

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
Кафедра фундаментальних дисциплін початкової освіти

«До захисту допускаю»
Завідувач кафедри фундаментальних
дисциплін початкової освіти,
доктор педагогічних наук, професор
_____ Володимир КОВАЛЬЧУК
« » _____ 2025 р.

**ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДИЧНИХ ПРИЙОМІВ
ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦІЙНУ
ЗАЛЕЖНІСТЬ У ПОЧАТКОВОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

Спеціальність 013 Початкова освіта
Освітня програма «Початкова освіта»

Магістерська робота

на здобуття кваліфікації – Магістр початкової освіти.

Вчитель початкових класів закладу загальної середньої освіти

Автор роботи: *Сах Діана Русланівна* _____

**Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Стасів Наталія Іванівна** _____

Дрогобич, 2025

**Особливості використання методичних прийомів
під час розв'язування задач на пропорційну залежність
у початковому курсі математики**

Анотація

У магістерській роботі вивчено особливості різних видів задач з пропорційними величинами, що використовуються у початковому курсі математики; досліджено вплив окремих методичних прийомів на результативність процесу розв'язання задач. Розглянуто методику розв'язування основних типів задач на пропорційну залежність різними способами. Запропонована у роботі послідовність розгляду задач на пропорційну залежність дозволяє забезпечити поступове ускладнення їх змісту, доступність засвоєння учнями математичних понять та положень, а також їх подальше застосування під час розв'язання практичних завдань.

**Features of using methodological techniques when solving problems on
proportional dependence in the initial mathematics course**

Annotation

The master's thesis studies the features of various types of problems with proportional quantities used in the initial course of mathematics; the influence of individual methodological techniques on the effectiveness of the problem-solving process is investigated. The methodology for solving the main types of problems on proportional dependence in various ways is considered. The sequence of consideration of problems on proportional dependence proposed in the work allows for the gradual complication of their content, the accessibility of pupils' assimilation of mathematical concepts and provisions, as well as their further application when solving practical problems.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦІЙНУ ЗАЛЕЖНІСТЬ У ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ	
1.1. Математична задача як засіб активізації навчання учнів	8
1.2. Особливості розв'язування задач з пропорційними величинами	15
РОЗДІЛ 2. ОКРЕМІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ З ПРОПОРЦІЙНИМИ ВЕЛИЧИНАМИ	
2.1. Основні типи задач з пропорційними величинами, що розглядаються у початкових класах	19
2.2. Основні способи розв'язання задач на пропорційну залежність	37
2.3. Аналіз результатів експериментального дослідження	45
ВИСНОВКИ	48
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	50

ВСТУП

Основою початкового курсу математики є арифметика натуральних чисел і основних величин. До числа основних величин відносяться величини, пов'язані пропорційною залежністю, наприклад: швидкість, час і подолана відстань; вартість, кількість предметів і їх загальна вартість та ін. Ознайомлення молодших школярів з основними величинами відбувається у процесі аналізу та розв'язування сюжетних задач. Під час розв'язування задач з пропорційними величинами школярі практично встановлюють залежності між значеннями відповідних величин: часу та відстані, кількості предметів та їх вартості та ін.

Значна кількість методичних досліджень містить рекомендації вчителям щодо проведення робіт над різними видами задач на пропорційну залежність, але ніде чітко не простежується їх загальна модель [7; 14; 18; 26]. Тому на наш погляд, діти після закінчення початкової школи не усвідомлюють того узагальнення, яке притаманне задачам на пропорційну залежність. А це позначається на їхньому подальшому засвоєнні не лише математичних знань (про відсоткове відношення, функціональну залежність, послідовності, прогресії та ін.), але і знань з фізики, хімії тощо.

Врахування особливостей формування загальних умінь розв'язувати сюжетні задачі з пропорційними величинами є вагомим засобом вдосконалення відповідних складових. Зокрема, вміння виокремлювати величини, які є у сюжетній задачі, визначати ключові слова і необхідні числові значення величин, вміння подавати задачі у вигляді таблиці або схеми, виконувати графічні зображення до задач.

Під час формування вміння розв'язувати задачі за підходом окремих дослідників [15; 16; 18], основними визначальними характеристиками роботи над сюжетними задачами мають бути різні форми коротких записів; впровадження пошуків аналітичного розв'язання задач; різноманітні форми запису розв'язання задач.

Пошуково-дослідницька та творча робота над задачами після їх розв'язання полягає у необхідності: а) складати і розв'язувати обернені задачі; б) змінювати питання чи умову таким чином, щоб розв'язання включало більше або менше арифметичних дій; в) змінювати умову або запитання для того, щоб задачі не можливо було розв'язати; г) вносити у задачі відповідні зміни для того, щоб вони містили зайві числові дані, або щоб у них було недостатньо числових даних для формулювання відповідей на їх запитання; д) вносити у задачі певні зміни, щоб у них зникали зайві числові дані або щоб цих числових даних було достатньо для відповіді на запитання сюжетних задач; е) змінювати текст задач так, щоб у їх розв'язанні появилися обернені дії.

Значна увага у ряді досліджень [1; 9; 12] приділяється процесу порівняння задач з однаковими фабулами, але з різними математичними змістами; порівняння задач з різними фабулами та однаковими математичними змістами.

Актуальність проблеми ознайомлення молодших школярів з основними методичними прийомами розв'язування задач з пропорційними величинами обумовили вибір теми нашого дослідження.

Мета дослідження – розглянути психолого-педагогічні умови введення пропорційної залежності та особливості вивчення різних типів задач з пропорційними величинами у процесі вивчення математики у початкових класах.

Об'єктом дослідження є процес розв'язування задач з пропорційними величинами під час вивчення початкового курсу математики.

Предмет дослідження – використання задач на пряму та обернену пропорційну залежність у процесі навчання молодших школярів.

У відповідності з метою дослідження були поставлені такі **завдання**:

- ознайомитись з психолого-педагогічною та методичною літературою з даної проблеми;
- вивчити особливості різних видів задач з пропорційними величинами, що використовуються у початковому курсі математики;

- дослідити вплив окремих методичних прийомів на результативність процесу розв'язання задач;

- розробити систему експериментальних завдань з даної проблеми та проаналізувати їх ефективність у вивченні молодшими школярами пропорційної залежності.

У процесі дослідження використовувались наступні **методи дослідження**:

- аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури;
- спостереження;
- бесіди;
- тестування.

Результати дослідження обговорені на методичному семінарі вчителів початкових класів Малодідушицької гімназії імені Романа Собківа Стрийського району Львівської обл. та засіданні кафедри фундаментальних дисциплін початкової освіти Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка.

Основні результати дослідження опубліковані у матеріалах 3-ої Міжнародної науково-практичної конференції «Modern Perspectives on Global Scientific Solutions» (Bergen, Norway, 2025) [27].

Практична значущість та новизна дослідження визначається розробкою конспектів та доббором завдань, що містять задачі на пропорційну залежність. Використання їх при вивченні математики у початкових класах сприятиме індивідуалізації навчання, формуванню у дітей інтересу до математики, розвитку в дітей спостережливості, кмітливості, вміння аналізувати й узагальнювати факти.

Структура роботи. Магістерська робота складається із вступу, двох розділів, що охоплюють п'ять підрозділів, висновків, списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1. ДИДАКТИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦІЙНУ ЗАЛЕЖНІСТЬ У ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

1.1. Математична задача як засіб активізації навчання учнів

Сюжетні задачі мають велике значення у житті людини, спрямовують і визначають всю її діяльність.

Особливо важливу роль відіграють сюжетні задачі у навчанні математики, а саме, у початковому курсі. З одного боку, школярі повинні засвоїти основні методи розв'язування відповідної системи математичних задач; а з іншого боку, освітні цілі можна повноцінно досягнути тільки під час розв'язування учнями певної системи задач [7; 14; 24].

Отже, розв'язування сюжетних задач є не лише метою, але і засобом навчання.

Сюжетні задачі є вагомим конкретним матеріалом, який допомагає школярам сформувати нові знання і закріпити у процесі використання вже отримані знання. Якщо треба сформувати в учнів чітке, свідоме поняття про дію додавання, то школярам треба розв'язати достатню кількість простих сюжетних задач на знаходження суми, практично здійснювати кожного разу об'єднання множин предметів, що розглядаються. Наприклад, при розв'язуванні задач на знаходження невідомих компонентів дій: знаходження невідомого доданка, множника, зменшуваного, дільника і т.д., учні ознайомлюються із зв'язками між компонентами та результатами відповідних арифметичних дій.

Задачі, виступаючи у ролі конкретного матеріалу для формування знань, дозволяють пов'язувати теорію з практикою, навчання дітей з життям. У процесі розв'язування задач у школярів формуються такі практичні вміння, які потрібні кожній людині у повсякденному житті. Наприклад, треба знайти

вартість покупки чи ремонту квартири; правильно знайти час виходу з дому, щоб не запізнитися на автобус тощо.

Застосування сюжетних задач як конкретної бази для ознайомлення школярів з новими поняттями і використання вже отриманих знань відіграє вагомую роль під час формування у них початкових елементів наукового світогляду. При розв'язуванні задач, школярі переконуються, що ряд понять – цифра, число, арифметичні дії, відношення між ними, беруться з реального життя та з практичної діяльності людей [8; 12; 25].

У процесі розв'язування сюжетних задач школярів ознайомлюють з поняттями та відношеннями, що мають значний пізнавальний та виховний зміст. Багато задач, які розв'язують учні початкових класів, відображають працю дорослих та дітей, досягнення у науці і техніці, культурі.

За певної методики сам процес розв'язування сюжетних задач здійснює позитивний вплив на розумовий розвиток учнів, бо він вимагає здійснення таких розумових операцій як: аналіз та синтез, конкретизація та абстрагування, порівняння, узагальнення. У процесі розв'язування довільної задачі учні виконують синтез, користуються при цьому конкретизацією, тобто подумки “малюють” умову задачі, а надалі абстрагування і, абстрагуючись від конкретних ситуацій, вибирають потрібні арифметичні дії. Внаслідок багаторазового розв'язування задач певного типу, школярі узагальнюють відомості про зв'язки між даними і шуканими, чим узагальнюють спосіб розв'язування задач цього типу [7; 29].

