнього завдання;
- в) складання цікавих задач до теми;
- г) виготовлення саморобних приладів.

Вся ця робота проводиться цілком добровільно за бажанням учнів. Хоч учні готуються до уроку самостійно, вчителю обов'язково потрібно бути в курсі їхніх пошуків. Це неважко зробити – адже діти охоче радяться з вчителем, розповідають про свої перемоги та невдачі.

Урок доцільно побудувати так, щоб теоретичні повідомлення замінювались вправами, рівняннями, задачами, саморобними приладами. Творча робота вчителя на уроці, його вміле керівництво забезпечить інтерес і високий рівень уваги учнів.

Урок починає і проводить вчитель. Головне створити атмосферу повної розкутості, доброзичливості та інтересу. Урок «відкритих думок» добре сприймається слабшими учнями. Їм важко розібратись у складному теоретичному матеріалі, вони не вміють розв'язувати задачі, а підготувати цікаве повідомлення або дослід – їм під силу. Особливо цікаво відбуваються такі уроки в класах з поглибленим вивченням математики.

“Урок громадського огляду знань”

Ці уроки є однією з форм перевірки знань учнів визначеному розділу (особливо достатньо великому) математики. Ці уроки бажано проводити з геометрії в 7-12 класах в кінці півріччя.

До цього уроку вчитель заздалегідь скурпульозно підбирає основні теоретичні питання (теореми, означення, вправи тощо), які учням потрібно повторити, і їх перелік вивішується в кабінеті математики приблизно за місяць до огляду. Клас розбивається на групи по 4-5 учнів, для кожної з них призначається консультант, який допомагає і контролює своїх помічників. Тут не потрібно особливої підготовки в останні дні перед оглядом. При таких уроках підвищується рівень знань самих учнів-консультантів.

Таким чином, підготовка до таких уроків має виховне і навчальне значення для різних виховних груп учнів. до огляду вчитель напередодні готує 10-12 карточок для опитування, в які входять 2 завдання із цих завдань, що були вивчені.

Опитування починається із вступного слова голови журі. Потім вчитель викликає 5 учнів, які взяли по одній карточці і починає готуватися до відповіді, поки викликані учні готуються до відповіді, вчитель веде фронтальне опитування класу по темі завдань із списку, які не були використані на карточках.

Під час усної роботи учні не піднімають руки, а вчитель сам викликає кожного відповідаючого. Це економить час і змушує бути кожного уважним. Усне опитування йде до тих пір, поки не підготується учень із карточкою. Як тільки учень з карточкою підійшов до дошки, до нього йде член журі і слухає відповідь і т.д., аж до 5 учня. Учень, який справився з карточкою підключається до роботи з класом. На його місце вчитель викликає до дошки другого учня і дає йому вибрати карточку. Клас в цей час виконує письмову роботу за двома варіантами з допомогою кодоскопа. Учні, виконавши письмові роботи, свої карточки передають журі.

“Урок-ігри”

Видатний математик – Г.Лейбніц вважав, що винахідливість і дотепність виявляється саме в іграх. Молодші учні (10-12 років) виявляють звичайний інтерес до ігрових ситуацій на уроках математики, де виконуючи індивідуальне завдання, кожен учень робить свій внесок в усі групи, команди.

Гра посилює емоційну активність, знімає розумову і фізичну напруженість, що виникає під час виконання одноманітних завдань. А емоції спрямовують увагу, поглиблюють мислення, загострюють пам'ять. Інтерес, викликаний грою, залучає учнів до активної розумової діяльності, яка в свою чергу сприяє виробленню волі, наполегливості. Учень відчуває задоволення, виконуючи розумові вправи, радість творчості при самостійному розв'язуванні цікавої задачі.

Ігри на уроках повинні проводитися, безумовно, не заради розваги, а заради відповідних навчальних цілей, природно входячи до складу уроку, бути доступними (враховуючи вікові особливості учнів), мати відповідні для даного колективу учнів форми, передбачати засоби заохочення переможців і

тактовного підходу до тих, хто не справився з ігровою задачею. Гра збуджує учнів, тому доцільно її планувати на кінець уроку, особливо, якщо вона рухлива. За засобом ведення ігри можуть бути усні і письмові, групові або спільні.

“Урок–самооцінювання”

У 8 класі тема “дії над раціональними виразами”. На першому уроці пояснити тему, показати розв’язання декількох прикладів, потім дати завдання для самостійної роботи в класі. При виконанні цих завдань учні одержають консультації, вияснюють, що їм було незрозумілим. Консультації проводять самі учні.

В кінці уроку роздати блокноти, по одному на ряд, де були б вказані прізвища учнів, число і тема. Учні виставляють в блокнот проти свого прізвища самі собі оцінку за урок.

Наступні два уроки провести так само. Потім перевірити домашню роботу, оцінки виставити в блокнот. Після того провести контрольну роботу на 25-30 хв. кожному учневі дати карточку з індивідуальним завданням. Оцінки за виконання цих завдань ставлять в блокнот. Якщо оцінка к/р співпала з самостійною роботою учня, то її одну виставляється в журнал. Якщо ні, то виставляється комбінована оцінка. Учні, як правило, себе оцінюють критично, майже 20% їхні оцінки відповідають дійсності. Така робота добре проходить в старших класах, починаючи з 7-8 класу.

2.3. Зв’язок математики з життям

Проведені педагогами дослідження показали [14], що учнів, які вважають своїм улюбленим предметом математику, можна поділити на дві основні групи: одних у математиці приваблює «гармонія і симетрія, логічна стрункість», «розв’язування складних задач», «цікаві задачі – головоломки, тощо»; інших – практична і наукова значимість математики («без математики

в космос не полетіти», «математика – цариця всіх наук», «без математики нема життя – вона використовується всюди» і т.д.).

Психолого-педагогічні дослідження підтверджують, що основні шляхи стимулювання та розвитку пізнавального інтересу учнів до математики включають:

- усвідомлення учнями важливості математичних знань через показ практичної значущості математики та її зв'язку з реальним життям;
- залучення учнів до активної творчої діяльності шляхом підбору доступних і захопливих завдань, що відрізняються за формою та змістом.

Безумовно, ці обидва шляхи неможливо розглядати окремо, оскільки вони взаємопов'язані та доповнюють один одного. Демонстрація учням значення математики в здійсненні науково-технічного прогресу не тільки підвищує в них інтерес до вивчення цього предмета, а й дає поштовх для роздумів про визначення свого місця в житті, збуджує в них потребу виховувати в себе бережливе ставлення до робочого часу, до природи, її ресурсів.

Інтерес до математики викликають в учнів уміло проведені математичні вечори, факультативні заняття. Але вони охоплюють незначну кількість учнів. Тому доцільно, на нашу думку, на заняттях з усім класом частіше розв'язувати задачі практичного змісту, що мають багато розв'язків, серед яких треба вибрати найдоцільніший у даній ситуації (оптимальний).

Продемонструємо кілька прикладів, як це здійснювалось нами при проходженні педагогічної практики. Так, перед вивченням довжини кола у 6 класі доцільно поставити перед учнями цікаву задачу-проблему:

У місті є радіальні вулиці, які йдуть від Центральної площі, і кільцеві, що мають вигляд кіл. У точці А, на розі вулиці Помилки і на вулиці Правильних відповідей, живе Андрійко, а в точці В, на розі вулиці Відкриттів і вулиці Хибних розв'язків живе Володя. По якому шляху повинен піти Андрійко, щоб якнайшвидше прийти до Володі з терміновим повідомленням? (Довжини відрізків ОА, ОВ і величина кута АОВ задані).

Задача вимагає вміння знаходити довжину дуги кола за величиною. Центрального кута (як відповідної частини довжини кола). Після встановлення лабораторним способом формули довжини кола учні досліджують можливі маршрути Андрійка і серед них вибирають найкоротший.

У 5 класі пропонувалась така задача: *Заготовлено 40 щитів для паркана довжиною 1 м кожний. Яку довжину і ширину повинен мати прямокутний майданчик, огорожений цим парканом, щоб його площа була найбільшою?*

Діти обчислюють півпериметр шуканого прямокутника (20 м), а потім складають таблицю:

<i>a</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>b</i>	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
<i>S</i>	19	36	51	64	75	84	91	96	99	100

Роблять висновок: при сталому периметрі найбільшу площу має прямокутник з рівними сторонами, тобто квадрат.

У 6 класі цю властивість можна довести як наслідок співвідношення між середнім арифметичним і середнім геометричним невід'ємних чисел (виразів):

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy},$$

причому рівність буде виконуватись при $x=y$.

Звідси випливають два наслідки:

1. Якщо $x+y=c$ – стала, то $xy \leq \frac{c^2}{4}$, отже, xy буде найбільшим, коли

$$x=y.$$

Таким чином, якщо сума двох невід'ємних чисел (виразів) стала, то добуток їх найбільший, коли ці числа (вирази) рівні між собою.

2. Якщо добуток $xy=c$ – сталий, то $x+y \geq 2\sqrt{c}$. Отже, сума $x+y$ найменша, коли $x=y$.

Отже, якщо добуток двох чисел (виразів) сталий, то сума їх найменша, коли ці числа (вирази) рівні між собою.

Знання цих властивостей (які поширюються і на випадок кількох чисел чи виразів) дає можливість розв'язувати з учнями цікаві й змістовні екстремальні задачі практичного змісту елементарними способами (до введення поняття похідної). Наприклад:

Задача 1. З даного конуса виточити циліндр якнайбільшого об'єму.

