

**Міністерство освіти і науки України**  
**Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка**  
**Кафедра фундаментальних дисциплін початкової освіти**

«До захисту допускаю»  
Завідувач кафедри фундаментальних  
дисциплін початкової освіти,  
доктор педагогічних наук, професор

\_\_\_\_\_ Володимир КОВАЛЬЧУК «    » \_\_\_\_\_ 2025 р.

**АКТИВІЗАЦІЯ ОСВІТНЬОЇ ДІЯЛЬНОСТІ**  
**МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ**  
**ЗАДАЧ РІЗНИМИ СПОСОБАМИ**

*Спеціальність – Початкова освіта*  
*Освітня програма – Початкова освіта*

**Магістерська робота**

на здобуття професійної кваліфікації – *вчитель*  
*початкових класів закладу загальної середньої освіти*

**Автор роботи:** *Бутинець Христина Василівна* \_\_\_\_\_

**Науковий керівник:** кандидат фізико-математичних наук,  
доцент *Стасів Наталія Іванівна* \_\_\_\_\_

**Дрогобич, 2025**

## Захист магістерської роботи

### Активізація освітньої діяльності молодших школярів під час розв'язування задач різними способами

Оцінка за стобальною шкалою: \_\_\_\_\_

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: \_\_\_\_\_

Коротка мотивація захисту:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

\_\_\_\_\_ Голова ЕК \_\_\_\_\_

Секретар ЕК \_\_\_\_\_

## **Активізація освітньої діяльності молодших школярів під час розв'язування задач різними способами**

### **Анотація**

У магістерській роботі проаналізовано особливості та дидактичні умови формування у молодших школярів початкових уявлень про різні способи розв'язування задач під час вивчення математики. Звернута увага на розвиток в учнів вміння виконувати аналіз та синтез, здійснювати зв'язок між ними. Проаналізовано типові помилки узагальнення, які зустрічаються у різних формах під час розв'язування сюжетних задач; запропоновано основні шляхи їх усунення. Експериментально перевірено ефективність дібраних задач та зроблено висновки щодо доцільності їх використання при вивченні математики у початковій школі.

## **Activation of educational activities of primary school pupils when solving problems in various ways**

### **Annotation**

In the master's work were analyzed the peculiarities and didactic conditions of formation of the initial ideas of the primary school pupils about the generalized methods of solving problems during the study of mathematics. Attention is drawn to the development of pupils' ability to perform analysis and synthesis, to communicate between them. Were analyzed typical generalization errors that occur in various forms when solving plot problems; were proposed the main ways of their elimination. Was experimentally verified the effectiveness of the selected tasks and conclusions and were made about feasibility of their use in the study of mathematics in primary school.

## ЗМІСТ

Вступ .....	5
РОЗДІЛ 1. Психолого-педагогічні аспекти формування вмінь і навичок учнів застосовувати узагальнені способи під час розв'язування сюжетних задач .....	9
1.1. Розвиток мислення молодших школярів у процесі розв'язування задач .....	9
1.2. Дидактичні особливості застосування різних способів розв'язування задач .....	17
РОЗДІЛ 2. Вибрані питання методики розв'язування сюжетних задач різними способами .....	24
2.1. Розв'язування сюжетних задач різними способами .....	24
2.2. Поєднання арифметичного та алгебраїчного способів розв'язування задач .....	36
2.3. Аналіз результатів експериментального дослідження .....	42
Висновки .....	47
Список використаних джерел .....	49

## ВСТУП

Для розв'язання багатьох освітніх завдань під час вивчення початкового курсу математики сюжетні задачі, основи розв'язування яких закладаються саме у початковому курсі математики, є неоціненним матеріалом.

Одним з найскладніших завдань вивчення шкільної математики є навчання школярів розв'язувати сюжетні задачі. Від того, чи вміють учні розв'язувати задачі і мислити залежить вміння вчитися, міцно засвоювати, а не лише заучувати, новий програмовий матеріал та свідомо використовувати знання у найрізноманітніших нестандартних ситуаціях: і навчальних, і побутових.

Найголовнішим завданням вчителя на уроках математики у початковій школі є розвиток в учнів мовлення, мислення, накопичення запасу слів, зорових образів, термінології, просторової уяви, вироблення загальних навчальних і трудових умінь та навичок у процесі розв'язування задач [1; 11].

У початковій школі метою вивчення математики є навчання дітей мислити під час розв'язування задач, засвоювати найбільш важливі математичні поняття, операції, арифметичні дії, складати алгоритми розв'язування сюжетних задач, узагальнювати отримані відомості, застосовувати здобуті знання та досвід під час вивчення всіх шкільних дисциплін.

У методиці навчання школярів розв'язувати задачі з першого класу враховують вікові особливості, і вона є єдиним цілісним комплексом цілеспрямованого формування у початкових класах алгоритмічних вмінь і навичок моделювання прямих і обернених задачних ситуацій, формування графічних та обчислюваних вмінь узагальнення. Такий підхід значно полегшує школярам графічне розуміння кожної умови задачі, їх узагальнення, вчить аналізувати подібність і відмінність кожної задачі, добирати необхідні алгоритми, схеми розв'язування, розуміти загальне,

спільне в усіх задачах і переносити отримані знання і досвід в оновлені задачні та нестандартні ситуації.

Під час навчання учні початкових класів розв'язують велику кількість сюжетних задач як під керівництвом учителя, так і самостійно. Однак часто на кінець навчання у початковій школі у деяких школярів знання про різні типи задач залишаються несистематизованими і поверхневими. Для покращення цього становища, необхідна цілеспрямована та наполеглива робота вчителя, чітке усвідомлення ним базових вимог до формування у школярів вмінь і навичок розв'язувати і узагальнювати задачі різних типів [29].

Сюжетні задачі, які мають кілька шляхів розв'язування є тим дидактичним матеріалом, на якому у школярів пробуджується самостійність мислення, допитливість, креативність та інтерес до математики. Використання різних способів розв'язування однієї і тієї ж сюжетної задачі сприяє підвищенню емоційності учнів, зосереджує їхню увагу на аналізі змісту задач, розумінні їх структури. Розвиток мислення у психологічному плані при розв'язуванні задач досліджувався у роботах Г.В.Лебідь, Р.М.Хмурич, В.Ф. Паламарчук, З.І.Слепкань та інших [13; 17; 24]. Дослідження методистів М.В. Богдановича, М.В.Козак, С.О.Скворцової, Л.П.Шостак та інших [8; 23; 30], як правило, стосуються керівництва діяльністю школярів у процесі розв'язування сюжетних задач, використання нових прийомів розв'язування задач, моделювання сюжетних задач, активізації розумової діяльності школярів тощо. Шкільна практика свідчить, що вчителі початкової школи не достатньо звертають увагу на застосування різноманітних шляхів розв'язування задач. Іноді з'являються публікації, в яких аналізується певний прийом розв'язання задачі іншим способом.

Сьогодні актуальною є систематизація та узагальнення різних способів розв'язання сюжетних задач та виокремлення методичних рекомендацій щодо їх застосування.

Актуальність та недостатнє вирішення проблеми використання різних способів розв'язання сюжетних задач під час вивчення математики у 1-4 класах обумовили вибір теми магістерської роботи.

**Мета дослідження** – визначення психолого-педагогічних умов формування початкових уявлень про узагальнені способи розв'язування задач в молодших школярів та розробка навчально-пізнавальних завдань з використанням різних способів узагальнення сюжетних задач.

**Об'єкт дослідження** – процес формування умінь і навичок учнів початкової школи використовувати узагальнені способи розв'язування математичних задач.

**Предмет дослідження** – зміст та методи навчання математики учнів третього класу.

У процесі роботи над темою розв'язувались наступні **завдання**:

- дати психолого-педагогічну характеристику проблеми формування в учнів початкових класів уявлень про узагальнені способи розв'язування задач;
- визначити дидактичні умови, дотримання яких забезпечить вивчення понять, пов'язаних із розв'язуванням задач різними способами;
- експериментально перевірити ефективність дібраних задач та зробити висновки щодо доцільності їх використання при вивченні математики у початковій школі.

**Методи дослідження:**

- вивчення психолого-педагогічної та методичної літератури з обраної проблеми;
- аналіз змісту навчання математики у початковій школі;
- спостереження;
- тестування;
- дослідницька робота у школі.

Результати дослідження обговорені на методоб'єднанні вчителів початкових класів ПЗО Міжнародна школа «Львів Брітіш скул» м.Львова, студентській науково-практичній конференції факультету початкової освіти та

мистецтва та засіданні кафедри фундаментальних дисциплін початкової освіти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

Основні результати дослідження опубліковано у Матеріалах XIV міжнародної науково-практичної конференції «Scientific Innovation: Theoretical Insights and Practical Impacts» (March 10-12, 2025, Naples, Italy) [25].

**Новизна дослідження та його практична значущість** визначаються розробкою конспектів уроків з математики у 3 класі з використанням узагальнених способів розв'язування задач різних видів та добром відповідного дидактичного матеріалу, що дасть можливість більш ефективно вивчати математику у початковій школі, враховуючи психологічні, фізіологічні та пізнавальні можливості дітей.

**Структура роботи.** Магістерська робота складається із вступу, двох розділів, п'яти підрозділів, висновків, списку використаних джерел.

## **РОЗДІЛ 1. Психолого-педагогічні аспекти формування вмінь і навичок учнів застосовувати узагальнені способи під час розв'язування сюжетних задач**

### **1.1. Розвиток мислення молодших школярів у процесі розв'язування задач**

Освітній процес формується відповідно до тих закономірностей, які визначають дидактичні принципи. Дидактичні принципи характеризуються певною універсальністю. Під час застосування вони можуть конкретизуватися специфікою предмета та віковими особливостями дітей.

Провідною вимогою в освітньому процесі, під час здійснення диференційованого підходу та обліку вмінь розв'язувати сюжетні задачі є врахування вікових та індивідуальних особливостей учнів.

У методиці термін “**задача**” вживається у різних значеннях. У більш широкому плані можна стверджувати, що задача передбачає необхідність свідомого пошуку необхідних засобів для досягнення мети, яку хоча і добре видно, але яка не є безпосередньо досяжною. Психологи задачу означають як свідому мету, яка має місце у певних умовах, а дії є процесами або актами, спрямованими на її досягнення, тобто на розв'язування конкретної задачі.

*Арифметичною задачею називають* вимогу відшукати числове значення деякої величини, якщо відомими є числові значення інших величин та залежність, якою ці величини пов'язуються і між собою, і з шуканою величиною [8, с.224].

У системі навчання молодших школярів переважають арифметичні задачі. Задачі на побудову, найпростіші доведення та завдання логічного спрямування займають при цьому дещо менш вагоме місце.