Психологічними дослідженнями виокремлено три основні типи активності учнів:

- репродуктивно-наслідувальний тип;
- пошуково-виконавчий тип;
- творчий тип [22, С.42].

Кожен із цих типів активності проявляється та розвивається в учнів під час творчої роботи над запропонованою задачею. *Перший тип* активності, який виявляється при засвоєнні школярами відповідних предметних дій і

мовленнєвих форм, дозволяє їм успішно засвоювати співвідношення і виділяти у змісті програмового матеріалу раніше засвоєні та вже нові поняття. *Другий тип* активності проявляється під час самостійного аналізу учнями змісту задачі, встановленні зв'язків між відомими та невідомими величинами у сюжетних задач [22, С.56].

Третій тип активності виявляється під час самостійного аналізу задачі і розв'язування її оригінальним способом. Варто, зауважити, що різні типи активності потребують, щоб у процесі навчання були створені ситуації, в яких учні виконували б нові за змістом завдання і вчилися використовувати найбільш раціональні способи дій. Якщо на уроках не буде таких ситуацій, то учні не потребуватимуть засвоєння дій і операцій, які дозволитимуть їм перейти на вищий рівень активності. При тривалому перебуванні школярів у стані одного з типів активності буде гальмувати їх загальний розвиток психіки [22, С.86].

Таким чином, рівень активності школярів істотно впливає на їх здатність сприймати сюжетну задачу та знаходити способи її розв'язування.

Спинимось на деяких вимогах до задачного матеріалу.

Зміст матеріалу задачі. У розумовому розвитку школярів виділяють два рівні:

- 1) рівень актуального розвитку, сам розв'язує певні завдання;
- 2) рівень, за якого учень не може розв'язувати самостійно завдання, але за допомогою додаткових запитань, прикладів чи за взірцем, які містять елементи міркувань, допомагає засвоїти спосіб виконання дій. Л.С. Виготський цей рівень називав “зоною найближчого розвитку”.

Форма матеріалу задачі. Перелічені вимоги щодо змісту задачі, впливаючи на його усвідомлення учнями, в основному, активізують їхню розумову діяльність.

Аналіз результатів наукових досліджень і практики досвідчених педагогів підтверджують, що оптимальність мислинневої діяльності учнів у

процесі розв'язування задач забезпечується не тільки змістом, але й формою організації матеріалу задачі [13; 17; 26; 29].

На нашу думку, дуже корисним є такі прийоми роботи із задачею, як:

- внесення різних змін у її постановку, а саме: переформулювання змісту задачі, багаторазова заміна числових даних для узагальнення способів розв'язування задач;

- доповнення задачі певними даними, яких не вистачає у ній;

- заміна декількох слів в умові задачі, щоб отримати задачу, подібну за зовнішніми ознаками до даної, але відмінну за способом її розв'язування;

- суттєве ускладнення умови задачі таким чином, щоб утворити нову задачу;

- розв'язування задач “без запитання”, коли школярі самостійно визначають, які величини можна знайти за допомогою даної умови задачі;

- формулювання сюжетної задачі за поданим числовим виразом, її розв'язування;

- складання різних варіантів числових виразів відповідно з розв'язанням задачі та аналіз тих змін, які відбуваються в умові задачі враховуючи зміни у виразах;

- складання сюжетної задачі за поданою схемою; формулювання задачі за поданим рівнянням, яке пов'язує дані та невідомі величини сюжетної задачі;

- складання задач за поданим запитанням.

Рівень складності. Легкість або трудність матеріалу з математики обумовлюється здебільшого установкою, яка виникає у школярів до зв'язків, які необхідно встановити між об'єктами задачі. Рівень складності встановлення відповідних зв'язків залежить не лише від значення слів та змісту речень, але і від контексту, в якому вони знаходяться. Попередній контекст, яким подається один з об'єктів задачі, завжди створює відповідні установки на очікування учнем продовження.

Доволі складними для школярів є задачі, в яких треба виокремити зв'язки між величинами, які виражаються словами та числами, що несуть

додаткову інформацію щодо об'єктів задачі, яку треба виокремити у процесі використання вимоги та умови задачі.

Труднощі під час розв'язування задач визначаються ступенем їх зв'язку із наявним у школярів досвідом, знаннями та вміннями. За вищої розумової підготовки школярів, буде легшим процес засвоєння програмового матеріалу.

Значущість. Значущість визначається важливістю тієї інформації, яка подається у змісті задачі і навчальному матеріалі в цілому. Однак, значущість математичного програмового матеріалу є відносним поняттям. Окремі факти чи дії однієї задачі можуть бути значущими самі по собі і потрібними для розв'язування вже наступних задач. Одним учням вони можуть бути необхідні для досягнення життєвих цілей, для других вони можуть виступати в ролі засобу задоволення пізнавальних інтересів, третім – надавати допомогу під час вивчення правил поведінки. Тому, що значущість математичного матеріалу може мати різний рівень: навчальний, пізнавальний, діловий, етичний, соціальний, виховний тощо [21].

Структура. За її допомогою в задачі встановлюється зв'язок нового із засвоєним. Структури є формальні, або логічні, семантичні і синтаксичні [15].

Усі структури можуть бути в математичному матеріалі одночасно. Семантична виражає зв'язок нових і відомих фактів, логічна – відношення понять, які відображають ці зв'язки, синтаксична – систему символів, якими позначаються ці зв'язки і відношення.

Структурою навчального матеріалу здебільшого зумовлюється виникнення труднощів під час розв'язування задач. Адже доведено, що труднощі нерідко виникають там, де зв'язки між величинами в задачі приховані фактичним і описовим матеріалом. Слід зазначити, що деякий вплив на засвоєння матеріалу має порядок подачі в задачі об'єктів, зокрема її вимоги. Вона нерідко дається на початку задачі і є своєрідним введенням учнів у задачну ситуацію.

Обсяг матеріалу. Під обсягом матеріалу розуміють кількість окремих частин, між якими потрібно встановити зв'язок.

Для прикладу наведемо дві задачі, зміст яких усвідомлюється встановленням різної кількості зв'язків:

1. У двох ящиках лежало 240 В одному ящику було в два рази менше, ніж у другому. Скільки ... лежало в більшому ящику?

2. Напишіть найменше число, яке в результаті ділення на 5 в остачі дає 3.

У першій задачі треба встановити один зв'язок, у другій – два. Таким чином, незважаючи на те, що обсяг першої задачі за зовнішніми ознаками (кількістю слів) більший, за наявними ознаками він виявляється меншим.

Емоційність. Здатність матеріалу викликати в учнів певні почуття та емоції.

Дидактичний матеріал, який позитивно впливає на емоції учнів, швидше запам'ятовується, стимулює їх швидше його засвоювати. Матеріал, який викликає певні негативні емоції, доволі часто ними не сприймається.

Наприклад, завдання: *Натуральні числа 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 розкладіть один під одним у три рядки так, щоб сума у стовпчиках, рядках і по діагоналях дорівнювала 30.*

Завдання включає велику кількість чисел і не відразу викликає у школярів позитивне відношення до її даних. Окремих учнів числа відволікають від її змісту, пригальмовують пошук взаємозв'язків між даними у задачі. Для позитивного ставлення до завдання, його варто подавати в іншій формі: наприклад, як “цікавий квадрат”, де треба заповнювати числами порожні клітки з даного рядка таким чином, щоб отримати у сумі число 30.

Способи подачі матеріалу. Ознайомлення із зв'язками між об'єктами задачі проходить по-різному. В одних випадках ці зв'язки спеціально пояснюються, в інших – повідомляються частково. Є випадки, коли такі зв'язки потрібно повністю встановити, відшукати самим учням.

Спосіб подачі зв'язків у навчальному матеріалі має вплив на спосіб його засвоєння. Дослідники виділяють алгоритмічний, імплікативний або спосіб порад, класифікаційний спосіб пояснення загальних принципів [18; 24].

Алгоритмічний спосіб полягає у подачі матеріалу таким чином, щоб відображати зв'язки об'єктів, понять та дій. Наприклад, щоб учні чітко

засвоїли зв'язки між швидкістю, часом і відстанню, варто навчальний матеріал подавати алгоритмічним чином:

1. Для знаходження відстані між двома об'єктами, маємо знайти швидкість і час. Проаналізуємо це на прикладі.

Швидкість літака 810 км за годину. Знайти відстань, яку пролетить літак за 4 год.

Відомі швидкість і час, відстань обчислюється так: $810 \cdot 4$.

2. Швидкість визначаємо, якщо знаємо відстань і час. Наприклад, попередню задачу можна сформулювати так, що відстань, яку пролетів літак за 4 год, становитиме 3240 км, то швидкість буде дорівнювати $3240 : 4$.

3. Час визначаємо тоді, якщо знаємо швидкість і відстань. Наприклад, у задачі відомо, що швидкість літака 810 км за годину, а відстань, яку він пролетів з міста А у місто В, дорівнює 1620 км. Треба дізнатися, скільки часу літак летів з А у В. Щоб знайти час, треба виконати дію: $1620 : 810$.

Використання імплікативного способу подачі цього матеріалу передбачає:

1. виконання дії множення: відстань дорівнює швидкість помножити на час, якщо треба визначити відстань;
2. виконання дії ділення: швидкість дорівнює відстань поділити на час, якщо треба визначити швидкість;
3. виконання дії ділення: час дорівнює відстань поділити на швидкість, якщо треба визначити час.

За умови використання класифікаційного способу подачі навчального матеріалу можна обмежитися наступним повідомленням: “Щоб визначити відстань, треба швидкість помножити на час”, або “Швидкість дорівнює відстані, поділеній на час”.

Алгоритмічний спосіб подання навчального матеріалу дозволяє ефективно формувати у школярів вміння і навичок, імплікативний спосіб ефективно впливати на усвідомлення змісту навчального матеріалу, а

класифікаційний спосіб впливає на прийоми запам'ятовування. Отже, кожний із цих способів подачі навчального матеріалу є доволі ефективним.