Задача 2. З даного прямокутного листа заліза зробити коробку якнайбільшого об'єму.

Задача 3. Під яким кутом треба зробити укис стінок каналу, поперечний переріз якого має форму рівнобедреної трапеції, щоб при даній його висоті й пропускній здатності поверхня каналу була якнайменшою (тобто, щоб витрати на бетонування були якнайменші)?

Задача 4. До каналу шириною a підходить під прямим кутом канал шириною b . Якої найбільшої довжини колоди можна сплавляти по цих каналах?

Інтерес учнів до задач, в яких треба знайти оптимальне розв'язання, зумовлений ще й тим, що останнім часом у деяких вузах такі задачі пропонуються на вступних екзаменах. Наведемо одну з таких задач:

Завод повинен переслати замовникові 1100 деталей. Деталі упаковуються в ящики трьох видів: по 70, по 40 і по 25 деталей у кожний. Вартість пересилання одного ящика кожного виду відповідно дорівнює 20гр., 10 гр. і 7гр. Скільки ящиків якого виду повинен використати завод, щоб вартість пересилання була якнайменшою? (Недовантаження ящиків не допускається).

Як правило, цю задачу починають розв'язувати так: позначимо через x_1 , x_2 , x_3 шукані кількості ящиків відповідно першого, другого і третього виду. Тоді дістанемо рівняння

$$70x_1 + 40x_2 + 25x_3 = 1100.$$

За умовою x_1 , x_2 і x_3 треба вибрати так, щоб вартість пересилання $20x_1 + 10x_2 + 7x_3$ була якнайменшою.

Але найкраще цю задачу розв'язати так. Оцінити, в якому з ящиків пересилання однієї деталі буде найдешевшим: у першому – $\frac{20}{70} = \frac{2}{7}$ (гр.), у другому – $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ (гр.), у третьому – $\frac{7}{25}$ (гр.). Оскільки $\frac{1}{4} < \frac{7}{25} < \frac{2}{7}$, то найвигідніше пересилати деталі в ящиках по 40 штук, менш вигідно – по 25 штук і найменш вигідно – по 70 штук. Але 1100 деталей в ящики по 40 штук повністю вмістити не можна. Отже, треба знайти максимальну кількість деталей, які можна переслати в ящиках по 40 деталей. Її слід шукати серед чисел: 1080, 1040, 1000, 960, 920 і т.д. Перші два з них не підходять, бо залишаться в першому випадку 20, а в другому 60 деталей, якими не можна завантажити ящики по 25 або по 70 штук. У третьому випадку залишаться 100 деталей (1100-1000), якими можна завантажити 4 ящики по 25 штук.

Отже, дістанемо відповідь: найдоцільніше взяти 25 ящиків по 40 деталей і 4 ящики по 25 деталей.

Можна запропонувати учням підрахувати, що в цьому витрати на пересилання становитимуть: $10 \cdot 25 + 4 \cdot 7 = 278$ гр. А якщо, наприклад, відправити 10 ящиків по 70 деталей і 10 ящиків по 40 деталей, то витрати становитимуть 300 гр.

У наш час немає необхідності доводити, що знання, підкріплені практикою, більш міцні і усвідомлені. Однак перед вчителями стоїть завдання переконати учнів, що знання, набуті у школі, необхідні для майбутньої практичної діяльності.

Узагальнюючи досвід роботи вчителів шкіл м.Турка можна стверджувати, що у контексті зв'язку теорії з практикою у процесі навчання математики є багато труднощів, а саме:

- учні не вміють поєднувати вивчені властивості з реальними предметами, з навколишнім світом, з технікою;
- слабо орієнтуються в розв'язанні задач виробничого характеру, і зокрема, мають труднощі в перенесенні технічного змісту задач на математичну мову;

- в учнів недостатньо розвинуті навички і вміння, пов'язані з використанням креслярських інструментів і вимірювальних приладів;
- погано усвідомлюють виникнення і зміст нових термінів і математичних понять.

Щоб допомогти в ліквідації таких і подібних труднощів і недоліків у математичній підготовці школярів, варто на конкретних прикладах розкривати відображення математичних закономірностей дійсності, особливості застосування математики до вивчення реального світу, формування вмінь і навичок, необхідних в житті і виробництві.

Зараз, в період реформи школи, задачі практичного змісту варто розглядати як основний засіб формування в учнів політехнічних навиків у процесі вивчення математики, як один з більш ефективних засобів формування глибоких і міцних знань, як засіб підвищення інтересу до вивчення математики.

2.4. Проблемні ситуації і творча робота учнів на уроках математики

Проблемний метод навчання полягає в тому, що вчитель не просто передає учням готові знання, а створює проблемну ситуацію, яка одночасно пробуджує інтерес і викликає певні труднощі, тим самим стимулюючи потребу в нових знаннях. Основні етапи цього методу включають:

- постановку проблемної ситуації;
- висування учнями гіпотез (своїх здогадок);
- обговорення цих гіпотез;
- розв'язання поставленої проблеми;
- формулювання висновків.

Щоб перебороти у свідомості учнів уявлення про «сухість» математики та зацікавити їх, важливо зробити процес навчання більш динамічним та інтерактивним. Одним із ефективних способів є застосування проблемного

підходу до навчання. Цей метод дозволяє учням не просто засвоювати інформацію, а активно шукати рішення та залучатися до дискусій.

Постановка правильно сформульованої проблеми на уроці допомагає розвинути творче мислення учнів, спонукає до аналізу та пошуку рішень. Коли учні стикаються з реальною проблемою, вони починають думати критично, перевіряють свої гіпотези та роблять власні висновки. Таким чином, процес навчання стає для них не лише механічним запам'ятовуванням фактів, а й шляхом до розвитку глибоких переконань і розуміння суті математики. Тому у роботі потрібно намагатися впроваджувати досягнення педагогічної і психологічної науки, у процесі викладу матеріалу на уроці пов'язувати нове й уже відоме, створювати атмосферу творчого пошуку, радості навчання. Проблеми перед учнями ставимо доступні, посилені, цікаві, природні.

Вчитель використовує різні проблемності, зокрема, створивши проблемну ситуацію, показує шляхи її вирішення. У пошуках розв'язання проблеми беруть участь учні, яким пропонують висунути гіпотезу і спробувати її довести. Учні виконують самостійну роботу, яка потребує узагальнення, доведення. Рівень проблемності вибираємо залежно від матеріалу та підготовки класу.

Проблемні ситуації можна створювати вже з 5-го класу, пропонуючи учням завдання, які сприяють розвитку їхнього логічного мислення та уміння застосовувати математичні знання на практиці. Наприклад, при вивченні розподільного закону множення можна поставити учням таку задачу:

«Запишіть на дошці добуток двох двоцифрових чисел, наприклад 23×14 . Тепер, застосовуючи розподільний закон, розкладіть цей добуток на два окремі добутки: (20×14) і (3×14) , і потім додайте їх результати. Зробіть те ж саме з іншими двоцифровими числами. Як це впливає на швидкість і точність обчислень?»

Ця задача не лише сприяє усвідомленню теоретичних аспектів розподільного закону, а й дає можливість учням побачити, як цей закон застосовується для спрощення обчислень, що є корисним в повсякденному

житті. Такий підхід стимулює інтерес до навчання та допомагає усвідомити практичну значущість математичних знань.

Проблемні ситуації є важливим інструментом в організації навчального процесу, особливо під час вивчення нових понять чи розв'язування нових задач. Вони дозволяють створити перехід від вже засвоєних знань до вивчення нового матеріалу або практичних вправ. Формулювання проблем і висунення гіпотез є важливими етапами цього процесу, оскільки вони стимулюють учнів до активної розумової діяльності, забезпечують глибше засвоєння матеріалу та розвиток творчих здібностей.

Наприклад, на уроці математики при вивченні нових властивостей чисел чи геометричних фігур, можна створити ситуацію, де учні мають самостійно знайти шлях до розв'язку задачі, яку вони ще не зустрічали. Це може бути задача, що використовує вже відомі учням правила, але в новому контексті. Учні прагнуть застосувати свої знання, шукаючи нові способи вирішення, і це допомагає їм зрозуміти теоретичні основи на практиці.

Крім того, проблемні ситуації не лише підвищують зацікавленість учнів, а й забезпечують більш глибоке розуміння математики, оскільки дозволяють застосовувати знання в умовах невизначеності, що є характерним для реального життя.

Тому вчитель постійно наголошує на тому, що не можна без доведення переносити властивості одних об'єктів на інші. Це стосується насамперед стереометрії, а також розширення поняття числа, степеня, кореня, переходу від вивчення рівнянь до нерівностей.

Використання аналогії є потужним методом навчання, оскільки дозволяє учням перенести знання з одного контексту в інший, сприяючи кращому засвоєнню нових понять. Наприклад, вчитель може продемонструвати, як властивості фігур на площині можуть відрізнятися від властивостей тих самих фігур у просторі, через порівняння знайомих двовимірних об'єктів із тривимірними. Це дозволяє учням зрозуміти, як змінюється поведінка фігур при переході до нових вимірів і чому деякі властивості не зберігаються в об'ємному просторі.

При введенні нових понять вчитель використовує проблемні ситуації, щоб допомогти учням виокремити специфічні об'єкти серед більш широкої групи і знайти їх видові відмінності. Це може бути корисно при вивченні математичних понять, таких як різні типи фігур або функцій, де важливо не тільки розуміти загальні властивості, але й розрізняти, чим ці об'єкти відрізняються між собою в конкретних умовах.