Арифметичні задачі відіграють значну роль у навчанні математики. Вони, з одного боку, виступають у ролі специфічного розділу діючої програми з математики, матеріал якого школярі повинні глибоко засвоїти. З іншого, вони виступають в ролі дидактичного освітнього засобу [8].

Навчання математики у початкових класах впроваджується за допомогою системи доцільно дібраних задач та практичних робіт. Це говорить про те, що формування нових понять пов'язане із розв'язуванням сюжетних задач, які допомагатимуть усвідомити значення цих понять чи потребуватимуть його використання.

Сюжетні задачі, які відображають конкретні життєві ситуації, застосовуються, щоб ознайомити учнів з відповідними математичними поняттями та закономірностями, щоб встановити взаємозв'язки між словами та символами, між символами і поняттями. В окремих випадках формування початкових теоретичних понять через задачі можна організовувати через застосування елементів проблемного навчання [11; 23].

Під час розв'язування сюжетних задач школярі використовують різні розумові операції (аналіз, синтез, конкретизація, абстрагування, порівняння, узагальнення), формулюють власні судження та міркування. Щоб активізувати розумові дії учнів у процесі розв'язування задач, треба так ставити запитання, щоб спонукати учнів до перевірки, порівняння, зіставлення тощо.

Оптимізувати освітні, розвивальні функції сюжетних задач можна за умови, що діти вже володіють певними уявленнями про структуру задачі, вміннями розв'язувати задачі, які можна використовувати в ролі дидактичного засобу [8; 30].

Дослідження з психології і методики математики підтверджують думку про те, що проблема навчання учнів розв'язувати задачі має певні досягнення. Зокрема, виокремлено основні напрямки роботи у формуванні в учнів вміння використовувати загальний підхід до розв'язування задач, встановлено необхідність опрацьовувати взаємообернені задачі, вивчено роль задач підвищеної складності під час навчання і розвитку дітей [11; 12; 30].

Під час засвоєння арифметичних понять і законів, розв'язування сюжетних задач, школярі постійно здійснюють такі основні розумові операції, як аналіз та синтез. Спочатку учні недостатньо розуміють ці процеси, але поступово у них формується вміння аналізувати і синтезувати.

*Аналіз* – це поділ об'єкта на його окремі складові частини та ознаки.

*Синтез* – спрямовується на утворення цілого з окремих елементів та частин.

Має бути звернута увага на всіх етапах навчання на те, щоб сформувати у дітей навички виконання аналізу та синтезу, здійснення між ними зв'язку. Жодне поняття не можна в учня сформувати без проведення аналізу та синтезу. Велике значення при цьому має повнота аналізу: неповний аналіз може зумовлювати неправильний синтез.

На думку З.І.Слепкань: «... розв'язування будь-якої задачі і доведення будь-якої теореми починаються з аналізу їх формулювань – з вичленовування того, що дано, і того, що потрібно знайти, побудувати, довести. Далі відбувається співвіднесення умов і вимог одних з іншими, тобто синтез ...» [24, с.25].

Отже, метою навчання розв'язувати задачі є необхідні навчити школярів здійснювати аналіз та синтез запропонованого завдання.

Процес узагальнення є одним із важливих елементів розумової діяльності школярів. Як правило, під час навчання математики використовується два прийоми узагальнення, залежно від напрямку мислення. Перший прийом передбачає зіставлення школярами заданих об'єктів. Наприклад, фігур у геометрії, виразів, рівнянь, формул. Учні повинні вичленовувати і встановлювати у них спільні характерні властивості, при цьому відволікатися і абстрагуватися від неістотних і об'єднувати об'єкти за цими загальними, спільними і суттєвими властивостями, тобто, узагальнювати. Процес узагальнення понять можна завершити, вводячи терміни і відповідні символи. Під час використання першого прийому школярі не знають спільних суттєвих властивостей, вони їх самостійно визначають. Другий прийом передбачає розуміння учнями спільних суттєвих властивостей, які треба встановити. Тому, із запропонованих об'єктів учні виділяють такі, які містяться у змісті поняття, яке формулюють, зіставляючи, виокремлюючи у кожному об'єкті ці властивості та об'єднуючи об'єкти за виокремленими спільними властивостями [24, с.28].

Успіх будь-якої розумової роботи залежить від досконалості аналізу та синтезу, від вміння людини здійснювати ці два процеси в тісному зв'язку один з одним.

Аналіз умови задачі повинен бути елементом спеціальних вправ, а це можливо тільки тоді, коли учні засвоїли операції аналізу та синтезу. Існують значні і ще не повністю використані можливості, які сприяють виробленню вмінь аналізувати та синтезувати [11; 23].

Насамперед, треба пропонувати школярам задачі не тільки для розв'язання з числовими даними, але і для іншої мети – для аналізу і вибору арифметичної дії. При цьому можливі різні варіанти завдань – можна пропонувати учням ряд задач, вимагаючи від них вказати ті, які розв'язуються певною дією, або, пропонуючи учню ту чи іншу задачу, вимагати від нього тільки вказати дію, якою вона розв'язується [29].

Часто розглядаючи вперше задачі нового виду, учням важко самостійно скласти план розв'язання, тоді їм допомагає вчитель. У цьому разі міркувати можна двома способами. Перший спосіб (синтетичний) полягає у проведенні міркування від даних даних до запитання. Другий спосіб (аналітичний) полягає у здійсненні міркувань від запитання до числових даних [23].

***Розв'язання завдань синтетичним способом.*** Із множини даних числових величин у складеній задачі вибирають одну пару чисел, до якої ставлять відповідне питання. Надалі беруть другу пару чисел, одне з них може бути результатом першої дії, і добирають необхідне питання. Таким способом утворюють наступні прості сюжетні задачі. Остання проста задача містить основне запитання запропонованої складеної задачі. Внаслідок розв'язання останньої простої задачі отримують число, що є визначає відповідь на запитання складеної задачі.

***Розв'язання завдань аналітичним способом.*** Спочатку встановлюють потрібні прості задачі, складають план розв'язування, а надалі розв'язують. Даний спосіб може гарантувати правильне розв'язування складеної сюжетної

задачі. Складаючи план розв'язування, починають ставити основне запитання даної задачі, це виключає можливість певної невизначеності, при якій кожне наступне питання постає раніше.

Для учнів легше застосовувати синтетичний спосіб, але він може давати зайві проби. Більш цілеспрямованим є аналітичний спосіб при складанні плану розв'язування запропонованої задачі. Варто брати до уваги не одну якусь дію, а в цілому хід міркування. Але він громіздкий для задач на три і більше дій.

Враховуючи вимогу: від відомого переходити поступово до невідомого, від простішого – до складнішого, варто розпочинати розв'язання з використанням синтетичного способу [19]. У процесі його засвоєння варто включати у розв'язування складеної сюжетної задачі окремі аналітичні прийоми. Аналітичний спосіб слід використовувати спочатку для задач на дві дії.

Під час самостійного розв'язування задач школярі самі вибирають найзручніший для них спосіб аналізу. Варто зауважити, що в усіх випадках необхідно враховувати і числові дані, і запитання даної задачі.

Поступово в учнів треба виховувати таку установку:

– якщо у процесі застосування синтетичного способу одразу вибрати необхідну пару чисел важко, то необхідно розпочинати із запитання і проводити аналіз до тих пір, поки наступний крок розв'язування не стане зрозумілим – *аналітико-синтетичний прийом*;

– якщо перша частина задачі зрозуміла, то можна починати розв'язувати синтетичним способом, однак за умови ускладнення необхідно звертатись до запитання задачі і вже аналітичним способом сформулювати план розв'язування запропонованої задачі.

У методичній літературі розглянуто недоліки аналітичного та синтетичного методу розбору арифметичних задач [8; 23; 30]. Подано важливі вказівки щодо того, як вчитель повинен читати текст задачі, записувати коротко її умову на дошку; детально розкривається, як вчитель повинен

проводити аналіз задачі. але є мало вказівок відносно того, що і як повинен робити учень для того, щоб виробити вміння розв'язувати задачу.

Вчителями-практиками та методистами встановлено, що при широкому використанні цього методу учні не набувають навиків самостійного аналізу задачі, вони засвоюють визначені форми міркування, які можуть бути ними використані тільки до задач, хід розв'язання яких вже був пояснений вчителем або до задач, які подібні до них. Аналітичний розбір задачі (без синтезу) не може відігравати роль методу знаходження розв'язку. В кращому випадку він може виступати як виклад результату після того, як задача вже розв'язана [8].

Елементи аналітичного розбору задач і формулювання питань перед виконанням дій цілком можливі у практиці навчання, але при певних умовах; їх необхідно використовувати тільки в строго обмежених рамках, не перетворюючи в основні форми роботи над задачами, як це нерідко буває.

На думку вчителів-класоводів частіше треба використовувати аналітичний спосіб міркування, бо він більшою мірою цілеспрямовується на складання плану розв'язання: школярі тут повинні враховувати не одну використану дію, а в цілому все розв'язання [11; 23]. Використовуючи синтетичний спосіб, вчитель мимоволі скеровує школярів на відповідний алгоритм міркування від даних числових даних до запитання задачі, допускаючи “зайві спроби”.

Чітко організований процес узагальнення – це важливий елемент розумової діяльності школярів. Під час розв'язування сюжетних задач зустрічаються в різних формах помилки узагальнення: учні при виборі арифметичної дії вважають, що одне визначене слово (частіше дієслово) обов'язково пов'язане з означенням арифметичної дії або, визначаючи вид задачі діти думають, що найважливішими є певні словесні висловлювання. Наприклад, ознайомившись із задачами, знаходячи числа за їх сумою і кратним відношенням, деяким учням достатньо побачити в умові задачі слова: “у

стільки раз більше”, як вони вже думають, що дана задача має бути віднесена до відповідного виду.

У таких випадках потрібні умови необхідних узагальнень, тому показують на конкретних прикладах, що певні ознаки, які можуть значно змінюватися, є не дуже важливими для того або іншого поняття. Наприклад, можуть використовуватися прямокутники з різними співвідношеннями величини протилежних сторін або кратне відношення може використовуватися у різних задачах, і типових, і нетипових. Це може мати інший зміст, залежно від того, з якими іншими даними величинами воно порівнюється в умові.

Треба завжди пам'ятати висловлювання К.Д. Ушинського, який у дуже яскравій формі висунув дану вимогу: “... слово потрібне тоді, коли воно правильно виражає думку, а правильно воно виражає думку тоді, коли виростає з неї, як шкіра з організму, а не одягається як рукавичка, пошита з чужої шкіри...” [26, с.124].

Школярі засвоюють певне узагальнення завдяки тому, що вони порівнюють факти та явища, виявляють у них подібні риси та відмінності.