Організація вивчення змісту навчального математичного матеріалу може мати механічний і змістовий характер. Механічний полягає в тому, що матеріал вивчається і аналізується так, як він пропонується, у "готовому вигляді". Змістовий найчастіше супроводжується переформулюванням змісту. Змінюються деякі слова, переставляються місцями, узагальнюються і перебудовуються окремі речення [10; 19].

Таким чином, процес засвоєння навчального матеріалу з математики відбувається за умови, якщо його складові компоненти мають відображення у психіці школяра.

1.2. Особливості розв'язування задач з пропорційними величинами

В основі нашого дослідження лежать різні підходи до навчання учнів початкових класів розв'язувати сюжетні задачі, які мають місце у системі розвивального навчання [1; 14; 23]. Зокрема, необхідністю:

- 1) застосувати порівняння сюжетних задач з пропорційними величинами;
- 2) змінювати запитання задач і досліджувати ці зміни під час розв'язання задач;
- 3) змінювати умови задач і досліджувати ці змін при розв'язанні задач;
- 4) складати та розв'язувати обернені задачі до даної;
- 5) застосовувати різні форми короткого запису задач даного виду;
- 6) застосовувати різні форми записів розв'язання задач.

На зазначених засадах нами проаналізовано загальну методику навчання учнів початкових класів розв'язувати задачі з пропорційними величинами різних типів.

Навчання розв'язувати задачі з пропорційними величинами можна розбити на декілька етапів, кожний з яких має свою дидактичну мету.

На **першому етапі** навчання варто підвести школярів до самостійного знаходження методі розв'язання задач нового типу на базі виконання системи практичних дій. Практичні дії самих учнів з групами предметів слугують для них засобом аналізу, вияву відношень між предметами. Після практичних вправ корисно запропонувати задачі із сюжетом, які викликають більш значні труднощі, ніж практичні завдання. Щоб допомогти учням “переступити” цю сходинку, необхідно використовувати різні засоби наочності (Схеми, рисунки, записи на дошці, креслення та ін.).

На **другому етапі** варто скерувати увагу учнів на вичленовування величин, про які йдеться у задачі, на виявленні зв'язку та функціональної залежності між ними при аналізі, розв'язанні і читанні виразів.

Бажано, на наш погляд, навчання розв'язувати задач проводити на основі протиставлення. Методика виділяє два види протиставлення: перехресне і послідовне [7]. За умови послідовного протиставлення один вид задач вивчається після іншого, причому другий вид задач вивчається у співставленні з першим видом, а за умови перехресного протиставлення різні види задач розв'язують по чергово на одному уроці. Перевірка показала, що у навчанні розв'язувати більш складні задачі використання прийому послідовного протиставлення є ефективнішим, ніж прийому перехресного протиставлення.

На **третьому етапі** варто проводити творчі роботи по складанню і перетворенню задач. З цією метою можна використовувати таблиці цін, швидкостей, маси предметів.

У процесі аналізу і розв'язування задач учні складають таблиці, що допомагають осмислити залежність між величинами. Наприклад, до задачі: *Три зошити коштують 60 грн. Скільки коштують 4, 5, 6 таких зошитів?* – учні складають таблицю:

Вартість	Кількість зошитів	Вартість зошитів
Не змінюється	3	6 грн
	4	8 грн
	5	10 грн
	6	12 грн

Називаючи, скільки коштують 3, 4, 5, 6 зошитів, учні практично встановлюють відношення між множиною значень “кількості” і множиною значень “вартості”.

Встановленню залежності між величинами сприяє запис розв’язку задач за допомогою формули. Розглянемо таку задачу: *Велосипедист за 2 год проїхав 30 км. Скільки кілометрів проїде велосипедист за 3, 4 години з тією ж швидкістю?*

Записавши розв’язок формулою ($S=v \cdot t$) і підставивши значення швидкості та часу, школярі знаходять відповідне значення відстані.

Засвоїти залежність між величинами дозволяє запис розв’язку задач у вигляді виразу та його читання. Наприклад, учні розв’язують задачу на пропорційне ділення: *Одна жінка купила 5 м тканини, а друга жінка купила 3 м такої ж тканини. Обидві жінки за всю покупку заплатили 40 гр. Скільки заплатила за свою покупку кожна жінка?*

Учні записують розв’язок задачі у вигляді виразів:

$$40 : (5+3) \cdot 5$$

$$40 : (5+3) \cdot 3.$$

Під керівництвом вчителя учні читають розв’язання задачі: “Загальну вартість (40 гр.) треба поділити на загальну кількість метрів (5+3), отримаємо вартість одного метра. Це число треба помножити на кількість метрів (5), матимемо вартість п’яти метрів.” Другий вираз читаємо аналогічно.

Якщо дано дві величини – маса товару і його вартість, то їх залежність можна показати такою таблицею:

Маса (в кг)	1	2	3	4	5	6	X
Вартість (к.)	30	60	90	120	150	180	y

Розглядаючи таблицю, учні помічають: із збільшенням (зменшенням) кількості в декілька разів числове значення вартості збільшується (зменшується) у стільки ж разів. При цьому вважається, що значення ціни товару залишається без змін.

Відношення кожних двох відповідних значень цих величин рівне $30:30:1=60$; $60:2=90:3$; і т.д. Це відношення і є коефіцієнтом пропорційності.

Таким чином, у розглянутому прикладі залежність між величинами є прямою пропорційністю з коефіцієнтом пропорційності, рівним 30.

Щоб знайти значення вартості, що відповідає, наприклад, числу 7, яке виражає масу в кілограмах, треба 7 помножити на коефіцієнт пропорційності 30, отримаємо 210 – це число буде виражати відповідне значення вартості у гривнях.

РОЗДІЛ 2. ОКРЕМІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ З ПРОПОРЦІЙНИМИ ВЕЛИЧИНАМИ

2.1. Основні типи задач з пропорційними величинами, що розглядаються у початкових класах

Серед сюжетних задач, які пропонують учням початкових класів для розв'язання, є такі, що групуються за пропорційною залежністю величин. Це, насамперед, задачі, що потребують виконання декількох дій – складені задачі. У них подають три величини – дві з яких змінні, а третя величина є сталою.

1. Прості задачі з пропорційними величинами, які розв'язуються множенням або діленням.

У змісті простих сюжетних задач, які розв'язуються множенням чи діленням, можуть використовуватися різні групи величин: кількість предметів, маса одного предмета, загальна маса; кількість, ціна, вартість; кількість речей, витрата тканини на одну річ, загальна вартість тканини; кількість посудин, об'єм однієї посудини, загальний об'єм; площа, урожай з одиниці площі, увесь урожай; довжина сторони чотирикутника, площа чотирикутника; швидкість, відстань, час [9; 17].

Зміст простих сюжетних задач, які містять вартість, кількість однакових предметів і ціна, можна представити у такій таблиці:

Вартість зошитів (к.)	Кількість зошитів	Ціна (к.)
8	4	X
X	4	2
8	X	2

Як бачимо з таблиці, за вказаним даним можна скласти три взаємо обернені задачі: діленням на знаходження ціни, множенням на знаходження вартості, діленням на знаходження кількості однакових предметів. Скласти

такі задачі з наступним їх розв'язуванням можна лише за умов, що у кожного з них однакова ціна і кількість предметів.

Поняття “ціна” включає в себе вказівку і на вартість, і на число предметів (один предмет). Тому і виявляється можливим за ціною і кількістю однакових предметів дізнатися їх вартість, за вартістю і кількістю визначити ціну, за вартістю і ціною встановити кількість предметів.

Поняття “швидкість” включає в себе вказівку на визначення шляху і часу (одиниці часу).

Розглянемо задачу: *Пароплав йшов з швидкістю 20 км/год. Скільки кілометрів пройде пароплав за 2, 3, 4 години з тією самою швидкістю?*

Складемо таблицю:

Час (год)	X	1	2	3	4	...
Відстань (км)	Y	20	40	60	80	...

З таблиці видно, що кожному значенню часу (x) відповідає єдине значення відстані (y), при цьому відношення $\frac{y}{x}$ дорівнює одному і тому ж натуральному числу 20 (коефіцієнт пропорційності).

2. Задачі на дві дії з прямо пропорційними величинами на знаходження четвертої пропорційної величини.

Особливості методики формування в учнів початкових класів вмінь розв'язувати сюжетні задачі на знаходження четвертого пропорційного враховують такі рівні дослідження задач [15; 26]:

- зміна групи пропорційних величин;
- зміна поданих числових даних;
- зміна однакових величин;
- зміна шуканих величин при певній однаковій величині, при чому щоразу встановлюється, як впливає зміна, що відбулася, на алгоритм розв'язування задачі.

Також варто досліджувати ці задачі, враховуючи зміну числових даних задачі, щоб надалі застосовувати інші способи розв'язування.

Грунтовний аналіз впливу розглянутих змін на логічну структуру та план розв'язування сприяє узагальненню істотних ознак задач на знаходження четвертого пропорційного та узагальнення способів, за допомогою яких розв'язуються задачі цього типу: спосіб знаходження однакової величини та спосіб відношень. Також при цьому встановлюється можливість використання кожного із способів.

Методисти виділяють істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного [26]:

- 1) задачі цього типу мають два випадки;
- 2) у цих задачах мають місце три пропорційні величини;
- 3) одна із даних величин є однаковою для обидвох випадків;
- 4) для однієї величини подають два різні числові значення;
- 5) для іншої величини подають лише одне числове значення, а інше значення є шуканим.

Варто зауважити, що системою навчальних задач педагоги розуміють певний ланцюжок (добірку) допоміжних сюжетних задач, які добирають так, щоб їх процес послідовного розв'язування приводить учнів до встановлення та узагальнення методів розв'язування сюжетних задач відповідного виду. Вже на підготовчому етапі роботи доцільно активувати знання школярів щодо групи пропорційних величин та взаємозв'язків між даними пропорційними величинами, вміння та навички виокремлення у змісті задачі необхідних величин, навіть за умови, що їх задано неявно, враховуючи найменування числових даних. Актуалізувати зазначені знання і вміння варто у процесі розв'язування простих сюжетних задач з пропорційними величинами.

