іншими навчальними дисциплінами; навчання є інтенсивним, індивідуально-орієнтованим і в основному розраховане на самостійну роботу студентів; врахування популярності програм у даний момент при виборі професійного програмного забезпечення в навчанні, а також відповідність програмного забезпечення сучасному рівню розвитку інформаційних технологій і можливі тенденції його розвитку в майбутньому.

Методи навчання веденню комп'ютерного обліку за допомогою програм "1С: Підприємство" можна розділити на наступні: самостійна робота під керівництвом викладача на основі єдиної навчальної задачі; курсове і дипломне проектування з використанням програм "1С: Підприємство"; ділові ігри на основі мережних програм як одна з форм контекстного навчання.

Серед методів прискореного вивчення "1С: Бухгалтерія 7.7" слід виділити стажування в бухгалтерії віртуального підприємства оскільки стажування на діючому підприємстві як метод навчання практичним навичкам широкого застосування при вивченні комп'ютерної бухгалтерії не знайшов через ряд об'єктивних причин.

1. Барышникова Л.П. Модель системы информационной поддержки управления учебным процессом в вузе: Дис. ... канд. Пед. наук: 13.00.02. – Донецк, 1999. – 155 с.

2. Бєлова Е.К. Методика профессионального обучения: Практикум по дидактическому проектированию. Ч.1 – Х.: ТУП, 2000. – 36 с.

3. Бойд Д., Хелфонд. От традиционного обучения менеджмента к образованию ориентированному на практику // Человек и труд. – 1999. – №11. – С. 82 – 87.

4. Буряк В. Керування самостійною роботою студентів // Вища школа. – 2001. – №4 – 5. – С. 48 – 53.

5. Вієвська М. Імітаційно-ігровий підхід у викладанні психолого-педагогічних дисциплін студентам економічних спеціальностей // Вища школа. – 2001. – №2 – 3. – С. 47 – 59.

6. Козлова Г. За технологіями активного навчання // Вища освіта України. – 2002. – №2. – С. 42 – 45.

7. Кольшня Л. Проблеми працевлаштування випускників вищих навчальних закладів і шляхи їх вирішення // Україна: аспекти праці. – 2001. – №3. – С. 11 – 18.

8. Полонский В.М. Оценка качества научно-педагогических исследований. – М., 1987. – 35 с.

Тарас Кобильник, *аспірант*

Національного педагогічного університету

ім. М. П. Драгоманова

м.Київ

ПРОГРАМУВАННЯ В СЕРЕДОВИЩІ MAPLE ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

У статті розглядається вивчення системи комп'ютерної математики Maple *на основі задач математичного аналізу.*

Постановка проблеми. В останні десятиріччя сформувався та розвивається науковий напрям на межі математики та інформатики – комп'ютерна математика [3], основними засобами якого є системи комп'ютерної математики (СКМ), що створювались для фахівців-математиків. СКМ належать до засобів прикладної, практичної інформатики – галузі діяльності людей, спрямованої на впровадження та застосування інформаційних технологій на практиці.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На сьогодні СКМ використовуються не тільки для науково-дослідницької роботи, а й для інтенсифікації навчального процесу (див., наприклад у [5], [7], [8]). Різні аспекти використання СКМ як технічні, так і дидактичні розглядаються у працях таких науковців, як В.З.Аладьєв, М.Л.Шишаков, В.П.Дьяконов, Т.В.Капустіна, Ю.Ф.Лазарєв, Ю. Г. Лотюк, Б.М.Манзон, В.Ф.Очков, В.Г.Потьомкін, Ю.В.Триус та інших.

Мета статті. Визначити, які знання та вміння студентів потрібні для ефективного застосування СКМ. Розглянути вивчення системи комп'ютерної математики Maple на основі розв'язування деяких задач математичного аналізу.

Виклад основного матеріалу. Застосування СКМ в освіті позбавляє студентів від виконання рутинних обчислень, вивільняє час, обмірковування алгоритмів, розв'язування задач, постановки задач і побудови відповідних математичних моделей, подання результатів у найбільш зручній формі. Вивільнений час можна використати для більш глибокого вивчення математичної сутності задач і методів їх розв'язання. При цьому відкриваються нові можливості щодо гуманізації навчального процесу та гуманітаризації освіти, диференціації навчання відповідно до запитів, нахилів і здібностей студентів. Використання СКМ не тільки не позбавляє студентів умінь розв'язувати математичні задачі, а навпаки, суттєво їх поглиблює.