Таке створення проблемних ситуацій підвищує рівень пізнавальної активності учнів, стимулюючи їх до глибшого аналізу, розмірковувань і формулювання нових тверджень на основі знайдених відмінностей і аналогій. Тут допомагає ілюстрація нового поняття кількома об'єктами, які входять у це поняття (наприклад, під час вивчення степеня з натуральним показником розглядаються приклади 2^3 , a^4 , b^4 , де $n \in \mathbb{N}$, $(a+b)^2$, а також ілюструються контрприкладі, тобто об'єкти, які не входять у нього, вирази 2^{-2} , a^{-1} , 4^0 не є степенями з натуральним показником). Виникає проблема – дати означення нового поняття.

Коли організовують пошукову діяльність учнів під час доведення нових тверджень, то розв'язання поставленої перед учнями проблеми вимагає висунення гіпотез, передбачень, пов'язаних з певною діяльністю учня (розв'язування пізнавальних задач, проведення експерименту, побудов графіків, діаграм, розгляд наочності).

Так, для доведення теореми Фалеса вчитель демонструє учням модель на картоні зображено промінь АВ, на якому нанесено рівномірну шкалу. У точці А закріплено рухомий промінь, до якого прикріплено сектор з центром у точці А. До рухомого променя прикріплені між собою і відтинають на цьому промені рівні відрізки.

Обертаючи рухомий промінь навколо точки А, змінюємо величину кута й напрям паралельних прямих. Кожного разу учні підраховують кількість поділок на промені АВ і доходять висновку, що на ньому відтинаються рівні відрізки.

Учні приємно здивовані, роблять відповідні висновки, потім доводять теорему.

Проблемні ситуації в навчальному процесі виникають не спонтанно, а в результаті цілеспрямованої діяльності вчителя, який залучає учнів до активного пошуку, що сприяє підвищенню розумової діяльності. Щодо навчання математики можна виділити основні способи створення проблемних ситуацій:

1. Попередня розповідь, наукове чи навчальне значення програмового матеріалу, про історію виникнення відповідних понять.

Розгорнуту бесіду про практичне значення математики проводимо для кожного з фундаментальних розділів, насамперед таких, як натуральні, дробові чи дійсні числа, десяткові дробі, функція, похідна та її застосування, основні властивості найпростіших геометричних фігур, декартові координати на площині та ін.

2. Узагальнення окремих випадків. Наприклад, під час вивчення у 5 класі властивостей десяткових дробів записують на дошці якийсь десятковий дріб, наприклад $0,7$ і пропонують учням збільшити у 10 разів. За аналогією з цілими числами частина учнів пропонує дописати до даного дробу 0. Тоді даю їм завдання порівняти дробі $0,7$ і $0,70$ порозрядно. Учні переконуються, що приписування нуля до десяткового дробу не впливає на його величину. Постає проблемне запитання : як збільшити десятковий дріб у 10, 100 і 1000 разів? Попередня робота підсилила інтерес учнів до проблеми.

3. Попереднє роз'язування задач.

Вдало підібрана задача допомагає учням усвідомити необхідність здобування нових знань, які потрібні для розв'язування тієї чи іншої проблеми.

Наприклад, перед вивченням теми "Раціональні числа" пропонують учням практичну задачу, що приводить до порівняння дробових чисел з різними знаками. Таким чином, вони усвідомлюють необхідність розвинути далі теорію звичайних дробів.

4. Проблемний виклад.

Проблемний виклад полягає в тому, що вчитель сам ставить проблему і сам її розв'язує, водночас розкриває учням шлях наукового пошуку цих знань.

Наприклад, в 11 класі підчас виведення поняття означення похідної зауважують, що відома учням середня швидкість прямолінійного руху певним чином характеризує його, проте часто така характеристика не задовольняє потреб практики. Наприклад, така практична задача: «Диспетчер автобусної станції зазвичай працює з середньою швидкістю автобуса на певній ділянці шляху, що дає змогу оцінити загальну ефективність маршруту чи час у дорозі. Середня швидкість визначається як відстань, поділена на час, і вона дає загальне уявлення про швидкість руху транспорту за весь відрізок шляху. З іншого боку, державтоінспектору важливо знати саме миттєву швидкість автомобіля в момент транспортної пригоди, оскільки це може бути критично важливим фактором для визначення причин аварії, а також для аналізу обставин події. Миттєва швидкість визначається в конкретний момент часу і дає точну характеристику руху транспортного засобу в момент інциденту».

Задачу на визначення миттєвої швидкості рухомого тіла вперше розв'язали (незалежно один від одного) видатні математики І.Ньютон (1643-1727) та Г.Лейбніц (1646-1716), ввівши одне з фундаментальних понять математики - поняття похідної.

У 11 класі, перш ніж ввести поняття первісної, нагадують учням, що задачі на визначення швидкості в певний момент часу чи кутового коефіцієнта дотичної до графіка функції в одній точці розв'язували за допомогою операції знаходження похідної відповідної функції. Часто на практиці виникає потреба розв'язувати обернені задачі: знаходити закон руху, якщо відома швидкість у будь-який момент часу; формула, яка задає функцію, коли відомий кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в будь-якій точці області визначення. Очевидно, для розв'язування обернених задач треба ввести операцію, обернену до операції диференціювання. Операцію,

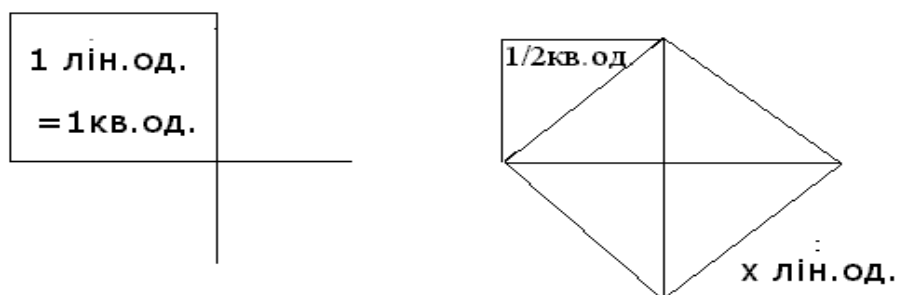
обернену до диференціювання, називають інтегруванням. Її також ввели І.Ньютон і Г.Лейбніц.

Урок математики, побудований як пізнавальний діалог, передбачає активну взаємодію між учителем та учнями, де кожен учень має можливість не лише слухати, а й безпосередньо брати участь у процесі пізнання. У цьому контексті важливе поєднання колективної роботи класу з індивідуальною розумовою діяльністю, що стимулює розвиток критичного мислення, ініціативи та здатності до самостійного вирішення завдань. Важливо, щоб способи розв'язування навчальних проблем поставали перед учнями і засвоювалися ними у вигляді такої системи дій, яка формуючись на конкретному матеріалі, була б застосованою в різноманітних за характером і змістом ситуаціях.

Створювати проблемні ситуації, які активізують при цьому розумову діяльність учнів, можна на всіх етапах навчального процесу. Здійснюють постановку проблеми у вступі до нової теми. Наприклад, у 8 класі під час вивчення теми "Поняття арифметичного квадратного кореня", пропонують учням множину цілих або дробових чисел, квадрати яких: 9, $1/9$, $1/4$, 0, $1/25$, 25, 4, 2.

Останній випадок викликав труднощі. Виникло питання, чи існує взагалі число, квадрат якого дорівнює 2? Разом з учнями була доведена теорема: «Не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнює 2»? (1).

Після цього пропонують учням накреслити квадрат, довжина якого дорівнює одиниці довжини, тобто з площею 1 кв. од. Продовжити дві сторони квадрата на 1 лін. од. (мал. 1а). Пропонуємо учням виконати таку допоміжну побудову.



а)

б)

Одержавши фігуру (мал. 1б), яка є квадратом з площею 2 кв. од. (що легко доводиться). Якщо позначити довжину сторони такого квадрата x , то площа його x^2 , тобто $x^2 = 2$. Значить існує число, квадрат якого дорівнює 2. (2).

Виникла проблема. Порівнюючи (1) і (2) учні після деякого непорозуміння все ж таки приходять до висновку, що мабуть таки існує таке число, квадрат якого дорівнює 2, але воно не є раціональним. Далі розповідаємо учням про ірраціональні числа.

Часто здійснюємо постановку проблеми при встановленні зв'язку між вивченим навчальним матеріалом та новим.

При вивченні властивостей первісної в 11 класі, пропонуємо учням знайти похідні функції:

а) $y = \frac{x^3}{3}$

б) $y = \frac{x^3}{3} - 5$

в) $y = \frac{x^3}{3} + 7$

В результаті виконання цього завдання виявилось, що для всіх випадків $y' = x^2$.

Далі ставимо проблему:

- 1) вказати функцію y , для якої $y' = x^2$ (відповідь не однозначна);
- 2) як зручніше записати відповідь? (Функції, похідна яких дорівнює x^2 мають вид $y = x^3/3 + C$, де $C = \text{const}$).

Після цього перед учнями ставлять нову проблему - якщо $F(x)$ - первісна для $f(x)$ на деякому проміжку, то чи завжди $F(x) + C$ - також первісна для $f(x)$ на тому ж проміжку.

Така постановка проблеми допомогла пов'язати диференціювання з новою операцією інтегрування.