Особливості розв'язування найбільш типових сюжетних задач, що пов'язані з пропорційними величинами, базуються на знаннях та розумінні певних зв'язків між величинами. Школярів ознайомлюють з величинами,

розкриваючи одночасно зв'язки між ними, у вигляді висновків формулюють правила.

Наприклад, якщо відома ціна і кількість, то вартість знаходиться дією множення. Типові задачі володіють окремими характерними ознаками, які треба враховувати на підготовчому етапі роботи. Треба також враховувати взаємозв'язок між типовими окремими сюжетними задачами.

У третьому класі запроваджується розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного способом зведення до одиниці. Розгляд задач іде після послідовної роботи над їх розв'язуванням на визначення ціни, кількості та вартості. Таку роботу можна проводити у вигляді гри "У магазині". У процесі гри школярі вчаться розв'язувати задачі на знаходження вартості, ціни і кількості.

Надалі закріплення вмінь розв'язувати задачі проводиться на розумінні інших величин, які перебувають у пропорційній залежності, наприклад, маса тіла, ширина і площа прямокутника. Під час закріплення учні вчаться коротко записувати сюжетну задачу, встановлювати характер залежності між величинами, чітко формулювати ці залежності словесно, усвідомлено пояснювати хід розв'язування [15; 29].

Учнів знайомлять із задачами на пропорційне ділення у четвертому класі. Вони спочатку розв'язують підготовчі вправи.

Наприклад. **Задача.** *Мама купила два куски однакової тканини. У першому куску було 4 м, у другому – 8 м тканини. За обидва мама заплатила 72 грн. Скільки гривень коштує 1 м тканини ?*

Розглядаючи математичний зміст задачі на знаходження четвертої пропорційної величини, необхідно з'ясувати, які значення з двох прямо пропорційних величин дані, значення якої величини треба знайти. Це дозволить встановити вид задачі і відповідно визначити і способи її розв'язання.

Розглянемо для прикладу дві задачі:

1. *За 5 олівців заплатили 80 гривень. Скільки коштують 3 таких олівці?*

2. За 5 олівців заплатили 80 гривень. Скільки таких олівців можна купити на 32 гр.?

По суті у змісті цих задач є три величини: ціна, кількість і вартість. При незмінній ціні вартість прямо пропорційна кількості предметів.

Дані і шукані цих задач запишемо з допомогою такої таблиці:

Номер задачі	Кількість олівців	Вартість (грн.)	Ціна (гр.)
1	5	80	Не вказана
	3	x	Не змінюється
2	5	80	Не вказана
	x	32	Не змінюється

При розв’язанні задачі 2 застосовується наступне міркування: “Якщо відомо, що 5 олівців коштують 80 грн., то можна дізнатися, скільки коштує один олівець. Коли це буде відомо, то можна буде дізнатися вартість трьох олівців”.

Таким чином, перш ніж визначити потрібне значення вартості, необхідно визначити її числове значення, що відповідає одиничному значенню першої з двох пропорційних величин.

Розв’язок задачі можна записати з допомогою рівняння

$$x = (80 : 5) \cdot 3.$$

Розв’язуючи задачу, знаходимо числове значення величини, що не змінюється – ціни, або, якщо не брати до уваги конкретний зміст цього числового значення, можна сказати, що ми знаходимо коефіцієнт пропорційності.

При розв’язанні задачі 2 спочатку ми дізнаємось, скільки коштує один олівець, а потім за вказаною у задачі вартістю і ціною олівця визначаємо кількість олівців.

Рівняння запишемо так:

$$x = 32 : (80 \cdot 5).$$

Із запису розв'язку цих задач видно, що три числові значення величин відомі, а четверте треба знайти. Тому ці задачі і називаються задачами на знаходження четвертого пропорційного.

3. Учень купив кілька олівців по 20 грн і заплатив за них 80 грн. Його товариш купив стільки ж олівців по 15 грн. Скільки він заплатив за куплені олівці?

4. Учень купив кілька олівців по 20 грн і заплатив за них 80 грн. Його товариш купив стільки ж олівців і заплатив за них 60 грн. По якій ціні він купив олівці?

Номер задачі	Ціна (грн)	Вартість (грн)	Кількість олівців
3	20	80	Не вказано
	15	x	Не змінюється
4	20	80	Не вказано
	x	60	Не змінюється

При розв'язуванні задачі 3 можна використовувати таке міркування:

1) Скільки олівців купив перший учень?

$$80 : 20 = 4 \text{ (ол.)}$$

2) Скільки заплатив другий учень за таку ж кількість олівців по ціні 15 грн?

$$4 \cdot 15 = 60 \text{ (грн).}$$

Розв'язування зводиться до відшукування числового значення величини, що не змінюється (в даній задачі – кількості предметів) діленням за змістом.

Задача 4 розв'язується шляхом знаходження числового значення величини, що не змінюється діленням за змістом:

1) Скільки олівців купив перший учень?

$$80 : 20 = 4 \text{ (ол.)}$$

2) По якій ціні купив стільки ж олівців другий учень, якщо він заплатив за них 60 к.?

$$60 : 4 = 15 \text{ (грн).}$$

Особливість 3 і 4 задач полягає в тому, що за умовою в них кількість куплених предметів залишається постійною.

Розглянуті нами чотири види задач різняться перш за все на основі того, яка з трьох зв'язаних між собою величин не змінюється і числове значення якої величини треба знайти.

Це показано у наступній таблиці:

Номер задачі	Ціна	Кількість	Вартість
1	Не змінюється	Два значення дано	Одне значення дано, а друге треба знайти
2	Не змінюється	Одне значення дано, а друге треба знайти	Два значення дано
3	Два значення дано	Не змінюється	Одне значення дано, а друге треба знайти
4	Одне значення дано, а друге треба знайти	Не змінюється	Два значення дано

Зауваження: якщо прийняти, що вартість не змінюється, то ціна і кількість предметів будуть обернено пропорційні.

При розв'язуванні задач на знаходження четвертого пропорційного застосовується, крім розглянутих способів, спосіб знаходження відношення. Він полягає у тому, що знаходять відношення двох значень однієї величини і потім збільшують чи зменшують у стільки ж разів відоме значення іншої величини.

Розглянемо відповідним чином змінені задачі 1, 2, 3:

1а. Три олівці коштують 21 грн. Скільки коштують 6 таких олівців?

Розв'язуючи способом знаходження відношення, будемо міркувати:

1) У скільки разів 6 олівців більше 3 олівців?

$$6 : 3 = 2 \text{ (рази).}$$

2) Скільки коштує 6 олівців?

$$21 \cdot 2 = 42 \text{ (грн).}$$

Цей спосіб розв'язання можливий, якщо числові значення кратні, так як дії виконуються лише з цілими числами.

Кожна з розглянутих вище чотирьох задач може бути складена з такими числовими даними, які дозволяють застосовувати спосіб знаходження відношення.

2а. Три олівці коштують 21 грн. Скільки таких олівців можна купити на 42 грн ?

3а. Учень купив декілька олівців по 14 грн і заплатив 70 грн. Його товариш за таку ж кількість олівців заплатив 80 грн. По якій ціні він купив олівці?

Ці задачі також можуть бути розв'язані способом відношення, хоч всі вони допускають застосування і інших способів розв'язку.

Ми проаналізували математичний зміст задач з такими величинами: ціна, кількість і вартість. Можна скласти задачі, у зміст яких будуть входити і інші групи величин, наприклад: швидкість, час і відстань; норма роботи за одиницю часу, проміжок часу, кількість продукції; продуктивність праці одного робітника, кількість робітників, кількість виготовлених деталей та ін.

3. Задачі на пропорційне ділення.

Особливості методики формування окремих вмінь розв'язувати сюжетні задачі на пропорційне ділення базуються на наступних аспектах:

1. Щоб учні чітко усвідомили зв'язок задачі на пропорційне ділення із задачею на відшукування четвертого пропорційного, треба перетворити задачу на знаходження четвертого пропорційного, у якій однакова величина є величиною однієї одиниці, у задачу на пропорційне ділення, спочатку при цьому отримують задачу першого підвиду, а вже надалі другого.

2. Задачі на знаходження четвертого пропорційного порівнюються із задачами на пропорційне ділення для визначення спільних та відмінних істотних ознак.

3. У процесі аналізу задач змінюють однакові величини і встановлюють їх вплив на план розв'язування сюжетних задач на пропорційне ділення.

4. Аналіз задач на пропорційне ділення проводиться шляхом заміни шуканої величини, перетворення задач одного підвиду у задачі другого підвиду.

5. Досліджуючи задачі на пропорційне ділення, аналізують вплив зміни величин задач на хід їх розв'язання.

6. Проводиться аналіз впливу заміни числових значень задач на алгоритм їх розв'язування.

Проведення такого аналізу призводить до свідомого узагальнення істотних ознак сюжетних задач на пропорційне ділення, де є однакова величина однієї одиниці чи кількості або часу:

- 1) такі задачі включають два випадки;
- 2) такі задачі включають три пропорційні величини;
- 3) містять одну з величин, яка є однаковою для обох випадків;
- 4) для однієї величини подають два числові значення;
- 5) для іншої величини подають значення суми, а шуканим є значення цієї величини у кожному випадку.

Аналіз задач на пропорційне ділення сприяє узагальненню плану розв'язування арифметичним способом задач даного виду, тобто використовується спосіб знаходження однакової величини.

Використовувати спосіб знаходження однакової величини можна за такою послідовністю:

- 1) У першій дії знаходять значення другої суми, для величини, для якої подані числові значення для обох випадків.
- 2) У другій дії за двома сумами знаходять значення однакової величини.
- 3) у третій дії відповідають на перше питання задачі.
- 4) у четвертій дії відповідають на друге питання задачі.