Для ефективного застосування СКМ необхідні:

- знання математичної термінології;
- знання методів і засобів розв'язування задач;
- вміння правильно сформулювати задачу, яку повинен виконати комп'ютер;
- здатність передбачити результат;
- вміння контролювати правильність розв'язування задачі на проміжних етапах;
- вміння аналізувати і досліджувати отриманий результат.

Проте для застосування СКМ (Maple, Mathematica, MathCAD та ін.) у навчальному процесі вищих навчальних закладів необхідні знання, вміння та навички роботи з такими системами. Тому для ефективного використання СКМ педагогічного університету у навчальному процесі доцільно такі системи вивчати в окремій дисципліні. Слід зауважити, що вивчення СКМ на фізико-математичних спеціальностях доцільно починати не раніше, ніж на другому курсі навчання, коли студенти вже знайомі з елементами математичного аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

Розглянемо вивчення системи комп'ютерної математики Maple [6] на основі розв'язування деяких задач математичного аналізу. Maple – універсальний математичний пакет, у якому передбачено засоби для аналітичних перетворень, чисельних методів розв'язування задач, комп'ютерної графіки. Інтерфейс системи, основні можливості детально описані в літературі, присвяченій Maple (див., наприклад, у [1], [4]).

Роботу з Maple проілюструємо на прикладах зі збірника задач та вправ з математичного аналізу Б.П.Демидовича [2].

Слід зазначити, що для деяких команд у Maple існує дві форми: виконувана та пасивна. У випадку виклику виконуваної форми команди, яка негайно буде виконана, її ім'я починається з малої літери. Пасивна форма команди не виконується негайно ядром, а просто в області виведення відображається математичний запис того, що може бути виконано. Її ім'я починається з великої літери. Головне призначення виконуваних форм команд – використання їх як засобу документування у звичайній математичній нотації. До команд, які мають як виконувану, так і пасивну форми належать команди обчислення границь, диференціювання, інтегрування та кілька інших.

Курс математичного аналізу в педагогічному ВНЗ починається з вивчення понять послідовності, границі послідовності та функції. Для обчислення границь в Maple існує команда:

limit(f,x=a,dir);

де f – вираз, для якого потрібно обчислити границю (функція або *n*-й член послідовності), x=a – точка, в якій обчислюється границя, а dir – необов'язковий параметр, що може набувати наступних значень: left (лівостороння границя), right (правостороння границя), real (дійсний), complex (комплексний). Наприклад:

> **Limit(sin(x)/x, x=0)=limit(sin(x)/x, x=0);**

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)}{x}=1$$

> **Limit(1/x, x=0, right)=limit(1/x, x=0, right);**

$$\lim_{x\to 0+}\frac{1}{x}=\infty$$

> **Limit(1/x, x=0, left)=limit(1/x, x=0, left);**

$$\lim_{x\to 0-}\frac{1}{x}=-\infty$$

Зазначимо, що функція може мати в точці розриву першого чи другого родів. Функції, які мають розриви тільки першого роду, називають кусково-неперервними. Прикладом такої функції може бути східчаста функція, яка на інтервалах неперервності набуває сталих значень, а в кількох точках області задання змінюється стрибкоподібно на деяку величину. Прикладами функцій з розривом другого роду є $tg(x)$, $ctg(x)$, $\frac{1}{x}$.

Для роботи з кусково-непервними функціями у Maple використовується команда

piecewise(cond_1,f_1, cond_2,f_2, ..., cond_n,f_n, f_otherwise);

де параметри задаються парами і визначають інтервал зміни незалежної змінної у вигляді виразу cond_i та значення функції на цьому інтервалі f_i, $i=\overline{1,n}$, що є виразом від деякої незалежної змінної. Останній параметр визначає функцію на інтервалах, що залишилися. Наприклад, щоб задати функцію $f(x)=\begin{cases}-1, x<0,\\ 0, x>1,\\ 1, \text{в інших випадках.}\end{cases}$

потрібно виконати команду:

> **f:=x->piecewise(x<0,-1,x>1,0,1);**

$$f := x \to \text{piecewise}(x<0, -1, 1<x, 0, 1)$$

Приклад 1. Знайти границю $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$ [5, 54].