Отже, виокремлення загального, тобто, кількісних співвідношень, форми предмету, виду задачі, відбувається на базі визначення подібних ознак, які є у цілому ряді явищ. Поряд з цим мають місце і відмінні властивості цих явищ, і це дає можливість виокремити істотні ознаки від відносно неістотних.

*Узагальнення є такою мисленнєвою діяльністю, яка безперервно проводиться школярами у процесі навчання. Узагальнення лежить в основі будь-якого типу мислення. Значною мірою успіх навчання визначають тим, чи сформувались у школярів вміння узагальнювати, порівнювати, тобто знаходити схожі та відмінні ознаки [17; 22].*

В освітньому процесі вже у початкових класах учні повинні знати порівняно складні форми узагальнень. Їм доводиться визначати схоже в яви-

щах, які зовні дуже відрізняються одне від одного, але поряд з цим помічати відмінність там, де доволі чітко виражена подібність.

Велика кількість помилок, зроблених учнями під час розв'язування сюжетних задач, виникає через невміння узагальнювати і дію за аналогією у тих випадках, які вимагають змінити спосіб дії. І, навпаки, не застосовують відомі їм способи там, де це потрібно, оскільки вони не побачили схожості.

Частки “на”, “у” у висловлюваннях “на скільки...” і “у скільки ... разів”, які потребують суттєвої зміни способу дії, учні часто не помічають, що й провокує помилку.

У процесі розв'язування типових задач часто доводиться мати справу з типовими помилками. Наприклад, Школярі правильно розв'язали задачу на знаходження двох чисел за їх сумою і кратним відношенням, однак, коли їм запропонували іншу задачу, в умові якої дано різницю і кратне відношення, вони не помітили важливу відмінність в умові і помилково розв'язали задачу, використавши спосіб додавання частин [30].

Часто поряд з цим у шкільній практиці спостерігається і обернене явище: школярі успішно розв'язують задачі на частини, але роблять помилки у словесному формулюванні, якщо в умові вказано: “у стільки-то разів більше”. Якщо замінити формулювання, наприклад, “якщо одне число поділити на інше, то у результаті отримаємо стільки-то”, окремі учні сприймають цю зміну як важливу і не використовують у цьому випадку добре відомі їм способи розв'язання.

Вчителі добре знають одну загальну закономірність психічної діяльності: конкретні, протилежні явища легше за все розрізняються. Цей закон проявляється однаково і у процесі сприймання, і у процесі узагальнення [22; 23].

Протиставлення формує необхідні умови для узагальнення, так як поняття входять в єдину систему знання і засвоєння характерних ознак одного поняття підсилюється засвоєнням ознак іншого поняття. Протиставлення, яке можна застосовувати на різних етапах, має сприяти

попередженню типових помилок змішування окремих понять та правил. Узагальнення і протиставлення повинні систематично використовуватися.

На нашу думку, у навчанні учнів початкових класів значну роль відіграють процеси аналізу, синтезу і узагальнення. В цілому, у процесі пошуку алгоритму розв'язування задачі процес аналізу і синтезу не можливо ізолювати один від одного. Мисленнєвий процес під час розв'язування задач є складним аналітико-синтетичним процесом. Можна сформулювати загальне правило щодо узагальнення: зміна несуттєвих ознак програмового матеріалу при незмінних суттєвих є необхідною умовою формування правильних узагальнень у школярів.

## **1.2. Дидактичні особливості застосування різних способів розв'язування задач**

Розв'язування сюжетних задач – невід'ємна складова частина процесу оволодіння математикою. У викладанні арифметики багато часу і уваги приділяється виробленню в учнів умінь розв'язувати типові задачі. Так, наприклад, в 1-2 класах школярі розв'язують шість типів, а в 3-4 класах – близько 12 типів. Більшість вчителів вважають, що це розвиває у дітей мислення, готує їх до оволодіння алгеброю та майбутньої практичної діяльності.

Проте ефект від навчання розв'язувати типові задачі (класифікація яких, до речі, у методиці є досить несталою) значно менший, ніж можна було сподіватися. Ознайомившись з різними типами задач, учні, як правило, не усвідомлюють способів їх розв'язання у певній системі і не узагальнюють їх. Зустрічаючись з новою сюжетною задачею, діти намагаються віднести її до того чи іншого відомого їм типу. Отже, вирішальним під час розв'язування численної кількості арифметичних задач є не самостійне знаходження розв'язків, а відтворення в пам'яті готових способів, з якими школярі були ознайомлені раніше. Навіть учні середніх класів, як справедливо відзначають

вчителі математики, усі типи задач, з якими їм доводиться мати справу в початкових класах школи, розглядають незалежно один від одного. І це не випадково, бо при існуючій методиці навчання математики узагальнення виражені в одному типі задач і не виступають як основа для формування нових узагальнень, необхідних при розв'язанні інших типів [11; 16; 28].

Завчені способи розв'язання численних типів і підтипів задач з часом забуваються. Більшість учнів середніх класів не можуть розв'язати арифметичними способами типові задачі з посібників для 3-4 класів і найчастіше вдаються до алгебраїчних способів.

Окремі методисти-математики погоджуються з тим, що вироблення у школярів умінь розв'язувати задачі арифметичними способами не має істотного значення для майбутньої практичної діяльності і потрібне лише як підготовчий етап для переходу до вивчення алгебри [2, с.13]. У зв'язку з цим вони рекомендують, з метою розвантаження учнів, зменшити кількість задач у стабільних підручниках по кожному типу і підтипу. І така рекомендація вже знайшла деяке відображення у підручниках з математики, що вийшли з друку за останні 4-5 років. Але це не привело до якихось суттєвих змін: кількість типів задач залишилася такою ж, як і була, а щоб забезпечити засвоєння їх учнями, вчитель сам збільшує кількість задач, використовуючи додаткові посібники.

Очевидно, тут не можна обмежитись частковими змінами. Потрібна така система навчання, яка б забезпечила формування в учнів умінь розв'язувати задачі узагальненими способами, що відіграють велику роль у розвитку мислення в процесі вивчення не тільки математики, а й інших предметів. Тому більшу увагу варто приділити оволодінню учнями узагальненими способами розв'язання задач, якими є (поряд з арифметичними) алгебраїчні способи.

Багаторічний досвід учителів початкових класів, численні дослідження з питань класифікації задач, методів їх розбору та оформлення записів дали

зможу розробити арифметичні способи та прийоми розв'язування з молодшими школярами типових і нетипових задач [12; 14; 19; 30].

Більшість методичних рекомендацій щодо розв'язування задач арифметичним способом прийнята й сьогодні. Це стосується, зокрема, вимог до унаочнення, зв'язку з життям, прийомів розбору задачі, творчої роботи (розв'язання задач різними способами, складання і розв'язування обернених задач, самостійне складання задач) тощо. Проте програми з математики ставлять перед вчителями й методистами 1-4 класів чимало нових проблем [19; 23]. Новий підхід до розв'язування задач у початкових класах визначається не ускладненням їх змісту, а новими вимогами щодо математичного розвитку молодших учнів.

Наприклад, задачі на знаходження невідомого компонента розв'язуються на базі аналізу життєвих ситуацій, однак можна поступово включати опору на взаємозв'язок між компонентами і результатом арифметичних дій. Якщо цей зв'язок буде подано у вигляді правила, то аналіз розв'язання задачі доцільно проводити на основі цього правила.

Школярі у 3 класі знайомляться з правилами знаходження невідомого множника, діленого і дільника, вчать розв'язувати окремі типи рівнянь і використовувати їх до більш абстрактних задач [8, с.248].

Йдеться насамперед про вироблення у дітей уміння розв'язувати будь-які задачі. Саме тому в програмі з математики не перелічуються види складених на кожний рік навчання. Діти мають ознайомитися з різними задачами. Однак система добору і розміщення їх спрямована у підручниках на забезпечення найсприятливіших умов для порівняння однотипних задач.

У програмі не ставиться вимога розв'язувати задачі алгебраїчним способом. Передбачено розв'язування простих і складених задач за числовою формулою (числовим виразом) з позначенням шуканого буквами (найменування величини предметів у формулах відсутні) та складання простіших рівнянь, які розв'язуються на основі залежності між компонентами і результатами арифметичних дій. Підготовці до розв'язування задач алгебраїчним

способом підпорядковані також робота над задачами з буквеними даними та записування математичних виразів, умови яких подано словесно [8; 23].

Розуміння в цілому суті задачі є необхідною умовою навчання учнів її розв'язувати. Тому правильно роблять педагоги, які протягом усіх чотирьох років, а не лише у 1-2 класах, звертають увагу учнів на структуру задач, порівнюючи їх різні види, сприяють усвідомленню, що тільки за наявності функціональних залежностей між шуканими і даними можемо розв'язати сюжетну задачу. Це не є відгадуванням загадок і не є довільною маніпуляцією числами. Варто змінювати звичку учнів вважати основним у розв'язуванні задачі одержання числа у відповіді, скеровувати роботу на пошук способів розв'язання. Треба для цього часто пропонувати задачі з відомими відповідями, задачі без числових даних, задачі із зайвими даними..

Вміння розв'язувати сюжетні задачі, як і будь-яке інше, вимагає чіткого знання загального алгоритму, від якого залежить раціональний підхід до задачі. Через те, як показав аналіз науково-методичної літератури [2; 8; 15; 19; 29; 30], слід дотримуватися таких **вимог**:

1. *Уважно прочитати задачу.*
2. *Подумати, що кожне з даних чисел означає, який є зв'язок між ними, і повторити подумки запитання задачі. Чи можемо її розв'язати лише однією дією?*
3. *Якщо зв'язок між числами не вдається одразу встановити, то варто спробувати записати коротко задачу або подати її у вигляді схеми.*
4. *Скласти чіткий план розв'язування.*
5. *Скласти числовий вираз і обчислити або розв'язати дану задачу за допомогою окремих дій.*
6. *Подумати, чи можна подати повну відповідь на питання задачі.*

Класовод поступово оголошує дітям правила, добивається, щоб вони стали накопичення власного досвіду кожного школяра. Учні вправляються самостійно складати і розв'язувати задачі і знання цих правил поступово перетворюється в уміння.

Розв'язати сюжетну задачу – означає визначити значення невідомої величини, яка задовольняє дану умову. У методиці виокремлюють два підходи до розв'язання задач: обчислювальний та графічний. Графічний метод дозволяє подавати значення шуканих величин у вигляді геометричних фігур – відрізок прямої, круги, трикутники, прямокутники, квадрати і т.д. Виділяють дві основні функції побудов під час розв'язання сюжетних задач:

- 1) використання побудов з метою полегшення логічних міркувань, які проводять у процесі розв'язування задач звичайними методами;
- 2) використання побудов у ролі особливого методу розв'язання.

Варто зауважити, що графічний метод розв'язання сюжетних задач не має належного застосування у шкільній практиці.