Мета підготовчої роботи – актуалізувати основні знання, вміння та навички, які необхідні під час розв'язання задач на пропорційне ділення. А саме:

– виокремлення знань про взаємозв'язок між основними групами величин, що перебувають у пропорційній залежності у задачі;

– встановити вміння розв’язувати сюжетні задачі на знаходження четвертого пропорційного за допомогою способу знаходження однакової величини: під час аналізу умови задачі виділяють однакову величину;

– скласти короткий запис запропонованої задачі у формі таблиці;

– шукаючи шляхи розв’язування задачі, учні повинні усвідомлювати: щоб відповісти на питання задачі шукаємо значення однакової величини, про нього можемо дізнатися за поданими числовими значеннями двох величин щодо іншого випадку.

Ці виокремлені знання та вміння повинні актуалізуватися у процесі розв’язування задач на знаходження четвертого пропорційного способом знаходження однакової величини [7; 15]. Методика розв’язування задач нового виду (зокрема, на пропорційне ділення), базується на свідомому вмінні розв’язувати сюжетну задачу на знаходження четвертого пропорційного, так як ці обидва види задач можна розв’язувати методом знаходження однакової величини.

Однак, у задачах на знаходження четвертого пропорційного однакова величина знаходиться за двома відомими величинами в одному з випадків, про які йде мова в задачі. Задачі на пропорційне ділення не містять числові значення обох величин, які дозволяють встановити однакову величину. В таких задачах однакову величину можна знайти, використовуючи значення суми двох інших величин (за двома сумами), і значення першої суми у задачі вже дано, а другу суму треба знайти за даними значеннями у кожному з випадків, про які йде мова у задачі.

На підготовчому етапі школярам пропонують спеціально дібрані завдання на знаходження однакової величини за двома значеннями суми двох інших величин.

Основною ознакою задач на пропорційне ділення є вимога розподілити одне числове значення величини (наприклад, вартості) пропорційно даним числам (наприклад, кількості предметів в одній сукупності і кількості предметів у другій сукупності).

Прикладом задачі на пропорційне ділення може бути наступна:

Задача. Двом сім'ям, що проживають в одній квартирі, треба заплатити за місяць за газ 6300 грн. В одній сім'ї 4 чоловіки, а у другій – 3. Скільки повинна заплатити за місяць кожна сім'я?

При розв'язанні цієї задачі треба 6300 грн представити у вигляді суми двох доданків пропорційно кількості людей кожної сім'ї. Після того як буде обчислено, що всього у квартирі живе $4+3=7$ (чоловік), треба розв'язати такі задачі:

I. 7 чоловік повинні заплатити 6300 грн.

4 чол. повинні заплатити ?

II. 7 чоловік повинні заплатити 6300 грн.

3 чол. повинні заплатити ?

Ці дві задачі є задачами на знаходження четвертого пропорційного.

Таким чином, процес розв'язування задач на пропорційне ділення після виконання першої дії зводиться до розв'язання вже раніше проаналізованих задач. Це дозволяє встановлювати види задач на пропорційне ділення, враховуючи розглянуті вище види задач.

Розглянемо задачі на пропорційне ділення, у зміст яких входять вартість, кількість і ціна. Обмежимося аналізом задач, в яких доводиться ділення одного числа виконувати прямо пропорційно двом іншим числам.

Як і при аналізі задач, розглянутих вище, приймемо до уваги, яка з трьох величин – вартість, кількість або ціна – згідно умови задачі не змінюється.

Розглянемо задачі, в умові яких не змінюється ціна:

1. Купили за однаковою ціною 4 зошити для малювання і 6 альбомів і заплатили за всю покупку 30 грн. Скільки заплатили за зошити і скільки за альбоми?

2. Купили за однаковою ціною зошити для малювання і альбоми, всього 10 предметів. За зошити заплатили 21 грн, а за альбоми – 18 грн. Скільки купили зошитів і скільки альбомів?

За умовою задачі ціна куплених предметів однакова для однієї і для другої групи предметів.

У задачі 1 кількість предметів різного роду різна, тому суму вартостей доводиться розподіляти пропорційно двом числам: числу зошитів і числу альбомів. Розв'язок задачі після виконання першої дії зводиться до розв'язування двох задач на знаходження четвертого пропорційного.

У задачі 2 вказана різна вартість предметів, тому загальне число предметів доводиться розподіляти пропорційно двом значенням вартості. Розв'язок даної задачі зводиться до розв'язання задачі на знаходження четвертого пропорційного.

Тепер розглянемо задачі, в умові яких кількість предметів не змінюється.

3. *На 90 грн купили конверти з марками. Ціна конверта 5 грн, ціна марки – 15 грн. Скільки заплатили за марки і скільки за конверти?*

4. *Купили кілька конвертів з марками по 30 грн. За конверти заплатили 15 грн, за марки до них – по 75 грн. Скільки коштує конверт і скільки марка?*

При однаковій кількості предметів різного роду у задачі 3 вартість можна представити у вигляді суми доданків пропорційно двом значенням ціни. Запишемо її розв'язання:

1) Скільки коштує конверт з маркою?

$$5+25=30 \text{ (грн).}$$

2) Скільки купили конвертів з марками?

$$90 : 30 = 3 \text{ (конв.)}$$

3) Скільки заплатили за конверти?

$$3 \cdot 5 = 15 \text{ (грн)}$$

4) Скільки заплатили за марки?

$$3 \cdot 25 = 75 \text{ (грн).}$$

При розв'язанні задачі ми шукали числове значення величини, що не змінюється (кількості предметів) діленням за змістом.

При розв'язанні четвертої задачі необхідно суму цін представити у вигляді суми доданків пропорційно двом значенням вартості. Розглянемо розв'язування цієї задачі:

1) Скільки заплатили за конверти і за марки разом?

$$15 - 75 = 90 \text{ (грн).}$$

2) Скільки купили конвертів з марками?

$$90 : 30 = 3 \text{ (конв.)}$$

3) За якою ціною купляли конверти?

$$15 : 3 = 5 \text{ (грн)}$$

4) За якою ціною купляли марки?

$$75 : 3 = 25 \text{ (грн)}$$

При розв'язуванні знаходили числове значення кількості предметів діленням за змістом. Математичний зміст розглянутих задач можна запропонувати в таблиці:

Номер задачі	Ціна	Кількість	Вартість
1	Не змінюється	Два значення дано	Сума двох значень дана. Кожне з двох значень треба знайти
2	Не змінюється	Сума двох значень дана. Кожне з двох значень треба знайти	Два значення дано
3	Два значення дано	Не змінюється	Сума двох значень дана. Кожне з двох значень треба знайти
4	Сума двох значень дана. Кожне з двох значень треба знайти	Не змінюється	Два значення дано

Зауваження: якщо прийняти, що вартість не змінюється, то ціна і кількість предметів будуть обернено пропорційні.

Ми розглянули задачі на пропорційне ділення, що містять вартість, кількість і ціну. Можна скласти аналогічні задачі і з іншими величинами.

4. Задачі на знаходження невідомого за двома різницями

Особливості методики навчання учнів початкових класів розв'язувати сюжетні задачі на знаходження невідомих за двома різницями містять такі елементи:

1. Щоб учні усвідомлювали зв'язок задач на знаходження невідомих за двома різницями із задачами на пропорційне ділення, їх треба порівнювати перетворювати задачі на пропорційне ділення, в яких однакова величина є величиною однієї одиниці, у задачі на знаходження невідомої величини за двома різницями, отримавши спочатку задачу першого підвиду, а вже потім другого.

2. Аналіз задач на знаходження невідомої величини за двома різницями проводять через заміну однакової величини і визначення впливу такої заміни на алгоритм розв'язування сюжетних задач.

3. Аналіз задачі на знаходження невідомої величини за двома різницями здійснюють на базі переходу задачі одного підвиду у задачу іншого підвиду.

4. Під час аналізу кожної задачі встановлюють, як впливає заміна величин задачі і відповідних числових даних на алгоритм її розв'язування.

Ці методичні особливості формування в учнів вмінь розв'язувати сюжетні задачі на знаходження невідомих величин за двома різницями застосовують за допомогою впровадження системи завдань, які містять аналіз математичної структури задачі на знаходження невідомої величини за двома різницями та узагальнення основних способів їх розв'язування, на базі заміни величин задачі, числових даних, значення першої різниці і однакової величини. Ця система завдань допоможе школярам встановити, як змінюючи значення різниці, яка дана у задачі, і від заміни однакової величини, способи міркування не змінюються; сприяє узагальненню математичної структури

задачі на знаходження невідомих величини за двома різницями та способи знаходження однакової величини [7; 24].

Сюжетні задачі на знаходження невідомих величин за двома різницями, в яких однаковою є величина однієї одиниці чи кількості або часу володіють такими істотними ознаками:

- 1) у таких задачах містяться три пропорційні величини;
- 2) у цих задачах містяться два випадки:
- 3) одна із величин є однаковою для обох випадків;
- 4) для однієї із величин подають два числові значення для кожного випадку;
- 5) числові значення інших величин для обох випадків є шуканими, але подають значення їх різниці.

Використовувати під час розв'язування спосіб знаходження однакової величини можна за такою послідовністю:

- 1) У першій дії знаходять різницю даних числових значень однієї із величин;
- 2) У другій дії знаходять значення однакової величини, використовуючи значення двох різниць;
- 3) У третій дії знаходять шукане значення у першому випадку, дають відповідь на перше питання поданої задачі;
- 4) У четвертій дії знаходять шукане значення у другому випадку, дають відповідь на друге питання поданої задачі.

На підготовчому етапі варто пропонувати школярам задачі на знаходження четвертого пропорційного, і після їх розв'язання перетворити такі задачі у задачі на пропорційне ділення, розв'язати отримані задачі та порівняти умови і розв'язки таких пар задач; зробити відповідні узагальнення. Якщо задачі містять однакові для обох випадків величини, то для відповіді на питання задач необхідно знати значення однакових величин. Однакові величини можна по-різному знаходити:

- а) враховуючи відомі значення двох величин, щодо іншого випадку;
- б) враховуючи значення сум двох інших величин, разом для обидвох випадків.