Розв'язання. Задамо вираз, границю якого потрібно обчислити:

> **a:=(sqrt(1+x)-sqrt(1-x))/((1+x)^(1/3)-(1-x)^(1/3));**

$$a=\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{(1+x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}-(1-x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}}$$

У точці x=0 вираз має невизначеність $\frac{0}{0}$, позбутися якої можна, помноживши чисельник та знаменник на одну і ту саму величину $\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{1+x}\right)^2+\sqrt[3]{1-x}\sqrt[3]{1+x}+\left(\sqrt[3]{1-x}\right)^2$. У Maple цю дію виконаємо наступним чином: спочатку помножимо чисельник (команда denom()) і розкриємо дужки за допомогою команди expand(), а потім помножимо знаменник (команда numer()) на ту ж величину і спростимо дріб:

> **a1:=simplify(numer(a)*((1+x)^(2/3)+(1+x)^(1/3)*(1-x)^(1/3)+(1-x)^(2/3))*(sqrt(1+x)+sqrt(1-x)));**

$$a2=2\left((1+x)^{\left(\frac{2}{3}\right)}+(1+x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}(1-x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}+(1-x)^{\left(\frac{2}{3}\right)}\right)x$$

> **a2:=expand(denom(a)*((1+x)^(2/3)+(1+x)^(1/3)*(1-x)^(1/3)+(1-x)^(2/3))*(sqrt(1+x)+sqrt(1-x)));**

$$a1 := 2\,x\sqrt{1+x}+2\,x\sqrt{1-x}$$

> **a3:=simplify(a1/a2);**

$$a3=\frac{(1+x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}+(1+x)^{\left(\frac{1}{6}\right)}(1-x)^{\left(\frac{1}{6}\right)}+(1-x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}}{(1+x)^{\left(\frac{1}{6}\right)}+(1-x)^{\left(\frac{1}{6}\right)}}$$

Отриманий вираз a3, рівносильний вихідному, не має в точці x=0 невизначеності, тому його границя при $x\to 0$ дорівнює значенню цього виразу в граничній точці:

> **subs(x=0,a3);**

$$\frac{3}{2}$$

Перевірити отриманий результат можна безпосередньо, виконавши команду:

> **Limit(a,x=0)=limit(a,x=0);**

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{(1+x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}-(1-x)^{\left(\frac{1}{3}\right)}}=\frac{3}{2}$$

Розглянемо кілька задач на дослідження функції на неперервність.

Для дослідження функцій на неперервність будемо користуватися правилом: функція $f(x)$ неперервна у точці x_0, якщо існують скінчені границі $\lim\limits_{x\to x_0-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0+}f(x)=f(x_0)$.

Розглянемо кілька команд Maple, які можуть бути корисними при дослідженні функції на неперервність:

discont(f,x) – за цієї командою відшукуються можливі точки розриву функції f відносно змінної x.

iscont(f,x=a..b) – за цієї командою визначається, чи функція f є неперервною на проміжку (a,b), причому проміжок можна задати як відкритим, так і замкненим. Якщо результатом виконання команди iscont() є false, то функція розривна, якщо true – то неперервна.

Приклад 2. Дослідити на неперервність функцію $f(x)=e^{x+\frac{1}{x}}$ [6, 75].

Розв'язання. За командою discont() знаходимо точку, підозрілу на розрив.

> **f:=x->exp(x+1/x);#задання f як функції від x**

$$f := x \to \mathbf{e}^{\left(x+\frac{1}{x}\right)}$$

> **discont(f(x),x);**

$$\{0\}$$

Як бачимо, при $x=0$ функція $f(x)=e^{x+\frac{1}{x}}$ може мати розрив. Для наступного дослідження функції $f(x)$ знайдемо лівосторонню та правосторонню границі при $x\to 0$:

> **Limit(f(x),x=0,left)=limit(f(x),x=0,left);**
Limit(f(x),x=0,right)=limit(f(x),x=0,right);

$$\lim_{x\to 0-}\mathbf{e}^{\left(x+\frac{1}{x}\right)}=0$$

$$\lim_{x \to 0+} \mathbf{e}^{\left(x + \frac{1}{x}\right)} = \infty$$

Лівостороння границя не дорівнює правосторонній, тому задана функція має розрив у точці x=0 (розрив другого роду). Це й підтверджує команда iscont():

> **iscont(f(x),x=-infinity..infinity);**

false

Більше того, ця функція не визначена в даній точці, оскільки знаменник у показника степеня дорівнює нулю.