Розглянемо другу функцію креслень як нетрадиційного методу розв'язання сюжетних задач. Основною цінністю першої функції креслення є графічний запис умови задачі, що у свою чергу є одним з найбільш ефективних методичних прийомів формування наочних уявлень про математичну структуру задачі. Графічний метод розв'язання сюжетної задачі є важливим засобом, що допомагає учням не лише уявляти собі наочно умову задачі, але і її розв'язати. Цей метод дозволяє встановлювати тісніший зв'язок між геометричним і арифметичним матеріалами, розвивати функціональне мислення школярів.

Застосування графічного методу у початкових класах сприяє скороченню часу, протягом якого школярі вчиться розв'язувати різноманітні практичні задачі. Поряд з цим вміння графічно розв'язувати сюжетну задачу є важливим прикладним вмінням. Базою для графічних розв'язань сюжетних задач є те, що на різних відрізках прямої, як і на різних прямокутниках з рівними сторонами, визначають операції додавання і множення на ціле невід'ємне число, тобто операції, схожі з арифметичними діями додавання і множення цілих невід'ємних чисел [23, С.35].

Школярі до розуміння графічного розв'язання задач не одразу приходять. У першому класі учні починають графічно за допомогою

паперових смужок і відрізків зображати натуральні числа, їх суму чи різницю, схематично умову задачі.

Наприклад, множення у другому класі є окремим випадком суми кількох додатків, лише доданки при цьому є однаковими. Тому зміст множення близький до змісту дії додавання. На початковому етапі вивчення множення школярам варто пропонувати завдання, у яких поряд із сумою неоднакових доданків використовувалися і завдання на використання суми рівних доданків.

Під час додавання рівних чисел смужки, які геометрично зображують доданки, зручніше подавати не в одному рядку, а стовпчиком.

Поряд з таким зображенням можна застосовувати й іншу. При цьому перший множник вказує на кількість кліток у горизонтальному ряді, а другий множник – на кількість таких рядків.

Отримані таким способом вміння використовувалися під час розв'язання перших задач на множення, тобто задач, які розкривають конкретний зміст дії множення.

Наприклад, розглянемо задачу: *«Хлопчик купив 5 пачок вафель, по 3 вафлі у кожній коробці. Скільки усього вафель купив хлопчик?»* Учні аналізують умову задачі і роблять відповідну побудову.

Після того як учні вивчать графічне зображення суми, різниці, добутку і частки двох чисел, вчитель може використовувати графічне розв'язання окремих типів сюжетних задач, передбачених програмою у 2 класу.

Задачі на дві дії виду:  $a \cdot b \pm c$ ,  $a \pm b \cdot c$ ,  $(a + b) \cdot c$ ,  $(a \pm b) : c$  включають прості задачі на дії першого ступеня і прості задачі на множення чи ділення.

У навчанні молодших школярів розв'язувати задачі (арифметичним чи алгебраїчним способами – однаково) методисти і вчителі великого значення надають самостійній роботі, вважаючи її основною, ця думка обґрунтовується тим, що під час колективного розв'язування задач ініціатива кожного учня не має потрібного простору. Тому краще обмежити колективну

роботу загальною постановкою завдання і спільним обговоренням результатів, здобутих індивідуально кожним учнем.

Немає сумніву, що і тут самостійність в роботі відіграє неабияку роль, а з роками вона набуває ще більшого значення. Проте в молодших класах, особливо у першому і другому, самостійні роботи не повинні бути надто регулярними. Це пояснюється тим, що початкове навчання, як вказують психологи [20], великою мірою ґрунтується на наслідуванні.

Тому, насамперед у 1 та 2 класах, коли діти ще тільки усвідомлюють суть задачі, роблять перші кроки у з'ясуванні залежностей між даними величинами, вчаться записувати розв'язання, тоді пояснення вчителя, зразки міркувань, розбору задачі і запису розв'язання, що він їх подає, стають вирішальними у засвоєнні матеріалу [3; 4].

Під час формування вмінь розв'язувати сюжетні задачі велике значення відіграють окремі спеціальні заходи освітнього характеру. Школярі повинні орієнтуватися на таку вказівку: треба думати над розв'язуванням задачі, так як невідомі прийоми знаходження відповіді, їх необхідно знайти. Під час опрацювання умови школярів не варто "підганяти", бо вони повинні мати деякий час на певні обмірковування.

Нові задачі не мають з'являтися з "нічого", вони повинні опиратися на вже отримані знання і на щоденний власний досвід, відповідати природній допитливості дітей. Якщо задача розв'язана і засвоєна, то її варто використати під час розв'язування іншої задачі, під час пошуку більш простих способів розв'язування та формулювання майбутніх перспектив [8, с.264].

## РОЗДІЛ 2. Вибрані питання методики розв'язування сюжетних задач різними способами

### 2.1. Розв'язування сюжетних задач різними способами

Окремі сюжетні задачі допускають два або декілька способів їх розв'язування. Такі сюжетні задачі є доволі ефективним дидактичним матеріалом, на баз якого в учнів з'являється допитливість, креативність, самостійність мислення. Підвищенню емоційного стану школярів сприяє намагання відшукати інші шляхи розв'язування тої самої задачі.

Процес розв'язування сюжетних задач різними способами стимулює розвиток вміння аналізувати всебічно задачну ситуацію. Однак при цьому важливо враховувати ще й сам факт існування та використання різних способів розв'язування задачі. Свідоме розуміння цього є важливим кроком у виборі ефективнішого способу, що водночас дає можливість встановити нові зв'язки між величинами задачі або використати відомі зв'язки у нових умовах [8, С.266-267].

Молодші школярі розв'язують сюжетні задачі постійно. Однак дуже мало хто з них, якщо умова задачі не вимагає розв'язання двома чи кількома способами, здійснює пошук різних способів розв'язування. Для навчання школярів по-різному розв'язувати сюжетні задачі, педагогу постійно варто скеровувати і звертати їх увагу на можливості застосування кількох способів міркувань.

Для прикладу розглянемо наступну задачу №735 (підручник М.В. Богдановича “Математика” для 3 класу [5]), в якій не ставиться вимога розв'язати її двома способами.

*Задача. Перший хлопчик пробігає на ковзанах за секунду 9 м, а другий – 7 м. На скільки метрів більше пробіжить перший хлопчик, ніж другий, за 8 секунд.*

Якщо із школярами проаналізувати детально умову задачі, то вони без особливих труднощів розв'яжуть її різними способами.

I спосіб.

1. На скільки метрів більше перший хлопчик пробігає за одну секунду на ковзанах, ніж другий ?

$$9 - 7 = 2 \text{ (м)}$$

2. На скільки більше метрів більше пробігає за 8 секунд перший хлопчик на ковзанах від другого ?

$$2 \cdot 8 = 16 \text{ (м)}$$

II спосіб.

1. Яку відстань пробігає за 8 секунд перший хлопчик на ковзанах ?

$$9 \cdot 8 = 72 \text{ (м)}$$

2. Яку відстань пробігає за 8 секунд другий хлопчик ?

$$7 \cdot 8 = 56 \text{ (м)}$$

3. На скільки більше метрів більше пробігає перший хлопчик на ковзанах від другого ?

$$72 - 56 = 16 \text{ (м)}$$

Задача № 1121.

*Перша друкарка друкує 32 сторінки за 8 годин. Друга друкарка друкує 40 сторінок за цей самий час. Яка друкарка друкує більше сторінок за 1 годину і на скільки більш*

Аналіз умови задачі показує, що друга друкарка друкує більше сторінок за 1 годину, аніж перша.

I спосіб.

1. Скільки сторінок друкує за 1 годину перша друкарка ?

$$32 : 8 = 4 \text{ (с.)}$$

2. Скільки сторінок друкує за 1 годину друга друкарка ?

$$40 : 8 = 5 \text{ (с.)}$$

3. На скільки сторінок більше друкує друга друкарка за 1 годину, аніж перша?

$$5 - 4 = 1 \text{ (с.)}$$

II спосіб.

1. На скільки сторінок більше друкує за 8 годин друга друкарка, ніж перша?

$$40 - 32 = 8 \text{ (с.)}$$

2. На скільки сторінок більше друкує за 1 годину друга друкарка, ніж перша?

$$8 : 8 = 1 \text{ (с.)}$$

Варто зауважити, що доволі значну роль у навчанні дітей використовувати різні способи під час розв'язування задач відіграють задачі, які вже розв'язувалися і в яких можна було використовувати більшу кількість способів чи різних підходів до їх розв'язування.

Наприклад, задача:

*Перший учень за 2 години розв'язує 22 завдання. Другий учень за 3 години розв'язує 27 завдань. Який учень за 1 годину розв'язує більше завдань і на скільки більше ?*

Учні, як правило, розв'язують дану задачу таким чином :

1. Скільки задач розв'язує перший учень за 1 годину?

$$22 : 2 = 11 \text{ (з.)}$$

2. Скільки задач розв'язує другий учень за 1 годину?

$$27 : 3 = 9 \text{ (з.)}$$

3. На скільки задач більше розв'язує другий учень, ніж перший, за 1 годину?

$$11 - 9 = 2 \text{ (з.)}$$

Надалі учитель може поставити учням наступне питання: Чи можемо розв'язання цієї задачі провести аналогічно до розв'язування попередньої задачі? Якщо учні не дадуть відповіді, то вчитель наголошує, що варто детальніше порівняти дані цієї і попередньої задачі.

Вчителю варто самому складати такі сюжетні задачі, які можна розв'язувати різними способами, лише замінивши окремі числові дані.

Розглянемо для прикладу таку задачу для третьокласників:

*За 5 олівців заплатили 40 грн, а за 5 ручок – 80 грн. На скільки олівець дешевший, ніж ручка ?*

Варто звернути увагу учнів на той факт, що під час розв'язування цієї задачі можемо використовувати два або і більше способів. Але із способів є раціональними, а інші способи – ні.

Учні, зазвичай, розв'язують задачу таким чином:

1. Скільки коштує один олівець ?

$$40 \text{ грн} : 5 = 8 \text{ грн.}$$

2. Скільки коштує одна ручка ?

$$80 \text{ грн} : 5 = 16 \text{ грн.}$$

3. На скільки олівець дешевший від зошита ?

$$16 \text{ грн} - 8 \text{ грн} = 8 \text{ грн.}$$

Потім учитель запитує школярів, якими ще способами можемо розв'язувати дану задачу? Звертаємо увагу учнів на те, що ручок та олівців купили однакову кількість, але за них заплатили різні суми.