Добре продумана система вправ допоможе не тільки в постановці проблеми, а й у висуванні її самими учнями. Продемонструємо це на прикладі вивчення теореми синусів у 9-му класі. Повторивши необхідні відомості про пропорційність величин, звертаються до учнів із запитаннями:

-- Яку залежність ви знаєте між кутами і сторонами трикутника?
(Проти більшого кута трикутника лежить більша сторона і навпаки.)

-- Чи пропорційні довжини сторін трикутника до величин кутів, які лежать проти цих сторін? (Ні. Розглядають прямокутний трикутник з кутом 30° : $a/c = 1/2$, $30^\circ/90^\circ = 1/3$.)

-- Чи існує в трикутнику залежність між величинами кутів і синусами цих кутів?

-- Чи пропорційні величини кутів до їх синусів? (Ні, $30^\circ/60^\circ=1/2$, $\sin 30^\circ/\sin 60^\circ = 1/\sqrt{3}$)

-- Чи пропорційні в трикутнику довжини сторін до синусів протилежних кутів? (Так, $\sin 30^\circ/\sin 60^\circ$, $a/c = 1/2$.)

Отже, зроблено "відкриття", формулюється теорема синусів.

У процесі викладання нового матеріалу важливо опиратися на життєвий досвід учнів, оскільки це робить навчання більш зрозумілим і актуальним для них. Використання реальних прикладів і повсякденних ситуацій допомагає учням побачити практичне застосування математики та краще засвоїти теоретичні концепції. Проблемні ситуації, які виникають у ході бесіди, змушують учнів мислити критично, шукати логічні рішення і виводити правильні висновки.

Такий підхід не лише розвиває їхнє мислення, а й підвищує інтерес до навчання, роблячи уроки динамічними і захоплюючими. Коли учні активно залучені до процесу, вони часто не помічають, як швидко проходить час. Це свідчить про те, що урок став пізнавальним і емоційно насиченим, а сам процес навчання набув не тільки інтелектуальної, але й емоційної цінності.

Проблемні ситуації можна створити і під час розв'язування різних задач. Так, доводячи, що бісектриса внутрішнього кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні до сторін трикутника, вчитель спочатку пропонує знайти пропорційні відрізки в рівнобедреному трикутнику, в якому бісектриса проведена до основи. Учні легко знаходять, що відношення дорівнює одиниці. Роблять висновок, що бісектриса кута при

вершині рівнобедреного трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні до прилеглих сторін. Далі учням пропонуються нові задачі:

– Чи одержимо пропорційні відрізки в рівнобедреному трикутнику, якщо провести бісектрису кута при основі?

– Проведіть бісектрису одного з кутів різностороннього трикутника. Чи утворилися тут пропорційні відрізки?

Підхід до розв'язування цієї задачі сприяє кращому її запам'ятовуванню і застосуванню в майбутньому під час розв'язування інших задач.

Під час проведення таких уроків важливо добитися від усіх учнів усвідомлення проблемної ситуації, викликати у них потребу у пошуках відповіді на проблему, активної участі у пошуках її розв'язання. Проблемну ситуацію можна створити, запропонувавши учням задачі, де умови не повні або містять зайві дані. Завдання полягає в тому, щоб учні самостійно визначили, які з даних є необхідними для розв'язування, а які можна опустити або уточнити. Це змушує їх не тільки працювати з наданими даними, а й розвивати вміння аналізувати умови задачі, визначати, які факти важливі для отримання результату.

Такий підхід наближає шкільне навчання до реальних життєвих ситуацій, де часто потрібно діяти за умов неповної або суперечливої інформації. Використання задач із неповними або зайвими даними також сприяє розвитку критичного мислення учнів і допомагає їм краще усвідомлювати практичну цінність математичних знань, що набуваються на уроках.

2.5. Самостійні роботи як один з шляхів розвитку пізнавальних інтересів

Самостійна робота учнів є важливим інструментом розвитку пізнавальних інтересів, оскільки вона передбачає такий розподіл навчальних

завдань, який акцентує увагу на рівні самостійності учня. Як зазначають Лернер І. та Крутецький В. [13, 14], самостійність виступає ключовим елементом, що забезпечує перехід від простого засвоєння знань до творчої пізнавальної діяльності. В цьому випадку учень виводиться на новий рівень пізнавальної діяльності, перетворюючись з того, хто лише відповідає на питання, в того, хто творче підходить до вирішення завдань. Розвиток самостійності є основним аспектом педагогічного процесу. Учителю, з урахуванням індивідуальних рис учнів, повинен здійснювати диференціацію завдань самостійної роботи не тільки за змістом, а й за рівнем самостійності, необхідної для розв'язування поставлених завдань.. Виникає потреба серед таких робіт виділяти: репродуктивні (ті, що потребують використання знань у новій для учня ситуації, і ті, що спрямовані на здобуття нових знань для вирішення поставленої проблеми), а також роботи, в яких він виявляє проблему сам і прагне її розв'язати.

Оскільки особистісні якості, в тому числі й самостійність, розвиваються в діяльності, то проблему формування особистості школяра в навчально-виховному процесі потрібно розглядати у взаємозв'язку з процесом формування його повноцінної навчальної діяльності. Математика, як ніякий інший предмет, дає змогу розвивати такі необхідні для самостійних робіт навички. Зауважимо, на практиці цьому ще не приділяють достатньої уваги. Спостереження показують, що навіть у старших класах багато учнів не вміють проконтролювати свою роботу. Необхідна спеціальна допомога вчителя для відпрацювання в учнів звички та уміння контролювати власну діяльність.

Навички самоконтролю можна формувати на всіх етапах навчання. Так, при оволодінні теоретичним матеріалом корисно давати змогу учням самим визначати поняття, доводити теореми, робити висновки, узагальнювати та систематизувати отримані знання. Потрібно привчати школярів ставити собі запитання: «Що станеться з означенням, якщо в нього забрати слова ...? Чому воно тоді буде неправильним?», «Для чого потрібні в теоремі такі обмеження?» і т.д.

Для розвитку навичок самоконтролю необхідно радити учням при виконанні домашніх завдань обов'язково перевіряти рівень засвоєння навчального матеріалу. Це можна зробити, наприклад, шляхом складання плану прочитаного і переказу головних думок своїми словами. Важливим засобом розвитку самоконтролю є привчання школярів систематично відповідати на контрольні запитання підручника, які часто публікуються вкінці кожного параграфа, а також на додаткові контрольні запитання, що потребують роздумів над текстом, перевіряти розуміння матеріалу.

На формування навичок самоконтролю може бути спрямована і робота з розв'язування учнями основних видів задач. Навчаючись, наприклад, будувати графіки певних функцій, учень вчиться складати відповідний план дій. Розпочинаючи розв'язування задачі, учень спочатку не переходить безпосередньо до виконання, а спершу формулює основну ідею розв'язку. Тобто, у нього виникає певна орієнтація для подальших дій. Це, в свою чергу, сприяє розвитку навички самоконтролю. Аналіз умов завдання і обдумування можливих шляхів розв'язку з самого початку дозволяє учневі контролювати свої кроки на кожному етапі вирішення. Наприклад, знаючи, що графіком функції є парабола, учень вже не помилиться, зображаючи пряму лінію замість неї.

Формуючи, а також розвиваючи самостійність, слід зауважити, що навчаючись контролювати іншого, учень вчиться контролювати себе. Тому слід заохочувати учнів сміливо стежити за відповіддю товаришів і міркуванням вчителя, виправляти помилки і задавати запитання про незрозумілий матеріал.

На практиці вчитель, організовує ту чи іншу самостійну роботу учня, керується потребою виконати навчальну програму чи індивідуальний план роботи. Він мало звертає уваги або повністю не враховує ставлення учня до її виконання та розуміння користі такої роботи для нього самого. Чи відчуває учень потребу в ній, а чи просто підкоряється вимогам “знаючого” дорослого.

При організації самостійної роботи вчитель повинен забезпечити, щоб учень був внутрішньо переконаний у важливості її виконання, що є

результатом його особистих потреб: здобути нові знання, перевірити свої вміння, продемонструвати самостійність, навчитися працювати без сторонньої допомоги. Важливо створити умови для стимулювання та мотивації позитивного ставлення учнів до виконання самостійної роботи.

Про самостійну роботу можна говорити як про діяльність учня лише тоді, коли у нього є чітка система мотивів. Учень повинен розуміти, чому він виконує ту чи іншу самостійну роботу. Серед можливих мотивів можуть бути такі:

- отримання нових знань;
- перевірка своїх навичок і вмінь у розв'язуванні задач;
- оцінка власного рівня знань за певною темою.

Такі мотиви є позитивними, тому саме вони й бажані.

Перед початком самостійної роботи доцільно завжди повідомляти її мету, звертати увагу учнів на корисність її особисто для кожного з них. Щоб робота виконувалась не лише для отримання правильного результату чи оцінки, а й для перевірки, розвитку тих якостей особистості, як розум, воля, пам'ять, спостережливість і, звичайно, самостійність. Вчитель завжди повинен продумувати організацію самостійної роботи так, щоб вона була підкріплена особистими потребами учня. Наприклад, для старшокласників при формуванні мотивації до вивчення предмета досить важливі у навчальному процесі моменти, які мають профорієнтаційну спрямованість. Щоб рости у вдосконаленні тої чи іншої професійної діяльності, слід вміти організовувати і вдосконалювати свої дії.