Приклад 3. Дослідити на неперервність функцію

$f(x) = \left|\dfrac{\sin(x)}{x}\right|$, якщо $x \neq 0$ і $f(0) = 1$ [5, 74].

Розв'язання. Перш за все задамо функцію $f(x)$:

> **f:=x->piecewise(x=0,1,abs(sin(x)/x));**

$$f := x \to \text{piecewise}\left(x = 0, 1, \left|\frac{\sin(x)}{x}\right|\right)$$

Визначимо можливі точки розриву функції $f(x)$:

> **discont(f(x),x);**

$\{0\}$

У точці x=0 значення функції $f(x)$ дорівнює одиниці. Обчислимо лівосторонню та правосторонню границі при $x \to 0$:

> **Limit(f(x),x=0,left)=limit(f(x),x=0,left);**

Limit(f(x),x=0,right)=limit(f(x),x=0,right);

$$\lim_{x \to 0-} \begin{cases} 1 & x = 0 \\ \left|\dfrac{\sin(x)}{x}\right| & otherwise \end{cases} = 1$$

$$\lim_{x \to 0+} \begin{cases} 1 & x = 0 \\ \left|\dfrac{\sin(x)}{x}\right| & otherwise \end{cases} = 1$$

Як видно, лівостороння та правостороння границі функції $f(x)$ при $x \to 0$ дорівнюють одиниці. Звідси і враховуючи те, що $f(0) = 1$ випливає, що функція неперервна, що й підтверджує наступна команда:

> **iscont(f,x=-infinity..infinity);**

true

Приклад 4. Задана функція

$$y(x) = \begin{cases} \cos\dfrac{px}{2}, & |x| \le 1, \\ |x-1|, & |x| > 1. \end{cases}$$

[5, 76]. Знайти точки розриву, якщо вони існують.

Розв'язання. Задамо кусково-неперервну функцію за допомогою команди piecewise():

> **y:=piecewise(abs(x)<=1,cos(Pi*x/2),abs(x-1));**

$$y := \begin{cases} \cos\left(\dfrac{1}{2}\pi x\right) & |x| \le 1 \\ |x-1| & otherwise \end{cases}$$

Перевіримо, чи функція $y(x)$ є неперервною:

> **iscont(y,x=-infinity..infinity);**

false

Функція $y(x)$ – розривна. Визначимо можливі точки розриву функції $y(x)$:

> **discont(y,x);**

$\{-1, 1\}$

Для дослідження на неперервність обчислимо лівосторонню та правосторонню границі в точках x=-1 та x=1:

> **limit(y,x=-1,left);#лівостороння границя у точці x=-1**

limit(y,x=-1,right);#правостороння границя у точці x=-1

2

0

> **limit(y,x=1,left);#лівостороння границя у точці x=1**

limit(y,x=1,right);#правостороння границя у точці x=1

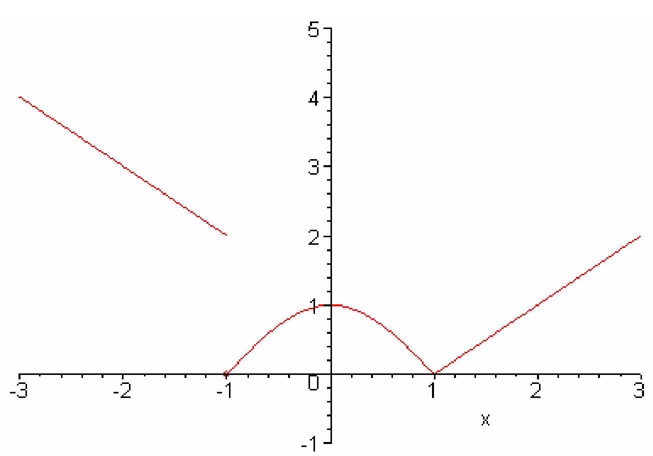
0

0

Як бачимо, у точці x=-1 лівостороння та правостороння границі не дорівнюють одна одній, тому функція в цій точці розривна (розрив першого роду); у точці x=1 лівостороння та правостороння границі рівні, тому у цій точці функція неперервна.