1. На скільки більше коштує 5 ручок, ніж 5 олівців?

$$80 \text{ грн} - 40 \text{ грн} = 40 \text{ грн.}$$

2. На скільки ручка дорожча, ніж олівець?

$$16 \text{ грн} - 8 \text{ грн} = 8 \text{ грн}$$

3. У скільки разів більше коштує 5 ручок, ніж 5 олівців ?

$$80 \text{ грн} : 40 \text{ грн} = 2 \text{ (р.)}$$

4. У скільки разів більше коштує 1 ручка, ніж 1 олівець ?

$$16 \text{ грн} : 8 \text{ грн} = 2 \text{ (р.)}$$

Вчитель наголошує, що олівців і ручок купили однакову кількість – по 5, але за олівці заплатили – 40 грн, а за ручки – 80 грн. Тобто, за ручки заплатили на 40 грн більше, ніж за олівці. Або, за ручки заплатили удвічі більше, ніж за олівці. Очевидно, що олівець дешевший за ручку у два рази. Школярі, добре зрозумівши це, зможуть розв'язати дану задачу ще й таким способом:

1. У скільки разів більше (менше) заплатили за ручку (олівець), ніж за олівець (ручку)?

$$16 : 4 = 4 \text{ (рази).}$$

Можемо зробити висновок, що на ціну ручки припадає 2 частини, відповідно на ціну олівця – 1 частина.

2. На скільки більше частин припадає на ціну однієї ручки, ніж на ціну одного олівця ?

$$2 - 1 = 1 \text{ (частина).}$$

5. Якою є ціна одного олівця? Або: Скільки гривень припадає на одну частину?

$$40 \text{ грн} : 5 = 8 \text{ грн}$$

6. На скільки ручка дорожча від олівця ?

$$8 \text{ грн} \cdot 2 = 16 \text{ грн}$$

Наступні запитання можемо поставити інакше, зокрема:

3. Якою є ціна ручки ? Або: Скільки гривень припадає на 2 частини?

$$80 \text{ грн} : 5 = 16 \text{ грн}$$

4. На скільки дорожчий зошит за олівець?

$$16 \text{ грн} - 8 \text{ грн} = 8 \text{ грн}$$

Складаємо і розв'язуємо обернену задачу.

*Купили на 80 грн певну кількість ручок і на 40 грн таку ж кількість олівців. Скільки окремо купили ручок і олівців, якщо знаємо, що одна ручка коштувала на 8 грн більше від одного олівця ?*

#### I спосіб

1. На скільки більше гривень заплатили за всі ручки, аніж за всі олівці?

$$80 - 40 = 40 \text{ (грн)}$$

2. Скільки окремо купили ручок та олівців?

$$40 : 8 = 5 \text{ (по 5 штук)}$$

#### II спосіб

1. Яким є співвідношення ціни однієї ручки та ціна одного олівця.

$$16 : 8 = 2 : 1$$

Тому, на ціну однієї ручки припадає 2 частини, а на ціну одного олівця припадає 1 частина.

2. Скільки частин припадає на 8 грн ?

$$2 - 1 = 1 \text{ (ч.)}$$

3. Яка ціна однієї ручки?

$$40 : 5 \cdot 2 = 16 \text{ (грн)}$$

4. Якою є ціна одного олівця?

$$40 : 5 \cdot 1 = 8 \text{ (грн.)}$$

5. Скільки купили ручок?

$$80 : 16 = 5 \text{ (шт.)}$$

6. Скільки купили олівців?

$$40 : 8 = 5 \text{ (шт.)}$$

### III спосіб

Припускаємо, що ручок та олівців купили по  $x$  штук кожного виду. Тоді можемо скласти наступне рівняння:

$$80 : x - 40 : x = 8.$$

### IV спосіб

$16 : 8 = 2 : 1$ . Нехай на одну частину припадає  $y$  гривень, тоді можемо скласти наступне рівняння:

$$2y - y = 8$$

$$y = 8 - \text{ціна одного олівця}$$

$$2 \cdot y = 2 \cdot 8 = 16 - \text{ціна однієї ручки.}$$

Надалі розглядаємо з учнями наступну задачу:

*В одному саду учні зібрали 10 кошиків яблук, масою по 2 кг і по 3 кг. Скільки кошиків яблук зібрали масою по 2 кг і скільки – масою по 3 кг, якщо всього учні зібрали 26 кг яблук..*

Цю задачу можна розв'язати такими способами.

### I спосіб підбору (спосіб випробовування).

кількість кошиків	кількість кошиків	маса яблук
масою по 2 кг	масою по 3 кг	
4	6	26 кг

Числа 4 і 6 задовольняють умову даної задачі: 4 кошики масою по 2 кг і 6 кошиків – по 3 кг. Учні добирають всі можливі варіанти розв'язку задачі.

II спосіб оригінальних здогадок.

Якби 26 кг яблук зібрали 6 лише у двокілограмові кошики, то мали б таких кошиків  $26 : 2 = 13$ , але за умовою задачі кошиків всього 10. Це означає, що 3 кошики ( $13 - 10$ ) є місткістю по 3 кг, а двокілограмових кошиків було

$$10 - 6 = 4.$$

III спосіб припущення.

Припустимо, що були кошики тільки двокілограмові (трикілограмові). Тоді б зібрали 20 кг (30 кг) яблук. Це на 6 кг яблук менше, ніж за умовою задачі. При заміні кошиків вагою по 2 кг на трикілограмові маса кошиків збільшилась на 10 кг. Отже, кількість двокілограмових кошиків буде  $10 - 6 = 4$  кошиків.

Аналогічно можна розв'язати дану задачу, припускаючи спочатку, що всі кошики були трикілограмові, то одержимо  $(30 - 26) = 4$  кошики масою по 2 кг, а  $10 - 4 = 6$  кошиків трикілограмові.

IV спосіб розв'язування задачі за обернено-пропорційною залежністю.

1. Яка повинна була б бути вага кожного кошика, якби у них зібрали 26 кг малини, порівну в кожний кошик?

$$26 \text{ кг} : 10 = 2,6 \text{ кг}$$

2. На скільки місткість двокілограмових кошиків менша середнього арифметичного (2,6 кг) ?

$$2,6 \text{ кг} - 2 \text{ кг} = 0,6 \text{ кг}$$

3. На скільки місткість трикілограмового кошика більша середнього арифметичного?

$$3 \text{ кг} - 2,6 \text{ кг} = 0,4 \text{ кг}$$

4. Як співвідносяться кількість двокілограмових кошиків і кількість чотири кілограмових кошиків?

Очевидно, обернено-пропорційно до одержаних двох різниць

$$0,6 : 0,4 = 3 : 2$$

Можемо зробити висновок, що трикілограмових кошиків 3 частини, а двокілограмових 2 частини, і записати наступні питання і розв'язки.

5. Скільки частин припадає на 10 кошиків?

$$3 + 2 = 10 \text{ (частин)}$$

6. Скільки двокілограмових кошиків яблук?

$$10 : 5 \cdot 2 = 4 \text{ (кошки)}$$

7. Скільки трикілограмових кошиків яблук?

$$10 : 5 \cdot 3 = 6 \text{ (кошиків)}$$

У спосіб розв'язування складанням рівнянь.

Нехай  $x$  – кількість двокілограмових кошиків, тоді  $(10 - x)$  – кількість трикілограмових кошиків.

$2x + 3(10 - x) = 26$ , де  $x$  — кількість двокілограмових кошиків

$$2x + 30 - 3x = 26$$

$$x = 4$$

$$10 - x = 6, \text{ або}$$

$2(10 - y) + 3y = 26$ , де  $y$  – кількість трикілограмових кошиків.

$$20 - 2y + 3y = 26$$

$$26 - 20 = y$$

$$y = 6.$$

Таке розв'язування сюжетних задач різними способами сприятиме розвитку мислиннєвих операцій: аналізу, синтезу, узагальненню, порівнянню. У кінцевому результаті буде відбуватися розвиток продуктивного логічного мислення.

Сюжетні задачі вважають розв'язаними різними способами, якщо їхні розв'язання різняться зв'язками між даними величинами і невідомими, які покладені в основу розв'язань або послідовністю використання цих зв'язків.

Різні способи розв'язування задач дозволяють чіткіше формувати вміння аналізувати задачні ситуації і для цього потрібний факт самого існування різних шляхів розв'язування. Чітке розуміння цього є важливим кроком у пошуках раціональних способів, які приводять у свою чергу до встановлення нових відношень між величинами або застосування вже відомих зв'язків у нових умовах [29].

Учні і вчителі інколи вважають, що різні форми запису розв'язання задачі і є різними методами розв'язування. Таке ототожнення даних понять приводить до таких ситуацій, де дійсно необхідно розв'язати певні задачі різними методами, школярі чи не зовсім розуміють подане завдання, чи його сприймають із великими труднощами. Це, у свою чергу, буде знижувати освітні можливості такого виду роботи над задачами як розв'язування їх різними методами. Варто зауважити, що способи розв'язання задачі, що різняться між собою тільки порядком виконання арифметичних дій, не є різними методами.

В учнів під час розв'язування сюжетних задач різними методами виникають деякі труднощі. Причиною цього є певні недопрацювання педагогів. Зокрема:

- задачу розв'язують лише одним способом, якщо не наголошено на розв'язування її різними способами;
- в учнів виробляється механічне розв'язування деяких видів задач;
- недостатньо аргументовано раціональний спосіб розв'язування;
- нечітке розуміння доцільності розв'язування сюжетних задач різними способами.

У процесі узагальнення відомостей про різні способи розв'язування сюжетних задач виділяють такі методичні прийоми пошуку учнями відповідних способів: застосування властивостей використаних арифметичних дій, заміна об'єктів у задачі, різних типів моделювання, певні припущення, різноманітні штучні методи. Учні ознайомлюються з відповід-

ними прийомами, розвивають при цьому кмітливість і здатність шукати доволі оригінальні способи розв'язування задачі.

У підручниках завдання щодо розв'язування задач різними способами в основному пов'язані з характерними особливостями арифметичних дій, та і до того ж таких завдань доволі мало. За такої ситуації вчителі повинні спрямовувати свою роботу на пошук різних шляхів розв'язування будь-якої задачі і без наявної вимоги. Під час аналізу сюжетних задач, які розв'язуються різними способами, виділяють важливі властивості арифметичних дій, що є теоретичною основою для розв'язування сюжетних задач різними способами.

$$\begin{aligned} \text{Зокрема: } (a+v)-c &= (a-c) + v = a + (v-c); & (a-v) \cdot c &= a \cdot c - v \cdot c; \\ a - (v+c) &= (a-v) - c = (a-c) - v; & a : (v \cdot c) &= (a : v) : c; \\ (a+v) \cdot c &= a \cdot c + v \cdot c; & a \cdot (v-c) &= a \cdot v - a \cdot c; \\ (a+v) : c &= a : c + v : c; & (a \cdot v) : c &= (a : c) \cdot v = (v : c) \cdot a. \end{aligned}$$

Розглянемо інші доволі ефективні способи і прийоми розв'язування сюжетних задач.