Зауважимо, що такий висновок можна використовувати і під час ознайомлення із задачами на знаходження невідомого за двома різницями. Але у цьому випадку значення однакових величин можна знаходити іншим шляхом, зокрема, за двома різницями. Метою підготовчої роботи є розв'язування спеціально дібраних вправ, за допомогою яких учні усвідомлюють значення другої різниці.

При розв'язуванні задач на пропорційне ділення, у змісті яких містяться ціна, кількість і вартість, доводилось суму двох значень вартості або суму двох кількостей предметів розподіляти прямо пропорційно двом числам.

Якщо замінити у кожній з розглянутих задач на пропорційне ділення суму двох значень вартості їх різницею, суму двох кількостей їх різницею, то можемо одержати відповідно чотири різних види задач з пропорційними величинами, у яких різниця двох значень однієї з вказаних вище величин буде одним з даних. Такі задачі називають “задачами на знаходження невідомого за двома різницями.”

Розглянемо на конкретному прикладі цей взаємний зв'язок на пропорційне ділення та задач, які мають дан різницю двох значень однієї з пропорційних величин.

Проаналізуємо задачу на пропорційне ділення: *Двом покупцям продали відріз тканини, який коштував 96 грн. Один заплатив за 5 м, а другий – за 3 м тканини. Скільки заплатив за свою покупку грошей кожний із покупців.*

Поміняємо в цій задачі суму вартостей, заплачених кожним покупцем, отримаємо таку задачу: *Один покупець купив 5 м тканини, другий – 3 м. Перший покупець за свою покупку заплатив на 240 грн більше, ніж другий. Скільки кожний покупець заплатив грошей за тканину ?*

Якщо дізнаємось різницю у кількості метрів тканини, куплених кожним покупцем ($5 - 3 = 2$), і зіставимо цю різницю з різницею у вартості (240 грн), то знайдемо вартість 1 м тканини, а потім і вартість 3 і 5 м.

Складемо задачі нового виду, в яких дано різницю двох значень однієї з пропорційних величин, змінюючи кожну з розглянутих раніше задач на пропорційне ділення. Нові задачі будемо позначати тими ж номерами, якими позначені відповідні їм задачі на пропорційне ділення.

1. Купили за однаковою ціною 4 зошити для малювання і 6 альбомів, за альбоми при цьому заплатили на 60 грн більше, ніж за зошити. Скільки заплатили окремо за зошити і скільки за альбоми?

2. Купили за однаковою ціною зошити для малювання і альбоми, альбомів при цьому купили на 2 більше від зошитів. Зошити коштують 2 грн, 20 грн, а альбоми – 38 грн. Скільки купили окремо зошитів і скільки альбомів?

Суттєве значення у розв'язанні цих задач має співставлення двох різниць – різниці двох кількостей предметів і різниці двох значень вартостей.

3. За всі куплені марки заплатили на 45 грн більше, ніж за таке ж кількість конвертів. Ціна марки – 20 грн, ціна конверта – 5 грн. Скільки заплатили за марки і скільки за конверти?

4. Купили однакову кількість марок і конвертів. Марка дорожча, ніж конверт на 2 грн. Всі куплені марки коштували 50 грн, а всі конверти – 10 грн. За якою ціною купляли конверти і за якою марки?

Розв'язання задачі 3:

1) На скільки більше заплатили за одну марку, ніж за один конверт?

$$20 - 5 = 15 \text{ (грн.)}$$

2) Скільки купили марок?

$$45 : 15 = 3 \text{ (марки)}$$

3) Скільки заплатили за марки?

$$20 \cdot 3 = 60 \text{ (грн.)}$$

4) Скільки заплатили за конверти?

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ (грн.)}$$

Розв'язання задачі 4:

1) На скільки більше заплатили за одну марку, ніж за один конверт?

$$50 - 10 = 40 \text{ (грн).}$$

2) Скільки купили марок?

$$40 : 2 = 20 \text{ (марок).}$$

3) Скільки заплатили за 1 марку ?

$$50 : 20 = 2 \text{ грн } 50 \text{ коп.}$$

4) Скільки заплатили за 1 конверт ?

$$1000 \text{ коп} : 20 = 50 \text{ коп.}$$

Зауважимо, що різниця двох значень однієї з величин може бути вказана не лише через вираз “більше на декілька одиниць”, як у попередніх задачах, але і з допомогою виразу “менше на декілька одиниць”.

У зміст задач вказаного типу можуть входити і інші величини, пов'язані пропорційною залежністю.

2.2. Основні способи розв'язання задач на пропорційну залежність

Вже у 2–3 класі школярі ознайомлюються з простими задачами на визначення: вартості предметів; периметра; загальної маси; відстані; об'єму. Всі ці задачі розв'язуються виразом: $S = n \cdot p$, де S - загальне значення величин, n - кількість величин, p - значення однієї величини.

Уміння виконувати задачі цих видів формується у взаємозв'язку з засвоєнням учнями арифметичних дій множення та ділення; табличних та позатабличних випадків множення та ділення. Тобто вони є засобом засвоєння арифметичних дій і метою навчання учнів, бо є складовою частиною задач на пропорційну залежність величин [10; 20]. Тому доцільно розглядати задачі, які розв'язуються виразом $S = n \cdot p$, у такій послідовності:

- як засіб формування поняття арифметичних дій множення та ділення;
- як засіб формування переставної властивості множення: $S = n \cdot p = p \cdot n$;
- як засіб засвоєння таблиці множення, де n - стала величина, p – змінна величина;
- з точки зору моделювання одного з видів у інший у процесі накопичення знань про величини;
- розв'язання складених задач (на дві дії) на пропорційну залежність;
- розв'язання складених задач на пряму пропорційну залежність.

Така послідовність розгляду задач дозволяє забезпечити поступове ускладнення їх змісту, доступність засвоєння учнями математичних понять та положень, а також їх подальше застосування під час розв'язання практичних завдань.

Задачі на пряму пропорційну залежність розглядаються у 2-3 класах і є складовою частиною та підготовкою до розв'язання більш складних арифметичних задач – на пропорційне ділення у 3-4 класах .

Для розв'язування задач на пропорційну залежність у початковій школі використовують такі **способи**:

- *спосіб зведення до одиниці;*
- *спосіб знаходження сталої величини;*
- *спосіб відношення;*
- *алгебраїчний спосіб.*

Ми проаналізували чинні підручники з математики за показниками: кількість задач на пропорційну залежність та способи їх розв'язання [7; 24].

Клас	Тип задач на пропорційну залежність	Кількість задач	Спосіб розв'язання
3	Знаходження четвертого пропорційного.	31	Способом прямого зведення до одиниці. Способом зворотного зведення до одиниці.
	Ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного.	2	
4	Знаходження четвертого пропорційного.	30	Способом зворотного зведення до одиниці. Способом відношень.
	Задачі на пропорційне ділення та знаходження невідомого числа за двома різницями. Ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного.	30	

Розглянемо методику застосування згаданих способів.

I. Спосіб прямого зведення до одиниці.

Особливості методики формування в учнів початкових класів вмінь розв'язувати задачі на подвійне зведення до одиниці реалізуються у процесі ознайомлення школярів з двома математичними структурами таких задач: спрощеною, в якій значення даної чи є шуканої величини подвійної одиниці (3 клас) і ускладненою, в якій значення величини подвійної одиниці є невідомою, але не є шуканою (4 клас) [4; 5]. Щоб узагальнити математичну структуру задач такого виду задачі аналізуються з врахуванням:

- зміни величин, поданих у задачі;
- зміни числових даних у задачі;
- зміни шуканих у задачах і в кожному випадку вивчається, як впливають зміни на математичну структуру та алгоритм розв'язування задачі.

Ця діяльність дозволяє школярам встановити істотні ознаки сюжетних задач на подвійне зведення до одиниці й узагальнити алгоритм розв'язання.

Розглянемо, які істотні ознаки задач на подвійне зведення до одиниці у 3 класі варто враховувати [4]:

- 1) чотири величини: кількість, час і загальне значення для даної кількості та часу, та величину, яка поєднує всі ці величини – „подвійну одиницю”;
- 2) три числові значення поданих величин;
- 3) шуканим значенням є одне з числових значень: величини подвійної одиниці або агальної величини або кількості чи часу.

Можна запропонувати наступний план розв'язування відповідних задач:

- 1) у першій дії знаходять величину однієї одиниці для відповідної кількості або часу;
- 2) у другій дії дають відповідь на запитання задачі.

У 4 класі сюжетну задачу на подвійне зведення до одиниці математичної структури отримуємо із вивченої раніше у 3 класі, замінивши питання. Наступний аналіз задачі, що має нову математичну структуру, можна проводити за описом змін, поданим вище.

Учні встановлюють характерні ознаки задач на подвійне зведення до одиниці та узагальнюють способи їх розв'язування.

У 4 класі істотними ознаками задач на подвійне зведення до одиниці є:

- 1) чотири величини: кількість, час і загальне значення для поданої кількості та часу, а також величина, що поєднує ці усі величини – подвійна одиниця;
- 2) розгляд двох випадків;
- 3) розгляд величини подвійної одиниці (однакова для обох випадків);

4) аналіз задачі, що містять п'ять числових значень величин, чотири величини подані за умовою задачі, а п'ята величина є шуканою [5].