Графік даної функції побудуємо за допомогою команди plot():

> **plot(y,x=-3..3,-1..5,discont=true);**



Приклад 5. При якому значенні параметра *a* функція $f(x)=\begin{cases} e^x, & x<0, \\ a+x, & x\ge 0. \end{cases}$ буде неперервною [5, 76].

Розв'язання. На заданих інтервалах функція неперервна. Єдиною точкою, в якій вона може мати розрив, це гранична точка *x*=0. Для того, щоб функція в цій точці була неперервною необхідно і достатньо, щоб існували рівні між собою лівосторонні та правосторонні границі функції при прямуванні змінної до можливої точки розриву. Задамо функцію $f(x)$ та обчислимо лівосторонні та правосторонні границі функції при *x*=0:

> f:=piecewise(x<0,exp(x),a+x);

$$f := \begin{cases} \mathbf{e}^x & x<0 \\ a+x & \mathit{otherwise} \end{cases}$$

> z1:=limit(f,x=0,left);#лівостороння границя у точці x=0

z2:=limit(f,x=0,right);#правостороння границя у точці x=0

$z1 := 1$

$z2 := a$

звідки отримуємо рівняння для знаходження параметра *a*, яке розв'язуємо за допомогою команди:

> solve(z1=z2,{a});assign(%);

$\{a = 1\}$

Слід зазначити, якщо при розв'язуванні рівнянь або систем рівнянь відповідь отримується у вигляді множини рівнянь, у яких ліва частина є невідомою змінною, то для того, щоб надати значення змінним, відносно яких розв'язувалось рівняння або система рівнянь, потрібно застосувати команду assign(). За цією командою надаються значення змінним у лівій частині рівнянь з множини розв'язків, значення, які дорівнюють правим частинам. Символ % означає посилання на результат виконання попередньої операції.

При знайденому значенні параметра *a* функція буде неперервною, що підтверджує команда iscont():

> iscont(f,x=-infinity..infinity);

true

Висновки. Вивчаючи СКМ, студент не тільки засвоює та застосовує методи математики, але й закріплює та суттєво розширює свої уміння в роботі з прикладними програмами. Паралельно він засвоює й основи програмування. Така унікальна інтеграція пізнавальних можливостей винятково корисна в умовах скорочення часу на вивчення математичних дисциплін у педагогічному ВНЗ.

1. *Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Компьютер в математических исследованиях. – СПб.:Питер, 2001. – 624 с.*
2. *Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Физматгиз, 1962. – 544 с.*
3. *Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. – М.:Нолидж, 2001. – 1296 с.*
4. *Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. М.: Солон, 1998. 400 с.*
5. *Лотюк Ю.Г., Щодро О.Є. Формування дослідницьких вмінь і навичок у студентів на основі вивчення моделей механічних систем у середовищі Simulink // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 4. В 3–х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2004. – Т.3: Теорія та методика навчання інформатики. – 351 с., С.161 – 165.*
6. *Прохоров Г.В., Леденев М.А., Колбеев В.В. Система аналитических вычислений Maple. – М.: Петит, 1997. – 200 с.*
7. *Триус Ю.В. Використання систем комп'ютерної математики при вивченні і розв'язуванні задач оптимізації // Проблеми сучасного підручника. – К.: Педагогічна думка, 2004. – Вип.5. – Ч.II. – С.191 – 200.*
8. *Триус Ю.В., Онищенко Б.О. Використання Mathcad 2000 Prifessional для розв'язування задач оптимізації // Матер. міжн. конф., присв. 200-річчю з дня народж. М.В.Остроградського. – Полтава, 2001. – С.46 – 48.*

В КОЖНІЙ ФРАЗІ – ДУМКА

"Ключем до всякої науки є знак питання".

О. Бальзак