*Приєм заміню об'єктів:* зміст задачі, яка має два чи три різних об'єкти замінюють на такий, що міститиме тільки один об'єкт. При цьому процес розв'язування запропонованої задачі значно спрощується.

Наприклад. **Задача.** *У швейній майстерні замовили 7 костюмів для хлопчиків і 8 костюмів для дівчаток. На костюм для хлопчиків використали 2 м тканини, а на костюм для дівчаток у два рази більше. Скільки використали метрів тканини на всі дитячі костюми ?*

1 спосіб:

- 1)  $7 \cdot 2 = 14$  (м) – тканина на костюми для хлопчиків;
- 2)  $2 \cdot 2 = 4$  (м) – тканина на 1 костюм для дівчинки;
- 3)  $4 \cdot 8 = 32$  (м) – тканина на костюми для дівчаток;
- 4)  $14 + 32 = 46$  (м) – на всі костюми.

2 спосіб:

Зробимо припущення, що у майстерні замовили лише костюми для хлопчиків, а на костюм для дівчаток витратили у два рази більше тканини. Тоді з тканини для дівчаток можна зробити вдвічі більше костюмів для хлопчиків.

Отримаємо розв'язання:

1)  $8 \cdot 2 = 16$  (к.) – костюми для хлопчиків із тканини для дівчаток;

2)  $16 + 7 = 23$  (к.) – костюми для хлопчиків із всієї тканини;

3)  $2 \cdot 23 = 46$  (м)

Відповідь: 46 м витратили на всі костюми.

Використання методу заміни дозволить познайомити учнів з новим способом розв'язування сюжетних задач і міцніше усвідомити зв'язки між даними величинами у задачі.

Прийом моделювання дозволить застосовувати рисунки, малюнки, схеми, графи, графіки, що спрощуватиме розв'язання і допомагатиме шукати нові способи розв'язування.

**Задача.** У господині були гуси і кролики. Всього їх було 20, а лап було 52. Скільки окремо гусей та скільки кроликів було у господині ?

Проаналізуємо різні підходи до розв'язування даної задачі.

#### 1. Спосіб випробувань.

У господині всього було 20 гусей і кроликів. Усі не можуть бути гусьми, бо тоді було б 40 лап. Кроликами всі теж не можуть бути, бо тоді у них було б 80 лап. Спробуємо випробувати різні числа. Числа 14 і 6 підходять. Значить у гаражі було 14 гусей і 6 кроликів.

#### 2. Спосіб припущення.

а) Припускаємо, що у господині були тільки гуси. Тоді лап було б  $2 \cdot 20 = 40$ . Це на 12 ( $52 - 40$ ) менше, ніж всього було. Замінивши одного кролика на гуску, кількість лап зменшується на 2. Тому, кількість кроликів (6) дорівнює частці від ділення чисел  $12 : 2$  ( $12 : 2 = 6$ ).

б) Припускаємо, що у господині були тільки кролики. Тоді лап було б  $4 \cdot 20 = 80$ . Це на 28 ( $80 - 52$ ) більше, ніж було лап. Замінивши одну гуску на

кролика, кількість лап збільшується на 2. Тому, кількість гусей дорівнює частці від ділення чисел  $28:2$  ( $28:2=14$ ).

### 3. Спосіб оригінальних здогадок.

Уявимо собі, що всі гуси і кролики вийшли на подвір'я: кролики на двох лапах, а гуси – на одній лапі. У цьому випадку було б зайнято половина всіх лап, тобто 26 ( $52:2$ ). Це на 6 більше, ніж всього було кроликів і гусей. Отже, у господині було 6 кроликів.

### 4. Узагальнений спосіб.

Проаналізуємо у загальному вигляді задачу. Нехай кількість гусей і кроликів була  $n$ , а кількість лап –  $k$ . Нехай  $x$  – кількість кроликів, а  $y$  – кількість гусей. Отримаємо систему лінійних рівнянь. Даний спосіб у початкових класах не може використовуватися.

### 5. Алгебраїчний спосіб.

Позначаємо через  $x$  – кількість гусей,  $(20-x)$  – кількість кроликів. Складаємо рівняння:  $2 \cdot x + 4(20-x) = 52$ ;  $2 \cdot x - 80 = 52$ ;  $2 \cdot x = 28$ ;  $x = 14$ .

Із цих розглянутих способів кожний має характерні особливості і сприятиме формуванню і розвитку певних видів мислення та його якостей. Проаналізуємо ці способи розв'язування з метою розвитку продуктивного мислення. Спосіб випробувань сприяє підготовці школярів до розуміння та застосування способу послідовного наближення. Він має широке використання у науці та стимулює розвиток інтуїтивного мислення. При проведенні кожного випробування школярі порівнюють, роблять узагальнення та висновки, тобто міркують. Використовуючи спосіб припущення, школярі уявляють певні життєві ситуації, математизують їх, проводять логічні операції: порівнюють, узагальнюють, абстрагуються, використовують такі форми мислення: умовиводи, судження, висновки.

Спосіб оригінальної здогадки потребує від школярів образності та оригінальності мислення, вміння уявляти реальні ситуації таким чином, щоб на першому місці були суттєві ознаки об'єкта, який розглядається. У цьому

випадку застосовується одна з логічних операцій – конкретизація, тому що школярі легше розв'язують задачі, які відповідають їх життєвому досвіду.

Узагальнені способи розв'язування сприяють формуванню важливих логічних операцій: узагальнення і абстрагування. Сам процес складання системи рівнянь є абстрагуванням [17].

Для розв'язування сюжетної задачі алгебраїчний спосіб сприяє переведенню певної життєвої ситуації на мову алгебри і забезпеченню процесу абстрагування.

Підсумовуючи розглянуті способи розв'язування сюжетної задачі, можемо наголосити, що розгляд кількох шляхів розв'язання однієї задачі сприятиме розвитку оперативності мислення, переходу від одного способу розв'язання до іншого, розвиватиме гнучкість мислення. Вибір найбільш легкого способу розв'язання допомагатиме розвивати раціональність мислення учнів. Сюжетні задачі, які допускають різні способи розв'язання, є певним матеріалом, який викликає в учнів допитливість, самостійність мислення, пробуджує інтерес до вивчення математики.

Таким чином, використання різних шляхів розв'язання задач сприятиме розвитку мислення школярів, їх пошук організовуватиме учнів на засвоєння штучних підходів, створення оригінальних ситуацій. Така організація роботи під час вивчення математики сприятиме вихованню особистості учня.

## **2.2. Поєднання арифметичного та алгебраїчного способів розв'язування задач**

*Арифметичний спосіб розв'язання задачі* полягає в побудові послідовності операцій з відомими (з умови або з попередніх операцій) величинами для знаходження шуканої величини. З умови задачі ця послідовність безпосередньо не впливає, для її визначення потрібний спеціальний логічний аналіз, що становить основну складність (а може, й основну

привабливість) арифметичного способу. Ізольованість кожної операції і відірваність її від остаточного результату ще більш ускладнюють цей аналіз. Оскільки операції (і зв'язки, які вони відбивають) у ході аналізу і розв'язування безпосередньо впливають одна на одну і на остаточний результат, буває важко встановити істотні залежності з умови задачі, тому в учнів часто спостерігається орієнтація на неістотні зовнішні ознаки [11; 23].

*Алгебраїчний спосіб* орієнтує на виявлення даних у задачі залежностей у вигляді рівняння. Це стає можливим завдяки особливій ролі  $x$  – символічної форми невідомої величини, якою користуються як відомою. При цьому логічний аналіз може спиратись на попередньо вироблені вміння арифметичних способів розв'язування задач. Тоді алгебраїчний спосіб виступатиме в ролі узагальнення арифметичного, а у вивченні задач йому має передувати арифметичний спосіб [28; 29].

Головним в алгебраїчному способі є встановлення таких двох величин, які можна буде прирівняти і взяти основою при складанні рівняння.

У навчанні школярів розв'язувати задачі на першому етапі варто використовувати арифметичний спосіб. Він є найраціональнішим для простих задач і у записі розв'язання, і під час міркувань, що супроводжують його.

Розглянемо для прикладу **прості задачі** на знаходження різниці, зменшуваного і від'ємника.

1. У коробці було 12 олівців. З неї взяли 5 олівців. Скільки олівців залишилось у коробці?

2. З коробки взяли 5 олівців. У ній залишилось 7 олівців. Скільки олівців було в коробці?

3. У коробці було 12 олівців. Коли з неї взяли кілька олівців, то їх залишилося 7. Скільки олівців взяли з коробки?

Записавши розв'язування у таблиці, бачимо, що воно найпростіше за арифметичного способу:

№	Арифметичний спосіб	Числовий вираз	Рівняння
1.	$12 - 5 = 7$ (ол.)	$12 - 5 (=7)$	$x = 12 - 5$ $x = 7.$
2.	$5 + 7 = 12$ (ол.)	$5 + 7 (=12)$	$x - 5 = 7$ $x = 5 + 7$ $x = 12.$
3.	$12 - 7 = 5$ (ол.)	$12 - 7 (=5)$	$12 - x = 7$ $x = 12 - 7$ $x = 5.$

Порівняємо складені задачі:

1. В одній книжці 253 сторінки, а в другій на 124 сторінки менше, ніж у першій. Скільки сторінок в обох книжках?

2. Для дитячого садка одержали 24 кг борошна у 8 однакових кульках. Витратили 15 кг борошна. Скільки кульків борошна витратили?

3. До їдальні привезли 100 л молока. Частина молока вилили у 5 бідонів місткістю по 15 л кожний. Решту молока вилили у малі бідони – по 5 л кожний. Скільки потрібно було малих бідонів?

№	Арифметичний спосіб	Алгебраїчний спосіб
1.	1) Скільки сторінок у другій книжці? $253 - 124 = 129$ (ст.) 2) Скільки сторінок в обох книжках? $253 + 129 = 382$ (ст.)	$x$ – кількість сторінок в обох книжках; $253$ – у першій книжці; $(253 - 124)$ – у другій книжці; $x = 253 + (253 - 124).$
2.	1) Яка маса одного кулька борошна? $24 : 8 = 3$ (кг) 2) Скільки кульків борошна витратили? $15 : 3 = 5$ (к.)	$x$ – витратили кульків; $24 : 8$ – маса одного кулька; $15 : x$ – маса одного кулька; $15 : x = 24 : 8$ ; $x = 15 : 3$ ; $x = 5$ (к.)
3.	1) $15 \cdot 7 = 35$ (л) – у 5 більших бідонах; 2) $100 - 75 = 25$ (л) – у менших бідонах; 3) $25 : 5 = 5$ (бідонів)	$x$ – малих бідонів; $15 \cdot 5$ – вилили у великі бідони; $5 \cdot x$ – вилили у малі бідони; $15 \cdot 5 + 5 \cdot x = 100$ ; $5 \cdot x = 100 - 75$ ; $5 \cdot x = 25$ ; $x = 25 : 5$ ; $x = 5.$

Як видно з таблиці, запис розв'язування складених задач арифметичним способом (навіть з письмовим планом) простіший, ніж рівнянням.