На підготовчому етапі одним із способів розв'язування сюжетних задач на знаходження четвертого пропорційного є спосіб зведення до одиниці. Тобто, спосіб знаходження однакових величин. Сюжетні задачі на подвійне зведення до одиниці є складеними задачами на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковими є величини однієї одиниці,. Такі задачі мають спільною наявну однакову величину, однак у задачах на знаходження четвертого пропорційного нею є величина однієї одиниці вимірювання чи лічби, а у задачах на подвійне зведення до одиниці нею є „подвійна одиниця”. Отже, на підготовчому етапі варто розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, які коротко можна записати у вигляді пропорції. Перевірити правильність розв'язання можна склавши і розв'язавши обернені задачі. Учні також можуть розв'язувати прості задачі з пропорційними величинами на знаходження величини однієї одиниці, які містять зайві значення величин, які не входять до групи трьох пропорційних величин і є сталими, і тому не впливають на розв'язання сюжетної задачі. У процесі розв'язування таких задач варто звертати увагу школярів саме на таку особливість і записувати коротко ці задачі двома способами у вигляді пропорції – не зазначаючи зайве число та записуючи його. Школярі встановлюють, що такі зміни не впливають на розв'язання даної задачі. Задачі такого типу є пропедевтичними до введення задач на подвійне зведення до одиниці.

Він полягає у тому, що до одиниці зводять пропорційну величину, яка має два значення. Для прикладу розглянемо задачу: *Для пошиття 7 наволочок витратили 14 м тканини. Скільки таких наволочок можна пошити з 8 м тканини ?* Зробимо допоміжну модель цієї задачі:

7 нав. - 14 м

? - 8 м

Норма на одну наволочку	Кількість наволочок	Кількість тканини
Однакова	7	14 м
	?	8 м

Розв'язування зводиться до двох дій: діти знаходять кількість метрів тканини, що йде на пошиття однієї наволочки; по-друге, знаходять кількість наволочок, використовуючи знайдену та відому з умови величини.

$$8 : (14 : 7).$$

Якщо задача такого розглядається вперше, то після її розв'язання доцільно запропонувати учням скласти обернену задачу за такою моделлю :

$$7 \text{ нав.} - 14 \text{ м} \quad 4 \text{ нав.} - ? \text{ м}$$

II. Спосіб знаходження сталої величини.

Цей спосіб полягає в тому, що визначається стала величини для поданих у задачі даних, а потім знаходять значення шуканої величини.

Задача: *Учень купив за однакову ціну 6 зошитів у клітинку і 3 зошити у лінійку. За зошити у клітинку він заплатив 60 коп. Скільки він повинен заплатити за зошити у лінійку ?*

Вчитель ставить ряд запитань :

- Що відомо про зошити ?
- Що відомо про вартість зошитів ?
- Що відомо про ціну зошитів ?
- Ціна та вартість - це одне і те ж чи ні ?
- Що в задачі є сталим ?
- Що в задачі змінюється ?
- Що від чого залежить : вартість від кількості зошитів чи навпаки?
- Яке число знайдемо : більше чи менше від будь-якого з даних чисел? Поясніть, чому ?

Учні відповідаючи на запитання вчителя, з'ясовують, що стала величина - це ціна одного зошита. І саме її вони знаходять у першій дії.

На підготовчому етапі до застосування цього способу доцільно пропонувати школярам такі задачі:

Блокнот коштує 5 коп. Скільки коштуватимуть: 2 блокноти ? 5 блокнотів ? 3 блокноти ? 8 блокнотів ? 6 блокнотів ?

Розв'язання здійснюється усно, із записом результату до таблиці, що подана на дошці:

Ціна	5	5	5	5	5	5	5
Кількість	2	5	3	8	6		
Вартість	?	?	?	?	?	?	?

Запитання, які ставить учитель, повинні допомогти дітям з'ясувати, що таке стала та змінна величини. Наприклад :

- Яка величина не змінюється ?
- Яка величина змінюється ?
- Що можна сказати про вартість ?
- Що від чого залежить: ціна від кількості, чи вартість від кількості ?
- Що відрізняє вартість від ціни ?

III. Спосіб відношення.

Цей спосіб можна подати у такому вигляді: "*a відноситься до b так само, як c відноситься до x*".

Особливістю задач, що розв'язуються цим способом є те, що в них використовуються два цілих додатних числа, при діленні яких одне на одне ми отримуємо остачу. Тобто, це задачі, де неможливе застосування способу "зведення до одиниці".

Задача: Із 5 кг борошна спекли 16 буханців хліба. Скільки треба борошна, щоб спекти 64 такі буханці?

Учням уже відомий спосіб "зведення до одиниці" для розв'язання задач на пропорційну залежність, і тому вони за аналогією, застосовують його для знаходження відповіді на запитання цієї задачі. Міркування їх такі:

- Щоб дізнатися, скільки борошна піде на виготовлення одного буханця хліба треба 5 кг поділити на 16 буханців, а потім те, що отримали, помножити на 64 буханці. Але 5 менше, ніж 16. Тому кілограми треба перевести у грами. *Отримаємо: $5000 : 16 = 312$ (грамів) і остачу - 8 (грамів).*

Тобто діти отримали не ціле число. Вони роблять висновок: задача не має розв'язку або її треба розв'язувати іншим способом. Але яким?

Вчитель повинен пояснити, що ця задача має розв'язок. Його треба відшукати іншим шляхом.

– Подивіться на умову задачі і скажіть, що нам відомо про буханці хліба? Так, нам відомо, що їх спекли 16, а хочуть спекти ще 64. Про що ми з цього можемо дізнатися? Ми можемо дізнатися, у скільки разів більше хочуть спекти хліба, ніж вже спекли. Тобто, треба $64:16 = 4$ (рази). Нам відомо, що для виготовлення 16 буханців хліба використали 5 кг борошна. Отже, на 64 буханці хліба витратять у 4 рази більше борошна: $5 \text{ кг} \cdot 4 = 20 \text{ кг}$. Ми знайшли відповідь на запитання задачі: на 64 буханці хліба витратять 20 кг борошна.

Як бачимо з проведеної вчителем роботи, він орієнтував дітей на об'єкт - "буханець хліба", а не на "кілограми", як у способі "зведення до одиниці". Таким чином, другий спосіб полягає у переорієнтації учнів на вибір об'єкта задачі, за допомогою чого можна розв'язати її у цілих невід'ємних числах.

Після цієї роботи учням пропонується наступна задача: *На пошиття 84 суконь витратили 75 м мережива. Скільки потрібно метрів мережива, щоб пошити 336 таких суконь?*

На дошці виконується запис допоміжної моделі задачі:

84 сукні - 75 м

336 суконь - ? м

За аналогією до попереднього розв'язування задачі учні утворюють числовий вираз $(336:84) \cdot 75$. Виконуючи обчислення, школярі отримують відповідь на запитання – 300 м.

Розглянутий спосіб відношення є основою для подальшого ознайомлення учнів з пропорцією та для знаходження відсотків від поданої кількості.

Усі вказані вище способи є арифметичними способами розв'язування задач на пропорційну залежність.

IУ. Алгебраїчний спосіб.

Арифметичний спосіб застосовується тоді, коли використовуються усі числа та виконуються арифметичні дії над ними для відшукування невідомого.

Тобто, ми маємо числовий вираз типу $(336 : 75) \cdot 84 = ?$

Алгебраїчний спосіб - це спосіб, коли утворюється вираз з невідомим.

Наприклад, для вказаної раніше задачі це $x : 75 = 336 : 84$.

При використанні алгебраїчного способу міркування проводяться таким чином [10]:

– З умови задачі відомо, що кількість суконь, які пошили, менша, ніж кількість суконь, що їх треба пошити. Це означає, що кількість мережива, яка пішла на пошиття 84 суконь, менша, ніж кількість мережива, яка піде на пошиття 336 суконь. Тобто, у скільки разів більше треба пошити суконь, ніж пошили, у скільки разів більше треба використати мережива, ніж використали.

Під час формування вміння розв'язувати задачі на пропорційну залежність учитель повинен враховувати те, що саме на цьому вмінні базується розв'язування задач на пропорційне ділення.

2.3. Аналіз результатів експериментального дослідження

Як відомо, процес розв'язування задачі - це взаємодія суб'єкта з об'єктом, внаслідок чого відбуваються певні зміни у мислиннєвій діяльності першого. Ці зміни залежать як від того, хто розв'язує, так і від особливостей розглядуваного завдання. Тому важливо, з одного боку, враховувати структурні характеристики самої задачі, а з другого – індивідуально-психологічні особливості школяра [20; 22].

Аналізуючи засвоєння молодшими школярами програмового матеріалу з математики і систематично спостерігаючи за навчальним процесом під час уроків у 3-му класі Малодідушицької гімназії імені Романа Собківа Стрийського району Львівської області, ми помітили, що успішне навчання багато в чому залежить від сприймання і розуміння виучуваного кожною дитиною. Тому й поставили за мету з'ясувати ці індивідуально-психологічні особливості діяльності третьокласників у процесі сприймання, розуміння і розв'язування математичних задач, зокрема, задач на пропорційну залежність. Треба було насамперед дослідити можливості учнів розкривати математичні залежності, виражені словами і цифрами, диференціювати істотне і неістотне в умові задачі, схоплювати її логіку, приводити зміст у відповідність з відомими правилами.

Експериментальний матеріал складався зі спеціально дібраних текстових задач, різних за змістом і формою, які охоплювали програмовий математичний матеріал 3 класу. Добирали їх за трьома показниками:

- 1) за ступенем повноти даних і шуканих;
- 2) за зовнішнім розміщенням основних елементів текстових задач;
- 3) за ступенем складності.

Під час дослідження фіксувався як рівень самостійності учнів, так і рівень досягнутий ними за допомогою експериментатора.

Керуючись вказівкою відомого вченого-психолога Г. Костюка, який вважав за необхідне знати не лише те, чого дитина вже навчилася, а й чого

здатна навчитися, ми враховували можливості учнів розв'язувати задачі і самостійно, і з деякою допомогою. Вона може мати найрізноманітніші форми: аналітичні і роз'яснювальні запитання, нагадування відповідних правил, ілюстрування з використанням предметного унаочнення, а також малюнків, схем, коротких записів, безпосереднє оперування предметами тощо.

У ході дослідження ми систематично спостерігали за працею учнів на уроках математики, розглянули й проаналізували розв'язання значної кількості задач як у класі, так і при виконанні домашніх завдань, контрольних робіт.

Типи задач, що пропонувались учням були поділені на серії:

I - задачі на пряму пропорційну залежність;

II - задачі на знаходження четвертого пропорційного;

III - задачі на пропорційне ділення.