2.6. Ігрові ситуації на уроках математики

Під час проведення уроків математики в рамках педагогічної практики, індивідуальних та факультативних занять ми прагнули максимально сприяти сприйняттю та усвідомленню як базових, так і підвищених програмних вимог з математики. Це також включало розвиток творчих здібностей учнів,

математичної культури та логічного мислення. Для досягнення цієї мети ми використовували різні форми та методи, зокрема уроки-семінари, практикуми, а також уроки-заліки та уроки-огляди знань.

Учні середніх класів особливо люблять уроки математики, в яких присутні елементи гри. Адже для розв'язання задачі недостатньо лише зрозуміти її умови — потрібно також мати бажання шукати рішення. Гра дозволяє без особливих зусиль залучити навіть учнів, які мають труднощі, до процесу пошуку розв'язку, стимулюючи їхню зацікавленість у творчій діяльності. Водночас вона сприяє розвитку уважності, логічного мислення та математичного мовлення серед учнів.

Пізнання математики через ігри сприяє формуванню любові до цієї дисципліни, яка інколи переростає в справжню потребу займатися математикою. Використання елементів гри та змагань на уроці має значний вплив на активність учнів. Мотивація, що виникає під час гри, допомагає створити додаткові умови для інтенсивної розумової діяльності учнів, підвищує їхню концентрацію, наполегливість та працездатність, а також сприяє розвитку почуття успіху, задоволення та колективізму.

Ігрові методи навчання ми використовували як під час вивчення нового матеріалу, так і для повторення, щоб систематизувати та узагальнити вже здобуті знання.

“Математична мозаїка”

Цю гру можна використовувати під час вивчення операцій з натуральними та раціональними числами, властивостей степенів, а також для перевірки вивчених математичних понять і законів. Кількість учасників може варіюватися від 2 до 5 осіб (клас слід поділити на відповідну кількість груп).

Ігровий процес полягає в тому, що учасники мають картки з малюнками, які розрізані навпіл. На зворотній стороні кожної частини картки записується завдання, наприклад: $-5+3$. На іншій половині цієї ж картки міститься відповідь -2 . Деякі відповіді можуть бути однаковими, оскільки можуть траплятися завдання, такі як:

$$5 \cdot (-4) = -20 \quad \text{і} \quad (-40) : 2 = -20.$$

Щоб уникнути плутанини, завдання слід написати різними кольорами. Потім усі картки перемішуються і роздаються учням. Гру розпочинає той, хто перший, обирає будь-який приклад і кладе картку із завданням лицем вгору на середину столу. Той, у кого є відповідь на це завдання, ставить свою картку поруч. Після того як обидві картки перевертаються, учасники перевіряють, чи відповідає малюнок на картках.

Якщо хтось помилиться, він забирає картки собі і втрачає хід. Якщо картка викладена правильно, учень ставить нове завдання для інших учасників. Якщо у когось є приклад і відповідь до нього, він може викласти свої картки на стіл, не втрачаючи ходу.

Переможе той, хто перший позбудеться всіх карток. Картки для цієї гри виготовляються разом зі старшокласниками, які потім допомагають вчителю контролювати хід гри та оцінювати результати.

Перевіряючий може поставити оцінку, написати своє прізвище. Після перевірки завдань вчитель збирає картки. Вибірково ставимо деяким учням оцінки в журнал. У ході цієї гри розвивається почуття відповідальності за набуті знання, уміння самостійно працювати, логічно викладати свої міркування. Є шанс ще раз показати рівень своїх знань з даної теми, продемонструвати свої вміння і навички застосування теоретичних знань на практиці, уміння правильно, справедливо оцінювати свої знання.

Ще одним цікавим і ефективним методом вивчення математики, що сприяє розвитку творчих здібностей учнів, є складання та розв'язування задач із казковими сюжетами. Такі задачі надзвичайно приваблюють дітей завдяки своїй цікавій формі і здатні посилити інтерес до навчання. Вони не лише сприяють вирішенню математичних проблем, а й стимулюють бажання допомогти улюбленим героям. Розв'язання таких задач зазвичай включає несподівані напрямки мислення, логічні міркування та творчі підходи, що посилює емоційне сприйняття учнів.

Важливо, щоб завдання відповідали рівню розвитку учнів, а також давали їм стимул для розв'язування. Перший крок у вирішенні задачі часто

має бути підказкою, яка мотивує дитину до подальшого пошуку рішення, і водночас допомагає подолати труднощі. Іноді навіть здібний учень може втратити інтерес, якщо умови задачі будуть занадто складними або нецікавими. Тому використання казкових сюжетів, які на перший погляд здаються незв'язаними з математикою, може стати відмінним способом залучити учнів. Казка, здається, і математика – абсолютно різні сфери, але часто саме через таку форму можна ефективно залучити дітей до математичних роздумів.

Задачі з казковими сюжетами, хоча й можуть бути об'ємними за змістом, допомагають створити живе і цікаве навчальне середовище, яке стимулює пізнавальну активність та розвиває креативне мислення у школярів. Але ж це казки. Дуже часто при складанні задач доводиться дотримуватися літературного тексту казки. Проте в такому випадку учні з великим задоволенням читають умову, вникають у зміст.

Ось приклад фрагмента уроку для 5 класу з теми «Натуральні числа», в якому використовуються задачі з казковим сюжетом:

У господарстві попа працюють 10 робітників. Кожен робітник за день з'їдає паляницю та інші продукти. Піп прийняв на роботу Балду, який живе в домі попа, спить на соломі, їсть за чотирьох і працює за сімох. Піп вирішив звільнити зайвих працівників. Скільки паляниць хліба він зекономить щоденно?

Ця задача допомагає учням з'ясувати, як використання казкових образів може сприяти розвитку математичних навичок і заохочує їх до пошуку розв'язків через цікаві ситуації. Використання елементів гри і казки робить уроки не лише корисними, але й емоційно насиченими, зменшуючи стомленість та підвищуючи концентрацію уваги учнів. Це стимулює їхню кмітливість, почуття змагання та взаємодопомоги.

Висновки

Аналіз психолого-педагогічної, методичної літератури, аналіз досвіду роботи вчителів математики та проведене нами експериментальне дослідження в школі під час педагогічної практики дозволили зробити ряд висновків:

1. У системі засобів, направлених на удосконалення навчального процесу велике значення має вміння формувати пізнавальні інтереси школярів.

Пізнавальний інтерес трактується як специфічна і цілеспрямована діяльність особистості, направлена на набуття тих чи інших знань, на виконання певної роботи. Під його впливом змінюється весь характер діяльності учнів. Вона стає більш самостійною, включаючи в себе активний пошук, емоційно збагачується.

2. Об'єктивною основою розвитку пізнавальних інтересів учнів є високий рівень навчання з його дійсно науковим змістом і педагогічно мотивованою організацією активного і самостійного пізнання. Пізнавальні інтереси учнів у навчальному процесі виконують кілька важливих функцій. По-перше, вони є метою навчання, адже розвиток цих інтересів сприяє глибшому засвоєнню знань та формуванню самостійних учнів, які прагнуть досягати успіху в навчанні. По-друге, пізнавальні інтереси стають ефективним засобом у руках вчителя, який, враховуючи їх, може вибудовувати навчальний процес так, щоб зацікавити учнів та мотивувати їх до активної діяльності. І, нарешті, пізнавальні інтереси є результатом навчання, адже саме вони відображають рівень усвідомлення учнем отриманих знань та бажання їх застосовувати в практичній діяльності.

3. Наші дослідження показали, що шляхами формування пізнавальних інтересів учнів є: новизна знань, що викликає безпосередні орієнтовні дії, проблемне навчання, використання знань сучасної наукової думки, показ суспільної та особистої необхідності знань, різноманітність самостійних робіт учнів з особливим виділенням робіт творчого характеру.

4. Однією з основних умов розвитку пізнавальних інтересів учнів є систематична пошукова діяльність, що вимагає прояву самостійності та ініціативи у засвоєнні знань.

5. Одним із стимулів формування пізнавальних інтересів учнів є застосування раціонального поєднання різноманітних методів і прийомів навчання.

Важливою передумовою розвитку пізнавальних інтересів школярів є спілкування в класі. Його стимулює оптимальне поєднання таких форм роботи на уроці, як парна, групова, колективна у зв'язку з індивідуальною і фронтальною. У складі груп кожен учень виступає як суб'єкт і як об'єкт спілкування, виявляє вплив членів групи, колективу і сам впливає на них. В ході здійснення таких форм пізнання учні включаються у багатопланові і безпосередні відношення співробітництва і взаємодопомоги, контролю і залежності. У процесі такого ділового спілкування формується позитивне відношення до своїх ровесників і таке ж відношення до результатів пізнання.

6. Узагальнюючи дані педагогічних досліджень, можна сформулювати наступні показники інтересу: активне включення в навчальну діяльність (скільки разів піднімав руку, відповідав, виступав на уроці, задавав запитання вчителю); участь в аналізі і доповненнях відповідей товаришів; намагання глибше зрозуміти зміст навчального матеріалу; захоплення пізнавальною діяльністю; самостійність висновків і узагальнень; використання у відповідях додаткової інформації; вибір складного варіанту завдання; активна участь у роботі гуртка, факультативу, у позакласній роботі з математики; відсутність необхідності у постійному контролі; намагання при будь-яких труднощах виконати завдання; володіння необхідними розумовими прийомами.