Розв'язуючи задачі складанням рівняння, однаково треба виконати усно або письмово ті обчислення, які арифметичним способом виконуються до кожного запитання. До того ж розв'язування рівняннями потребує доброго знання порядку виконання дій, залежностей між компонентами і результатами арифметичних дій.

Деякі задачі розв'язували складанням числового виразу.

Числовий вираз – це перехідна ланка між способами розв'язування задач окремими діями і складанням рівняння. Але спосіб складання числового виразу має ту перевагу, що для його застосування треба усно скласти план розв'язування задачі ще до того, як будуть виконані окремі обчислення [29].

Це дуже важливо, оскільки трапляється, що учні, розв'язуючи складені задачі, не аналізують кожну з них в цілому, а починають роботу над тими окремими простими задачами, які входять до складеної. Вимога скласти числовий вираз спонукає дітей встановлювати залежності між величинами, як і в разі розв'язування арифметичним способом.

У процесі творчої роботи корисним буде розв'язування однієї задачі різними (арифметичним і алгебраїчним) способами [28-30].

Складені задачі на дві-три дії розв'язують за допомогою рівнянь під керівництвом учителя. А для самостійної роботи у класі чи вдома цей спосіб доцільно пропонувати тільки в окремому разі, використовуючи для цього відомі учням задачі. Прості задачі на знаходження невідомих компонентів арифметичних дій і частково задачі, пов'язані з різницеvim чи кратним порівнянням двох величин, у 1-4 класах письмово теж розв'язуються складанням рівнянь.

Вибір способу розв'язування тієї чи іншої задачі: окремими діями, скласти числовий вираз чи рівняння, має вирішити сам педагог, зваживши подані у підручнику мету уроку, вказівки, зміст задачі, а також рівень готовності школярів.

Однак завжди давати вказівки щодо способу розв'язування не слід. Інколи дозволялось учням проявляти в цьому ініціативу. Учні 1 і 2 класів складають план усно, 3 і 4 класів ознайомлювали з письмовим планом.

Значна увага повинна приділятися навчанню дітей міркувати в процесі розбору задачі. Допомагають тут спеціальні зразки, яких діти на перших порах неухильно дотримуються.

Наприклад:

1. Невідоме число зменшили на 5 і дістали 17. Знайти невідоме число.

Міркування під час розв'язування задачі: “Позначимо невідоме через  $x$ . у задачі подано, що невідоме зменшується на 5. Тому, від невідомого маємо відняти 5. Записуємо:  $x - 5$ . Зменшили на 5, отримали 17. Тому,  $x - 5 = 17$ . Невідомим у цьому рівнянні є зменшуване. Для того, щоб знайти зменшуване, маємо до різниці додати від'ємник:  $x = 17 + 5$ . Отже,  $x = 22$ .

Робимо усну перевірку:  $22 - 5 = 17$ .”

2. У бочці було кілька відер води. Коли в неї влили ще 12 відер, то наповнили її вщерть. Скільки відер води було в бочці спочатку, якщо її місткість становить 20 відер?

Хід міркувань при складанні рівняння до другої задачі:

“Запитання задачі: скільки було спочатку відер води в бочці. Позначимо, що було спочатку  $x$  відер води. Після того, як долили 12 відер води, маємо  $x+12$  відер. Бочка вміщує всього 20 відер. Тому,  $x+12=20$ . Невідомим є перший доданок. Щоб його знайти ... і т.д.”

За допомогою рівнянь у 3 класі розв'язують деякі складені задачі. Наприклад, задача:

*Якщо невідоме число помножимо на 7 і до результату додамо 16, то отримаємо 58. Знайти це невідоме число.*

Міркувати можна за зразком: “Позначаємо через  $x$  невідоме і помноживши його на 7, отримаємо  $x \cdot 7$ . До цього виразу додаємо 16 і отримаємо  $x \cdot 7 + 16$ . За умовою задачі цей вираз дорівнює 58. Тому,  $x \cdot 7 + 16 = 58$ .

Розв'язуємо отримане рівняння. У ньому відомою є сума та другий доданок. Невідомий перший доданок.

Знаходимо, чому дорівнює перший доданок:

$$x \cdot 7 = 58 - 16; \quad x \cdot 7 = 42.$$

Отримали рівняння, в якому перший співмножник є невідомим. Знаходимо його:

$$x = 42 : 7, \quad x = 6.$$

Перевірка:  $6 \cdot 7 + 16 = 42 + 16 = 58.$ "

До задачі на дві-три дії можна скласти два чи більше рівнянь. Це повинні розуміти третьокласники.

Таким чином, особливість розбору задачі за алгебраїчного способу полягає у необхідності складання виразів, з яких потім можна утворити рівняння. Розглянемо для прикладу задачу, умова якої записана у вигляді таблиці.

Тканина	Ціна	К-сть	Вартість
Сукно		3 м	36 грн
Шерсть	1 м шерсті у 2 рази дорожчий, ніж 1 м сукна	7 м	x грн

Наступна робота над задачею – за такими запитаннями:

1. Про які величини йдеться у задачі?
2. Як знайти вартість?
3. Як знайти ціну?
4. Для якої простої задачі зручно скласти вирази?

Позначимо вартість 7 м шерсті через  $x$ . Запишемо вираз для ціни 1 м шерсті й 1 м сукна. Маючи ці вирази, складемо рівняння.

Записи:

$$36 : 3 - \text{ціна 1 м сукна};$$

$$x : 7 - \text{ціна 1 м шерсті};$$

$$x : 7 > 36 : 3 \text{ у 2 рази.}$$

Щоб мати змогу поставити знак рівності між виразами, треба перший вираз зменшити у 2 рази чи другий – збільшити у стільки ж разів. Дістанемо:

$$x : 7 : 2 = 36 : 3; x : 7 = 36 : 3 \cdot 2.$$

Потім з'ясуємо, яке ще рівняння можна скласти за умовою цієї задачі і запишемо його:  $(x : 7) : (36 : 3) = 2$ .

Хоча ця робота проводиться під керівництвом вчителя, важливо прищеплювати учням навички самостійно добирати спосіб розв'язування, раціонально обчислювати і записувати математичні викладки. А це можливо тільки за наполегливої праці як учнів, так і класовода.

### 2.3. Аналіз результатів експериментального дослідження

З метою з'ясувати можливості формування в учнів вмінь і навичок розв'язувати арифметичні задачі узагальненими способами нами було проведено експеримент навчального характеру у 3-А класі (контрольний клас) та 3-Б класі (експериментальний клас) ПЗО Міжнародної школи «Львів Брітіш скул» м.Львова. В експериментальному класі нами була використана методика Скворцової С.О., що сприяла виділенню учнями арифметичних дій у процесі розв'язування задач, їх усвідомленню через умовні позначення, їх групуванню, об'єднанню та узагальненню [23]. Крім уроків з математики з учнями проводились групові та індивідуальні заняття у позаурочний час.

Навчання у контрольному класі здійснювалось традиційними методами.

Робота з учнями не починалась з повідомлення їм готових способів розв'язання задач. Вони вироблялись поступово, з допомогою вчителя та в процесі самостійної роботи.

Відповідно до вимог програми з математики у 3 класі, розв'язувались задачі різних видів з використанням основних прийомів – аналізу та синтезу. Цими логічними прийомами дітей навчали порівнювати, зіставляти,

конкретизувати, узагальнювати, тобто виконувати важливі розумові операції, необхідні для подальшого опанування математикою.

Розглянемо на прикладі конкретної задачі, як здійснювалась ця важлива для розвитку мислення школярів навчальна робота.

Задача: “У саду у першому ряду було 34 дерева, у другому ряду – 28, а у третьому на 30 дерев менше, ніж у першому і другому рядах разом. Скільки дерев росло у третьому ряду?”.

Для усвідомлення умови доцільним був скорочений її запис:

1 ряд – 34 дерева,

2 ряд – 28 дерева,

3 ряд – (?) – на 30 менше, ніж у 1 р. + 2 р.

В основному, діти її розв’язали по діях, оскільки вже вміли абстрагуватися від конкретного змісту задачі, володіли аналізом і синтезом.

1)  $34+28=62$  (д.) – у 1 і 2 рядах разом.

2)  $62 - 30=32$  (д.) – у 3 ряду.

Проте можна запропонувати ще один підхід до розв’язання цієї задачі. Зосереджуючи увагу на синтетичному способі розв’язування задачі, вчитель зачитував тільки початок умови “ У першому ряду було 34 дерева, у другому – 28” і запитував “що можемо знайти на підставі даних у задачі величин?”.

Школярі пропонували:

- обчислити кількість дерев у двох рядах; ( $34+28 = 62$  д.)
- порівняти кількість дерев у 1 і 2 рядах; (у 1 ряді більше дерев)
- обчислити, на скільки більше дерев у 1-му , ніж у 2 ряду.

( $34 - 28 = 6$  д.)

Щоб продемонструвати процес аналізу і синтезу при розв’язуванні цієї задачі використовували таблицю:

	К-сть дерев у 1р.	К-сть дерев у 2 р.	К-сть дерев у 3 р.	Разом у 1р. і 2 р.	Більше у 1 р., ніж у 2 р.
За умовою	34	28	На 30 менше, ніж у 1 і 2 рядах.	?	?
За результатами виконання дії	34	28	32	62	6

Після цього вчитель зачитував наступну частину умови “в третьому на 30 учнів менше, ніж у першому і другому разом ” і запитував, що можна визначити за цими даними. Відповіді учнів записувались у таблицю і записувалась загальна числова формула розв’язування задачі.  $((34+28)-30)$

Навчальний ефект від такого розбору задачі великий. Його підсилювали, пропонуючи додаткову роботу – скласти задачі, де були б ті самі числа, але інша фабула, і при розв’язуванні потрібно було виконувати ті самі дії і в однаковій послідовності, наприклад:

1. На одній полиці було 34 книжки, на другій – 28, а на третій було на 30 книжок менше, ніж на другій і першій разом. Скільки книжок було на третій полиці?

2. В одній колоні 34 автомашини, у другій 28, а в третій на 30 машин менше, ніж у першій і другій разом. Скільки автомашин було у третій колоні?

Такі вправи формували у школярів таку розумову операцію, як аналогію, вчили встановлювати відповідність між задачами того самого виду та конкретизувати їх математичний зміст.

Роботу над задачами видозмінювали, пропонуючи скласти задачі, в яких умова була б тією самою, а числові дані іншими (або інше запитання), та розв’язати їх. Коли діти наводили кілька таких зразків, то в їхній свідомості формувалась загальна схема розв’язування задач відповідного виду.