Аналіз розв'язування експериментальних задач усіх серій учнями з неоднаковою успішністю показує різні рівні розуміння й особливості сприймання математичного матеріалу:

Рівні розуміння задач на пропорц. залежність	К-сть учнів	Серії задач (кількість у %)		
		I	II	III
Високий	15	82	78	84,4
Середній	5	28	22	40
Низький	10	16	15	34

Аналіз розв'язування задач на пропорційну залежність учнями з високою успішністю показує, що такі діти здатні встановити відношення між даними та шуканими величинами вже тоді, коли читають умову, тобто під час первинного сприймання. Якщо задача їм відома, то учні абстрагуються від конкретних деталей фабули задачі, виділяють відповідні математичні співвідношення і одразу знаходять шляхи розв'язання. Крім того, вони змінюють запитання, значення відповідних величин, аналізують особливості відношень між ними.

Школярі із середнім рівнем розуміння задач добирають самостійно для розв'язування числові дані, які виражаються словами. Помічають відсутнє запитання у задачі, формулюють його, добирають потрібні правила, правильно розв'язують складені до задачі рівняння або вирази, чітко читають схеми, але роблять це повільно, припускаються окремих помилок і потребують певної допомоги вчителя.

Школярі з низькою успішністю сприймають не в повній мірі навіть конкретних числових даних. Вони не розуміють математичну структуру задачі, не відразу сприймають пов'язані між собою окремі її частини, назви та їх числові значення. Учні орієнтуються лише на дві характерні особливості таких задач: або на числа, що стоять поряд (незважаючи на фабулу і не звертають увагу на відсутні запитання в окремих задачах) або, чітко уявляють предмети, про які йдеться, не розуміють математичної структури, відношень і залежності між даними та шуканими, а тому не усвідомлюють потреби головного запитання.

Зазначені індивідуальні особливості сприймання і розуміння учнями математичного матеріалу і розв'язування задач дають змогу зробити деякі практичні висновки.

ВИСНОВКИ

Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, аналіз досвіду роботи вчителів-класоводів, аналіз результатів проведеного експериментального дослідження дозволили зробити ряд висновків щодо ролі задач на пропорційну залежність при вивченні математики у початкових класах.

1. Проаналізовано особливості різних видів задач з пропорційними величинами, що використовуються у початковому курсі математики.

У початкових класах розв'язують такі типи задач на пропорційну залежність:

- прості задачі з пропорційними величинами, що розв'язуються множенням або діленням;
- задачі на знаходження четвертого пропорційного;
- задачі на пропорційне ділення;
- задачі на знаходження невідомого за двома різницями.

2. Вже у 1-2 класах школярі ознайомлюються з простими задачами на визначення: вартості предметів; периметра; загальної маси; відстані; об'єму. Всі ці задачі розв'язуються виразом: $S = n \cdot p$, де S - загальне значення величин, n - кількість величин, p - значення однієї величини.

Уміння виконувати задачі цих видів формується у взаємозв'язку з засвоєнням учнями арифметичних дій множення та ділення; табличних та позатабличних випадків множення та ділення. Тобто вони є засобом засвоєння арифметичних дій і метою навчання учнів, бо є складовою частиною задач на пропорційну залежність величин.

3. Задачі на пряму пропорційну залежність розглядаються у 3 класі і є складовою частиною та підготовкою до розв'язання більш складних арифметичних задач - на пропорційне ділення у 4 класі.

4. Для розв'язування задач на пропорційну залежність у початковій школі використовують такі способи:

- спосіб зведення до одиниці;

- спосіб знаходження сталої величини;
- спосіб відношення;
- алгебраїчний спосіб.

Така послідовність розгляду задач на пропорційну залежність дозволяє забезпечити поступове ускладнення їх змісту, доступність засвоєння учнями математичних понять та положень, а також їх подальше застосування під час розв'язання практичних завдань.

5. З'ясовано вплив окремих методичних прийомів на результативність процесу розв'язання задач даного виду. Щоб учні початкових класів краще засвоювали математичний матеріал і могли використовувати його при розв'язуванні задач на пропорційну залежність, на нашу думку, треба якнайчастіше його конкретизувати, запроваджуючи дії з окремими предметами, наочні посібники, короткий запис, графічні зображення, супроводжуючи їх навідними запитаннями, а також вимагати від школярів відтворення необхідних правил, на яких ґрунтується розв'язання чи обчислення. Корисними є і варіювання запитань у задачі та навчання учнів відшукувати неточності в умовах або запитаннях, у виконанні коротких записів тощо. Варто на уроках математики приділяти увагу розв'язанню спеціально дібраних задач: з неповними чи зайвими числовими даними, неправильно сформульованими умовами чи запитанням тощо.

Складність сюжетної задачі визначає ступінь її зв'язку з наявним у школярів практичним досвідом, знаннями і вміннями. Чим вищою є розумова підготовка школярів, тим буде легшим процес розуміння і засвоєння програмового матеріалу.

Головна мета задач і вправ, які проаналізовані у магістерській роботі – сприяти розвитку логічного мислення учнів. Школярі оволодівають відповідною термінологією у процесі розв'язання сюжетних задач, в яких розглядаються добре відомі їм предмети і знайомі ситуації. Учителю необхідно зробити загальні настанови, пояснити зміст нових термінів, спрямувати увагу учнів на зіставлення окремих понять і відповідних термінів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Арішака Т. Творча робота над задачею: різні варіанти поступового ускладнення умови задачі // Початкова освіта. 2011. № 3. С. 11-15.
2. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 1 класу загальноосв. навч. заклад. К.: Генеза, 2012. 160 с.
3. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 2 класу загальноосв. навч. заклад. Підручник для 2 класу. К.: Генеза. 2013. 144 с.
4. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 3 класу загальноосв. навч. заклад. К.: Генеза, 2014. 176 с.
5. Богданович М.В., Лищенко Г.П. Математика: підр. для 4 класу загальноосв. навч. заклад. К.: Генеза, 2015. 186 с.
6. Богданович М.В. Картки з математичними завданнями для самостійної роботи учнів 4 класу початкової школи. Тернопіль.: Навчальна книга – Богдан, 2005. 64 с.
7. Богданович М.В., Козак М.В., Коваль Я.А. Методика викладання математики в початкових класах: Навчальний посібник для студентів педагогічних навчальних закладів 3-є вид., перероб. і доп. Тернопіль: Навчальна книга–Богдан, 2006. 336 с.
8. Богданович М. В., Маланюк ГРН. Л. Творчі завдання з математики. 4 (3) клас. Тернопіль, 1995. 80 с.
9. Будна Н., Богданович М., Лищенко Г. Урок математики в початковій школі. 1-4 класи. Навчальна книга – Богдан. 2010. 280с.
10. Водоп'янова Н.В. Робота з алгебраїчним матеріалом. Початкова школа. 2001. № 6. С. 66-72.
11. Гришко О.І. Формування у молодших школярів умінь доказово міркувати // Початкова школа. 2014. №11. С.34-36.
12. Доценко С. О. Нестандартні задачі з математики як засіб розвитку творчих здібностей учнів початкової школи. Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах. 2015. Вип. 45 (98). С. 329-337.

13. Кантор Л. Текстові завдання з математики // Початкова школа. 2009. № 8. С.28-31.
14. Карапузова Н.Д.Тітенко М.Л. Удосконалення методики навчання учнів початкових класів розв'язувати текстові задачі : методичні рекомендації до спецсемінару. Полтава: ПНПУ, 2006. 30 с.
15. Король Я. А., Романишин І. Я. Математика. Методика роботи над текстовими задачами. 4 клас. Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2003. 184 с.
16. Корчевська О. Робота над завданнями підвищеної складності з математики в початкових класах. Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. 112 с.
17. Кулаківська Н., Каторина Л. Зразки задач з математики // Початкова школа. 2000. № 4. С. 34-35.
18. Логачевська С.П., Каганець Т.А. Вчись розв'язувати задачі. Практичний посібник з математики для 3(2) класу. Київ: Початкова школа. 2000. 168 с.
19. Максимова Л.В. Математика. Дидактичні матеріали 1-4 класи. Харків «Вита». «Ранок», 2002. С. 208.
20. Мізюк В.А. Диференціювання завдань при розв'язуванні текстових задач// Початкова школа. 2016. № 12. С. 37-42.
21. Митник О.Я. Основні напрямки підготовки вчителя до формування культури мислення молодшого школяра // Початкова школа. 2008. № 7. С.9-13.
22. Митник О. Я. Як навчити дитину мистецтва мислення. Київ : Початкова школа, 2006. 104 с.
23. Нова українська школа: poradnik для вчителя / за заг. ред. Н. М. Бібік. - Київ: Літера ЛТД, 2019. 208 с.
24. Розв'язування математичних задач у початкових класах: 3б. статей / За ред. Т.М.Хмари.-ГРН.: Рад. школа, 1986. 256с.
25. Рябова С. І. Збірник задач і тестів з математики. 3 клас. Тернопіль: Навчальна книга Богда, 2002. 128 с.

26. Скворцова С.О., Онопрієнко О.В. Нова українська школа: методика навчання математики у 3–4 класах закладів загальної середньої освіти на засадах інтегративного і компетентнісного підходів : навч.-метод. посіб. Харків: Вид-во «Ранок», 2020. 320 с.

27. Стасів Н.І., Сах Д.Р., Стасів Н.Ю. Пропедевтика вивчення задач на пропорційну залежність. 3rd International Scientific and Practical Conference «Modern Perspectives on Global Scientific Solutions» (March 3-5, 2025. Bergen, Norway). European Open Science Space, 2025. P.226-228.

28. Фурман А.В. Оптимізація розумового розвитку школярів: психологічний аспект // Початкова школа. 2004. № 9. С.51-58.

29. Шостак Л. Формування уміння розв'язувати сюжетні задачі як логічний складник математичної компетентності // Початкова школа. 2015. № 9. С.27-32.

30. Ярова В.З. Навчати розумно //Початкова школа. 2011. № 6. С.69-74.