7. Пізнавальні інтереси учнів можна класифікувати за рівнями розвитку, кожен з яких відображає глибину та складність пізнання явищ і процесів. На елементарному рівні пізнавальних інтересів учні зосереджуються на фактах, конкретних явищах і виконанні дій за зразком. Вищим рівнем є інтерес до закономірностей, залежностей, причинно-наслідкових зв'язків, що дозволяє учням самостійно описувати ці процеси в

ході пізнавальної діяльності. Останній, творчий рівень пізнавальних інтересів охоплює інтерес до теоретичних проблем і сприяє розвитку здатності діяти не за стандартом, а створюючи оригінальні та інноваційні рішення, які базуються на глибокому розумінні предмету.

Таким чином, удосконалення форм пізнавальної діяльності є однією з важливих педагогічних умов підвищення пізнавальних інтересів учнів. Проведеним дослідженням підтверджується, що найбільш ефективно впливає на процес формування пізнавальних інтересів така методика, яка, крім нормативного матеріалу, дає додаткову інформацію, враховує попередню підготовку учнів і, що особливо важливо – спосіб педагогічного керівництва, створення правильних дидактичних умов.

Практична значимість та новизна проведеного дослідження визначається добром навчальних вправ та пізнавальних завдань для учнів, які сприятимуть розвитку у них стійкого інтересу до математики.

Матеріали дослідження можуть бути використані студентами та вчителями в процесі навчання учнів математики.

Список використаних джерел

1. Аніпонова М. Активізація творчої діяльності учнів на уроках математики. // Математика. – 2009. – № 23. – С. 3-5.
2. Бібік Н. М. Формування пізнавальних інтересів молодших школярів / Н. М. Бібік. – Київ : Віпол, 1987. – 96 с.
3. Бойко Н. О. Дидактичні умови формування пізнавального інтересу у школярів : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 ; Харківський держ. пед. ун-т ім. Г. Сковороди / Н. О. Бойко. – 1999. – 19 с.
4. Василевська В. В. Розвиток і формування пізнавального інтересу учнів шляхом використання інтерактивних технологій. URL: <https://urok.osvita.ua/materials/proftech/40354/>
5. Головань Т. Пізнавальний інтерес як чинник підвищення ефективності процесу навчання / Т. Головань // Рідна школа. – 2004. – № 6. – С. 15–17.
6. Григулич С. Формування у старшокласників навичок самостійної роботи при вивченні математики // Рідна школа. – 1999. – №12. – С.55–60.
7. Жмур І.П. Активізація пізнавальної діяльності школярів // Математика. – 2000. – №14. – С.2–4.
8. Забранська Н. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. // Математика. – 2004. – серпень № 31– 32. – С. 13–15.
9. Забранський В., Заюранська Н. Самостійно набуті знання – найцінніші (учителю математики У-УІ кл.) // Рідна школа. – 1995. – №8. – С.7-8.
10. Касьяненко М. Д. Підвищення ефективності навчання математики. – Київ : Освіта. – 1990. – 245 с.
11. Калашник І.І. Стимулювання особистісного розвитку учнів на уроках математики за допомогою інтерактивного навчання. // Математика в школах України. – 2010. – № 5. – С. 2–6.
12. Киричук О. І. Виховання в учнів інтересу до навчання / О. І. Киричук. – Київ : Знання, 1986. – 48 с.

13. Лебетко С. Шляхи і методи активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. URL: <https://naurok.com.ua/shlyahi-i-metodi-aktivizaci-piznavalno-diyalnosti-uchniv-na-urokah-matematiki-336914.html>
14. Лозова В. І. Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів ; [монографія] / В. І. Лозова. – 2-ге вид., доп. – Харків : Харк. держ. пед. ун. ім. Г. С. Сковороди : О.В.С., 2000. – 164 с.
15. Лозова В. І. Пізнавальна активність школярів (Спецкурс з дидактики) : навч. посібник для пед. ін-тів / В. І. Лозова. – Харків : Основа при ХДУ, 1990. – 89 с.
16. Мазур Р. Розвиток мислення // Рідна школа. – 1994. – №12. – С.10–17.
17. Максименко В.П. Застосування проблемності в процесі викладання математики в IV-V кл. // Радянська школа. – 1978. – №4. – С.51–57.
18. Ніколаєва Т. Ю. Розвиток пізнавального інтересу на уроках математики як засіб підвищення якості знань учнів. URL: https://urok.osvita.ua/materials/edu_technology/30851/
19. Онищук В. О. Шлях до глибоких знань / В. О. Онищук. – К. : Знання, 1999. – 47 с.
20. Педагогіка. За ред. Ярмаченка М.Д. – Київ : Вища школа. – 1986. – 324 с.
21. Петренко Р. Стимулювання творчої ініціативи учнів на уроках: опис досвіду. /Р. Петренко // Математика. – 2009. –№ 2. – С. 1–6.
22. Подшивайло Н.М. Методика формування пізнавальних інтересів учнів у процесі навчання математики. URL: <https://vseosvita.ua/library/formuvanna-i-rozvitok-piznavalnogo-interesu-uchniv-na-urokah-matematiki-171623.html>
23. Повстемська В. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики як засіб підвищення результативності навчального процесу // Математика в школах України. – 2004. – № 34. – С. 2–5.
24. Резніченко Р. Організація самостійної роботи учнів // Математика в школі – -2000. – №3. – С. 32-34.

25. Таньшина А. Елементи історизму у викладанні математики // Математика в школі. – 2000 – №3. – С.35–36.
26. Томенко О. Урок – економічна гра. Елементи прикладної математики. (Математика і економіка). // Математика в школі. – 2000. – №4. – С.54–56.
27. Ушинський К.Д. Твори у 6 т. – Київ : Рад школа, 1954. – т.2. – 500с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Урок-гра "Зоряний час дробів"

Обладнання: Плакат, на якому зображений космічний простір, ілюстрації, зірочки, жетони, таблиці із завданнями, бочечки із цифрами для гри в лото, таблиці із цифрами для відповідей.

ХІД УРОКУ:

Сьогоднішній урок ми проведемо у форматі гри "Зоряний час дробів". Її мета — поглиблення знань про дробі через захопливий ігровий процес.

Правила гри такі:

1. *Кількість учасників:* У першому турі беруть участь 6 гравців. У кожному наступному турі кількість учасників зменшується на одного.
2. *Процес гри:* Кожен гравець отримує набір табличок із номерами, які відповідають варіантам завдань.
3. *Механіка відповіді:* Для відповіді на завдання гравець піднімає табличку з обраним номером.
4. *Система балів:* За правильну відповідь гравець отримує жетон.
5. *Вибування:* Учасник із найменшою кількістю жетонів після кожного туру вибуває. Вибулий отримує заохочувальний приз.
6. *Переможець:* У фіналі залишається один гравець, який стає переможцем гри.

1-й тур (6 учасників)

На дошці вивіщується таблиця 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{17}{5}$	$\frac{12}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{2}$

Запитання:

1. Який з дробів виражає четвертину?

2. Покажіть дріб, що дорівнює числу $3\frac{2}{5}$.
3. Знайдіть дріб, що дорівнює 4.
4. Який дріб виражає половину?
5. Який з дробів є нескінченним чистим періодичним дробом?
6. Який з дробів більший за 1, але менший за 2?
7. Знайдіть найбільший неправильний дріб.

2-й тур (5 гравців)

Ведучий виймає з коробки 5 бочечок для гри в лото. За 1 хв потрібно записати на аркушах паперу всі можливі дроби, які можна утворити з 5 чисел, записаних на бочечках.

3-й тур (4 гравці)

На дошці вивішується таблиця 2:

1	Відсоток
2	Промілле
3	Унція
4	Десятина
5	Чверть
6	Половина
7	Третина

Запитання:

1. Як називається дріб $\frac{1}{1000}$?
2. Як називався дріб $\frac{1}{12}$ у стародавніх римлян?
3. Як називається дріб $\frac{1}{100}$?

4-й тур (3 гравці)

Запитання:

1. Розмістіть дроби в порядку зростання:

1	2	3	4
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$

2. Обчисліть: $\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}$.

3. Обчисліть: $\frac{8}{14} - \frac{3}{7}$.

4. Обчисліть: $\frac{1}{12} + \frac{14}{24}$.

5. Обчисліть: $\frac{11}{36} \cdot \frac{9}{11}$.

6. Знайти зайвий дріб:

1	2	3	4
$\frac{4}{7}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{133}{121}$	$\frac{453}{657}$

7. Який з цих чотирьох дробів більший за 1?

Перед фіналом група учнів виконує жартівливу пісеньку “Дроби”:

Ми вже дроби повивчали,

Всі задачі розв’язали.

Я сиджу і весь трясуся,

Бо я дробів цих боюся.

Приспів:

Ой, ці дроби!

Чом страшні мені ці дроби?

Чом сиджу і весь трясуся,

Чом я, дроби, вас боюся.

Що ж це маю я діяти,

Як ці дроби повивчати?

Я не знаю, що робити,

Як ці дроби скоротити.

Приспів (той самий).

Треба добре мені знати
Як вас, дроби, додавати,
А ще треба мені вміти,
Різні дроби поділити.

Приспів:

Ой, ці дроби!
Не страшні мені ці дроби.
Я тепер вже не трясуся,
Я вас, дроби, не боюся.

Завдання:

За 1 хв напишіть математичні терміни, які починаються на букви, з яких складається слово “Дріб”. Перемагає той, хто напише більше слів.

Учасника фіналу нагороджують заохочувальним призом, а переможцю гри вручається головний приз.

Урок-КВК

Тема: Додавання, віднімання і множення звичайних дробів.