Рекомендували учням записати загальну схему задачі за допомогою буквеної символіки. Наприклад: “У першому класі було  $a$  учнів, у другому –  $b$ ,

*a в третьому на с учнів менше, ніж у першому і другому разом. Скільки учнів було у третьому класі?”*

Розв'язування здійснювалось за формулою:  $(a+b)-c$ .

Введення буквеної символіки було підготовкою до навчання учнів розв'язувати задачі за допомогою рівнянь, хоча це й не передбачається програмою. Така робота проводилась спочатку на схожих, а потім на різних за змістом і структурою задачах.

Учням пропонувались задачі різних типів, розв'язування яких вимагало не тільки дій додавання і віднімання, але й множення і ділення (задачі на кратне відношення). Засвоївши у 1 і 2 класах залежності між компонентами і результатами дій, третьокласники використовували їх для розв'язування рівнянь. Вміння розв'язувати рівняння закріплювалось на прикладах і на задачах, що зводились до рівняння.

Зіставляючи хід розв'язання задач арифметичним і алгебраїчним способом, учні помічали, що питання, які ставляться при перевірці розв'язання задач арифметичними способами, збігаються з питаннями при складанні виразів із змінною та рівнянь. Тільки набувають вони більш загальної форми. Так встановлювався зв'язок між раніше виробленим умінням розв'язувати задачі арифметичними способами і оволодіння новим (алгебраїчним) способом їх розв'язання.

Цінним розвивальним видом навчальних завдань було складання обернених задач, міркування при цьому спрямовувались у зворотному напрямку – від шуканого до відомого. Проводячи роботу над задачами різними способами, ми сприяли розвитку мислення дітей. Звичайно, не було змоги опрацювати всі задачі детально, але у цьому не було потреби. Окремі з них саме так і розв'язувались. Тому виділяли опорні задачі, на аналізі яких детально використовували відповідні розумові операції, узагальнення [12; 31].

Використані у навчанні схеми виступали як наочна опора мисленнєвих дій учнів, допомагали їм виразити в узагальненій формі математичні

відношення, дані в умові задачі, і тим самим вийти за її межі, одержати узагальнений спосіб розв'язання будь-яких задач даного типу.

Вкінці експерименту учням обох класів (3-А і 3-Б) була запропонована контрольна робота, яка включала різні типи задач [17; 31]. Учні експериментального класу справились із завданням швидше і з більшим успіхом: в експериментальному класі 86% учнів правильно розв'язали задачі на знаходження чисел за допомогою суми і різниці, на залежність між компонентами і результатами в арифметичних діях, тоді як у контрольному – лише близько 70%. В експериментальному класі 9 учнів розв'язали прості задачі, сформульовані у непрямій формі за допомогою рівнянь  $x \pm a = b$ , у контрольному – лише двоє учнів.

Невелика за часом тривалість проведення нами експериментального навчання і кількість занять були, звичайно, недостатніми для того, щоб сформувати вміння розв'язувати задачі узагальненими способами у всіх учнів за наміченим планом. Проте результати експерименту ми вважаємо позитивними.

## ВИСНОВКИ

На основі аналізу психолого-педагогічної, методичної літератури та проведеного експериментального дослідження у школі щодо проблеми ознайомлення молодших школярів з узагальненими способами розв'язування задач у початкових класах можна зробити такі висновки:

1. Як психологічне поняття, узагальнення є тією мисленнєвою діяльністю, яка здійснюється школярами безперервно у процесі навчання. Узагальнення є основою будь-якого мислення.

2. Сам процес розв'язування задач є складною аналітико-синтетичною діяльністю школярів. Тому кожна задача нового типу є не лише окремою метою навчання, але і засобом формування загальних прийомів роботи над задачами.

2. Значна кількість помилок, які роблять учня при розв'язуванні арифметичних задач, виникає через те, що вони не вміють узагальнювати і діють за аналогією у тих випадках, де вимагається зміна способу дії і, навпаки, не використовують відомих їм способів там, де це необхідно, оскільки вони не побачили подібного.

4. Навчити розумінню, грамотному поясненню – необхідна умова навчання розв'язувати сюжетні задачі. Вчителю на кожному уроці варто повторювати раніше опрацьований матеріал, щоб розглянути надалі його у нових ситуаціях та зв'язках. Такий підхід забезпечуватиме процес повторення вивченого матеріалу на високому рівні узагальнення.

5. Використання алгоритмів розв'язання дозволяє формувати загальний підхід до аналізу задачі, спрямувати роботу у потрібне русло. Перехід знань з репродуктивного рівня до аналітико-синтетичного дозволяє прискорити міркування за зразком, допомагає сформувати навички самостійної діяльності. Короткі записи умов задач, опорні схеми, словесно-символічні моделі, графічні зображення розв'язування складених задач дозволяють

економно та ефективно використовувати час, потрібний для розв'язування задач, вчать узагальнювати їх.

6. Успішна робота педагога з метою формування вмінь і навичок школярів розв'язувати задачі різними способами залежить від дидактичних умов, дотримання яких забезпечить вивчення понять, пов'язаних із розв'язуванням таких задач. Найбільш важливі, на нашу думку, наступні:

- послідовність подання і розв'язування задачі;
- ступінь свідомого засвоєння учнями умови задачі;
- проведення розбору задачі;
- пояснення і запис розв'язання задачі;
- самостійна робота учнів над задачею;
- формування вміння учнів розв'язувати сюжетні задачі;
- організована робота над помилками школярів.

7. На перших порах, навчаючи учнів розв'язувати задачі різними способами, доцільно арифметичному способу надавати перевагу. Він більш раціональний для простих задач і під час запису розв'язання, і у процесі міркувань, що супроводжують його.

Алгебраїчний спосіб є певним узагальненням арифметичного. Важливо, щоб йому передувало використання арифметичного способу.

7. Вибір способу розв'язування запропонованої задачі (окремими арифметичними діями, складанням числового виразу або рівняння) залишається за вчителем. Важливо враховувати мету уроку, подані в підручнику вказівки, зміст задачі, а також на рівень підготовки школярів.

Корисно практикувати, як творчу роботу, розв'язування однієї тієї самої задачі арифметичним та алгебраїчним способами.

Теоретичні висновки підтвердились під час проведення експериментального дослідження у початковій школі.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Арішака Т. Творча робота над задачею: різні варіанти поступового ускладнення умови задачі. Початкова освіта (Шкільний світ). 2011. № 3. С. 11-15.
2. Бантова М.О. Методика викладання математики в початковій школі. К.: Вища школа.1990. 254с.
3. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 1 класу загальноосв. навч. заклад. К.: Генеза, 2012. 160 с.
4. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 2 класу загальноосв. навч. заклад. Підручник для 2 класу. К.: Генеза. 2013. 144 с.
5. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 3 класу загальноосв. навч. заклад. К.: Генеза, 2014 176 с.
6. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 4 класу загальноосв. навч. заклад. К.: Генеза, 2014. 180 с.
7. Оляницька Л.В. Математика. 4 клас. К.: Освіта, 2015.192 с.
8. Богданович М.В., Козак М.В., Коваль Я.А. Методика викладання математики в початкових класах: Навч. пос. 3-є вид., перероб. і доп. Тернопіль: Навчальна книга Богдан, 2006. 336 с.
9. Друзь Б.Г. Роздатковий матеріал з математики для 4 класу // Початкова школа. 2014. № 7. С. 49-54.
10. Заїка А. Учням про задачу і процес її розв'язування // Початкова школа. 2018. № 3. С.12-16.
11. Касьяненко М.Д. Про єдиний підхід до розв'язування задач // Початкова школа. 2007. № 8. С.23-28.
12. Кисільова-Біла В. Логічна складова математичної компетентності молодшого школяра. Початкова школа. 2012. № 2. С. 11-16.
13. Лебідь Г.В., Хмурич Р.М. Дослідження особливостей мислення молодших школярів // Початкова школа. 2016. № 4. С.7-9.

14. Математика в таблицях та схемах для учнів початкових класів. / автори упоряд. Курганов С.Ю., Волошина В.О. Х.: торсінг плюс, 2013. С.38 -41.
15. Мізюк В.А. Диференціювання завдань при розв'язуванні текстових задач // Початкова школа. 2006. № 12. С.37-42.
16. Назаренко Н. Диференціація самостійної роботи учнів на уроках математики // Початкова школа. 2011. № 6. С. 15-19.
15. Нікуліна Г.Д. Резерви підвищення ефективності уроку математики// Початкова школа. 2009. № 10. С.29-32.
17. Паламарчук В.Ф. Школа вчить мислити // Початкова школа. 2019. № 6. С.24-27.
18. Пархоменко Н. Орієнтовні контрольні роботи з математики для 3-4 класів (II семестр) // Початкова школа. 2014. № 1. С. 37-39
19. Рябова С. І. Збірник задач і тестів з математики. 3 клас. Тернопіль: Навчальна книга Богдан, 2002. 128 с.
20. Савченко О. Розвиток змісту початкової освіти в умовах Державного суверенітету України // Початкова школа. 2011. № 8. С. 25-29.
21. Савченко О.Я. Дидактика початкової школи: Підручник для студентів педагогічних факультетів. К.:Абрис, 2007. 416 с.
22. Семенова А.В., Гурін Р.С., Осипова Т.Ю. Основи психології і педагогіки. Навчальний посібник. К.: Знання, 2006. 320 с.
23. Скворцова С.О. Методика розв'язування сюжетних задач у початковій школі. Частина II. Одеса: Фенікс, 2011. 156 с.
24. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники та посібники, 2004. 240 с.
25. Стасів Н., **Бутинець Х.** Особливості розв'язування сюжетних задач різними способами у початковому курсі математики. 2nd International Scientific and Practical Conference «Scientific Innovation: Theoretical Insights and Practical Impacts» (March 10-12, 2025. Naples, Italy). European Open Science Space, 2025. P. 249-251.
26. Ушинський К.Д. Вибрані твори. К.: Освіта, 2006. 213 с.

27. Філь В.О. Види обґрунтування суджень у молодших школярів // Початкова школа. 2016. №12. С.64-69.
28. Чашечнікова О., Федорова Н. Систематизація і узагальнення знань з математики // Початкова школа. 2017. № 9. С. 24-27.
29. Шевченко А. Розв'язування арифметичних задач різними способами // Початкова школа. 2000. № 5. С. 13-15.
30. Шостак Л. Формування вміння розв'язувати сюжетні задачі як логічний складник математичної компетентності // Початкова школа. 2015. № 9. С.27-32.
31. Хробот В.Р. Різномірні завдання на уроках математики // Початкова школа. 2017. № 1. С.20-26.
32. Яцун В.З. Навчати творчо // Початкова школа. 2021. № 6. С.96-99.