Мета уроку: Перевірити знання учнів по темі “Звичайні дроби”. Систематизувати знання з вивченої теми, розвивати математичну мову, формувати почуття колективізму.

Обладнання: роздатковий матеріал.

ХІД УРОКУ

I. Організаційний момент. (Вітання команд).

Сьогодні ми перевіримо вашу готовність до контрольної роботи і винахідливість. Спочатку команди привітають одна одну, а потім проведемо розминку.

II. Привітання команд.

Команди шикуються у проходах між партами, капітани стають біля дошки. Вітають одні одних.

III. Розминка.

За кожну правильну відповідь присуджується 1 бал, а за повне пояснення – ще 1 бал.

1) На дошці умови завдань:

Завдання I команді

Завдання II команді

1) Знайти помилки у прикладах:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{7} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{9}$$

$$1\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

$$2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{3}$$

$$1\frac{5}{12} \cdot 4 = \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$$

$$2 \cdot 1\frac{1}{2} = 3$$

$$7\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{7} = \frac{4}{9}$$

$$9 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$6 \cdot \left(\frac{1}{6} + 1\right) = 7$$

$$4\left(2 - \frac{1}{4}\right) = 7$$

Представники команд відповідають почерзі.

Продовжуємо розминку самостійною роботою. 5 балів одержить команда, яка першою здасть аркуші з розв'язаними задачами.

№ 291 (В. 53,5)

№ 290 (В. 43,3)

Для слабших учнів:

№ 289(1) (В. 2,2)

№ 289(2) (В.1,8)

IV. Конкурс “Бліцтурнір”.

До дошки викликаються по одному бажуючому від кожної команди (крім капітанів і консультантів). Вони розв'язують приклад:

$$\left(3\frac{13}{50} - 3\frac{1}{20}\right) \cdot 3\frac{4}{7} + \frac{5}{12} \cdot 1\frac{7}{15} = \quad \quad \quad \left(\text{В. } 1\frac{13}{36}\right)$$

У. Конкурс капітанів.

Капітани отримують картки із завданнями. Капітан, кий першим виконає завдання без помилок, одержить 5 балів.

Картка 1.

Картка 2.

$$8\frac{1}{5} + \frac{3}{17} \left(3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{5} \right)$$

$$7\frac{2}{3} - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{7} \right) \cdot \frac{7}{15}$$

УІ. Конкурс консультантів (в 5 балах).

а) $7 - 3\frac{4}{5}$;

а) $4 - 1\frac{5}{12}$;

б) $0,2 \cdot \frac{5}{8}$;

б) $\frac{4}{5} \cdot 0,5$.

УІІ. Конкурс “Математичний футбол”.

Учні ставлять запитання членам команди суперників. За кожну неправильну відповідь зараховується гол - знімається 1 бал.

УІІІ. Підбиття підсумків змагання за таблицею.

ІХ. Підсумок уроку.

Х. Домашнє завдання.

ЯК ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ ІЗ ДЕСЯТКОВИМИ СПЕРЕЧАЛИСЯ

Одного разу звичайні та десяткові дроби проводили змагання з футболу. Результатом виявилася нічия, але футболісти ніяк не могли заспокоїтися і розійтися: їм конче було потрібно з'ясувати – яка команда краща.

Команда “Кома” (десяткові дроби) вихвалялася:

- ми такі гарні! Нас записують в один рядочок. Ми ще й дуже економні. Бо у багатьох випадках нас можна записати меншою кількістю знаків, ніж відповідний звичайний дріб. Ось, наприклад, десятковий дріб 0,123 має 5 знаків, включаючи кому, а звичайний $\frac{123}{1000}$ - 8 знаків, включаючи риску.

Команда “Риска”. (А це, як ви здогадалися, були звичайні дроби), заперечувала:

- зате нас легше читати! Ось порівняйте: 0,000003 і $\frac{3}{1000000}$. Другий дріб прочитати легше.

Десяткові дроби сказали: “Нас легше додавати, віднімати й порівнювати, ніж вас”. А звичайні дроби відповіли: “Зате при діленні ми даємо завжди точний результат, а ви - інколи й наближений”.

Десяткові дроби думали – думали і сказали: “Нас частіше використовують, бо ми пов’язані з десятковою системою числення, з таблицями мір”. А звичайні дроби відразу ж почали хизуватися своєю основною властивістю, якої, як відомо, немає в десятикових дробів. Проте від дописування до них справа будь-якої кількості нулів їх величина не змінювалася.

Нарешті звичайні дроби заявили:

- з нашою допомогою можна записувати довільні частини, а не тільки десяті, соті і так далі. Ми могутніші.

Цей аргумент, певно, переконав десяткові дроби і змусив декого позаздрити з вичайним, бо якийсь десятковий дріб вигукнув:

- Ну й що! А ось я зараз візьму і перетворюся у звичайний!

І не встигла команда “Риска” відповісти, як поруч вже не було жодного десяткового дробу – всі, уявіть собі, перетворилися на звичайні. Ще й вихвалялися: “Ось як ми вміємо!”

- як так, то ми можемо перетворитися на десяткові! Ми від вас не гірші!

І чисельники почали швидко ділитися на знаменники. У декого перетворення відбулося швидко, а ось у дробів $\frac{2}{3}$, $\frac{13}{99}$ справа затяглася.

- Зачекайте, ми швидко ... зараз поділимось ...

Але команда “Кома” насміхалася:

- Ніколи, ніколи не закінчиться ділення... хіба ти, $\frac{2}{3}$, не бачиш, що

при діленні завжди виходить у частці 6, а в остачі 2 і це без кінця?

$$\frac{2}{3} = 0,6666....$$

Те саме з дробом $\frac{13}{99}$:

$$\frac{13}{99} = 0,131313...$$

Так нічого у дробів-невдах не вийшло б, якби не прийшов на допомогу тренер команди “Кома” майстер спорту пан Десятковець. Він приніс спеціальну машину, схожу на м’ясорубку, і почав перекручувати в ній дроби.

Спочатку дріб $\frac{2}{3}$. З отвору з’явився нуль, потім кома, а далі ... далі не цифра зовсім, а кругленька дужка, ось така: (. Не встигли дроби здивуватися, як з’явилася цифра 6, а потім і друга дужка). І вийшло:

$$\frac{2}{3} = 0,(6).$$

Усі були здивовані: чому цифра 6 у дужках? І тренер пояснив, що вона тепер не просто цифра, а **період**, 0,(6) – це періодичний дріб. Побачивши це,

дріб $\frac{13}{99}$ швидко стрибнув у машинку і перетворився на $0,(13)$. Незабаром не залишилося поруч жодного звичайного дробу. Всі (і гравці, і болільники) перетворилися у десяткові – або скінчені, або періодичні. Періодичні так хизувалися своїми періодами, що скінченні позаздрили і теж здобули період – число нуль. Ось так: $0,2=0,2(0)$. І хоча тренер казав, що це зайве. Вони не бажали розлучатися зі своєю новою прикрасою.

Врешті-решт дріб $0,(5)$ викрикнув:

- Ой, я не пам'ятаю, хто я! Я був звичайним дробом, але яким? Не пригадую ... А ваша машинка – вона може повернути мені початковий вигляд?

- Машинка не може, але я можу, - відповів пан Десятковець. – зможеш і ти, треба тільки знати правило. Ось слухай: Який в тебе період?

- П'ять.

- Твій чисельник – це число 5. А скільки цифр ти маєш у періоді?

- Одну ...

- Твоїм знаменником буде одна дев'ятка. Згадав, хто ти?

- Так. Я дріб $\frac{5}{9}$. А мій друг $0,(123)$ – він хто?

- За цим самим правилом він число $\frac{123}{999}$, але, щоб набути

попереднього, гарного вигляду, треба його скоротити.

- То що, так можна кожний періодичний дріб відразу перетворити у звичайний?

- Зрозуміло ... Чистий можна перетворити відразу, а брудний спочатку вимити з милом, так?

- Зовсім ні. “Брудних” дробів не буває, бувають змішані періодичні, ось, наприклад, такі: $0,5(2)$.

- То вони не зможуть перетворитися у звичайні?

- Чому не зможуть ... тільки правило там інше, трошки складніше.

Хочете розповім. Але серед присутніх таких дробів не знайшлося. Вони були настільки втомлені грою, суперечкою і новими враженнями, що про жодні правила не хотіли слухати. То ж і ми з вами відкладемо це до іншого разу.

ЗАХОПЛЮЮЧА МАТЕМАТИКА

1. Сходи

У будинку 6 поверхів. Скажіть, у скільки разів шлях по сходах на шостий поверх довший, ніж шлях по тих самих сходах на третій поверх, якщо прольоти між поверхами мають однакове число східців?

2. Головоломка

Який знак треба поставити між написаними поряд цифрами 2 і 3, щоб вийшло число, яке більше двох, але менше трьох?

3. Цікаві дроби

Якщо до чисельника і знаменника дроби $1/3$ додати його знаменник, то дріб збільшиться вдвоє. Знайти такий дріб, який від додавання знаменника до його чисельника і знаменника збільшився б: а) утворює; б) учетверо. (Ті, що знають алгебру, можуть узагальнити задачу і розв'язати її за допомогою рівняння).

4. Яке число?

Половина – третина його.

5. Шлях учня

Боря щоранку проходить досить довгий шлях до школи. На відстані 1/4 шляху від дому до школи стоїть будинок РТС з електричним годинником на фасаді, а на відстані $1/3$ всього шляху – залізнична станція. Коли він проходив повз РТС, то годинник звичайно показував 7 год 30 хв, а коли проходив повз станцію, то годинник показував 8 год без 25 хвилин. Коли Боря виходив з дому і о якій годині приходив до школи?

6. На стадіоні

Уздовж бігової доріжки розташовано 12 прапорців із рівними проміжками між ними. Старт спортсмена відбувся біля першого прапорця. Через 8 секунд він досяг восьмого прапорця. Зберігаючи сталу швидкість, скільки часу йому знадобиться, щоб дістатися дванадцятого прапорця?

7. Чи виграв?

Остап повертався з Києва додому. Першу половину шляху він проїхав поїздом у 15 раз швидше, ніж коли б він ішов пішки. Однак другу половину шляху йому довелося проїхати на волах – у 2 рази повільніше, ніж коли б він ішов пішки. Чи виграв Остап у часі порівняно з тим, коли б він увесь шлях пройшов пішки?

8. Будильник

Будильник відстає на 4 хв за годину. 3,5 години тому його поставили точно. Зараз на годиннику, який показує точний час, рівно 12. Через скільки хвилин на будильнику також буде 12?

9. Замість дрібних часток великі

На великих заводах існує надзвичайно цікава професія – розмітник. Цей фахівець займається нанесенням на заготовки розмічальних ліній, які визначають місця для подальшої обробки деталі. Такі лінії забезпечують точність надання заготовці необхідної форми, сприяючи виготовленню високоякісних деталей відповідно до технічних креслень..

Розмітникам дійсно довелося зіткнутися з цікавою задачею: розділити 7 пластинок між 12 деталями, зберігши цілісність пластин та уникнувши зайвих дрібних частин. Для цього необхідно було знайти спосіб поділу, який би задовольняв умови рівномірного розподілу та максимально зберігав пластинки цілими.

Одним із підходів могло бути використання методу, заснованого на поділі пластинок на більші частини, ніж $1/12$. Наприклад:

- Можна поділити пластинки на частини кратні 12, такі як $1/4$ (кожна частина ділиться на 3), або $1/3$ (кожна частина ділиться на 4), щоб уникнути занадто дрібних часток.
- Далі, 7 пластинок можна було би розділити так, щоб на кожну деталь припадала рівна частка загальної площі пластинок.

10. Брусок мила

На одній шальці терезів розміщено брусок мила, а на іншій — три чверті такого ж бруска та додатково три чверті кілограма. Терези залишаються в рівновазі. Яка маса бруска мила?

11. Арифметичні горішки

Задача 1. Двома цифрами написати найменше ціле додатне число.

Задача 2. Число 37 записане п'ятьма трійками:

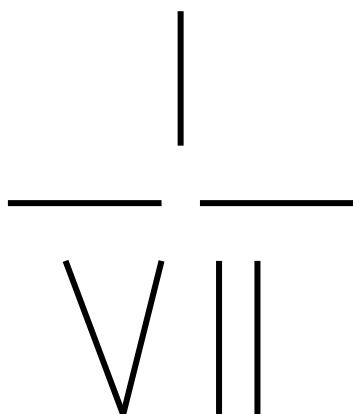
$$37 = 33 + 3 + 3/3.$$

Знайдіть інший спосіб запису числа 37 за допомогою п'яти трійок.

Задача 3. Написати 100 шістьма однаковими цифрами.

Задача 4. Написати 55 п'ятьма четвірками.

Задача 5. Написати 20 чотирма дев'ятками.



Задача 6. З семи сірників викладено число $1/7$. Перетворити цей дріб у число $1/3$, не збільшуючи і не зменшуючи числа сірників.

Задача 7. Написати число 20 цифрами 1, 3, 5, 7 і 9, дорівнює сумі двох чисел, утворених з цифр 2, 4, 6 і 8. Знайдіть ці числа, беручи кожную з них по одному разу.

Задача 8. Сума двох чисел, утворених з цифр 1, 3, 5, 7, 9 дорівнює сумі двох чисел, утворених з цифр 2, 4, 6, 8. Знайдіть ці числа, беручи кожную з них по одному разу. (Застосовувати неправильні дроби при цьому не дозволяється).

Задача 9. Які 2 числа при множенні одного на друге і при відніманні одного від другого дають один і той самий результат? Таких пар чисел безліч. Як утворюються ці пари?

Задача 10. З цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 складіть два рівні дроби, сума яких дорівнює 1. Взяти треба всі цифри і кожную з них тільки один раз. (Задача має кілька розв'язків).

Задача 11. Беручи по одному разу кожную з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,

9, склассти мішані дроби, сума яких становить 100. (Задача має кілька розв'язків).

12. Дроби-доміно

Вийміть з ящика доміно всі кісточки, обидві половини яких містять по однаковому числу очок (дублі), і кісточки, які не містять очок хоча б на одній половині (бланші). Решту 15 кісточок можна розглядати як дроби і розмістити їх у такі 3 ряди, щоб сума дробів у кожному з них дорівнювала 2,5:

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{3} + \frac{4}{1} + \frac{5}{5} = 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 2\frac{1}{2}$$

Цікаво, що, перерозподіляючи ці 15 кісточок доміно, можна утворити такі ряди дробів, сума яких буде числом цілим (але, взагалі кажучи, різним у різних рядах).

Беручи деякі з кісточок доміно як неправильні дроби, наприклад $\frac{4}{3}$, $\frac{6}{1}$, $\frac{3}{2}$ і т.д., спробуйте розмістити всі 15 кісточок у три ряди по 5 кісточок у кожному, але так, щоб сума дробів у кожному ряді дорівнювала числу 10.

З першого разу це, звичайно, не вийде. Доведеться подумати і повправлятись.

Які числа, крім зазначених у цій задачі, вам удалося б дістати, розміщуючи кісточки доміно в три ряди і додаючи відповідні дроби (сума в усіх трьох рядах повинна бути однаковою).

13. Михайликові кошенята

Побачить Михайлик де-небудь кинуте кошеня, обов'язково візьме і принесе до дому. Завжди виховується у нього кілька кошенят, а скільки саме, він не любив говорити, щоб з нього не глузували.

Бувало питають у нього:

- скільки у тебе тепер кошенят?
- Небагато, - відповість він, - три четверті їх числа та ще три чверті одного кошеняти.

Друзі думали, що він просто жартує. А тим часом Михайлик давав їм задачу, яку розв'язати зовсім не важко. Спробуйте!

14. Середня швидкість

Половину шляху ішов кінь порожняком із швидкістю 12 км/год.

Яка середня швидкість, тобто з якою незмінною швидкістю треба було б рухатись коневі, щоб на весь шлях затратити стільки ж часу?

15. Сплячий пасажир

Проїхавши половину всього шляху, пасажир ліг спати і спав доти, доки не лишилось їхати половину шляху, який він проїхав спавши. Яку частину всього шляху ввін проїхав спавши?

16. Яка довжина поїзда?

Два поїзди йдуть один одному назустріч по паралельних коліях; один з швидкістю 36 км/год, другий з швидкістю 45 км/год. Пасажир з другого поїзда помітив, що перший поїзд йшов повз нього протягом 6 секунд. Яка довжина першого поїзда?

17. Велосипедист

Коли велосипедист проїхав $\frac{2}{3}$ шляху, лопнула шина. Решту шляху він пройшов пішки і затратив на це вдвоє більше часу, ніж на велосипедну їзду.

У скільки разів велосипедист їхав швидше, ніж ішов?

18. Змагання

Токарі Володя і Кость – учні училища металістів, одержавши від майстра однакові наряди на виготовлення партії деталей, хотіли виконати свої завдання одночасно і достроково.

Проте через деякий час виявилось, що Кость зробив тільки половину того, що лишилось зробити Володі, а Володі лишилось зробити половину того, що він вже зробив.

У скільки разів повинен тепер збільшити свій денний виробіток Кость порівняно з Володею, щоб одночасно з ним виконати свій наряд?

19. Хто правий?

Маша розв'язувала арифметичну задачу. Остання дія полягала у визначенні обсягу земляних робіт, а для цього треба було перемножити три числа.

Маша благополучно перемножила перші два числа і тільки-но приготувалась множити знайдений результат на третє число, як раптом помітила, що другий співмножник вона записала неправильно: він був більший від того числа, яке треба було записати за умовою, на $1/3$ його.

Тоді Маша, щоб не виконувати ще раз ту саму дію, вирішила, що все одно знайде правильний результат, якщо тепер третій співмножник спершу зменшить на $1/3$ його самого, тим більше, що він дорівнював другому співмножнику.

- Так робити не можна, - сказала їй подруга, - ти при цьому помилилась на 20 кубометрів.
- Яка ж тут може бути помилка? – заперечила Маша. – раз одне число я збільшила, а дрге, рівне йому, на таку саму частину зменшила, то я гадаю, що добуток не змінився.

Хто правий?

Чи не зможете ви, користуючись наведеними даними, розв'язати задачу?

20. На вечерю – 3 піджарені скибочки

На спеціальній маленькій сковорідці мама дуже смачно піджарює скибочки хліба. Піджаривши один бік кожної скибочки, вона перевертає її на другий бік. Кожний бік скибочки піджарюється 30 секунд, причому на сковорідці можна класти поряд тільки дві скибочки.

Зміркуйте, як при цих умовах мама піджарює обидва боки трьох скибочок за 1,5 хвилини, а не за 2, і ви матимете на вечерю 3 смачні піджарені скибочки.